

## Capítulo 20. Exemplos: SISTEMAS de EQUAÇÕES

11 Nov 2024

### OBJETIVOS DO CAPÍTULO

- Aplicar, em um único programa, diversos recursos e comandos do FORTRAN vistos nos capítulos anteriores.
- Resolver sistemas de equações lineares com métodos diretos e iterativo.

### 20.1 projeto programa20

- 1) Objetivo do programa: resolver um problema de condução de calor unidimensional permanente através de simulação numérica com o método de diferenças finitas. A solução do sistema de equações lineares do problema é obtida com métodos diretos e iterativo.
- 2) No Fortran, **criar um projeto** com o nome **projeto20**
- 3) No Fortran, **criar e inserir** no projeto o programa-fonte **variaveis.f90** e **copiar** da **Tabela 20.1**.
- 4) No Fortran, **criar e inserir** no projeto o programa-fonte **Solvers\_1D.f90** e **copiar** da **Tabela 20.2**.
- 5) No Fortran, **criar e inserir** no projeto o programa-fonte **dados.f90** e **copiar** da **Tabela 20.3**.
- 6) No Fortran, **criar e inserir** no projeto o programa-fonte **coeficientes.f90** e **copiar** da **Tabela 20.4**.
- 7) No Fortran, **criar e inserir** no projeto o programa-fonte **resultados.f90** e **copiar** da **Tabela 20.5**.
- 8) No Fortran, **criar e inserir** no projeto o programa-fonte **programa20.f90** e **copiar** da **Tabela 20.6**.
- 9) Comentários sobre o programa:
  - (a) O projeto programa20 é composto pelo programa-principal e cinco módulos, editados em seis programas-fonte diferentes.
  - (b) No módulo VARIAVEIS, contido no programa-fonte variaveis.f90, são definidas as variáveis globais do programa. Este módulo não contém nenhuma sub-rotina.
  - (c) O módulo SOLVERS\_1D, contido no programa-fonte solvers\_1D.f90, é dedicado à solução de sistemas de equações lineares do tipo

$$AT = B \quad (20.1)$$

originados de problemas unidimensionais.  $A$  é a matriz de coeficientes,  $T$  é o vetor incógnita e  $B$  é o vetor dos termos independentes. A dimensão de  $A$  é  $N \times N$ , e de  $T$  e  $B$ ,  $N \times 1$ , onde  $N$  é o número de incógnitas ( $T$ ) do problema. Este módulo contém quatro sub-rotinas. Três delas são métodos para resolver sistemas de equações. O método de eliminação de Gauss resolve uma matriz  $A$  do tipo cheia de forma direta. O método de Gauss-Seidel resolve uma matriz  $A$  do tipo cheia mas de forma iterativa. Neste programa-exemplo, os métodos eliminação de Gauss e Gauss-Seidel estão adaptados para resolver uma matriz  $A$  do tipo tridiagonal, isto é, apenas três diagonais da matriz  $A$  têm valores não-nulos.

Finalmente o método TDMA (Tri-Diagonal Matrix Algorithm) resolve uma matriz  $A$  do tipo tridiagonal de forma direta. Além disso, existe uma rotina que calcula a norma  $l_1$  média do resíduo das equações do sistema, definido por

$$R = B - AT \quad (20.2)$$

O valor da norma é usado para comparar com uma tolerância especificada pelo usuário visando interromper o processo iterativo do método de Gauss-Seidel.

- (d) O módulo DADOS, contido no programa-fonte dados.f90, tem duas sub-rotinas. Uma é usada para ler os dados do programa, do arquivo programa20.ent mostrado na Figura 20.1. A outra é usada para escrever os dados lidos no arquivo de saída de nome genérico.
- (e) O módulo COEFICIENTES, contido no programa-fonte coeficientes.f90, tem duas sub-rotinas. Uma é usada para definir os valores dos coeficientes da matriz  $A$  e do termo independente  $B$  do sistema de equações das  $N$  variáveis  $T$ . São definidos os valores dos coeficientes apenas em três diagonais da matriz  $A$ . Isso ocorre porque estes coeficientes são originados da discretização de uma equação diferencial que modela a condução de calor unidimensional em regime permanente; e a aproximação usada, do método de diferenças finitas, é a diferença central de 2ª ordem, CDS-2, vista no capítulo 19. O valor de  $B$  depende da definição do usuário no arquivo de dados, gerando valores nulos ou não nulos. A outra sub-rotina é usada para escrever os valores dos coeficientes e do termo independente num arquivo de saída de nome genérico.
- (f) O módulo RESULTADOS, contido no programa-fonte resultados.f90, também tem duas sub-rotinas. A primeira é usada para: (1) chamar a sub-rotina de cálculo de coeficientes e termos independentes; (2) escrever os coeficientes; (3) resolver a Eq. (20.1) com um dos três métodos disponíveis, de acordo com a escolha do usuário no arquivo de dados; (4) cronometrar o tempo de CPU; (5) chamar a segunda sub-rotina do módulo; e (6) escrever o tempo de CPU no arquivo de saída de nome genérico. A segunda sub-rotina deste módulo é usada para: (1) criar o arquivo T.dat; (2) escrever neste arquivo a solução analítica e numérica de  $T$ , e seu erro; (3) escrever um título no arquivo comandos20.gnu; e (4) chamar o aplicativo Wgnuplot para fazer o gráfico de  $T$  com os comandos mostrados na Figura 20.2.
- (g) O programa-principal: (1) apresenta comentários descrevendo um resumo das características do programa; (2) obtém a data e a hora do sistema operacional; (3) chama a sub-rotina de leitura dos dados do programa; (4) cria o arquivo de saída de nome genérico; (5) escreve nele o título da simulação, a data e hora; (6) faz a alocação de memória; (7) calcula a coordenada  $X$  correspondente a  $T$  em  $N$  pontos; (8) chama a sub-rotina que escreve os dados; (9) chama a sub-rotina que resolve a Eq. (20.1); (10) com o aplicativo Notepad, mostra o conteúdo do arquivo de saída.
- (h) Os campos de coeficientes,  $T$  e gráfico são escritos com uma frequência ( $w$ ) definida pelo usuário.

