

# Avaliação do Código Computacional DEPP na Otimização de Problemas de Propulsão e Aerodinâmica de Foguetes

**Jonas J. Radtke**, **Guilherme Bertoldo**,

Universidade Tecnológica Federal do Paraná

85601-970, Francisco Beltrão, PR

E-mail: jonas@utfpr.edu.br e gbertoldo@utfpr.edu.br

**Carlos H. Marchi**

Universidade Federal do Paraná - Departamento de Engenharia Mecânica

81531-980, Curitiba, PR

E-mail: marchi@ufpr.br

***Resumo:** No presente trabalho foi implementado um código computacional para a otimização global de um conjunto arbitrário de variáveis. O código computacional, denominado DEPP (Differential Evolution Parallel Program), é baseado no algoritmo de Evolução Diferencial e utiliza o Método de Superfície de Resposta para aceleração da convergência. O DEPP foi implementado em linguagem Fortran 95 e utiliza as diretivas do MPI (Message Passing Interface) para processamento paralelo. A aptidão de cada indivíduo é obtida por um programa auxiliar. A verificação do DEPP foi realizada utilizando as funções de Ackley e Rastrigin, com até cinco variáveis. Problemas aplicados à propulsão e aerodinâmica de foguetes foram considerados. As geometrias de uma tubeira e do nariz de um foguete foram otimizadas. A avaliação da aptidão de cada geometria da tubeira gerada pelo DEPP foi realizada pelo código Mach2D, que simula o escoamento no interior da tubeira, utilizando o método de volumes finitos. O DEPP convergiu para as soluções exatas tanto para as funções de Ackley e Rastrigin, como na otimização aerodinâmica de Newton. O desempenho da Evolução Diferencial com hibridização foi superior ao algoritmo puro. Na otimização da geometria de tubeiras, o DEPP determinou uma geometria que fornece coeficiente de empuxo superior ao obtido pelo Método das Características.*

**Palavras-chave:** Otimização. Evolução Diferencial. Geometria. Propulsão. Aerodinâmica. Foguete.

## 1 Introdução

Problemas que envolvem otimização global sobre espaços contínuos são muito comuns na comunidade científica. O primeiro passo na otimização de um problema consiste em escolher uma função que modela os objetivos do problema. Sobre as variáveis desta função podem ser aplicadas quaisquer restrições. Quando a função objetivo é não linear e não diferenciável, as abordagens com busca direta são mais indicadas [6].

O algoritmo de Evolução Diferencial (DE) é uma estratégia de busca direta bastante conhecida, apesar de ter sido desenvolvida muito recentemente [3]. Dentre as vantagens da DE, destaca-se a robustez, boas propriedades de convergência e a habilidade em lidar com funções objetivos não diferenciáveis e não lineares. A grande facilidade de uso e de paralelização são outras características importantes desta metodologia.

Em diversos problemas de otimização não é possível determinar uma expressão para a função objetivo. A otimização da geometria em problemas de propulsão e aerodinâmica de foguetes são exemplos disto. Neste trabalho o coeficiente de empuxo e o coeficiente de arrasto foram utilizados para mensurar a qualidade da geometria, para os problemas de propulsão e aerodinâmica, respectivamente.

## 2 Método de Otimização

DE é um algoritmo evolucionário, isto é, ele realiza a evolução de uma população de indivíduos de alguma maneira inteligente. A geração de novos indivíduos é obtida pelo uso de diferenças entre indivíduos da população atual, utilizando uma forma simples e rápida chamada operador diferencial [3].

O algoritmo DE é inicializado com um conjunto de palpites para a solução do problema. Cada palpite, chamado indivíduo, é dado por um vetor composto por valores para todas as variáveis da função objetivo, denominados cromossomos. O conjunto de todos os indivíduos é chamado de população.

A população inicial é obtida aleatoriamente. Cada nova população é gerada com base nos cromossomos e na aptidão dos indivíduos da população anterior, utilizando operadores diferenciais. Cada cromossomo de um novo indivíduo pode, ou não, ser modificado (mutação) com uma dada probabilidade. O valor de cada cromossomo é dado por uma combinação linear dos valores dos cromossomos de dois indivíduos escolhidos aleatoriamente.

