

**SOLUÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS EM MOTOR-FOGUETE
COM REFRIGERAÇÃO REGENERATIVA**

Carlos Henrique Marchi

Fernando Laroça

Antônio Fábio Carvalho da Silva

José Nivaldo Hinckel

XXI CILAMCE

21th Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering

Rio de Janeiro, RJ, dezembro de 2000

CD-ROM

SOLUÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS EM MOTOR-FOGUETE COM REFRIGERAÇÃO REGENERATIVA

Carlos Henrique Marchi⁺, Fernando Laroca⁺,
Antônio Fábio Carvalho da Silva[#] e José Nivaldo Hinckel^{*}

⁺ Universidade Federal do Paraná
Curitiba, PR
marchi@cce.ufpr.br, fernando@cce.ufpr.br

[#] Universidade Federal de Santa Catarina
Florianópolis, SC
fabio@sinmec.ufsc.br

^{*} Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
São José dos Campos, SP
hinckel@dem.inpe.br

Palavras-chave: motor-foguete, simulação numérica, escoamentos de fluidos, propulsão, refrigeração.

Resumo. Neste trabalho apresenta-se um modelo matemático unidimensional para escoamentos em motor-foguete com refrigeração regenerativa. Os objetivos principais são determinar o empuxo produzido pelo motor, a temperatura máxima atingida pela parede e a queda de pressão do refrigerante. O modelo matemático envolve o escoamento de um gás na câmara de combustão e bocal convergente-divergente, o escoamento de um refrigerante nos canais dispostos em torno do motor, e a condução de calor na parede entre os gás e o refrigerante. O modelo numérico empregado é baseado no método dos volumes finitos e utiliza funções de interpolação de segunda ordem. Para um problema hipotético proposto, são apresentados resultados numéricos com estimativa de seus erros. E são comparados os efeitos sobre os resultados ao se usar propriedades constantes ou variáveis para o gás, o refrigerante e a parede.

1 INTRODUÇÃO

Diversos foguetes de grande porte usam motores a propelente líquido com refrigeração regenerativa (Fig. 1). Para o projeto desses motores, os parâmetros de interesse principal neste trabalho são o empuxo (F) produzido pelo motor, a temperatura máxima (T_{MAX}) atingida pela parede e a queda de pressão (Δp) do escoamento do refrigerante ao longo dos canais (Fig. 2).

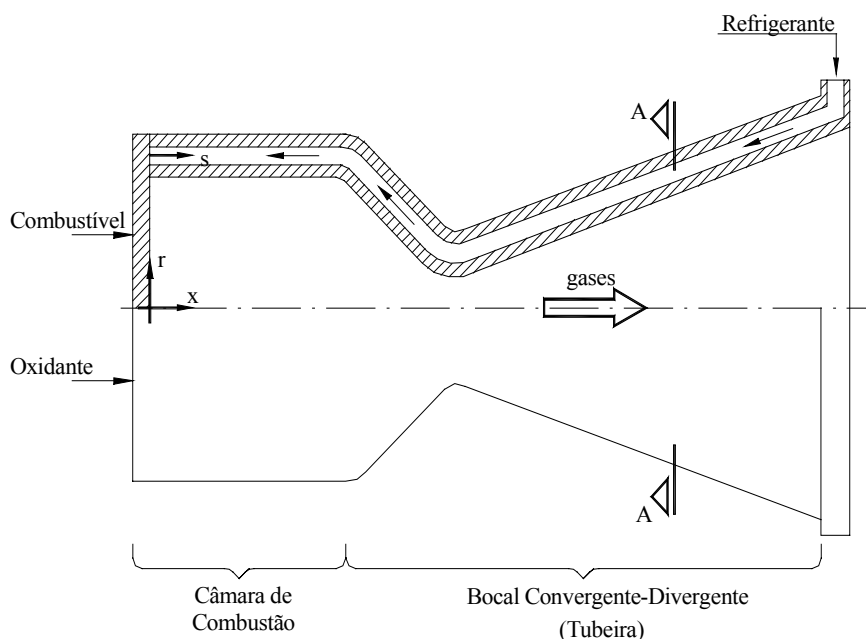


Figura 1. Motor-foguete bipropelente com refrigeração regenerativa.

A determinação do empuxo é fundamental para atender à missão de um foguete: massa da carga útil, um satélite por exemplo, e sua órbita. A distribuição de temperaturas da parede e seu valor máximo são essenciais na previsão da vida útil do motor e de sua falha estrutural. Finalmente, a queda da pressão do refrigerante ao longo dos canais é importante para dimensionar o seu sistema de bombeamento.

Vários fenômenos estão envolvidos no funcionamento dos motores-foguetes a propelente líquido^{1,2,3,4}. Em linhas gerais, o combustível e o oxidante, no estado líquido, são injetados com determinado fluxo de massa na câmara de combustão (Fig. 1). Em seguida, são atomizados e misturados, reagem quimicamente, atingindo elevados níveis de pressão e temperatura, e produzindo gases que escoam através de um bocal do tipo convergente-divergente (tubeira). Devido à elevada carga térmica imposta à parede interna do motor (Fig. 2), esta deve ser refrigerada ativamente para manter sua temperatura dentro dos limites aceitáveis. Comumente, o próprio combustível é usado como refrigerante antes de ser injetado

na câmara de combustão. Os gases partem de velocidades subsônicas na câmara, atingem velocidades transônicas na região do estreitamento do bocal (garganta), e chegam a velocidades supersônicas na saída da tubeira.

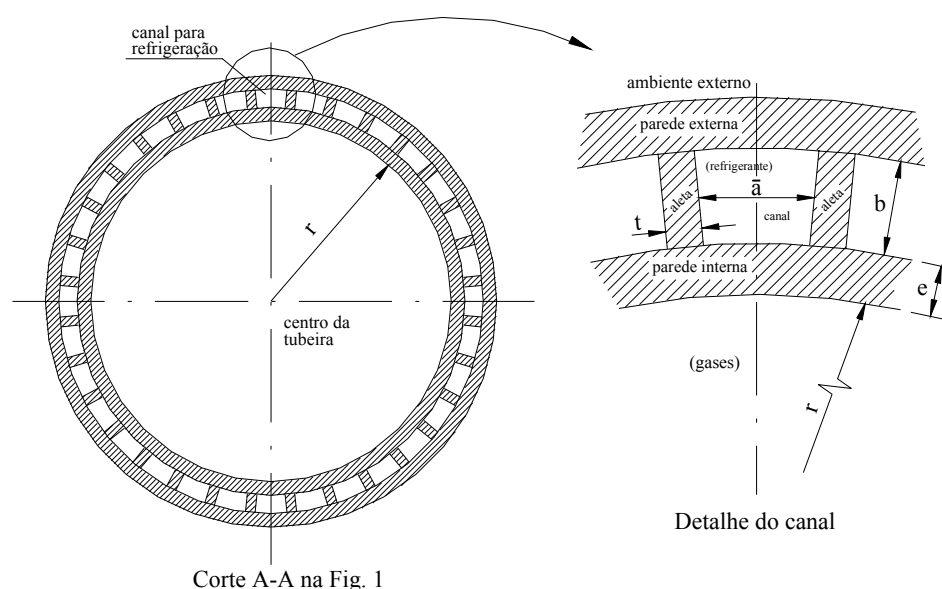


Figura 2. Parâmetros geométricos dos canais de refrigeração.

