# OTIMIZAÇÃO DA GEOMETRIA DO BOCAL DIVERGENTE DE TUBEIRAS CÔNICAS E PARABÓLICAS PARA EMPUXO MÁXIMO

## Jonas Joacir Radtke

## **Guilherme Bertoldo**

UTFPR - Universidade Tecnológica Federal do Paraná Câmpus Francisco Beltrão 85601-970, Francisco Beltrão, PR, jonas@utfpr.edu.br, gbertoldo@utfpr.edu.br,

# **Carlos Henrique Marchi**

Universidade Federal do Paraná (UFPR) Departamento de Engenharia Mecânica Curitiba, PR <u>marchi@ufpr.br</u>

**Resumo:** O objetivo do presente trabalho é a otimização de tubeiras cônicas e parabólicas para a operação no vácuo, além de avaliar a influência dos parâmetros geométricos e físico-químicos e do modelo matemático sobre a geometria ótima. A otimização da geometria da seção divergente das tubeiras foi realizada por um programa computacional baseado em Evolução Diferencial, denominado DEPP (Differential Evolution Parallel Program). Este programa foi desenvolvido em linguagem Fortran 95 utilizando as diretivas do MPI (Message Passing Interface) para processamento paralelo. O desempenho de cada geometria gerada pelo DEPP foi avaliado pelo código Mach2D, que simula o escoamento do fluido no interior da tubeira utilizando o Método de Volumes Finitos. Uma formulação adequada a qualquer regime de velocidades, arranjo colocalizado de variáveis e funções de interpolação de primeira e segunda ordens foram utilizados no Mach2D. O método SIMPLEC é aplicado para o acoplamento pressão-velocidade. Escoamentos invíscidos e viscosos, monoespécie e congelado, sob diferentes temperaturas e pressões de estagnação, com vários raios na garganta, raios de curvatura na garganta e comprimentos do bocal divergente foram simulados. Na comparação com uma tubeira cônica de 15°, foi obtido aumento no coeficiente de empuxo superior a 2,4% para a tubeira cônica com inclinação ótima, e de 3,6% para a tubeira parabólica otimizada. Na comparação entre a tubeira parabólica otimizada e uma tubeira cônica com mesma razão de expansão, o ganho da otimização foi superior a 2,1%.

Palavras-chave: Otimização, Geometria, Tubeira, Motor-foguete, Propulsão, CFD.

### 1 Introdução

A grande quantidade de combustível necessária para o deslocamento de foguetes é um fator restritivo em missões espaciais. O aumento da eficiência dos motores-foguete é uma das medidas que pode reduzir de forma significativa a quantidade de combustível utilizada pelo foguete. A redução da massa de combustível também permite o aumento da massa da carga útil.

Diversos trabalhos teóricos e experimentais já foram desenvolvidos com o objetivo de melhorar, de alguma forma, a geometria de tubeiras (Campbell e Farley, 1960; Manski e Hagemann, 1996; Rao, 1958). Estudos sobre a influência dos parâmetros geométricas e físico-químicos e dos modelos matemáticos e físicos utilizados sobre a configuração ótima da tubeira não foram esgotados.

#### 2 Modelo Matemático

O fluxo dos fluidos no interior da tubeira possui natureza tridimensional, porém, por diversas vezes tal comportamento é idealizado por meio de um modelo bidimensional axissimétrico. O modelo é baseado nas equações de conservação da massa, da quantidade de movimento linear, da energia, e na equação de estado, dadas respectivamente por

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial(y\rho v)}{\partial y} = 0$$
(1)

$$\frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{1}{y}\frac{\partial(y\rho uv)}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial\tau_{xx}}{\partial x} + \frac{1}{y}\frac{\partial(y\tau_{xy})}{\partial y}$$
(2)

$$\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{1}{y}\frac{\partial(y\rho v^2)}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{1}{y}\frac{\partial(y\tau_{yy})}{\partial y} - \frac{\tau_H}{y}$$
(3)

