

VALIDAÇÃO DA SOLUÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO DE AR A 300 K EM TUBEIRA PLANA NA CONDIÇÃO DE PROJETO E RAZÃO DE EXPANSÃO 1,8

Tobias Pinheiro Queluz

Universidade Federal do Paraná (UFPR)
Curso de Engenharia Mecânica
Curitiba, PR
tobiaspinheiro@ufpr.br

Diego Fernando Moro

Universidade Federal do Paraná (UFPR)
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PG-Mec)
Curitiba, PR
difmoro@ufpr.br

Carlos Henrique Marchi

Universidade Federal do Paraná (UFPR)
Departamento de Engenharia Mecânica
Curitiba, PR
marchi@ufpr.br

Resumo: *O objetivo deste trabalho é validar soluções numéricas do escoamento no interior de uma tubeira convergente-divergente plana, obtidas com o código computacional Mach2D 7.0. Este código permite resolver escoamentos em qualquer regime de velocidade, emprega sistema de coordenadas não ortogonais, permite simular escoamentos invíscido, laminar e turbulento, bidimensionais axissimétricos ou planos. São empregadas diversas malhas para obter a solução numérica do problema e estimar o erro numérico das variáveis de interesse, que são: o coeficiente de descarga, o coeficiente de empuxo e 20 pontos de pressão na parede da tubeira. As soluções numéricas dessas variáveis são comparadas com resultados experimentais e teóricos da literatura para a tubeira operando na condição de projeto ao nível do mar. A tubeira tem razão de áreas 1,80 e raio adimensional na garganta 2,0. Ar limpo e seco escoou na tubeira, à temperatura de 300 K e pressão de estagnação de 8,73 vezes a pressão ao nível do mar.*

Palavras-chave: *tubeira, motor-foguete, propulsão, validação*

1 Introdução

O estudo do escoamento dos fluidos é de fundamental importância para a área da engenharia e da ciência de modo geral. A partir dele, pode-se compreender melhor a aerodinâmica dos corpos e o comportamento de vários fenômenos naturais, utilizando esses conhecimentos para a construção e otimização de tecnologias que interferem diretamente na sociedade. Motores-foguete, por exemplo, podem ter seu rendimento e projeto aprimorados caso o comportamento do escoamento do fluido em seu interior seja previamente conhecido. Isso pode ser feito através de modelos matemáticos.

Os modelos matemáticos podem variar, dependendo das simplificações feitas ao se considerar o escoamento como invíscido, laminar ou turbulento, por exemplo. Alguns modelos mais simples podem ser resolvidos analiticamente, mas, geralmente, eles são resolvidos através de métodos numéricos, que precisam ter seus resultados comparados com dados experimentais para verificar e comprovar a sua precisão.

O objetivo desse artigo é exatamente o de validar as soluções numéricas do método empregado pelo código computacional Mach2D para as variáveis de interesse. São elas: coeficiente de empuxo, coeficiente de descarga e 20 pontos de pressão na parede das tubeiras. Essas soluções foram comparadas com resultados experimentais e teóricos extraídos do relatório técnico da NASA (National Aeronautics and Space Administration) de Mason *et al.* (1980).

2 Metodologia

O desenvolvimento do estudo presente nesse artigo deu-se da seguinte forma. Primeiramente foi escolhida uma geometria de tubeira (B2) existente no relatório técnico de Mason *et al.* (1980). Logo após, a geometria foi inserida no código computacional Mach2D 7.0 assim como os dados físicos correspondentes aos do relatório. O código foi executado para 9 malhas diferentes. As soluções numéricas para as variáveis de interesse foram, então, utilizadas pelo código Richardson 4.1 a fim de extrapolar os resultados e determinar o seu erro numérico. Os dados com os menores erros foram comparados com os valores experimentais e teóricos do relatório.

2.1 Geometria da tubeira

Para as simulações, foi escolhida uma geometria de tubeira plana, simétrica e com largura de 10,157 centímetros. A Fig. (1) apresenta a geometria dividida em três seções:

1. Seção trapezoidal convergente com comprimento de 4,74 cm, altura de entrada na tubeira de 7,04 cm e ângulo com a horizontal de 22,33°.
2. Transição de seção até a garganta com raio de arredondamento de 2,74 cm e comprimento de 1,57 cm.
3. Seção trapezoidal divergente com comprimento de 5,25 cm, altura de saída na tubeira de 4,92 e ângulo com a horizontal de 11,24°.