No motor Vulcain^{5,6} do foguete Ariane 5, por exemplo, o oxidante é oxigênio líquido e o combustível/refrigerante é hidrogênio líquido. A parede interna do motor, bem como as aletas dos canais (Fig. 2) são de cobre e a parede externa é de níquel. O empuxo ao nível do mar é de 1007 kN, a temperatura máxima da parede chega a 750 K e a queda de pressão do refrigerante é de 23 bar. A pressão e a temperatura na câmara de combustão são de 100 bar e 3500 K, aproximadamente, e o fluxo de massa dos gases é de 232,3 kg/s. O fluxo de calor na parede interna no lado dos gases atinge 60 MW/m² na região da garganta da tubeira. A altura (b) e a largura (a) dos canais (Fig. 2) variam nas faixas de 9,5-12 mm e 1,3-2,6 mm, respectivamente, sendo o fluxo de massa do refrigerante de 33,7 kg/s na soma de todos os 360 canais deste motor. Os diâmetros da câmara e da garganta são de 0,415 m e 0,262 m, e o comprimento total do motor com refrigeração em contra-corrente é de 0,75 m.

No problema real, a determinação de F , T_{MAX} e Δp pode ser dividida em três subproblemas acoplados, assim definidos^{4,5}:

1. escoamento reativo turbulento de uma mistura de gases num motor-foguete (Fig. 1) composto por uma câmara de combustão e um bocal do tipo convergente-divergente (tubeira);

2. condução de calor através da parede do motor-foguete entre os gases no seu interior e o líquido refrigerante (Fig. 2); e
3. escoamento turbulento do líquido refrigerante nos canais em torno do motor-foguete (Fig. 2).

Uma das conclusões do trabalho de Habiballah et al.⁴ é que é necessário mais progresso em validação experimental, na modelagem dos fenômenos envolvidos para determinar F , T_{MAX} e Δp , e no desenvolvimento de métodos numéricos que demandem menor tempo de computação. Por exemplo, apenas a solução numérica tridimensional do escoamento do hidrogênio líquido nos canais do motor Vulcain leva dezenas de horas numa *workstation* IBM 350 com malha relativamente grossa⁵. Em função disso, ainda atualmente, os projetos de motores-foguetes são feitos essencialmente com modelos unidimensionais e fatores de correção empíricos⁵.

Portanto, o principal objetivo do presente trabalho é propor um modelo matemático unidimensional, e respectivo modelo numérico para resolvê-lo, visando determinar F , T_w e Δp . A aplicação destes modelos é feita para um problema hipotético proposto. São apresentados resultados numéricos com estimativa de seus erros. E são comparados os efeitos sobre estes resultados ao se usar propriedades constantes ou variáveis para o gás, o refrigerante e a parede.

Há muita dificuldade de se encontrar na literatura dados suficientes para realizar comparações com resultados experimentais ou numéricos do problema aqui abordado. Desta forma, um cuidado que se tem neste trabalho é definir claramente todos os dados necessários para futuras comparações de outros autores, para que estes possam analisar os modelos matemático e numérico aqui empregados. Além disso, são fornecidas estimativas de erros dos resultados apresentados, o que facilita ainda mais as futuras comparações.

A seguir, na seção 2, apresenta-se o modelo matemático empregado que contempla, entre outros, efeitos de área e propriedades variáveis, forças viscosas cisalhantes, e troca de calor com a parede por convecção e radiação. O modelo numérico é descrito na seção 3; ele usa o método dos volumes finitos para resolver tanto o escoamento dos gases quanto o escoamento do refrigerante (líquido). O problema resolvido é definido na seção 4 e seus resultados numéricos são apresentados e discutidos na seção 5.

2 MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático do problema é dividido em três submodelos. O primeiro para o escoamento da mistura de gases no interior da câmara-tubeira. O segundo para o escoamento do refrigerante dentro dos canais. E o terceiro para a condução de calor na parede do motor-foguete. Os modelos matemáticos empregados nestes dois últimos subproblemas são muito semelhantes àqueles usados por Rubin e Hinckel⁷ e Rubin⁸. E o modelo matemático para o escoamento dos gases é basicamente o de Laroça et al.⁹

2.1 Escoamento dos gases

As principais simplificações usadas sobre o problema real são: o escoamento é unidimensional e não-reativo; e o fluido que escoar é um gás de composição constante, monoespécie, e termicamente perfeito. O escoamento deste gás no interior do motor-foguete é modelado através das equações de conservação da massa, da quantidade de movimento linear e da energia, e da equação de estado dos gases perfeitos dadas; estas equações são representadas respectivamente por

$$\frac{d}{dx}(\rho u A) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d}{dx}(\rho u^2 A) = -A \frac{dp}{dx} + F' \quad (2)$$

$$c_p \frac{d}{dx}(\rho u A T) = u A \frac{dp}{dx} + q' \quad (3)$$

$$p = \rho R T \quad (4)$$

onde ρ , u , p e T são as quatro variáveis dependentes que representam massa específica, velocidade, pressão e temperatura do gás; x é a variável independente e representa a direção coordenada ao longo do eixo longitudinal do motor-foguete (Fig. 1); A é a área da seção transversal ao eixo x por onde ocorre o escoamento do gás; c_p e R são o calor específico à pressão constante e a constante do gás; e F' e q' modelam os efeitos das forças viscosas cisalhantes e de ganho e perda de calor, sendo dados por

$$F' = -\frac{\pi}{8} f \rho u |u| D \quad (5)$$

$$q' = |u F'| + A'_{wh} (q''_h + q''_r) \quad (6)$$

onde f e D representam o fator de atrito de Darcy, e o diâmetro da seção circular que é transversal ao eixo x por onde escoar o gás; A'_{wh} é a área da parede interna (A_{wh}) por unidade de comprimento em x , Fig. 2, que está em contato com o gás; q''_h e q''_r representam os fluxos de calor por convecção e por radiação para a parede que, conforme Huzel e Huang² e Bejan¹⁰, são modelados através de