Tabela 20.1 Variaveis.f90

```

module variáveis

use portlib

implicit none

integer :: N          ! número total de nós

integer :: i          ! número do nó
                     ! i = 1, nó no contorno esquerdo
                     ! i = N, nó no contorno direito
                     ! 2 <= i <= N-1, nós internos

integer :: matriz      ! tipo de matriz: 1 = fonte nulo; 2 = fonte não nulo

integer :: solver      ! tipo de solver: 1 = Eliminação de Gauss (EG)
                     !                               2 = Gauss-Seidel (GS)
                     !                               3 = TDMA

integer :: iteracao    ! número de iterações para o GS

integer :: w           ! frequência de escrita de resultados

real*8  :: Tol         ! tolerância sobre resíduo para o GS

real*8  :: tcpu        ! tempo de CPU em segundos

integer :: ver         ! auxílio do comando System

real*8,dimension(:),allocatable :: T  ! solução numérica

real*8,dimension(:),allocatable :: x  ! coordenada espacial nodal

real*8,dimension(:),allocatable :: aP ! coeficiente central de T
real*8,dimension(:),allocatable :: aW ! coeficiente esquerdo de T
real*8,dimension(:),allocatable :: aE ! coeficiente direito de T

real*8,dimension(:),allocatable :: bP ! termo fonte de T

character*20 :: caso    ! nome do arquivo de saída

character*50 :: title   ! título do gráfico
character*62 :: head    ! título do gráfico + dia

```

```

character*12 :: dia      ! data da simulação
character*8  :: hora     ! horário da simulação
integer*4    :: var(8)   ! data e hora
character*20 :: vardate   ! data e hora
character*20 :: vartime   ! data e hora
character*20 :: varzone   ! data e hora
character*70 :: note_caso ! notepad + caso
character*2   :: aux1,aux2
character*4   :: aux3
character*50  :: aux

end

```

Tabela 20.2 Solvers\_1D.f90

```

module solvers_1D

! objetivo: resolver sistema linear de equações algébricas
!           originado de problemas unidimensionais

use variaveis

implicit none

contains

!-----

! Método direto eliminação de Gauss

subroutine EG (N,ap,b,c,d,T)

    implicit none

    integer :: i      ! número do nó
    integer :: ii, j
    real*8  :: mji, S

    integer,intent(in) :: N ! número de nós

    real*8,dimension(:,,:),allocatable :: A ! matriz de coeficientes

    real*8,intent(in), dimension(N) :: ap ! coeficiente aP
    real*8,intent(in), dimension(N) :: b  ! coeficiente aW
    real*8,intent(in), dimension(N) :: c  ! coeficiente aE

```

```

real*8,intent(in), dimension(N) :: d ! termo fonte bP

real*8,intent(out),dimension(N) :: T ! incógnita

allocate ( A(N,N+1) )

A = 0.0d0

! gera a matriz de coeficientes A com o termo independente

do i = 1,N

    if (i > 1) A(i,i-1) = -b(i)

    A(i,i) = ap(i)

    if (i < N) A(i,i+1) = -c(i)

    A(i,N+1) = d(i)

end do

! Escalonamento

do i = 1,N-1

    do ii = i+1,N

        mji= A(ii,i) / A(i,i)

        do j = i,N+1

            A(ii,j) = A(ii,j) - mji*A(i,j)

        end do

    end do

end do

!Substituicao retroativa

T(N) = A(N,N+1) / A(N,N)

do i = N-1,1,-1