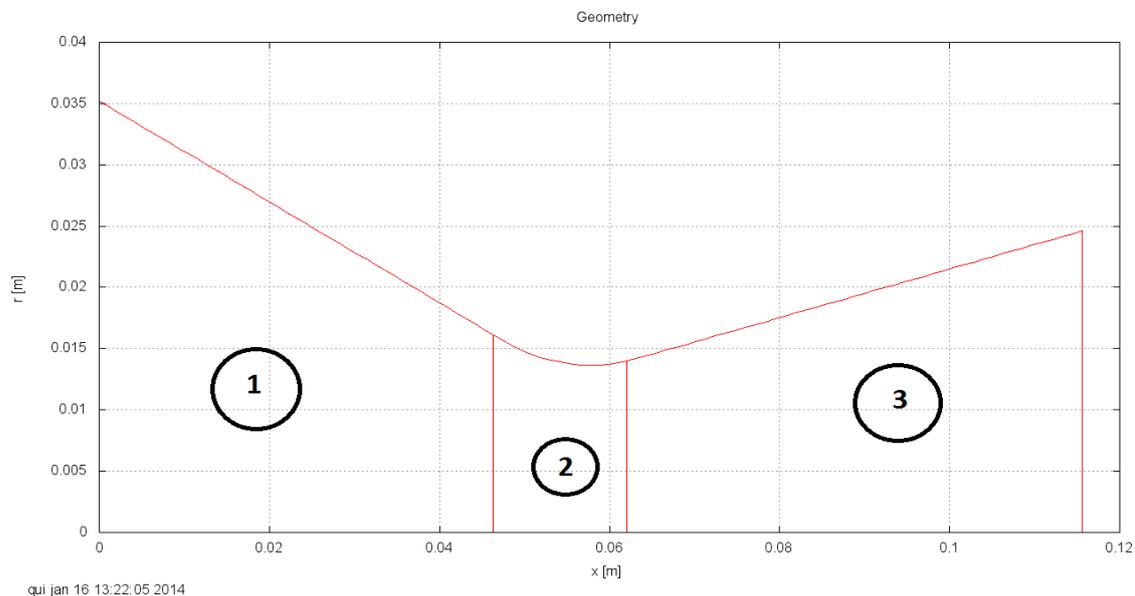


Figura 1. Geometria da tubeira

2.2 Simulações com o Mach2D 7.0

Os resultados das simulações para essa geometria específica foram obtidos através da sétima versão do código computacional Mach2D (Marchi e Araki, 2009), programado em linguagem Fortran 90. Ele utiliza o método dos volumes finitos para a resolução das equações diferenciais de conservação da massa, quantidade de movimento linear axial e transversal e também a conservação da energia térmica, além da equação de estado dos gases perfeitos. Os esquemas de aproximação das derivadas podem ser de primeira ou segunda ordem, denominados de UDS (Upstream Differencing Scheme) e CDS (Central Differencing Scheme), respectivamente. O código permite simular escoamentos invíscido, laminar e turbulento (modelo Baldwin-Lomax) de fluido compressível, contínuo, termicamente perfeito, não reativo, com propriedades variáveis, com dissipação viscosa. O escoamento pode ser bidimensional plano ou axissimétrico, estando em qualquer regime de velocidade.

Neste trabalho, o Mach2D foi utilizado para simular o escoamento de ar na tubeira do motor-foguete, considerando-se o escoamento como invíscido e bidimensional plano, com pressão de estagnação de 884,5672 kPa, temperatura de estagnação de 300 K, razão de calores específicos de 1,3997 e constante do gás perfeito de 287,3 J/(kg.K). A malha base utilizada no código está representada na Fig (2). O domínio de cálculo foi dividido em 7 volumes na direção axial e 5 volumes na direção transversal.