$$c_{p} \frac{\partial(\rho T u)}{\partial x} + \frac{c_{p}}{y} \frac{\partial(y \rho T v)}{\partial y} + \frac{\partial(p u)}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial(y p v)}{\partial y} = \frac{\partial F_{v}}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial(y G_{v})}{\partial y}$$
(4)

$$p = \rho RT \tag{5}$$

sendo

$$F_{v} = \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + \kappa \frac{\partial T}{\partial x}$$
(6)

$$G_{v} = \tau_{xy} u + \tau_{yy} v + \kappa \frac{\partial T}{\partial y}$$
<sup>(7)</sup>

$$\tau_{xx} = -\frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}$$
(8)

$$\tau_{xy} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$
(9)

$$\tau_{yy} = -\frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial y}$$
(10)

$$\tau_{H} = -\frac{2}{3}\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) + 2\mu \frac{v}{y}$$
(11)

onde  $\rho$ , u, v, p e T são as variáveis dependentes, que representam a massa específica, a velocidade axial, a velocidade radial, a pressão e a temperatura, respectivamente;  $x \in y$ , nesta ordem, as direções axial e radial;  $\mu$  a viscosidade;  $\kappa$  a condutividade térmica; e R a constante do gás (ou da mistura dos gases) no interior da tubeira.

Sobre o sistema de equações de conservação são aplicadas condições de contorno a fim de solucionar de forma única o modelo matemático. Condições de contorno de adiabaticidade e de impermeabilidade foram utilizadas tanto na parede quanto na linha de simetria da tubeira, ou seja, não há fluxo de calor nem de fluido nas direções normais ( $\vec{n}$ ) a parede e a linha de simetria, conforme Fig. (1).

Para simular a aplicação de um sistema de refrigeração na parede, a condição de adiabaticidade no contorno norte é substituída por temperatura prescrita ( $T_w$ ). Para a simulação do escoamento viscoso é adicionada a condição de não deslizamento e impermeabilidade do fluido na parede da tubeira, prescrevendo-se  $u \, e \, v$  com valor nulo.

Na entrada da tubeira, a velocidade radial (v) e a derivada da velocidade axial (u) são prescritas como nula, conforme ilustrado na Fig. (1). Para o escoamento congelado foi considerado um modelo composto por quatro reações químicas envolvendo seis espécies do par propelente H<sub>2</sub>/O<sub>2</sub> (Svehla, 1964). A composição das espécies químicas  $(Y_i)$  é determinada a partir da razão de mistura (OF) e da temperatura  $(T_{in})$  e pressão  $(p_{in})$  na entrada da tubeira e considerada constante ao longo de todo o domínio da tubeira.



Figura 1. Condições de contorno aplicadas ao escoamento no interior da tubeira

Na câmara de combustão são prescritas arbitrariamente a temperatura de estagnação  $(T_0)$  e a pressão de estagnação  $(p_0)$ . A partir de tais valores são calculadas a temperatura  $(T_{in})$  e a pressão  $(p_{in})$  na entrada da tubeira através de

$$T_{in} = T_0 - \frac{1}{2} \left( \gamma - 1 \right) \left( \frac{u_{in}^2}{\gamma R} \right)$$
(12)

e

$$p_{in} = p_0 \left( 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{in}^2 \right)^{\frac{-\gamma}{\gamma - 1}}$$
(13)

onde  $\gamma$  é a razão entre calores específicos; R é a constante do gás ou da mistura de gases;  $u_{in}$  é a velocidade axial na entrada da tubeira, e

$$M_{in} = \frac{u_{in}}{\sqrt{\gamma R T_{in}}} \tag{14}$$

é o número de Mach na entrada da tubeira.

Não são requeridas condições de contorno na saída quando o escoamento é supersônico nesta região. Contudo, para implementação de um modelo numérico, é necessária a aplicação de condições de contorno em tal local. Para tanto, são aplicadas condições homogêneas de Newmann na direção axial para temperatura (T), pressão (p), velocidade axial (u) e velocidade radial (v).