$$q''_h = h_g (T_{wh} - T_{aw}) \quad (7)$$

$$q_r'' = \bar{\varepsilon} \sigma (T_{wh}^4 - T^4) \quad (8)$$

onde h_g , T_{wh} e σ são o coeficiente de convecção entre o gás e a parede, a temperatura da parede no lado do gás e a constante de Stefan-Boltzmann ($5,67051 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}^4$); T_{aw} e $\bar{\varepsilon}$ representam a temperatura de parede adiabática² e a emissividade¹⁰ entre o gás e a parede, sendo calculados por

$$T_{aw} = T \left[1 + g \frac{(\gamma - 1)}{2} M^2 \right] \quad (9)$$

$$\bar{\varepsilon} = \left(\frac{1}{\varepsilon_w} + \frac{1}{\varepsilon_g} - 1 \right)^{-1} \quad (10)$$

onde g e γ são o fator de recuperação e a razão dos calores específicos; ε_w e ε_g são as emissividades da parede e do gás; e M é o número de Mach do escoamento, dado por

$$M = \sqrt{\gamma RT} \quad (11)$$

Reconhece-se que o modelo usado para contemplar o efeito da radiação térmica, conforme as Eqs. (8) e (10), é uma simplificação forte. Mas é uma forma de se considerar este efeito do problema real, onde a radiação térmica é de grande importância em função das temperaturas elevadas que estão envolvidas¹.

Na equação da quantidade de movimento linear, portanto, o modelo matemático considera os efeitos de advecção, pressão e fricção (forças viscosas cisalhantes). Já na equação da energia são considerados os efeitos de advecção, compressibilidade, aquecimento cinético devido à fricção, e a perda de calor para a parede por convecção e radiação. Este modelo permite resolver escoamentos com A , c_p , f , h_g , g , $\bar{\varepsilon}$ e T_{wh} variáveis com x , além das incógnitas u , p , T e ρ .

2.2 Escoamento do refrigerante

O escoamento do refrigerante no interior dos canais é modelado através das equações de conservação da massa, da quantidade de movimento linear e da energia, e por uma equação constitutiva polinomial dadas, respectivamente, por

$$\frac{d}{ds}(\rho u A) = 0 \quad (12)$$

$$\frac{d}{ds}(\rho u^2 A) = -A \frac{dp}{ds} + F' \quad (13)$$

$$c_p \frac{d}{ds}(\rho u A T) = \beta T u A \frac{dp}{ds} + q' \quad (14)$$

$$\rho = \rho_a + \rho_b T + \rho_c T^2 \quad (15)$$

onde ρ , u , p e T são as quatro variáveis dependentes que representam massa específica, velocidade, pressão e temperatura do refrigerante; s é a variável independente e representa o comprimento do escoamento ao longo do centro de um canal (Fig. 1); A é a área da seção transversal à direção s por onde o refrigerante escoar; c_p e β são o calor específico à pressão constante e o coeficiente de expansão térmica; ρ_a , ρ_b e ρ_c são constantes vinculadas a cada tipo de refrigerante, assumindo que sua massa específica possa ser representada por um polinômio quadrático; F' é dado pela Eq. (5), apenas considerando D o diâmetro hidráulico do canal; q' é dado por

$$q' = |u F'| + A'_{wc} q''_c \quad (16)$$

onde A'_{wc} é a área de troca de calor (A_{wc}), por unidade de comprimento em s , entre o refrigerante e as paredes que o limitam, com¹⁰

$$q''_c = h_c (T_{wc} - T) \quad (17)$$

onde h_c e T_{wc} são o coeficiente de convecção entre o refrigerante e a parede, e a temperatura da parede interna no lado do refrigerante.

Portanto, na equação da quantidade de movimento linear, o modelo matemático considera os efeitos de advecção, pressão e fricção (forças viscosas cisalhantes). Já na equação da energia são considerados os efeitos de advecção, expansão, e o ganho de calor da parede e devido ao aquecimento cinético resultante da fricção. Este modelo permite resolver escoamentos com A , c_p , f , h_c , β e T_{wc} variáveis com s , além das incógnitas u , p , T e ρ . A principal simplificação que este modelo envolve é considerar o escoamento unidimensional.

2.3 Condução de calor na parede

Os fluxos de calor por convecção e radiação do gás atingem a parede e são transmitidos por condução através dela até serem transportados por convecção para o refrigerante. Este processo é modelado por

$$q = (q''_h + q''_r) A_{wh} = q''_w A_{wh} = q''_c A_{wc} \quad (18)$$

onde q é a taxa de transferência de calor através da parede; A_{wh} é a área da parede interna (Fig. 2) do motor-foguete em contato com o gás; A_{wc} é a área efetiva de troca de calor entre a parede e o refrigerante; e q_w'' é o fluxo de calor através da parede, obtido de

$$q_w'' = \frac{\bar{k}_w}{e} (T_{wh} - T_{wc}) \quad (19)$$

com

$$\bar{k}_w = k_a + \frac{k_b}{2} (T_{wc} + T_{wh}) + \frac{k_c}{3} \frac{(T_{wh}^3 - T_{wc}^3)}{(T_{wh} - T_{wc})} \quad (20)$$

onde

$$k_w = k_a + k_b T_w + k_c T_w^2 \quad (21)$$

sendo T_w a temperatura da parede variável ao longo da sua espessura “e”, e k_a , k_b e k_c são constantes que definem o material da parede, assumindo que sua condutividade térmica possa ser descrita por um polinômio quadrático. As Eqs. (19) e (20) representam a solução analítica da condução de calor unidimensional no sentido radial, para k_w dado pela Eq. (21), e sem efeito do raio.

A área efetiva de troca de calor entre a parede e o refrigerante, A_{wc} , é dada por

$$A_{wc} = A_b + A_a \eta \quad (22)$$

onde A_b é a área da parede interna (Fig. 2) em contato com o refrigerante ou a área da base do canal; A_a é a área das aletas em contato com o refrigerante; e η é a eficiência das aletas. A área da parede externa do motor-foguete (Fig. 2) em contato com o refrigerante é considerada adiabática, não entrando, portanto, na Eq. (22).

O acoplamento entre os três subproblemas, cujos modelos matemáticos foram apresentados acima, é explicado a seguir.

3 MODELO NUMÉRICO

O modelo numérico usado para resolver o escoamento do gás e do refrigerante é baseado no método dos volumes finitos¹¹. Os domínios por onde o gás e o refrigerante escoam (Fig. 1) são subdivididos em n volumes de controle nas direções x e s . Estes volumes de controle podem ter comprimento constante ou variável ao longo de cada um dos dois domínios de cálculo.