Para fazer todas as simulações numéricas foram utilizadas populações com tamanho igual a dez vezes o número de incógnitas. A constante de diferenciação e a probabilidade de mutação foram tomadas iguais a 0,85 e 0,5, respectivamente. O Método de Superfície de Resposta (RSM) foi utilizado para aceleração da convergência.

A hibridização do algoritmo DE com o RSM consiste em determinar os valores dos cromossomos de forma que o indivíduo gerado seja um ótimo, dentre um conjunto de indivíduos com as melhores aptidões. Para tanto, uma função quadrática é ajustada aos melhores resultados da população atual. O ponto de máximo é obtido desta função e as coordenadas deste ponto são utilizadas como cromossomos de um indivíduo da próxima geração [7].

O código computacional desenvolvido no presente trabalho, denominado DEPP, é apto a resolver qualquer problema de otimização global. Um programa serial auxiliar é responsável pelo cálculo da aptidão de cada indivíduo gerado pelo DEPP, o que torna fácil a aplicação deste programa a qualquer problema, apenas criando um programa auxiliar específico para o problema que se deseja resolver.

O DEPP foi implementado em linguagem Fortran 95 e utiliza as diretivas do MPI (Message Passing Interface) para processamento paralelo. O código-fonte do DEPP está disponível no seguinte endereço: <http://depp.googlecode.com/svn/trunk>. Neste mesmo endereço está o código-fonte do programa auxiliar, utilizado para calcular a aptidão das funções teste. A revisão 39 do DEPP foi utilizada para a obtenção dos resultados apresentados neste trabalho.

## 3 Verificação

Para verificação do DEPP foram utilizadas as funções testes de Ackley e Rastrigin. Tais funções são problemas clássicos destinados a avaliar a eficiência e convergência de algoritmos de busca. Ambas as funções testes possuem vários ótimos locais, o que dificulta a obtenção do ótimo global por métodos baseados em gradientes. As expressões das funções de Ackley e Rastrigin são dadas, respectivamente, por [3]:

$$f = 20 \exp\left(-0,2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}\right) + \exp\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i)\right) - 20 - \exp(1), \quad -32,7 \leq x_i \leq 32,7 \quad (1)$$

e

$$f = -\sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10), \quad -5,12 \leq x_i \leq 5,12 \quad (2)$$

A otimização das funções de Ackley e Rastrigin foram simuladas com até cinco incógnitas. As Figuras 1 e 2 mostram que a solução obtida pelo DEPP converge para o ótimo global em todos os casos. Em todos os casos avaliados o desempenho do DEPP com a aplicação da hibridização com o RSM é melhor do que sem o uso desta técnica.

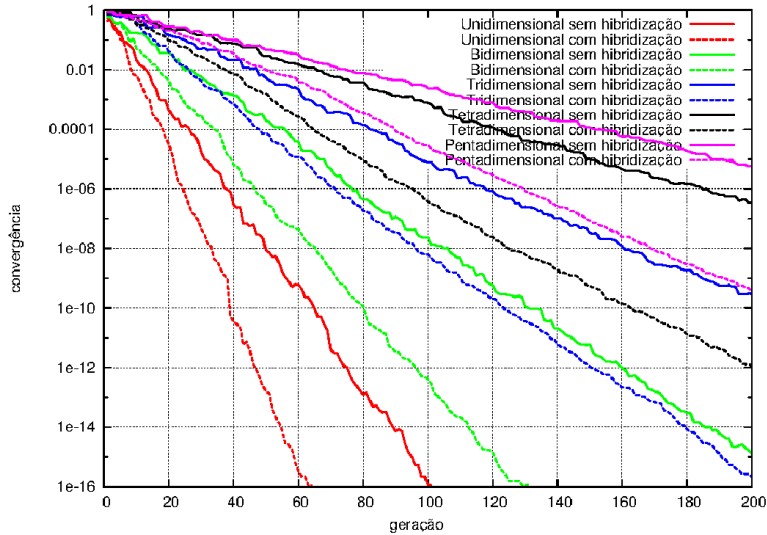


Figura 1: Desempenho do DEPP na otimização da função de Ackley.