```

```

        S = 0

        do j = i+1,N

            S = S + A(i,j)*T(j)

        end do

        T(i) = (A(i,N+1) - S) / A(i,i)

    end do

    deallocate ( A )

end subroutine EG

!-----

! método iterativo de Gauss-Seidel

subroutine GS (N,ite,tol,a,b,c,d,T)

    implicit none

    integer :: i    ! número do nó
    integer :: it   ! número da iteração
    integer :: ite  ! número de iterações

    integer,intent(in) :: N    ! número de nós

    real*8, intent(in) :: Tol ! tolerância sobre R

    real*8,intent(in), dimension(N) :: a ! coeficiente aP
    real*8,intent(in), dimension(N) :: b ! coeficiente aW
    real*8,intent(in), dimension(N) :: c ! coeficiente aE
    real*8,intent(in), dimension(N) :: d ! termo fonte bP

    real*8,intent(out),dimension(N) :: T ! incógnita

    real*8 :: R ! norma l1 média dos resíduos

    T = 0.0d0

    do it = 1, ite

```

```

T(1) = ( c(1)*T(2) + d(1) ) / a(1)

do i = 2, N-1

    T(i) = ( b(i)*T(i-1) + c(i)*T(i+1) + d(i) ) / a(i)

end do

T(N) = ( b(N)*T(N-1) + d(N) ) / a(N)

call norma (N,a,b,c,d,T,R)

if ( R <= Tol ) then
    write(10,1) it, Tol, R
    1 format(//, 'O processo iterativo convergiu em', I8, ' iterações', &
            /, 'para a tolerância de', 1pe10.2, &
            /, 'A norma l1 média dos resíduos é', 1pe10.2, /)
    exit
end if

end do

if ( R > Tol ) then
    write(10,2) ite, Tol, R
    2 format(//, 'O processo iterativo NÃO convergiu em', I8, ' iterações', &
            /, 'para a tolerância de', 1pe10.2, &
            /, 'A norma l1 média dos resíduos é', 1pe10.2, /)
end if

end subroutine GS

!-----

! calcula a norma l1 média do resíduo das equações

subroutine norma (N,a,b,c,d,T,R)

    implicit none

    integer :: i ! número do nó

    integer,intent(in) :: N ! número de nós

    real*8,intent(in), dimension(N) :: a ! coeficiente aP

```

```

real*8,intent(in), dimension(N) :: b ! coeficiente aW
real*8,intent(in), dimension(N) :: c ! coeficiente aE
real*8,intent(in), dimension(N) :: d ! termo fonte bP

real*8,intent(out),dimension(N) :: T ! incógnita

real*8,intent(inout) :: R ! norma l1 média dos resíduos

R = 0.0d0

R = R + dabs ( c(1)*T(2) + d(1) - T(1)*a(1) )

do i = 2, N-1

    R = R + dabs ( b(i)*T(i-1) + c(i)*T(i+1) + d(i) - T(i)*a(i) )

end do

R = R + dabs ( b(N)*T(N-1) + d(N) - T(N)*a(N) )

R = R / N

end subroutine norma

!-----

! método direto Tri-Diagonal Matrix Algorithm (TDMA)

subroutine TDMA (N,a,b,c,d,T)

    implicit none

    integer :: i ! número do nó
    real*8 :: div ! variável auxiliar

    integer,intent(in) :: N ! número de nós

    real*8,dimension(:),allocatable :: P ! coeficiente do tdma
    real*8,dimension(:),allocatable :: Q ! coeficiente do tdma

    real*8,intent(in), dimension(N) :: a ! coeficiente aP
    real*8,intent(in), dimension(N) :: b ! coeficiente aW
    real*8,intent(in), dimension(N) :: c ! coeficiente aE
    real*8,intent(in), dimension(N) :: d ! termo fonte bP

```



```

real*8,intent(out),dimension(N) :: T ! incógnita

allocate(P(N),Q(N))

P(1) = c(1) / a(1)
Q(1) = d(1) / a(1)

do i = 2, N
    div = a(i) - b(i)*P(i-1)
    P(i) = c(i) / div
    Q(i) = (d(i) + b(i)*Q(i-1))/div
end do

T(N) = Q(N)

do i = N-1, 1, -1
    T(i) = P(i)*T(i+1) + Q(i)
end do

deallocate(P,Q)

end subroutine tdma

!-----

end module solvers_1D

```

Tabela 20.3 Dados.f90

```

module dados

! objetivo: ler e escrever os dados

use variaveis

!-----

implicit none

contains

!-----

subroutine le_dados

```

```

ver = system('notepad programa20.ent') ! lista dados

open(7,file='programa20.ent')

read(7,*) caso
read(7,*) N
read(7,*) matriz
read(7,*) solver
read(7,*) iteracao
read(7,*) Tol
read(7,*) w
read(7,*) title

close(7)

end subroutine le_dados

!-----

subroutine mostra_dados

write(10,1) trim(adjustl(caso)), N, matriz, solver, iteracao, Tol

1 format(/,5x,'DADOS',/, &
        a,' = caso',/, &
        i6,' = número de nós',/, &
        i6,' = tipo de matriz: 1 = fonte nulo; 2 = fonte não nulo',/, &
        i6,' = tipo de solver: 1=El.Gauss; 2=GS; 3=TDMA',/, &
        i6,' = número de iterações para o GS',/, &
        1pe10.2,' = tolerância sobre o resíduo para o GS')

end subroutine mostra_dados

!-----

end module dados