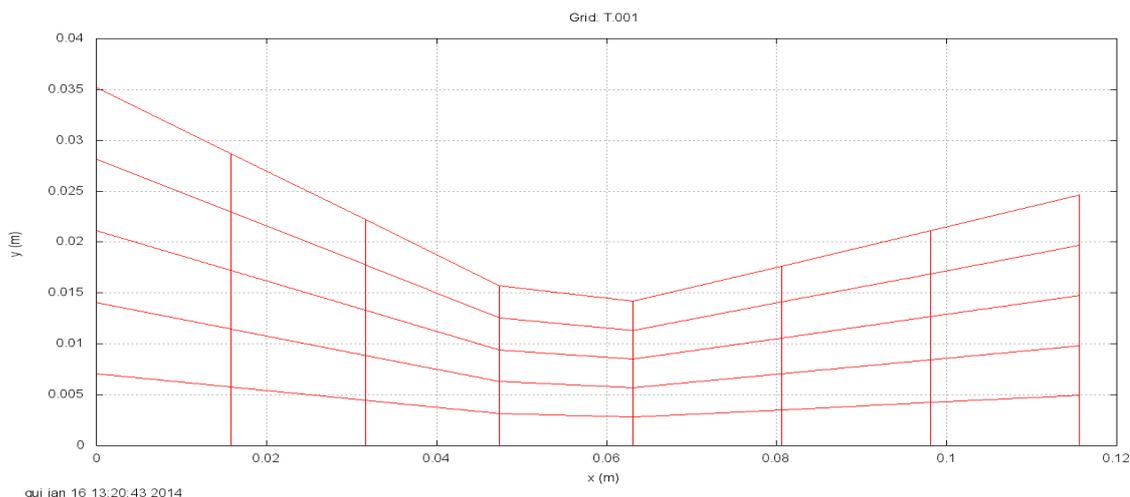


Figura 2. Malha base com 7 x 5 volumes

As especificações do computador utilizado para executar os códigos Mach2D 7.0 e Richardson 4.1 estão presentes na Tab. (1). Já a Tab. (2) refere-se às características gerais das simulações feitas, apresentando para cada malha, o número de volumes na direção axial (nx), o número de volumes na direção transversal (ny), o número de iterações realizadas até ser atingido o erro de máquina (it), a memória RAM utilizada pelo programa (RAM), e o tempo de CPU utilizado pelo programa em cada malha empregada (tCPU). Ao todo, obteve-se convergência do processo iterativo para nove malhas com soluções numéricas de primeira ordem de acurácia.

Tabela 1. Especificações do computador utilizado

Descrição	Características
Processador	AMD FX-6300
Frequência do clock	3.5 GHz
Número de núcleos	6
Memória RAM	8 Gb
HD	500 Gb
Placa-Mãe	Gygabite 78LMT-S2
Sistema operacional	Windows 7 64 bits
Ambiente de programação	Visual Studio 2008
Versão do compilador Fortran	11.1.3471

Tabela 2. Características gerais das simulações

Malha	nx	ny	Data (início)	it	tCPU	RAM (Mb)
1	7	5	9/3/2014 16:51	275	0.012 s	3.981
2	14	10	9/3/2014 16:51	250	0.027 s	4.161
3	28	20	9/3/2014 16:52	325	0.101 s	4.633
4	56	40	9/3/2014 16:53	450	0.508 s	6.377
5	112	80	9/3/2014 16:55	1050	4.799 s	13.213
6	224	160	9/3/2014 16:56	4300	1.7 min	40.134
7	448	320	9/3/2014 17:00	10900	43.92 min	146.139
8	896	640	9/3/2014 17:47	21925	6.3 h	568.519
9	1792	1280	10/3/2014 17:32	75875	3.4 dias	2254.912

2.3 Richardson 4.1

A versão 4.1 do código computacional Richardson foi utilizada para realizar extrapolações simples e múltiplas dos resultados das variáveis de interesse obtidos pelas simulações numéricas. O código também calculou o erro

estimado dos resultados com e sem extrapolações, com estimadores Richardson, GCI, convergente e multicoeficiente.

3 Resultados

As Tabs. (3) e (4) apresentam os resultados para o coeficiente de descarga (C_d) e o empuxo total ao nível do mar adimensionalizado (F^*). Estes resultados são os obtidos pelo Mach2D 7.0, sem extrapolação. Os valores experimentais de Mason et al. (1980) apresentados nestas tabelas foram extraídos de gráficos, com a leitura feita em imagens digitalizadas através de um editor de imagens. Sendo assim, estes valores apresentam erro de leitura. O erro presente nas tabelas representa a diferença entre os valores experimentais e os numéricos.