O escoamento do fluido no interior da tubeira foi simulado com o código computacional Mach2D, que utiliza o Método de Volumes Finitos com arranjo colocalizado das variáveis (Maliska, 2010; Marchi e Araki, 2009). O Mach2D é implementado em linguagem Fortran 95 e foi compilado com o compilador GNU Fortran, versão

4.7.2, no sistema operacional Linux Debian 7 e com o compilador GNU Fortran, versão 4.1.2, no sistema operacional Linux Red Hat EL 5. Volumes fictícios são utilizados para a aplicação das condições de contorno.

O Mach2D utiliza aproximações de primeira ordem para os termos advectivos e de segunda ordem para os termos difusivos. O acoplamento pressão-velocidade é realizado empregando-se o método SIMPLEC para escoamentos a qualquer regime de velocidade (Maliska, 2010; Marchi e Araki, 2009). O sistema linear resultante da discretização das equações de conservação é resolvido pelo método MSI (*Modified Strongly Implicit*).

Para resolver o escoamento invíscido, o domínio foi discretizado utilizando-se malhas com 480 volumes na direção axial e 240 volumes na direção radial. A distribuição dos vértices dos volumes foi uniforme na direção radial. Na direção axial o comprimento de cada volume foi calculado com tamanho proporcional ao raio local da tubeira, gerando uma concentração maior de volumes na garganta.

No escoamento viscoso a discretização do domínio foi realizada utilizando-se malhas com 480 volumes na direção axial e 300 volumes na direção radial. A distribuição dos volumes na direção axial é idêntica ao do escoamento invíscido. Na direção radial a distribuição foi realizada utilizando-se uma progressão geométrica na vizinhança da parede norte e uniforme no restante do domínio.

#### 3 Verificação e Validação

Para que uma simulação computacional alcance por completo seu potencial como uma ferramenta de previsão, deve-se ter confiança que os resultados obtidos representam com acurácia a realidade. Verificação e validação fornecem uma sistemática para construir confiança nas previsões da simulação computacional (Roy, 2005).

Verificação trata com a matemática e aborda a acurácia da solução numérica para um dado modelo, enquanto que a validação trata com a física e aborda a adequação de um modelo em representar o fenômeno físico. Verificação pode ser relacionada a como resolver a equação corretamente, enquanto que validação está relacionada à escolha da equação correta (Roy, 2005).

A verificação e validação do código Mach2D foi realizada para garantir que os resultados obtidos são confiáveis e podem ser utilizadas na previsão das características do escoamento no interior da tubeira. Tais resultados são apresentados em Radtke et al. (2013). O erro numérico é causado por diversas fontes de erro, cujas principais são: erros de truncamento, erros de iteração, erros de arredondamento e erros de programação.

Com o objetivo de reduzir de forma significativa o erro de iteração, o sistema linear oriundo da discretização do modelo matemático foi resolvido de forma iterativa até atingir o erro de máquina. O erro de arredondamento foi minimizado utilizando-se precisão dupla nas variáveis do tipo real e o erro de programação foi considerado ausente após a realização de um procedimento de verificação de código computacional.

Portanto, a principal fonte de erro presente na solução numérica obtida pelo Mach2D é o erro de discretização. Para estimar o erro de discretização das soluções numéricas foi utilizado o estimador de Richardson. Para este estimador, a incerteza  $(U_{Ri})$  de uma solução numérica  $(\phi)$  é obtida através da extrapolação de Richardson generalizada (Roache, 1994), dada por

$$U_{Ri} = \frac{\phi_1 - \phi_2}{q^{p_L} - 1} \tag{15}$$

sendo  $\phi_1 \in \phi_2$  as soluções numéricas obtidas com as malhas fina e grossa, isto é, com malhas cujo tamanho (*h*) dos elementos são, respectivamente,  $h_1 \in h_2$ , com  $h_1 < h_2$ ;  $p_L$  é a ordem assintótica do erro de discretização; e *q* é a razão de refino entre as malhas, definida por

$$q = \frac{h_2}{h_1} = \frac{h_3}{h_2}$$
(16)

sendo  $h_1$ ,  $h_2$  e  $h_3$  os tamanhos das malhas fina, grossa e supergrossa, respectivamente.