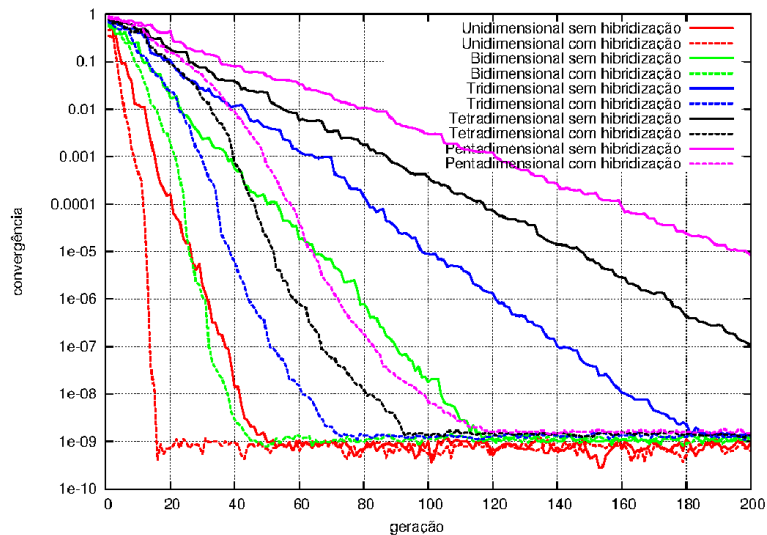


Figura 2: Desempenho do DEPP na otimização da função de Rastrigin.

#### 4 Otimização Aerodinâmica de Newton

O problema de otimização de Newton [5], para um escoamento axial, consiste em determinar o perfil geométrico  $y(x)$  de um corpo com simetria axial com comprimento unitário e diâmetro  $1/f$  prescrito que minimiza o coeficiente de arrasto frontal  $C_{Df}$ . Newton resolveu o problema considerando que a distribuição de pressão sobre a geometria depende apenas da inclinação local da superfície (fórmula de pressão de Newton [1]) e mostrou que a forma otimizada deve possuir uma face plana seguida por um arco suave (Figura 3).

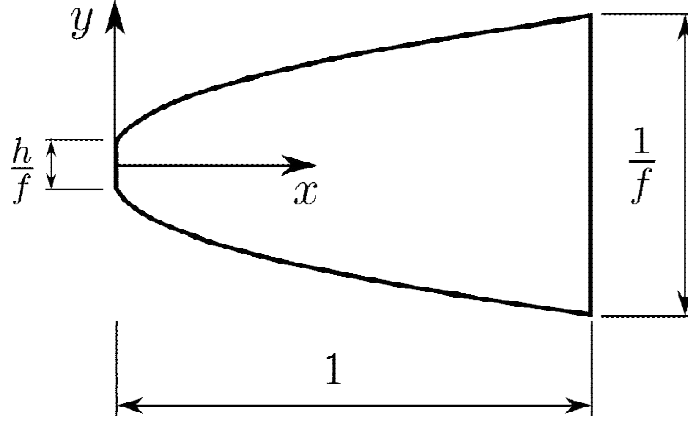


Figura 3: Esboço do perfil geométrico otimizado de Newton.

A forma otimizada de Newton é dada parametricamente por

$$x(\zeta) = \frac{p(\zeta) - p(\zeta_f)}{p(\zeta_b) - p(\zeta_f)}, \quad \zeta_b \leq \zeta \leq \zeta_f \quad (3)$$

e

$$y(\zeta) = \frac{(h-1)w(\zeta) + w(\zeta_f) - hw(\zeta_b)}{2f[w(\zeta_f) - w(\zeta_b)]}, \quad \zeta_b \leq \zeta \leq \zeta_f \quad (4)$$

onde

$$\zeta = \frac{dy}{dx}, \quad (5)$$

$$p(\zeta) = \frac{3}{4\zeta^4} + \frac{1}{\zeta^2} + \ln \zeta \quad (6)$$

e

$$w(\zeta) = \frac{(1 + \zeta^2)^2}{\zeta^3} \quad (7)$$

Nas Eqs. (3) e (4),  $h$  representa uma fração do diâmetro da base,  $\zeta_f$  a inclinação do perfil geométrico na parte frontal e  $\zeta_b$  a inclinação na base. Para a forma otimizada de Newton,  $\zeta_f = 1$ , enquanto  $h$  e  $\zeta_b$  são determinados a partir das seguintes relações:

$$(h-1)[p(\zeta_b) - p(\zeta_f)] = 2f[w(\zeta_f) - w(\zeta_b)] \quad (8)$$

e

$$h = \frac{w(\zeta_f)}{w(\zeta_b)}. \quad (9)$$

O objetivo deste teste é avaliar a eficiência do código DEPP ao ser aplicado em um problema de otimização aerodinâmica. Para isso, os parâmetros  $\zeta_f$  e  $h$  foram considerados variáveis de otimização e determinados de modo a minimizar o coeficiente de arrasto frontal, dado por:

$$C_{Df} = 16f^2 \int_{\zeta_b}^{\zeta_f} \frac{\zeta^2}{1 + \zeta^2} y(\zeta) \frac{dy}{d\zeta} d\zeta + 2h^2. \quad (10)$$

Espera-se que a solução da otimização se aproxime dos valores exatos de  $\zeta_f$  e  $h$ .