Tabela 3. Comparação entre o coeficiente de descarga (C_d) numérico e experimental

Malha	C_d numérico	C_d experimental	Erro	Erro (%)
1	1.176313128344673	0.995	-0.18131312834467	18.22
2	1.119959456274061		-0.12495945627406	12.56
3	1.067154627568011		-0.07215462756801	7.25
4	1.035029875003077		-0.04002987500308	4.02
5	1.016173130026536		-0.02117313002654	2.13
6	1.005837689926273		-0.01083768992627	1.09
7	0.9990930848393975		-0.00409308483940	0.41
8	0.9903125996540122		0.00468740034599	0.47
9	0.9650966689330746		0.02990333106693	3.01

Tabela 4. Comparação entre o empuxo total ao nível do mar adimensionalizado (F^*) numérico e experimental

Malha	F^* numérico	F^* experimental	Erro	Erro (%)
1	1.056792221436976	0.97809035524468	-0.07870186619230	8.05
2	1.041146916585860		-0.06305656134118	6.45
3	1.019923931192420		-0.04183357594774	4.28
4	1.006913351985672		-0.02882299674099	2.95
5	0.9983913313533299		-0.02030097610865	2.08
6	0.9927107848968059		-0.01462042965213	1.49
7	0.9851875738010936		-0.00709721855641	0.73
8	0.9633757387880711		0.01471461645661	1.50
9	0.8852882166878013		0.09280213855688	9.49

A Tab (5) apresenta o erro percentual médio dos pontos de pressão na parede interna da tubeira. Como a geometria descrita é simétrica e os resultados experimentais da parede inferior são bem próximos aos da parede superior, apenas foram considerados para o cálculo do erro percentual médio os dez pontos da parte superior. As pressões na parede estão tabeladas no relatório.

Tabela 5. Erro percentual médio da pressão na parede

Malha	Erro percentual médio (%)
1	62,61
2	38,88
3	15,75
4	7,63
5	3,05
6	1,45
7	2,31
8	3,31
9	6,13

Na Tab. (6) estão presentes os valores obtidos pelo código Richardson 4.1, assim como seus erros percentuais em relação aos resultados experimentais. Nesta tabela, Pressão número é a pressão (Pa) simulada para a posição onde foram retirados os valores experimentais estabelecidos em Mason *et al.* (1980), Um é um erro unilateral estimado baseado em múltiplas extrapolações de Richardson (Martins, 2013), Uc é um erro bilateral baseado no estimador convergente (Marchi, 2001), e Umc é um erro unilateral baseado em um estimador multicoeficiente com base em MER para a solução sem extrapolação (Martins, 2013).

Tabela 6. Valores obtidos utilizando o Richardson 4.1

Variável	Valor obtido	Tipo de erro estimado	Erro	Erro percentual (%)
Cd	9.946458104869361E-01	Um	1.638577E-04	0.04
F*	9.897673904870587E-01	Um	2.680842E-03	1.19
Pressão 1	7.000441139810143E+05	Um	-1.932568E+01	1.07
Pressão 2	5.300809253317448E+05	Uc	1.886445E+02	3.68
Pressão 3	3.606579174561709E+05	Um	-6.116740E+01	3.61
Pressão 4	2.663602194110090E+05	Uc	2.722931E+02	5.01
Pressão 5	2.536299320782616E+05	Umc	1.468611E+03	0.44
Pressão 6	2.323115780613485E+05	Uc	4.044626E+02	0.90
Pressão 7	1.976634691355134E+05	Umc	7.524314E+01	0.66
Pressão 8	1.665453046736121E+05	Um	-7.390513E+02	1.23
Pressão 9	1.256250711091855E+05	Uc	4.917180E+02	3.39
Pressão 10	9.990068725515096E+04	Um	5.029108E+02	10.37

A Fig. (3) mostra uma comparação entre as pressões numéricas do presente trabalho com as experimentais e teóricas encontradas no artigo de Mason *et al.* (1980). Os valores teóricos de pressão do relatório foram retirados de gráficos, existindo certa incerteza quanto a eles.