Em problemas práticos, a obtenção da ordem assintótica ( $p_L$ ) pode ser de extrema dificuldade. Para contornar tal situação, a estimativa do erro utilizando o estimador de Richardson pode ser reescrita utilizando a ordem aparente ( $p_U$ ) ao invés da ordem assintótica ( $p_L$ ). A ordem aparente ( $p_U$ ) é definida como a inclinação local da curva de incerteza (U) da solução numérica ( $\phi$ ) versus o tamanho (h) dos elementos da malha em um gráfico bilogarítmico (Marchi, 2001), ou seja,

$$p_U = \frac{\log(\psi_U)}{\log(q)} \tag{17}$$

onde  $\psi_U$  é a razão de convergência da solução numérica para a solução analítica, definida por

$$\Psi_U = \frac{\phi_2 - \phi_3}{\phi_1 - \phi_2} \tag{18}$$

Para estimar o erro de discretização associado a cada solução numérica apresentada neste trabalho, foram utilizadas duas malhas mais grossas que a original, utilizando-se razão de refino igual a dois entre cada nível de malha. A ordem aparente ( $p_U$ ) foi adotada para o cálculo das estimativas do erro numérico apresentadas na próxima seção.

### 4 Otimização

Um código computacional, denominado DEPP (*Differential Evolution Parallel Program*), foi desenvolvido para a otimização das variáveis de interesse. O DEPP é baseado no algoritmo de Evolução Diferencial (DE) e foi implementado em linguagem Fortran 95 utilizando as diretivas do MPI (*Message Passing Interface*) para processamento parelelo.

DE é um algoritmo evolucionário, isto é, ele realiza a evolução de uma população de indivíduos de alguma maneira inteligente. A geração de novos indivíduos é obtida pelo uso de diferenças entre indivíduos da população atual, utilizando uma forma simples e rápida chamada operador diferencial (Feoktistov, 2006).

O algoritmo DE é inicializado com um conjunto de palpites para a solução do problema. Cada palpite, chamado indivíduo, é dado por um vetor composto por valores para todas as variáveis da função objetivo, denominados cromossomos. O conjunto de todos os indivíduos é chamado de população.

A população inicial é obtida aleatoriamente. Cada nova população é gerada com base nos cromossomos dos indivíduos da população anterior, utilizando operadores diferenciais. O valor de cada cromossomo é dado por uma combinação linear dos valores dos cromossomos de três indivíduos escolhidos aleatoriamente.

Para fazer todas as simulações numéricas foram utilizadas populações com tamanho igual a dez vezes o número de incógnitas. Foram realizadas 50 gerações e as constantes de diferenciação e de cruzamento foram tomadas iguais a 0,85 e 0,5, respectivamente. O Método de Superfície de Resposta (RSM) foi utilizado para aceleração da convergência do DE.

A hibridização do algoritmo DE com o RSM consiste em determinar os valores dos cromossomos de forma que o indivíduo gerado seja um ótimo, dentre um conjunto de indivíduos com as melhores aptidões. Para tanto, uma função quadrática é ajustada aos melhores resultados da população atual. O ponto de máximo é obtido desta função e as coordenadas deste ponto são utilizadas como cromossomos de um indivíduo da próxima geração (Vincenzi e Savoia, 2010).

A otimização foi restrita a seção divergente, considerando tubeiras cônicas e parabólicas. A seção convergente de ambas as tubeiras foi construída com a mesma geometria. Para a forma cônica apenas a inclinação da parede da seção divergente foi otimizada. Para a tubeira parabólica foram otimizados o raio da tubeira na saída e o ponto de interseção entre o arco de circunferência da garganta e a parábola, conforme Fig. (2).

Diversos modelos físicos e matemáticos de escoamento do fluido foram considerados. Para avaliar o efeito da viscosidade foram simulados escoamentos invíscidos e viscosos. Os escoamentos monoespécie com propriedades constantes, monoespécie com propriedades variáveis e congelado foram considerados para avaliar a influência do modelo físico sobre a geometria ótima.

Foram simuladas tubeiras com diferentes raios na garganta, raios de curvatura na garganta e comprimentos. Vários valores de pressão de estagnação, temperatura de estagnação e condições de contorno na parede (Newmann e Dirichlet) também foram avaliados. Para simular o caso de escoamento com parede refrigerada, a temperatura do contorno norte (Fig. 1) foi prescrita em 300 K.