As equações de conservação do modelo matemático, Eqs. (1) a (3) e (12) a (14), são integradas sobre cada volume de controle seguindo basicamente o procedimento de Marchi e Maliska¹²; uma alteração feita é que no presente trabalho usa-se a função de interpolação CDS de 2ª ordem com correção adiada, na forma apresentada no trabalho de Lilek et al.¹³ O processo de integração resulta num sistema de equações algébricas para cada equação de

conservação, que é resolvido pelo método TDMA^{11,14}. A equação de conservação da massa (Eq. 1 ou 12) é usada para se obter a pressão p , a quantidade de movimento linear (Eq. 2 ou 13) para a velocidade u , e a equação da energia (Eq. 3 ou 14) para a temperatura T ; a massa específica ρ é obtida da Eq. (4) ou da Eq. (15).

O processo iterativo empregado para resolver o modelo matemático dado pelas Eqs. (1) a (4) ou (12) a (15) é em linhas gerais:

1. leitura dos dados;
2. estimativa inicial da solução para u , p , T e ρ ;
3. cálculo de propriedades (f , h , c_p e outros);
4. cálculo dos coeficientes do sistema de equações algébricas originado da equação de conservação da quantidade de movimento linear e obtenção da solução de u ;
5. cálculo dos coeficientes do sistema de equações algébricas originado da equação de conservação da energia e obtenção da solução de T ;
6. cálculo de ρ ;
7. cálculo dos coeficientes do sistema de equações algébricas originado da equação de conservação da massa e obtenção da solução de p ; e
8. retorno ao item 3 até atingir o número desejado de iterações.

3.1 Condições de contorno para o escoamento do gás

As condições de contorno aplicadas para resolver o modelo matemático composto pelas Eqs. (1) a (4) são assim definidas na entrada da câmara de combustão: são prescritos T e p , designados por T_o e p_o ; u é extrapolado linearmente a partir dos dois volumes de controle adjacentes ao contorno; e ρ é obtido da Eq. (4) com T_o e p_o . Lembra-se que no escoamento em tuberias, o fluxo de massa é um resultado do problema, e não um dado. Na saída da tuberia, as condições de contorno são: p , T e u são extrapolados linearmente a partir dos dois volumes de controle adjacentes ao contorno; e ρ é obtido da Eq. (4) com p e T extrapolados.

3.2 Condições de contorno para o escoamento do refrigerante

As condições de contorno aplicadas para resolver o modelo matemático composto pelas Eqs. (12) a (15) são assim definidas na entrada dos canais: são prescritos T e u , designados por T_{in} e u_{in} ; p é extrapolado linearmente a partir dos dois volumes de controle adjacentes ao contorno; e ρ é obtido da Eq. (15) e designado por ρ_{in} . Na saída dos canais, as condições de contorno são: T e u são extrapolados linearmente a partir dos dois volumes de controle adjacentes ao contorno; p é prescrito igual a zero; e ρ é obtido da Eq. (15).

3.3 Acoplamento dos escoamentos e condução de calor na parede

O algoritmo utilizado para resolver o modelo matemático descrito nos itens 2.1 a 2.3, com o modelo numérico apresentado acima, é, em linhas gerais, o seguinte:

1) estima-se a temperatura da parede interna (Fig. 2) do motor-foguete em contato com o gás, designada por T_{wh} ;

2) resolve-se o escoamento do gás, Eqs. (1) a (4), obtendo-se u_g , p_g , T_g , ρ_g e q_g , onde

$$q_g = (q_h'' + q_r'') A_{wh} \quad (23)$$

com q_h'' e q_r'' dados pelas Eqs. (7) e (8);

3) resolve-se o escoamento do refrigerante, Eqs. (12) a (15), obtendo-se u_c , p_c , T_c e ρ_c ;

4) calcula-se a taxa de transferência de calor entre o gás e o refrigerante (q_T) através de

$$q_T = \frac{(T_{aw} - T_c)}{R_T} \quad (24)$$

onde R_T é a resistência térmica total, dada por

$$R_T = R_g + R_w + R_c \quad (25)$$

com

$$R_g = \frac{(T_{aw} - T_{wh})}{[h_g(T_{aw} - T_{wh}) + \bar{\varepsilon} \sigma (T_g^4 - T_{wh}^4)] A_{wh}} \quad (26)$$

$$R_w = \frac{e}{\bar{k}_w A_{wh}} \quad (27)$$

$$R_c = \frac{1}{h_c A_{wc}} \quad (28)$$

5) calculam-se T_{wh} e T_{wc} através de

$$T_{wh} = T_{aw} - q_T R_g \quad (29)$$

$$T_{wc} = T_{wh} - q_T R_w \quad (30)$$

e retorna-se ao item 3 até que a variação de Δp satisfaça algum critério de convergência ou se atinja o número especificado de iterações; as Eqs. (29) e (30) são obtidas a partir da Eq. (18) e seus respectivos gradientes de temperaturas e resistência térmica envolvidos;

6) calcula-se o erro percentual entre as soluções de q_g e q_T , que deve ser nulo quando o processo iterativo estiver plenamente convergido; esse erro é simbolizado por Δq e sua expressão é

$$\Delta q = 100 \frac{\left\{ \sum_{i=1}^n [(q_g)_i - (q_T)_i] \right\}}{\sum_{i=1}^n (q_T)_i} \quad (31)$$

com q_g e q_T dados pelas Eqs. (23) e (24); “i” representa cada volume de controle e “n” é o número total de volumes de controle usados para discretizar cada um dos dois domínios de cálculo: escoamento do gás e escoamento do refrigerante;

7) retorna-se ao item 2 até que Δq satisfaça alguma tolerância prescrita ou até que se atinja o número desejado de iterações.

O item 2 se constitui no ciclo iterativo de obtenção da solução do escoamento do gás, e os itens 3 a 5, no ciclo do escoamento do refrigerante junto com a condução de calor na parede. Finalmente, os itens 1 a 7 representam o ciclo iterativo global do problema que incorpora a solução dos escoamentos do gás e do refrigerante, e da condução de calor na parede.

4 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

O problema específico abordado neste trabalho é definido a seguir. É um problema totalmente hipotético mas no qual estão envolvidos dados típicos de motores-foguetes de grande porte, do tipo bipropelente com refrigeração regenerativa.

A geometria do motor-foguete é mostrada na Fig. 3. Ela é constituída pela câmara de combustão, que é uma seção cilíndrica de raio r_{in} e comprimento L_c , e pela tubeira de comprimento L_n , que é definida por uma cossenóide. O raio r na tubeira, isto é, para $x \geq L_c$, é dado por

$$r = r_g + \frac{(r_{in} - r_g)}{2} \left\{ 1 + \cos \left[2\pi \frac{(x - L_c)}{L_n} \right] \right\} \quad (32)$$

onde r_g é o raio na garganta da tubeira. Os dados empregados são: $r_{in} = 0,3$ m; $r_g = 0,1$ m; $L_c = 0,1$ m; e $L_n = 0,4$ m. Portanto, o motor-foguete tem comprimento total de $L_T = 0,5$ m; razões de contração e expansão de áreas do convergente e do divergente da tubeira iguais a 9 (nove);

e o raio de curvatura na garganta é $r_c = 4,053 \times 10^{-2}$ m. Para motores de grande porte, a razão de contração de áreas é em geral inferior a 2, e a razão de expansão, superior a 50.