```

Tabela 20.4 Coeficientes.f90

```

module coeficientes

! objetivo: calcular os coeficientes e termos fontes
!           das equações discretizadas

use dados

```

```

implicit none

contains

!-----

subroutine lista_coeficientes

  write(10,4)
  4 format(/,5x,'COEFICIENTES E FONTES',//, &
           t6,'nó',t16,'X',t36,'oeste',t56,'central', &
           t76,'leste',t96,'fonte',/)

  do i = 1, N
    if ( i==1 .or. i==n .or. mod(i,w)==0 ) &
      write(10,2) i, X(i), aw(i), aP(i), ae(i), bP(i)
  end do

  2 format(i6,4x,5(1pe20.9))

end subroutine lista_coeficientes

!-----

subroutine coeficientes_e_fontes

  ! pontos internos
  do i = 2, N-1
    aw(i) = 1.0d0
    ae(i) = 1.0d0
    aP(i) = aw(i) + ae(i)
  end do

  select case ( matriz )
    case ( 1 ) ! fonte nulo
      bP = 0.0d0
    case ( 2 ) ! fonte não nulo
      bP = - 2.0d0 / ( (N-1)**2 )
  end select

  ! contorno esquerdo
  aw(1) = 0.0d0
  ae(1) = 0.0d0
  aP(1) = 1.0d0
  bP(1) = 0.0d0

```

```

! contorno direito
aw(N) = 0.0d0
ae(N) = 0.0d0
aP(N) = 1.0d0
bP(N) = 1.0d0

end subroutine coeficientes_e_fontes

!-----

end module coeficientes

```

Tabela 20.5 Resultados.f90

```

module resultados

! objetivo: calcular solução numérica e
!           apresentar gráficos dos resultados

!-----

use coeficientes
use solvers_1D

implicit none

contains

! -----

subroutine solucao_numerica

! cálculo dos coeficientes e termos fontes
call coeficientes_e_fontes

! escrita dos coeficientes e termos fontes
call lista_coeficientes

tcpu = timef() ! zera cronômetro

! solução do sistema de equações

select case ( solver )

```

```

case ( 1 ) ! Eliminação de Gauss

    call EG (N,aP,aw,ae,bP,T)

case ( 2 ) ! Gauss-Seidel

    call GS (N,iteracao,Tol,aP,aw,ae,bP,T)

case ( 3 ) ! TDMA

    call tdma (N,aP,aw,ae,bP,T)

end select

tcpu = timef()

! escrita da variável primária e sua visualização
call escreve_T

write(10,1) tcpu
1 format(/, f14.3, ' = tempo de CPU (segundos)')

end subroutine solucao_numerica

!-----

subroutine escreve_T

real*8  :: T_exato ! auxiliar
integer :: j       ! auxiliar

! abertura de arquivo para gravar resultados de T (analítico e numérico)
open(7,file='T.dat')

write(10,1)
1 format(/,t4,'X',t28,'T (analítico)',t52,'T (numérico)',t76,'erro',/)

do i = 1, N

    select case ( matriz )
        case ( 1 ) ! fonte nulo
            T_exato = (i-1.0d0) / (N-1)
        case ( 2 ) ! fonte não nulo
            T_exato = ( (i-1.0d0) / (N-1) ) ** 2
    end select

```

```

        if ( i==1 .or. i==n .or. mod(i,w)==0 ) then
            write( 7,2) X(i), T_exato, T(i), T_exato - T(i)
            write(10,2) X(i), T_exato, T(i), T_exato - T(i)
            2 format(4(1pe24.15))
        end if

end do

close(7)

! adapta arquivo de comandos para fazer gráfico
open(7,file='comandos20.gnu')
do j = 1, 8
    read(7,*)
end do
write(7,3) head
3 format("set title '",a62,/, "replot")
close(7)

! mostra o gráfico de T
ver = system('wgnuplot comandos20.gnu')

end subroutine escreve_T

!-----

end module resultados

```

Tabela 20.6 Programa20.f90

```

program programa20a

!      Difusão de calor unidimensional permanente

!      Versão original 1.0 (25 Mai 07)
!      Versão atual      1.0 (25 Mai 07)
!      última alteração =   10 Nov 24

!      autor: Carlos Henrique Marchi (Curitiba, DEMEC/UFPR)

!      MODELO MATEMÁTICO (resumo)
!      Equação diferencial:  $d^2T/dx^2 = S$ 
!      Condição de contorno de Dirichlet em  $x = 0$ :  $T(0) = 0$ 