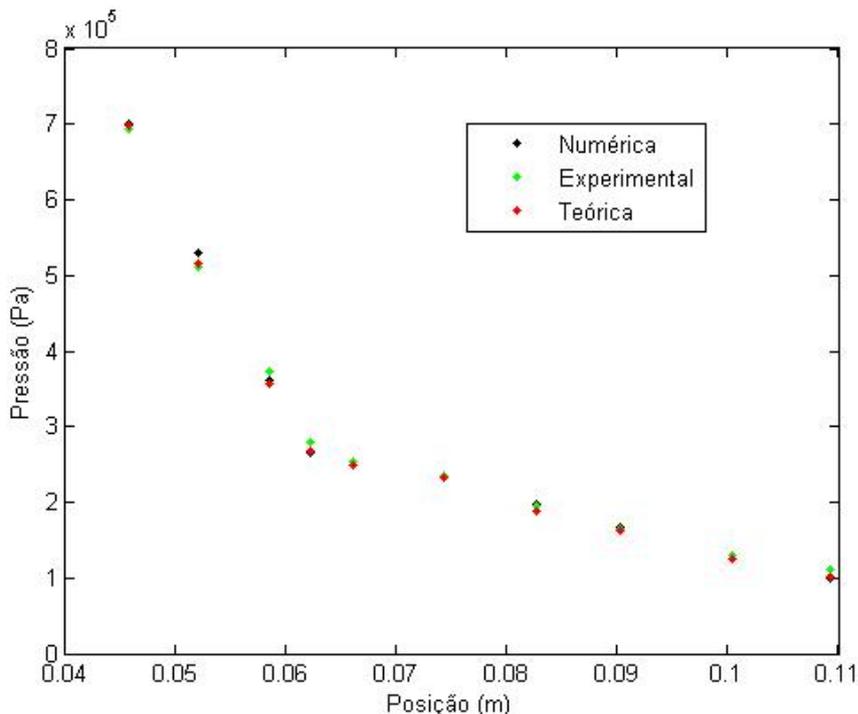


Figura 3. Pressão na parede

4 Conclusão

De maneira geral, as soluções numéricas mostradas pelas Tabs. (3) e (4) foram aproximando-se das experimentais até a sétima malha empregada, que possui os menores erros percentuais. Após esta malha, as soluções distanciam-se razoavelmente dos valores medidos. Do mesmo modo, na Tab. (5), os valores dos erros percentuais diminuem até a sexta malha para depois aumentarem novamente. Embora não se saiba ainda os motivos que levam a esse distanciamento para os valores experimentais nas últimas malhas, algumas hipóteses podem ser levantadas, como a precisão dos dados obtidos no relatório de Mason *et al.* (1980), os erros de arredondamento do próprio código Mach2D e também a teoria escolhida para o problema, que pode não ser abrangente o suficiente para explicar o fenômeno real.

Observando os resultados da Tab. (6) percebe-se, para as variáveis locais Cd e F*, que os valores obtidos após a utilização do programa Richardson tiveram uma diferença pequena em relação aos experimentais: 0,04% e 1,19% respectivamente. Já para as variáveis locais, como as pressões da parede interna da tubeira, as soluções numéricas apresentaram mais variações. A diferença máxima foi de 10,37 % para a Pressão 10 e a mínima foi de 0,44% para a Pressão 5.

Ao observar-se a comparação apresentada na Fig. (3) entre os resultados teóricos do relatório com os numéricos, nota-se que a relação entre a diferença máxima e mínima diminui 2,94% e 0,01% respectivamente. Ainda, o percentual médio da diferença entre as soluções numéricas do Richardson e as experimentais é de 3,04% enquanto o percentual entre os dados teóricos e experimentais do próprio relatório da NASA é de 2,88%.

As soluções numéricas propostas pelo código Richardson 4.1 aproximaram-se dos valores experimentais e teóricos apresentados pelo relatório estudado e descrevem, portanto, com certa precisão, o escoamento real de ar presente na tubeira.

5 Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro do CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), AEB (Agência Espacial Brasileira) através do Programa Uniespaço, e CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior). O primeiro autor é bolsista de iniciação científica do CNPq. O segundo autor é bolsista de mestrado da CAPES. O terceiro autor é bolsista de produtividade em pesquisa do CNPq.

6 Referências

- Marchi, C.H., Verificação de soluções numéricas unidimensionais em dinâmica dos fluidos, Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.
- Marchi, C.H., Araki L.K., Relatório técnico do projeto CFD-10/UFPR: códigos Mach2D 6.1 e RHG2D 1.0, UFPR, Curitiba, 2009.
- Martins, M.A., Multiextrapolação de Richardson com interpolação para reduzir e estimar o erro de discretização em CFD, Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.
- Mason, M.L., Putnam, L.E., Re, R.J., The effect of throat contouring on two-dimensional converging-diverging nozzles at static conditions, NASA technical paper 1704, 1980.