O número de canais (m) empregado em torno do motor-foguete para escoar o refrigerante é $m = 200$. Cada um desses canais é definido pelos parâmetros “ e ”, “ b ” e “ t ” mostrados na Fig. 2. Eles significam: “ e ”, espessura da parede interna do motor-foguete; “ b ”, altura de cada canal por onde escoar o refrigerante; e “ t ”, espessura da parede que divide cada canal, ou seja, é a espessura das aletas do canal. Os valores usados são: $e = 2$ mm; $b = 5$ mm; e $t = 1,5$ mm. O parâmetro \bar{a} , mostrado na Fig. 2, é a largura média de cada canal; seu valor é função dos parâmetros anteriores:

$$\bar{a} = \frac{\pi}{mb} [(r+e+b)^2 - (r+e)^2] - t \quad (33)$$

para $m > 1$. Mesmo com “ e ”, “ b ” e “ t ” constantes, \bar{a} não é constante devido à variação do raio r da tubeira. Para os dados acima, a razão entre altura e largura média do canal resulta em aproximadamente $b / \bar{a} = 0,62$ a $2,8$.

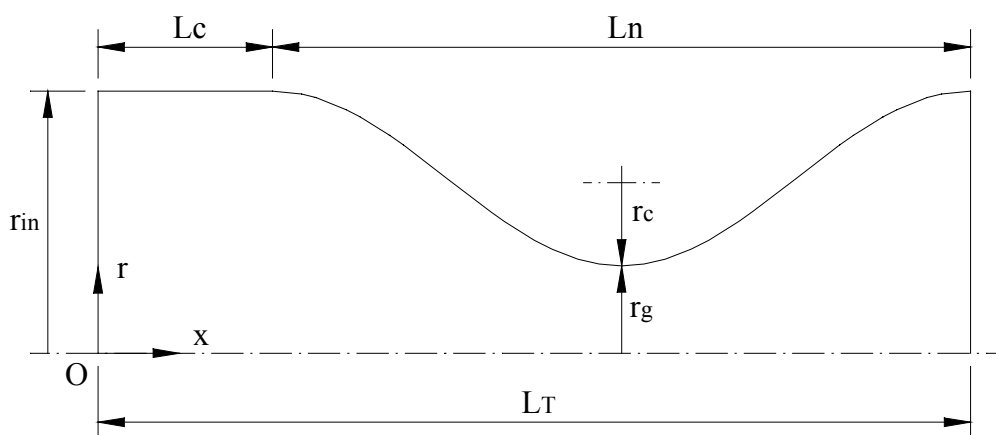


Figura 3. Parâmetros geométricos do motor-foguete.

Os canais cobrem todo o comprimento do motor-foguete (L_T), acompanhando o raio variável da tubeira. Considerou-se o cobre comercial como o material das paredes do motor-foguete. O escoamento do gás é no sentido positivo do eixo x , e do refrigerante, no sentido negativo.

Com os dados acima, alguns parâmetros geométricos importantes, para quatro algarismos significativos, são: $A_{wh} = 9,242 \times 10^{-1} \text{ m}^2$, $A_b = 7,272 \times 10^{-1} \text{ m}^2$, $A_a = 1,371 \text{ m}^2$, e a razão entre o comprimento total do escoamento do refrigerante no centro de um canal e L_T é 1,371.

O fluido escoando na câmara de combustão e na tubeira é H_2O com as seguintes condições na entrada da câmara de combustão para a pressão, temperatura, razão de calores específicos e a constante do gás: $p_o = 20 \text{ bar}$; $T_o = 3424,2 \text{ K}$; $\gamma_o = 1,16695$; e $R = 461,525 \text{ J/kg.K}$.

O fluido refrigerante escoando nos canais é água, com a temperatura na entrada dos canais $T_{in} = 300 \text{ K}$, e o fluxo de massa total nos 200 canais de 200 kg/s .

Esta situação se aplica para um motor a ser testado em terra com refrigeração independente. Nos motores de vôo há a restrição adicional que a disponibilidade de fluido de refrigeração está limitada à quantidade de combustível consumida pelo motor e usado como fluido de refrigeração. Esta limitação tem uma grande influência sobre a escalabilidade do motor, visto que a razão de área de refrigeração sobre volume da câmara varia bastante com o tamanho do motor.

O objetivo das simulações numéricas é obter a solução do modelo matemático descrito na seção 2 para os seguintes parâmetros de interesse:

1) **coeficiente de descarga (C_d)**: razão entre as soluções numérica (\dot{M}_n) e analítica (\dot{M}_a) do fluxo de massa escoando na tubeira, isto é,

$$C_d = \frac{\dot{M}_n}{\dot{M}_a} \quad (34)$$

2) **empuxo adimensional (F^*)**: razão entre as soluções numérica (F_n) e analítica (F_a) do empuxo produzido pela tubeira, ou seja,

$$F^* = \frac{F_n}{F_a} \quad (35)$$

onde

$$F = \dot{M} u_{ex} \quad (36)$$

e u_{ex} é a velocidade do gás na saída da tubeira;

3) **temperatura máxima da parede (T_{MAX})**, obtida das distribuições de temperaturas T_{wc} e T_{wh} ;

4) **queda da pressão do refrigerante (Δp)** entre a entrada e a saída dos canais; e

5) **a temperatura com que o refrigerante sai dos canais (T_{ex})**.

A solução analítica¹⁵ do escoamento isentrópico unidimensional de um gás compressível, e caloricamente e termicamente perfeito, para o motor-foguete definido acima resulta em: $\dot{M}_a = 3,208932 \times 10^1$ kg/s; $F_a = 1,009365 \times 10^5$ N; $u_{ex} = 3,145486 \times 10^3$ m/s; $c^* = 1,958030 \times 10^3$ m/s; $C_F = 1,606454$; $I_s = 3,207503 \times 10^2$ s; $M_g = 1$; e $M_{ex} = 3,117115$; onde c^* , C_F e I_s são a velocidade característica, o coeficiente de empuxo e o impulso específico, conforme definidos por Sutton¹; e M_g e M_{ex} , o número de Mach na garganta e na saída da tubeira.

5 RESULTADOS

São apresentados, a seguir, os resultados para dois tipos de simulações numéricas realizadas: (1) usando propriedades constantes para o gás, o refrigerante e a parede; e (2) usando propriedades variáveis.