```

```

!      Condição de contorno de Dirichlet em x = 1: T(1) = 1
!
!      x = coordenada espacial (variável independente)
!
!      T = temperatura (variável dependente)
!
!      S = termo fonte
!
!      Solução analítica conhecida da equação diferencial
!
!      Solução analítica conhecida da equação discretizada
!
!
!      MODELO NUMÉRICO (resumo)
!
!      Incógnita (variável primária, dependente): T
!
!      Método numérico: diferenças finitas
!
!      Função de interpolação: CDS (variável primária T)
!
!      As condições de contorno são aplicadas forçando os
!
!      coeficientes e fontes a satisfazer a C.C.
!
!      Malha uniforme
!
!      Solvers: Eliminação de Gauss, Gauss-Seidel e TDMA
!
!      Precisão: dupla
!
!      Linguagem FORTRAN 95
!
!      Aplicativo usado: Fortran 4.0 Microsoft
!
!      Tipo de projeto: Console
!
!      Expressão genérica do sistema de equações discretizado:
!
!       $aP(i)*T(i) = aw(i)*T(i-1) + ae(i)*T(i+1) + bP(i)$ 
!
!      onde i = 1, 2, ... N (número de nós)
!
!
!      ARQUIVOS envolvidos no programa:
!
!      programa20.f90    = programa principal
!
!      coeficientes.f90  = calcula coeficientes e fontes do sistema linear
!
!      dados.f90         = lê e lista os dados do programa
!
!      resultados.f90    = resolve equações e gera listagens dos resultados
!
!      solvers_1D.f9     = Solvers Eliminação de Gauss, Gauss-Seidel e TDMA
!
!      variaveis.f90     = define todas as variáveis globais do programa
!
!      programa20.ent    = arquivo de dados do programa
!
!      "caso"            = listagem dos resultados
!
!      T.dat             = arquivo de dados para fazer gráfico
!
!      comandos20.gnu    = arquivo de comandos para gerar gráfico
!
!      notepad.exe       = aplicativo editor dos arquivos tipo texto
!
!      Wgnuplot.exe      = aplicativo gerador de gráfico
!
!
!      -----
!
! use dados
!
!
! use resultados
!
!
!      -----

```

```

implicit none

!-----

call date_and_time(vardate,vartime,varzone,var)

write(aux,*) var(3)
aux1 = trim(adjustl(aux))
write(aux,*) var(2)
aux2 = trim(adjustl(aux))
write(aux,*) var(1)
aux3 = trim(adjustl(aux))
dia = '('//trim(aux1)//'/'//trim(aux2)//'/'//aux3//')'

write(aux,*) var(5)
aux1 = trim(adjustl(aux))
write(aux,*) var(6)
aux2 = trim(adjustl(aux))
write(aux,*) var(7)
aux3 = trim(adjustl(aux))
hora = trim(aux1)//':'//trim(aux2)//':'//aux3

call le_dados

head = trim(title)//" "//trim(dia)//""

open(10,file=caso)

write(10,18) trim(adjustl(title)), dia, hora
18 format(/,'Título = ', a, &
        //,5x,'Dia = ',a12,5x,'Hora = ',a8)

! alocação de memória
allocate ( X(N), T(N) )
allocate ( aw(N), aP(N), ae(N), bP(N) )

do i = 1, N
    X(i) = (i-1.0d0) / (N-1)
end do

call mostra_dados

call solucao_numerica

close (10)

```

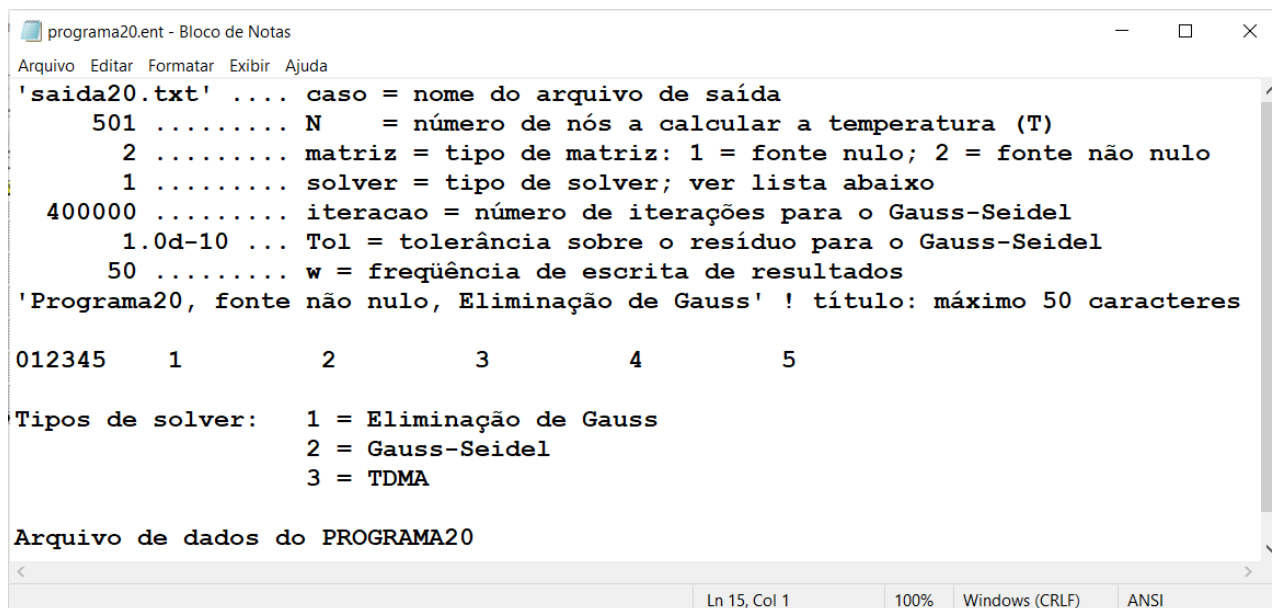


```

note_caso = 'notepad '//caso
ver = system(note_caso) ! lista arquivo de resultados

! -----
End