As otimizações foram realizadas considerando-se os seguintes intervalos para as variáveis  $\zeta_f$  e  $h$ :

$$0,5 \leq \zeta_f \leq 1,6 \quad e \quad 10^{-4} \leq h \leq 0,2.$$

As gerações foram interrompidas quando  $\varepsilon \leq 10^{-5}$ , sendo  $\varepsilon$  uma medida de convergência da população (P-measure) definida na Ref. [3]. Três razões de aspectos foram analisadas:  $f = 2, 3$  e  $4$ . As otimizações foram realizadas em triplicata para cada razão de aspecto. A solução final é dada pela média das soluções em cada otimização.

A Tabela 1 apresenta as soluções exatas e as soluções aproximadas obtidas com os algoritmos DE e DE-RSM, bem como, o número médio de gerações ( $g$ ) necessárias para atingir a tolerância prescrita. Como se pode observar, tanto o algoritmo puro (DE), quanto o hibridizado (DE-RSM) convergiram para a solução exata dentro da tolerância prescrita. Além disso, o número de gerações do algoritmo hibridizado foi cerca de 45% menor que o algoritmo puro.

Tabela 1: Comparação entre as variáveis otimizadas com o DEPP e a solução exata da otimização aerodinâmica de Newton.

$f$	Método	$\zeta_f$	$h$	$C_{Df}$	$g$
2	Exato	0,02277468748040	1,00000000000000	0,09815945704287	
	DE	0,02277470623297	0,99999971583410	0,09815945704287	91
	DE-RSM	0,02277468580303	0,99999981420069	0,09815945704287	51
3	Exato	0,00732592998492	1,00000000000000	0,04540987044228	
	DE	0,00732593240297	1,00000073866375	0,04540987044228	95
	DE-RSM	0,00732592920496	1,00000132991582	0,04540987044228	55
4	Exato	0,00317982554119	1,00000000000000	0,02590256872307	
	DE	0,00317982548704	1,00000164785640	0,02590256872307	131
	DE-RSM	0,00317982248807	1,00000128141432	0,02590256872307	67

## 5 Otimização da Geometria de Tubeiras

No problema aplicado à propulsão de foguetes foi utilizado um código computacional chamado Mach2D para simular o escoamento em cada geometria gerada pelo DEPP. O Mach2D simula o escoamento no interior da tubeira e determina o coeficiente de empuxo, que é tomado como a aptidão da geometria.

Para simular o escoamento foi utilizado um modelo bidimensional axissimétrico. O modelo é baseado nas equações da conservação da massa, da quantidade de movimento linear (equação de Euler), da energia, e na equação de estado, dadas respectivamente por:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial(y\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial(y\rho uv)}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial(y\rho v^2)}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (13)$$

$$c_p \frac{\partial(\rho Tu)}{\partial x} + \frac{c_p}{y} \frac{\partial(y\rho Tv)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial(y\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (14)$$

$$p = \rho RT \quad (15)$$

sendo  $\rho, u, v, p$  e  $T$  as variáveis dependentes, representando a massa específica, a velocidade axial, a velocidade radial, a pressão e a temperatura, respectivamente;  $x$  e  $y$ , nesta ordem, as direções axial e radial.

Sob o sistema de equações de conservação são aplicadas condições de contorno a fim de solucionar de forma única o problema. As condições de contorno utilizadas neste trabalho são apresentadas na Figura 4.