5.1 Propriedades constantes

Além dos dados já apresentados na seção 4, as soluções numéricas para propriedades constantes foram obtidas com os seguintes dados adicionais:

- escoamento do gás: $f = 2,40 \times 10^{-3}$; $h_g = 1,60 \times 10^3$ W/m².K; $g = 1$; $\bar{\varepsilon} = 0,25$; $c_p = \gamma_0 R / (\gamma_0 - 1)$;
- escoamento do refrigerante: $f = 3,90 \times 10^{-3}$; $h_c = 3,10 \times 10^4$ W/m².K; $\eta = 0,50$; $\beta = 0$; $\rho_a = 996,10$ kg/m³; $\rho_b = \rho_c = 0$; $c_p = 4,180 \times 10^3$ J/kg.K;
- parede: $k_a = 376,50$ W/m.K; $k_b = k_c = 0$.

Os dados acima se baseiam nas condições na entrada da câmara de combustão, no caso do gás, e nas condições na entrada dos canais, no caso do refrigerante; os valores destes dados foram obtidos dos resultados das simulações com propriedades variáveis, que são relatadas na seção 5.2, abaixo. Estes dados são considerados as escolhas naturais para simulações com propriedades constantes, exceto quanto à eficiência das aletas, para a qual se assumiu o valor médio entre o mínimo (0) e o máximo (1) possíveis. Outra exceção é $\bar{\varepsilon}$ para o qual apenas arbitrou-se seu valor.

Visando considerar o efeito da bidimensionalidade da tubeira sobre o escoamento unidimensional dos gases, o valor prescrito para a pressão na entrada da câmara de combustão, $p_o = 20$ bar, é alterado para o produto $p_o \psi$. O fator de correção ψ é o coeficiente de descarga teórico de Kliegel e Levine¹⁶, calculado com base em γ_0 e a razão entre r_c e r_g . Para a tubeira em consideração, Fig. 3, o valor resultante é $\psi = 0,9750$. Desta forma, nas simulações empregou-se $p_o = 19,50$ bar mas manteve-se o valor de 20 bar para calcular a solução analítica já apresentada.

Os resultados obtidos para os cinco parâmetros de interesse relacionados na seção 4, e seus respectivos erros estimados são apresentados na Tabela 1, para cada domínio discretizado com $n = 1280$ volumes de controle. Os erros estimados referem-se apenas ao erro de discretização¹¹ que existe na solução numérica do modelo matemático do problema. Estes erros não contemplam os chamados erros de modelagem, isto é, os erros relacionados ao modelo matemático empregado para representar o problema real.

5.2 Propriedades variáveis

A obtenção das soluções numéricas com propriedades variáveis foi realizada com os dados apresentados na seção 4 acrescidos dos seguintes:

a) escoamento do gás:

f: equação de Miller¹⁷, com rugosidade absoluta da parede igual a 5×10^{-6} m;

h_g : equação de Bartz¹⁸;

$$g = Pr^{1/3}$$

$$\bar{\varepsilon} = 0,250$$

$c_p(T)$, $\mu(T)$ e $k(T)$: equações de McBride et al.¹⁹ para $H_2O_{(g)}$;

$$\gamma = c_p / (c_p - R)$$

onde o número de Prandtl é $Pr = c_p \mu / k$, e μ e k são a viscosidade absoluta e a condutividade térmica;

b) escoamento do refrigerante:

f: equação de Miller¹⁷, com rugosidade absoluta da parede igual a 5×10^{-6} m;

h_c : equação de Gnielinski²⁰;

η : equação de Bejan¹⁰ para aletas retangulares com ponta isolada;

$\beta = -(\rho_b + 2\rho_c T) / \rho$, conforme definição de β dada por Bejan¹⁰ e ρ dado pela Eq. (15);

$\rho(T)$: Eq. (15) com $\rho_a = 751,5644 \text{ kg/m}^3$, $\rho_b = 1,891228 \text{ kg/m}^3 \cdot K$ e $\rho_c = -3,5873915 \times 10^{-3} \text{ kg/m}^3 \cdot K^2$, para polinômio ajustado sobre os dados tabelados¹⁰ para $H_2O_{(l)}$;

$c_p(T)$: equação de McBride et al.¹⁹ para $H_2O_{(l)}$;

$\mu(T)$ e $k(T)$: equações de Reid et al.²¹ para $H_2O_{(l)}$;

c) parede: $k_w(T)$: Eq. (21) com $k_a = 385,875 \text{ W/m.K}$, $k_b = -2,600 \times 10^{-3} \text{ W/m.K}^2$ e $k_c = -5,006 \times 10^{-5} \text{ W/m.K}^3$, de acordo com Rubin⁸ para os dados tabelados por Sutton¹.

Tabela 1. Resultados para propriedades constantes com 1280 volumes de controle.

parâmetro	resultado e erro estimado
C_d	$0,980260 \pm 3 \times 10^{-6}$ (adimensional)
F^*	$0,974764 \pm 5 \times 10^{-6}$ (adimensional)
T_{MAX}	$497,148 \pm 6 \times 10^{-3} \text{ K}$
Δp	$7,61096 \pm 7 \times 10^{-5} \text{ bar}$
T_{ex}	$306,778 \pm 1 \times 10^{-3} \text{ K}$

A mesma consideração sobre p_o da seção 5.1 foi feita aqui, isto é, usou-se $p_o = 19,50 \text{ bar}$. Os resultados obtidos para os cinco parâmetros de interesse relacionados na seção 4, e seus respectivos erros estimados são apresentados na Tabela 2. A estimativa dos erros mostrados nas Tabelas 1 e 2 foi realizada com base no estimador GCI^{22} .

As distribuições de temperaturas da parede no lado do gás (T_{wh}), da parede no lado do refrigerante (T_{wc}) e do refrigerante (T_c) são mostrados na Fig. 4 junto com o perfil do motor-foguete.

Nas Tabelas 3 e 4 são mostradas as faixas de variação ao longo de x de diversas propriedades do gás, do refrigerante e da parede, com indicação da coordenada x onde ocorrem os seus mínimos e máximos. Lembra-se que $x = 0$ representa o início da câmara de combustão (Fig. 3), ponto a partir do qual o gás começa a escoar, e $x = 0,5$ indica o comprimento total do motor, coordenada em que o refrigerante entra nos canais. A coordenada da garganta da tubeira é $x_g = 0,3$.