```



```

programa20.ent - Bloco de Notas
Arquivo Editar Formatar Exibir Ajuda
'saida20.txt' .... caso = nome do arquivo de saída
501 ..... N = número de nós a calcular a temperatura (T)
2 ..... matriz = tipo de matriz: 1 = fonte nulo; 2 = fonte não nulo
1 ..... solver = tipo de solver; ver lista abaixo
400000 ..... iteracao = número de iterações para o Gauss-Seidel
1.0d-10 ... Tol = tolerância sobre o residuo para o Gauss-Seidel
50 ..... w = frequência de escrita de resultados
'Programa20, fonte não nulo, Eliminação de Gauss' ! título: máximo 50 caracteres

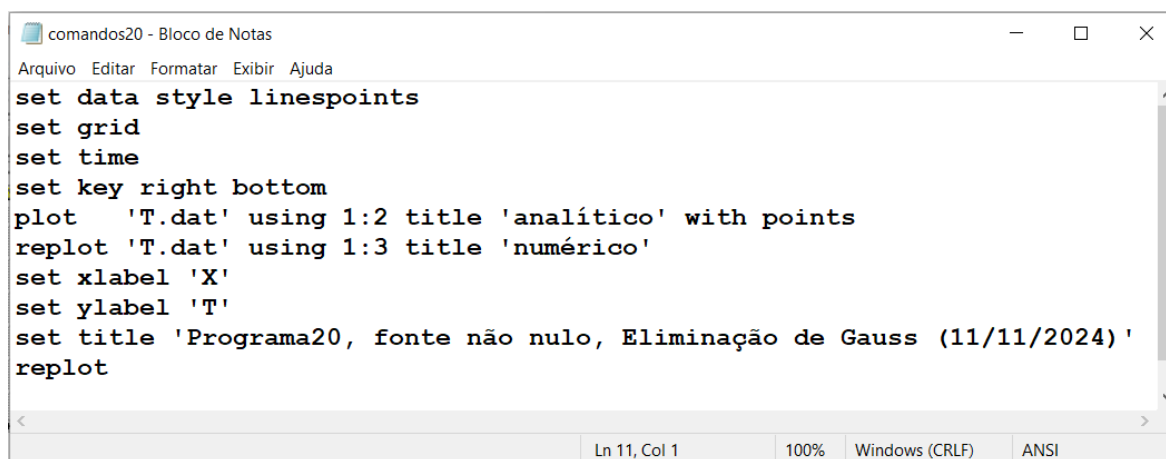
012345 1 2 3 4 5

Tipos de solver: 1 = Eliminação de Gauss
                 2 = Gauss-Seidel
                 3 = TDMA

Arquivo de dados do PROGRAMA20

```

Figura 20.1 Arquivo programa20.ent do projeto programa20.



```

comandos20 - Bloco de Notas
Arquivo Editar Formatar Exibir Ajuda
set data style linespoints
set grid
set time
set key right bottom
plot 'T.dat' using 1:2 title 'analítico' with points
replot 'T.dat' using 1:3 title 'numérico'
set xlabel 'X'
set ylabel 'T'
set title 'Programa20, fonte não nulo, Eliminação de Gauss (11/11/2024)'
replot

```

Figura 20.2 Arquivo comandos20.gnu para o aplicativo Wgnuplot do projeto programa20.

- 10) **Estudar o programa-principal** considerando os comentários do item 9, acima.
- 11) Executar **Build, Compile** para compilar o programa-fonte **variaveis.f90**. Em seguida, executar **Build, Compile** para compilar os demais programas-fonte na seguinte ordem: **solvers\_1D.f90**, **dados.f90**, **coeficientes.f90**, **resultados.f90** e **programa20.f90**.
- 12) Gerar o programa-executável fazendo **Build, Build**.
- 13) Executar o programa através de **Build, Execute**. Usar os dados mostrados na Figura 20.1.