Figura 2. Geometria da seção convergente e variáveis de otimização da tubeira parabólica

A Tab. (1) resume os parâmetros de entrada utilizados em cada caso avaliado. Nesta tabela a sigla N-S indica a utilização do modelo de Navier-Stokes; Mono cte e Mono var indicam a utilização de modelos para escoamento monoespécie ( $H_20$ ) com propriedades constantes e variáveis, respectivamente. Todos os casos avaliados foram simulados para tubeiras cônicas e parabólicas.

Caso	Modelo	M. Físico	r <sub>g</sub> (m)	r <sub>cgd</sub> (m)	$l_{d}(m)$	C. C. Norte	p <sub>0</sub> (MPa)	$T_0(K)$
C01	Euler	Mono cte	0,05	0,05	1,0	Adiabática	2	3000
C02	Euler	Mono var	0,05	0,05	1,0	Adiabática 2		3000
C03	Euler	Congelado	0,05	0,05	1,0	Adiabática	2	3000
C04	Euler	Mono cte	0,05	0,05	1,0	Adiabática	2	1000
C05	Euler	Mono cte	0,05	0,05	1,0	Adiabática	2	2000
C06	Euler	Mono cte	0,05	0,05	1,0	Adiabática	1	3000
C07	Euler	Mono cte	0,05	0,05	1,0	Adiabática	5	3000
C08	Euler	Mono cte	0,03	0,05	1,0	Adiabática	2	3000
C09	Euler	Mono cte	0,07	0,05	1,0	Adiabática	2	3000
C10	Euler	Mono cte	0,05	0,05	0,6	Adiabática	2	3000
C11	Euler	Mono cte	0,05	0,05	0,8	Adiabática	2	3000
C12	N-S	Mono cte	0,05	0,05	1,0	Adiabática	2	3000
C14	N-S	Congelado	0,05	0,05	1,0	Adiabática	2	3000
C15	N-S	Mono cte	0,05	0,05	1,0	Dirichlet	2	3000
C16	Euler	Mono cte	0,05	0,01	1,0	Adiabática	2	3000
C17	Euler	Mono cte	0,05	0,03	1,0	Adiabática	2	3000

Tabela 1. Parâmetros	geométricos e	físico-químicos	dos casos	avaliados
1 abtia 1. 1 af afficti 05	geometricos e	insico-quinneos	uus casus	avanauus

#### **5** Resultados

O coeficiente de empuxo das tubeiras otimizadas foi comparado com o de tubeiras cônicas de 15°, apresentados na Tab. (2). O coeficiente de empuxo das tubeiras parabólicas otimizadas também foi comparado com o de tubeiras cônicas com mesma razão de expansão de área, denotadas por Cônica  $\varepsilon$  na Tab. (2). Nesta tabela, o desempenho de cada tubeira é apresentado com a incerteza numérica determinada pelo estimador de Richardson.

Todas as tubeiras cônicas otimizadas obtiveram desempenho no mínimo 0,5% superiores às tubeiras cônicas de 15°. Na maioria dos casos o ganho foi superior a 1%, chegando a 2,46% no caso C10. Na comparação entre as tubeiras parabólicas otimizadas e a tubeira de 15°, observa-se que o ganho médio ficou em torno de 2,9%, chegando a 3,66% no caso C10.

Na comparação entre o desempenho das tubeiras parabólicas otimizadas e tubeiras cônicas com mesma razão de expansão, observa-se que as tubeiras parabólicas apresentaram desempenho, em média, 1,7% superior ao das tubeiras cônicas. Tal diferença também é observada na comparação entre as tubeiras cônicas otimizadas e parabólicas otimizadas.