Tabela 2. Resultados para propriedades variáveis com 1280 volumes de controle.

parâmetro	resultado e erro estimado
C_d	$0,984457 \pm 4 \times 10^{-6}$ (adimensional)
F^*	$0,973851 \pm 6 \times 10^{-6}$ (adimensional)
T_{MAX}	$615,331 \pm 2 \times 10^{-3}$ K
Δp	$8,37897 \pm 6 \times 10^{-5}$ bar
T_{ex}	$311,200 \pm 1 \times 10^{-3}$ K

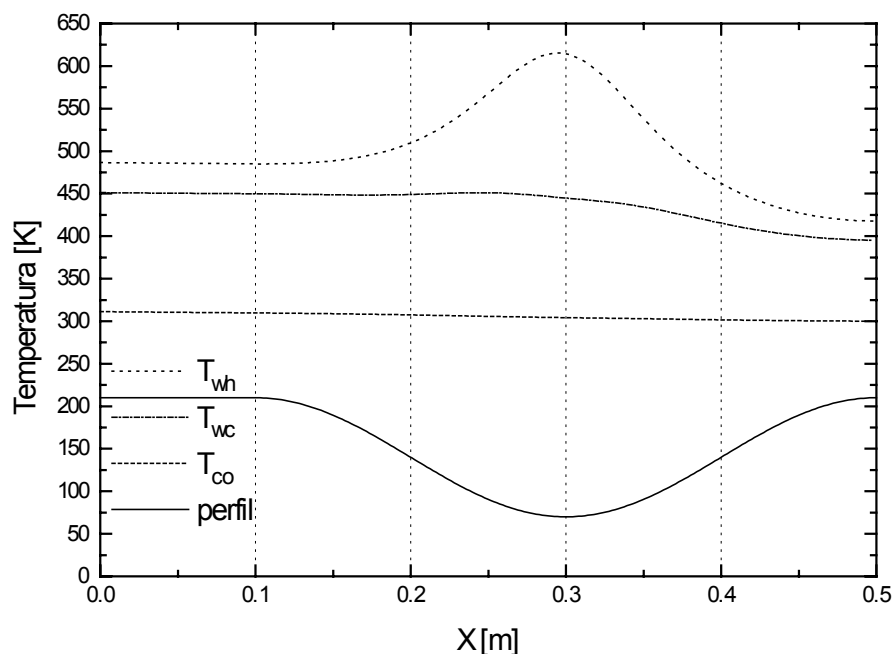


Figura 4. Temperaturas da parede e do refrigerante para propriedades variáveis.

O ciclo iterativo para resolver os escoamentos do gás e do refrigerante, apresentado no início da seção 3, foi executado até se atingir o erro de máquina. Isto é, o erro de iteração e o erro de arredondamento não afetam os primeiros 12 algarismos de todas as variáveis de interesse em todas as simulações feitas. O número de iterações que garante isso, para propriedades variáveis, oscila entre 2 e 35 mil no caso do escoamento do gás, e entre 1 e 3 mil no caso do escoamento do refrigerante, com o número de volumes de controle de 10 a 1280.

Tabela 3. Valores mínimos e máximos das propriedades variáveis para o escoamento do gás e, entre parênteses, suas respectivas coordenadas x , para $n = 1280$ volumes.

propriedade	mínimo	máximo
f (adimensional)	$2,104 \times 10^{-3}$ (0,330)	$2,396 \times 10^{-3}$ (zero)
h_g (W/m ² .K)	$1,376 \times 10^3$ (0,500)	$1,102 \times 10^4$ (0,299)
c_p (J/kg.K)	$2,751 \times 10^3$ (0,500)	$3,226 \times 10^3$ (zero)
γ (adimensional)	1,167 (zero)	1,202 (0,500)
μ (Pa.s)	$6,278 \times 10^{-5}$ (0,500)	$1,056 \times 10^{-4}$ (zero)
k (W/m.K)	$2,067 \times 10^{-1}$ (0,500)	$4,719 \times 10^{-1}$ (zero)
g (adimensional)	$8,969 \times 10^{-1}$ (zero)	$9,419 \times 10^{-1}$ (0,500)
$ q''_{wh} $ (W/m ²)	$4,221 \times 10^6$ (0,500)	$3,146 \times 10^7$ (0,297)
$ q''_r / (q''_r + q''_h) $ (ad.)	$3,025 \times 10^{-2}$ (0,500)	$2,942 \times 10^{-1}$ (zero)

Tabela 4. Valores mínimos e máximos das propriedades variáveis para o escoamento do refrigerante e, entre parênteses, suas respectivas coordenadas x , para $n = 1280$ volumes.

propriedade	mínimo	máximo
f (adimensional)	$3,824 \times 10^{-3}$ (zero)	$4,480 \times 10^{-3}$ (0,300)
h_c (W/m ² .K)	$3,066 \times 10^4$ (0,500)	$1,619 \times 10^5$ (0,299)
c_p (J/kg.K)	$4,168 \times 10^3$ (zero)	$4,179 \times 10^3$ (0,500)
μ (Pa.s)	$6,932 \times 10^{-4}$ (zero)	$8,716 \times 10^{-4}$ (0,500)
k (W/m.K)	$6,192 \times 10^{-1}$ (0,500)	$6,344 \times 10^{-1}$ (zero)
η (adimensional)	$2,633 \times 10^{-1}$ (0,299)	$5,639 \times 10^{-1}$ (0,500)
β (K ⁻¹)	$2,623 \times 10^{-4}$ (0,500)	$3,441 \times 10^{-4}$ (zero)
q''_c (W/m ²)	$2,920 \times 10^6$ (0,500)	$2,278 \times 10^7$ (0,297)
k_w (W/m.K)	$3,703 \times 10^2$ (0,293)	$3,765 \times 10^2$ (0,500)

Já o ciclo iterativo do acoplamento entre os escoamentos e a condução de calor na parede, citado no item 3.3, precisa apenas de 10 a 20 iterações para atingir o erro de máquina no caso das simulações com propriedades variáveis. Entretanto, apenas cinco iterações são suficientes para que o erro iterativo seja mais de mil vezes menor do que os erros mencionados na Tabela 2 e que se referem ao erro de discretização do domínio.

Empregando-se um microcomputador Pentium II de 200 MHz e linguagem Fortran 90 na implementação do programa, o tempo de computação necessário para obter os resultados mencionados nas Tabelas 1 e 2, com $n = 1280$ volumes de controle, foi respectivamente de 9,0 min e 1 h 44 min para propriedades constantes e variáveis. No caso de ser empregado apenas $n = 80$ volumes, o tempo de computação para propriedades variáveis se reduz a 59 segundos; sendo seus resultados apresentados na Tabela 5. Neste caso, deve-se notar que o erro estimado para o C_d , por exemplo, é da ordem daqueles obtidos experimentalmente: em três tubeiras semelhantes, Back et al.²³ estimaram o erro experimental no C_d na faixa de $\pm 0,005$ a $\pm 0,008$. Portanto, para a tubeira do presente trabalho, análises do efeito de cada dado do problema, visando o projeto da tubeira e de seu sistema de refrigeração, poderiam ser realizados com $n = 80$.