- 14) **Analisar os resultados** mostrados nas Figuras 20.3 e 20.4. O erro apresentado pela solução na Figura 20.4 deve-se aos erros de arredondamento. Notar que o tempo de CPU foi de 0.422 segundo. O computador usado nos cálculos tem processador i3 de 2.30 GHz e sistema operacional Windows 10.
- 15) **Executar** novamente o programa usando os mesmos dados da Figura 20.1 mas com **solver = 2** (Gauss-Seidel) e **analisar** os novos resultados. Observar que o tempo de CPU foi de 4.968 segundos; isso representa um aumento significativo do tempo de CPU em relação ao método de Eliminação de Gauss.
- 16) **Executar** novamente o programa usando os mesmos dados da Figura 20.1 mas com **solver = 3** (TDMA) e **analisar** os novos resultados. Ver que o tempo de CPU foi de 0.000 segundo, ou seja, a execução foi tão rápida que não conseguiu ser medida pelo comando TIMEF. Portanto, houve uma redução significativa no tempo de CPU ao se usar o método TDMA em relação ao método de Eliminação de Gauss (solver = 1).

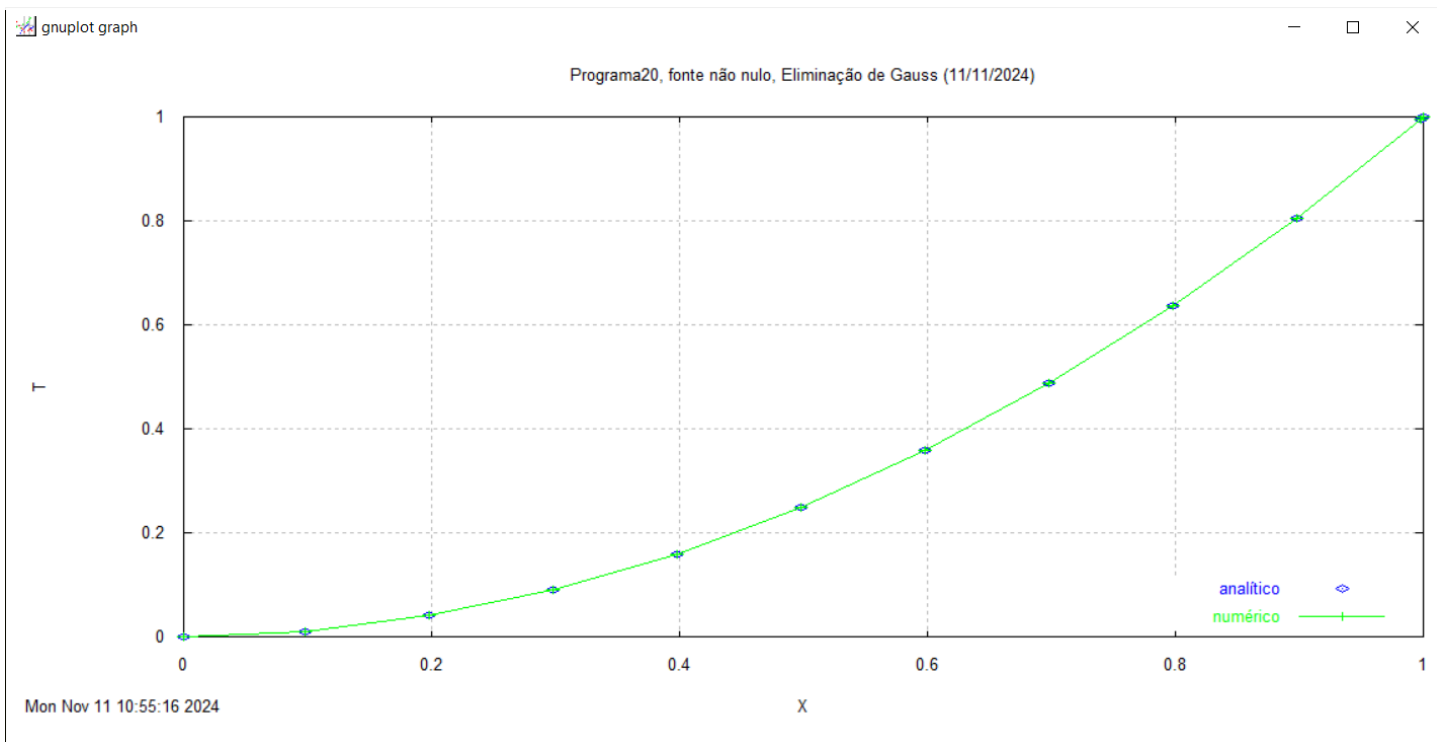


Figura 20.3. Gráfico com resultados do programa20 para os dados da Figura 20.1.

## 20.2 EXERCÍCIOS

### Exercício 20.1

Executar novamente o programa20 usando os mesmos dados da Figura 20.1 mas com matriz = 1 e solver = 2 (método de Gauss-Seidel). Anotar o tempo de CPU.