Case	Cônica		Parabólica			Cônica E	Cônica 15°
Caso	Inclinação	inação C <sub>Fv</sub> x <sub>I</sub> r <sub>exit</sub> C <sub>Fv</sub>		$C_{Fv}$	$C_{Fv}$	$C_{Fv}$	
C01	24,5201	1,8966-0,0038	0,0327343	0,463016	1,9252-0,0002	1,8950-0,0045	1,8763-0,0074
C02	23,2168	1,8629-0,0047	0,0316365	0,435838	1,8913-0,0005	1,8616-0,0061	1,8526-0,0076
C03	23,2168	1,8640-0,0047	0,0316540	0,436741	1,8923-0,0005	1,8627-0,0061	1,8533-0,0076
C04	21,8004	1,7992-0,0052	0,0301569	0,412750	1,8235-0,0013	1,7980-0,0065	1,7932-0,0077
C05	23,9814	1,8691-0,0039	0,0321264	0,449774	1,8965-0,0013	1,8677-0,0055	1,8535-0,0075
C06	24,5201	1,8966-0,0038	0,0327340	0,463017	1,9252	1,8950-0,0046	1,8763-0,0074
C07	24,5201	1,8966-0,0038	0,0327354	0,463005	1,9252	1,8950-0,0046	1,8763-0,0074
C08	18,6985	1,9659-0,0054	0,0328759	0,416128	1,9970	1,9640-0,0057	1,9580-0,0074
C09	25,0696	1,8463-0,0035	0,0320574	0,497979	1,8697-0,0002	1,8451-0,0042	1,8131-0,0070
C10	24,8951	1,8274-0,0017	0,0313580	0,306737	1,8471	1,8265-0,0023	1,7870-0,0051
C11	24,7821	1,8680-0,0029	0,0320913	0,385550	1,8927	1,8665-0,0038	1,8389-0,0060
C12	25,1481	1,8893-0,0038	0,0322971	0,467063	1,9149-0,0002	1,8873-0,0048	1,8663-0,0076
C14	23,6475	1,8582-0,0047	0,0313253	0,441805	1,8837-0,0008	1,8565-0,0058	1,8447-0,0078
C15	24,7717	1,8851-0,0036	0,0317770	0,462702	1,9101-0,0002	1,8830-0,0045	1,8630-0,0075
C16	24,9964	1,9001-0,0107	0,0064827	0,472413	1,9288-0,0033	1,8984-0,0126	1,8813-0,0168
C17	24,7652	1,8976-0,0057	0,0196907	0,468259	1,9267-0,0004	1,8960-0,0070	1,8782-0,0112

Tabela 2. Parâmetros e coeficientes de empuxo da tubeira ótima, das tubeira de 15°
e das tubeiras de mesma razão de expansão

O desempenho das tubeiras otimizadas também foi comparado com o coeficiente de empuxo de uma tubeira ideal ( $C_{Fvi}$ ). Ressalta-se que o coeficiente de empuxo ideal é obtido para uma tubeira teórica idealizada, de comprimento e razão de expansão infinitos. Para pressão ambiente nula, o coeficiente de empuxo ideal é dado por (Rao, 1958):

$$C_{Fvi} = \gamma \left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}$$
(19)

Para os casos C04 e C05 os valores do coeficiente de empuxo ideal são iguais a 2,07527647 e 2,28104725, respectivamente. Para os demais casos o valor do coeficiente de empuxo ideal é 2,37745643.

O desempenho de todas as tubeiras cônicas otimizadas ficou acima de 76,8% do desempenho da tubeira ideal. O melhor desempenho nesta comparação ficou com o caso C04, com 86,4% na tubeira cônica e 87,8% na tubeira parabólica. Na comparação com a tubeira ideal, o desempenho médio das tubeiras cônicas ficou em torno de 80%, enquanto que para as tubeiras parabólicas a média ficou em torno de 81%.

Na comparação entre os casos C01, C02 e C03 pode-se observar que a escolha do modelo físico influencia de forma significativa a geometria ótima das tubeiras. A escolha do modelo matemático também influencia a configuração ótima, como pode ser visualizado na comparação entre os casos C01, C03, C12 e C14. A relação entre a inclinação e o desempenho das tubeiras cônicas para escoamentos invíscidos e viscosos é apresentada na Fig. (3).