Tabela 5. Resultados para propriedades variáveis com 80 volumes de controle.

parâmetro	resultado e erro estimado
C_d	$0,985 \pm 3 \times 10^{-3}$ (adimensional)
F^*	$0,975 \pm 5 \times 10^{-3}$ (adimensional)
T_{MAX}	$615,1 \pm 3 \times 10^{-1}$ K
Δp	$8,4 \pm 3 \times 10^{-1}$ bar
T_{ex}	$311,2 \pm 1 \times 10^{-1}$ K

Comparando-se os resultados obtidos para propriedades constantes (Tabela 1) com aqueles obtidos para propriedades variáveis (Tabela 2), nota-se que as diferenças no C_d e F^* são menores que a estimativa do erro experimental²³. Entretanto, a diferença no resultado de Δp é considerável, e a de T_{MAX} é muito grande (118 K). Segundo a literatura^{3,5}, um erro de 40 a 50 K na temperatura da parede resulta numa previsão da vida útil do motor 50% menor, e relatam-se diferenças de 100 e 200 K entre resultados experimentais e numéricos unidimensionais para a temperatura da parede na câmara e no divergente da tubeira, respectivamente.

6 CONCLUSÃO

Foi proposto um modelo matemático unidimensional para o escoamento do gás num motor-foguete acoplado à condução de calor em sua parede e para o refrigerante que escoou sobre esta parede.

O modelo numérico implementado para resolver o modelo matemático é rápido e acurado do ponto de vista de projeto. Pois consegue produzir resultados com erro numérico estimado equivalente aos erros experimentais quando são usados 80 volumes de controle; neste caso, o tempo de computação fica em torno de um minuto num microcomputador Pentium II de 200 MHz.

Com base nas simulações realizadas para o problema específico analisado neste trabalho, verificou-se que é importante usar propriedades variáveis para se prever a temperatura máxima da parede do motor-foguete e a queda de pressão do refrigerante nos canais. Enquanto que o empuxo do motor não é muito afetado.

Agradecimentos

Os dois primeiros autores agradecem a UFPR, CAPES e CNPq pelo financiamento deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- [1] G. P. Sutton, *Rocket Propulsion Elements*, 6th ed., Wiley, (1992).
- [2] D. K. Huzel & D. H. Huang, *Modern Engineering for Design of Liquid-Propellant Rocket Engines*, AIAA Progress in Astronautics and Aeronautics, Vol. 147, (1992).
- [3] C. A. Schley, G. Hagemann, V. Golovitchev, "Comparison of High Pressure H₂/O₂ Rocket Model Engine Reference Simulations", *Proceedings of 31st Joint Propulsion Conference and Exhibit*, San Diego, CA, USA, AIAA 95-2429 (1995).
- [4] M. Habiballah, L. Vingert, V. Duthoit, P. Vuillemoz, "Research as a Key in the Design Methodology of Liquid-Propellant Combustion Devices", *Journal of Propulsion and Power*, **14**(5):782-788 (1998).
- [5] A. Fröhlich, M. Popp, G. Schmidt, D. Thelemann, "Heat Transfer Characteristics of H₂/O₂ – Combustion Chambers", *Proceedings of 29th Joint Propulsion Conference*, Monterey, CA, USA, AIAA 93-1826 (1993).
- [6] F. LeBail & M. Popp, "Numerical Analysis of High Aspect Ratio Cooling Passage Flow and Heat Transfer", *Proceedings of 29th Joint Propulsion Conference*, Monterey, CA, USA, AIAA 93-1829 (1993).
- [7] R. L. Rubin & J. N. Hinckel, "Regenerative Cooling for Liquid Propellant Rocket Thrust Chambers", *Proceedings of 12th Brazilian Congress of Mechanical Engineering*, Brasília, DF, Brazil, (1993).
- [8] R. L. Rubin, *Refrigeração Regenerativa para Câmaras de Empuxo de Motores Foguete a Propelentes Líquidos*, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, Dissertação, (1994).

- [9] F. Laroça, C. H. Marchi, A. F. Carvalho da Silva, “Soluções de Escoamentos Quase-Unidimensionais de Fluidos Compressíveis e Viscosos em Tubeiras com Troca de Calor”, *Anais do VII Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas*, Rio de Janeiro, pp. 1031-1036 (1998).
- [10] A. Bejan, *Heat Transfer*, Wiley, (1993).
- [11] J. H. Ferziger and M. Peric, *Computational Methods for Fluid Dynamics*, Springer, (1996).
- [12] C. H. Marchi and C. R. Maliska, “A Nonorthogonal Finite-Volume Method for the Solution of All Speed Flows Using Co-Located Variables”, *Numerical Heat Transfer, Part B*, **26**, 293-311 (1994).
- [13] Z. Lilek, S. Muzaferija, and M. Peric, “Efficiency and Accuracy Aspects of a Full-Multigrid Simple Algorithm for Three-Dimensional Flows”, *Numerical Heat Transfer, Part B*, **31**, 23-42 (1997).
- [14] L. H. Thomas, *Elliptic Problems in Linear Difference Equations Over a Network*, Watson Sci. Comput. Lab. Report, Columbia University, New York (1949).
- [15] J. E. A. John, *Gas Dynamics*, 2nd ed., Allyn & Bacon, (1984).
- [16] J. R. Kliegel and J. N. Levine, “Transonic Flow in Small Throat Radius of Curvature Nozzles”, *AIAA J.*, **7**(7):1375-1378 (1969).
- [17] R. W. Miller, *Flow Measurement Engineering Handbook*, 2nd ed., McGraw Hill, (1983).
- [18] D. R. Bartz, “A Simple Equation for Rapid Estimation of Rocket Nozzle Convective Heat Transfer Coefficients”, *Jet Propulsion*, **37**:49–51 (1957).
- [19] B. J. McBride, S. Gordon, M. A. Reno, *Coefficients for Calculating Thermodynamic and Transport Properties of Individual Species*, NASA Technical Memorandum 4513, Cleveland, Ohio, USA, (1993).
- [20] V. Gnielinski, “New Equations for Heat and Mass Transfer in Turbulent Pipe and Channel Flow”, *Int. Chem. Eng.*, **16**:359-368, (1976).
- [21] R. C. Reid, J. M. Prausnitz, B. E. Poling, *The Properties of Gases & Liquids*, 4th ed., McGraw-Hill, (1987).
- [22] P. J. Roache, “Perspective: a Method for Uniform Reporting of Grid Refinement Studies”, *ASME Journal of Fluids Engineering*, **116**, 405-413 (1994).
- [23] L. H. Back, R. F. Cuffel, P. F. Massier, “Influence of Contraction Section Shape and Inlet Flow Direction on Supersonic Nozzle Flow and Performance”, *AIAA Journal of Spacecraft and Rockets*, **9**(6):420–427, (1972).