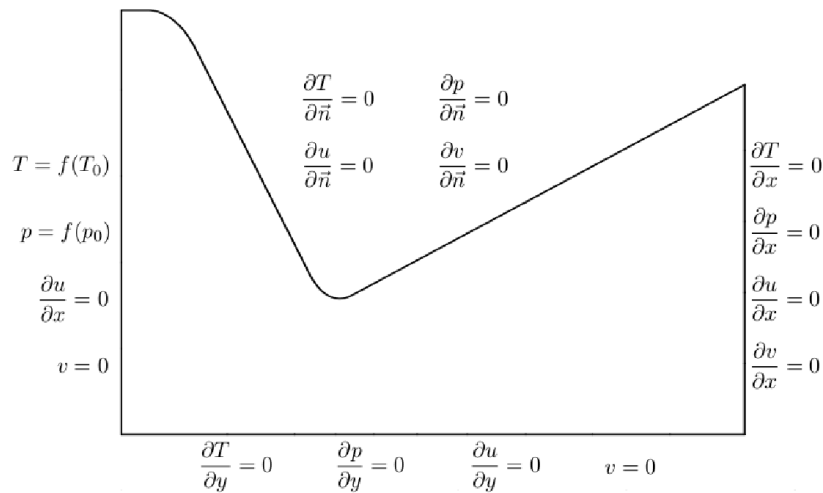


Figura 4: Condições de contorno aplicadas ao escoamento no interior da tubeira.

O modelo numérico utilizado neste trabalho é baseado no Método de Volumes Finitos com arranjo co-localizado de variáveis [4]. Volumes fictícios são utilizados para a aplicação das condições de contorno. Funções de interpolação de primeira e segunda ordem (UDS e CDS) são utilizadas para calcular as derivadas do modelo matemático. O escoamento foi simulado utilizando malhas com 480 volumes na direção axial e 240 volumes na direção radial.

A geometria da seção divergente da tubeira foi construída utilizando-se um Spline contendo entre 1 e 4 pontos de controle. A inclinação da parede na saída também foi tomada como variável na otimização. O comprimento da seção divergente da tubeira foi tomado igual a 1 metro e os raios da garganta, da curvatura na garganta e da saída iguais a 5, 1 e 27,1743 centímetros, respectivamente.

Nesta etapa foram utilizadas 50 gerações no DEPP. Os resultados obtidos foram comparados com o coeficiente de empuxo de uma tubeira obtida pelo Método das

Características ( $C_{Fv}^*$ ), com mesmo comprimento, raio da garganta e razão de expansão [2]. Os resultados obtidos pelo DEPP são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2: Comparação entre os coeficiente de empuxo otimizado pelo DEPP e o fornecido pelo Método das Características.

Variáveis	Coef. de empuxo ( $C_{Fv}$ )	$C_{Fv} / C_{Cv}^*$
2	1,8735320920	0,999940262
3	1,8758986433	1,001203336
4	1,8760014304	1,001258195
5	1,8760366157	1,001276975

## 6 Conclusões

O programa computacional desenvolvido convergiu em todos os testes realizados. O algoritmo de Evolução Diferencial hibridizado com o Método de Superfície de Resposta convergiu para as soluções ótimas com aproximadamente metade do número de gerações que o algoritmo puro. O DEPP determinou a geometria ótima em problemas aplicados à propulsão e aerodinâmica de foguetes, o que demonstra a sua aplicabilidade em problemas práticos de engenharia.

## Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro do CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), AEB (Agência Espacial Brasileira) através do Programa Uniespaço, e CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior). O terceiro autor é bolsista do CNPq. Pesquisa desenvolvida com auxílio do CENAPAD-UFC.

## Referências

- [1] J. D. Anderson, Jr., "Hypersonic and high temperature gas dynamics". McGraw-Hill, New York, 1989.
- [2] J. D. Anderson, Jr., "Modern compressible flow: with historical perspective". 3. ed. New York, McGraw-Hill, 1990.
- [3] V. Feoktistov, "Differential Evolution: in search of solutions". New York: Springer Science, 2006.
- [4] C. R. Maliska, "Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional", LTC, Rio de Janeiro, 2 ed., 2010.
- [5] A. Miele, editor. "Theory of optimum aerodynamic shapes". Academic Press, New York, 1965.
- [6] R. Storn; K. Price, Differential evolution: a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. Journal of Global Optimization, Springer Netherlands, v. 11, p. 341–359, 1997.
- [7] L. Vincenzi; M. Savoia, Improving the speed performance of an evolutionary algorithm by a second-order cost function approximation. Lisbon: 2<sup>nd</sup> International Conference on Engineering Optimization, 2010.