Pelos casos C12 e C15 observa-se que a simulação da utilização de refrigeração, através da aplicação da condição de Dirichlet na parede da tubeira, reduz 1,5% a inclinação ótima para a tubeira cônica e 1% o raio de saída da tubeira parabólica. Através dos casos C01, C06 e C07, observa-se que a pressão de estagnação não influencia a geometria ótima das tubeiras.

O comprimento da tubeira influencia levemente os parâmetros geométricos ótimos de ambas as tubeiras, como pode ser observado nos casos C01, C10 e C11. Pelos casos C01, C08 e C09, pode-se observar que o raio da garganta influencia de forma significativa a geometria ótima.



Figura 3. Relação entre o desempenho e a inclinação da parede para alguns casos de tubeiras cônicas

#### 6 Conclusões

O programa implementado para a otimização da geometria das tubeiras (DEPP) mostrou-se robusto para determinar a geometria ótima das duas formas abordadas.

Todas as tubeiras otimizadas obtiveram no mínimo 76,8% do coeficiente de empuxo ideal. A melhor tubeira cônica obteve desempenho igual a 86,4% da tubeira ideal (caso C04). O desempenho da melhor tubeira parabólica otimizada ficou em 87,8% do desempenho da tubeira ideal (caso C04).

Todos os parâmetros geométricos avaliados influenciaram mais que 1% os parâmetros da geometria ótima, das tubeiras cônicas e parabólicas. O parâmetro geométrico que teve menor influência sobre o desempenho das tubeiras ótimas foi o raio de curvatura na garganta.

A pressão de estagnação não influenciou a geometria ótima das tubeiras. A temperatura de estagnação, assim como a escolha dos modelos matemáticos e físicos e o tipo de condição de contorno influenciaram a configuração ótima das tubeiras. Com isso, verifica-se a importância da aplicação de modelos mais realistas na otimização da geometria de tubeiras de foguetes.

#### 7 Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro do CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), AEB (Agência Espacial Brasileira) através do Programa Uniespaço, e CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior). O terceiro autor é bolsista do CNPq. Pesquisa desenvolvida com auxílio do CENAPAD-UFC.

## 8 Referencias

Campbell, C.E., Farley, J.M., Performance of several conical convergent-divergent rocket-type exhaust nozzles. Technical Note of National Aeronautics and Space Administration, NASA TN D-467, 1960.

Feoktistov, V., Differential Evolution: in search of solutions, Springer Science, New York, 2006.

- Maliska, C.R., Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional, 2 ed., LTC, Rio de Janeiro, 2010.
- Manski, D., Hagemann, G., Influence of rocket design parameters on engine nozzle efficiencies, Journal of Propulsion and Power, Vol. 12, No. 1, pp. 41–47, 1996.
- Marchi, C.H., Verificação de soluções numéricas unidimensionais em dinâmica dos fluidos, Tese (Doutorado), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001
- Marchi, C.H., Araki, L.K., Relatório técnico do projeto CFD-10/UFPR: códigos Mach2D 6.1 e RHG2D 1.0, UFPR, Curitiba, 2009.
- Radtke, J.J., Marchi, C.H., Araki, L.K., Bertolo, G., Moro, D.F., Germer, E.M., Verificação e Validação da Solução Numérica do Código Mach2D para Problemas de Propulsão de Foguetes, Congresso de Matemática Aplicada e Computacional – Região Sudeste, 2013.
- Rao, G.V.R., Exhaust nozzle contour for optimum thrust, Jet Propulsion, Vol. 28, No. 6, pp. 377–382, 1958.
- Roache, P.J., Perspective: a method for uniform reporting of grid refinement studies, ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 116, pp. 405-413, 1994.
- Roy, C., Review of code and solution verification procedures for computational simulation, Journal of Computational Physics, Vol. 205, No. 1, pp. 131–156, 2005.
- Svehla, R.A., Thermodynamic and transport properties for the hydrogen-oxygen system, National Aeronautics and Space Administration, NASA SP-3011, 1964.
- Vincenzi, L., Savoia, M., Improving the speed performance of an evolutionary algorithm by a second-order cost function approximation, Lisbon: 2<sup>nd</sup> International Conference on Engineering Optimization, 2010.