### Exercício 20.2

Executar novamente o programa20 usando os mesmos dados da Figura 20.1 mas com matriz = 1 e solver = 1 (método de Eliminação de Gauss). Anotar o tempo de CPU.

```
saida20 - Bloco de Notas
Arquivo Editar Formatar Exibir Ajuda

Título = Programa20, fonte não nulo, Eliminação de Gauss

Dia = (11/11/2024) Hora = 10:55:13

DADOS

saida20.txt = caso
501 = número de nós
2 = tipo de matriz: 1 = fonte nulo; 2 = fonte não nulo
1 = tipo de solver: 1=EL.Gauss; 2=GS; 3=TDMA
400000 = número de iterações para o GS
1.00E-10 = tolerância sobre o residuo para o GS

COEFICIENTES E FONTES
```

nó	X	oeste	central	leste	fonte
1	0.000000000E+00	0.000000000E+00	1.000000000E+00	0.000000000E+00	0.000000000E+00
50	9.800000000E-02	1.000000000E+00	2.000000000E+00	1.000000000E+00	-8.000000000E-06
100	1.980000000E-01	1.000000000E+00	2.000000000E+00	1.000000000E+00	-8.000000000E-06
150	2.980000000E-01	1.000000000E+00	2.000000000E+00	1.000000000E+00	-8.000000000E-06
200	3.980000000E-01	1.000000000E+00	2.000000000E+00	1.000000000E+00	-8.000000000E-06
250	4.980000000E-01	1.000000000E+00	2.000000000E+00	1.000000000E+00	-8.000000000E-06
300	5.980000000E-01	1.000000000E+00	2.000000000E+00	1.000000000E+00	-8.000000000E-06
350	6.980000000E-01	1.000000000E+00	2.000000000E+00	1.000000000E+00	-8.000000000E-06
400	7.980000000E-01	1.000000000E+00	2.000000000E+00	1.000000000E+00	-8.000000000E-06
450	8.980000000E-01	1.000000000E+00	2.000000000E+00	1.000000000E+00	-8.000000000E-06
500	9.980000000E-01	1.000000000E+00	2.000000000E+00	1.000000000E+00	-8.000000000E-06
501	1.000000000E+00	0.000000000E+00	1.000000000E+00	0.000000000E+00	1.000000000E+00

X	T (analítico)	T (numérico)	erro
0.000000000000000E+00	0.000000000000000E+00	0.000000000000000E+00	0.000000000000000E+00
9.800000000000000E-02	9.604000000000000E-03	9.604000000003266E-03	-3.264749581788351E-15
1.980000000000000E-01	3.920400000000000E-02	3.920400000000669E-02	-6.689093723366568E-15
2.980000000000000E-01	8.880399999999999E-02	8.880400000001029E-02	-1.029731855339833E-14
3.980000000000000E-01	1.584040000000000E-01	1.584040000000112E-01	-1.115774139748282E-14
4.980000000000000E-01	2.480040000000000E-01	2.480040000000085E-01	-8.520961713998076E-15
5.980000000000000E-01	3.576040000000000E-01	3.576040000000083E-01	-8.326672684688674E-15
6.980000000000000E-01	4.872039999999999E-01	4.872040000000072E-01	-7.327471962526033E-15
7.980000000000000E-01	6.368040000000000E-01	6.368039999999997E-01	3.330669073875470E-16
8.980000000000000E-01	8.064040000000000E-01	8.064039999999989E-01	1.110223024625157E-15
9.980000000000000E-01	9.960040000000000E-01	9.960039999999989E-01	1.110223024625157E-15
1.000000000000000E+00	1.000000000000000E+00	1.000000000000000E+00	0.000000000000000E+00

```
.422 = tempo de CPU (segundos)
```

Figura 20.4 Arquivo de resultados do programa20 para os dados da Figura 20.1.

### Exercício 20.3

Executar novamente o programa20 usando os mesmos dados da Figura 20.1 mas com matriz = 1 e solver = 3 (método TDMA). Anotar o tempo de CPU.

### Exercício 20.4

Fazer uma tabela para comparar o tempo de CPU mostrado nos itens 14 a 16 da seção 20.1, acima, com aqueles obtidos nos Exercícios 20.1 a 20.3. Observar os efeitos da matriz (1 ou 2) e do solver (1, 2 ou 3). Deve-se perceber que há um grande efeito do tipo de solver usado para resolver o mesmo problema.

### Exercício 20.5

Repetir os Exercícios 20.1 a 20.4 para N = 1001. Quando usar solver = 2, utilizar iteracao = 1400000.

### **Exercício 20.6**

Executar novamente o programa20 usando os mesmos dados da Figura 20.1 mas com  $N = 1000001$ ,  $\text{matriz} = 1$ ,  $\text{solver} = 3$  (método TDMA) e  $w = 10000$ . Verificar o tempo de CPU.