

*Simulação numérica de escoamento reativo, transferência de calor e termoelasticidade  
em motor-foguete*

Projeto CFD-10 apoiado financeiramente pela  
Agência Espacial Brasileira (AEB)  
Anúncio de Oportunidades 01/2006 do Programa UNIESPAÇO  
Tema: Veículos Espaciais  
Tópico: Processos de Combustão em Motores-Foguete

**Relatório técnico do projeto CFD-10/UFPR:  
códigos Mach2D 6.1 e RHG2D 1.0**

**Carlos Henrique Marchi**, Dr. Eng. Mec.

**Luciano Kiyoshi Araki**, Eng. Mec.

Universidade Federal do Paraná (UFPR)  
Departamento de Engenharia Mecânica (DEMEC)

Curitiba, 20 de agosto de 2009.

## SUMÁRIO

RESUMO .....	3
LISTA DE SÍMBOLOS .....	4
1 INTRODUÇÃO .....	7
1.1 Códigos Mach2D, versão 6.1, e RHG2D, versão 1.1 .....	7
1.2 Objetivos deste relatório .....	8
1.3 Definição do problema.....	9
1.4 Variáveis de interesse.....	13
2 MODELOS FÍSICO, MATEMÁTICO E NUMÉRICO.....	15
2.1 Modelo físico .....	15
2.2 Modelo matemático.....	15
2.3 Modelo numérico .....	17
2.4 Algoritmos .....	27
3 RESULTADOS NUMÉRICOS .....	30
4 CONCLUSÃO .....	62
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	63

## **RESUMO**

Neste relatório são apresentados os modelos físico, matemático e numérico, bem como resultados numéricos dos códigos Mach2D 6.1 e RHG2D 1.0, escritos em linguagem Fortran 95. Quatro capítulos compõem o presente relatório. No primeiro capítulo são apresentadas generalidades sobre o escoamento dos gases ao longo da tubeira, a transferência de calor na parede e o escoamento do refrigerante (refrigeração regenerativa) ou a transferência de calor por radiação (refrigeração radiativa), bem como a geometria da tubeira utilizada nas simulações.

O segundo capítulo apresenta os modelos físico, matemático e numérico do escoamento dos gases de combustão. Também são apresentados os algoritmos implementados para o escoamento dos gases de combustão e do sistema de refrigeração radiativa. Detalhes sobre o sistema de refrigeração regenerativa não são apresentados neste relatório, podendo ser vistos no Relatório Técnico 4 do projeto AEB-1/CFD-5/UFPR.

No capítulo 3 são apresentados os resultados numéricos para os modelos de escoamento monoespécie com propriedades variáveis, congelado e em equilíbrio químico local. Foram estudados problemas tanto para paredes com temperatura prescrita como adiabáticas (no caso do código Mach2D 6.1) e os sistemas de refrigeração regenerativa e radiativa (código RHG2D 1.0).

Não foram notadas diferenças significativas entre os resultados dos modelos químicos de 6 e de 8 espécies para o código Mach2D 6.1, analogamente ao visto anteriormente para outros tipos de escoamento. No caso do sistema de refrigeração, notou-se que a principal variação de propriedades está na região da parede da tubeira. Isto se deve à menor taxa de transferência de calor que ocorre no caso da refrigeração radiativa. Vários efeitos observados anteriormente em estudos empregando-se uma formulação para escoamento unidimensional foram novamente verificados, como o fato da temperatura máxima da parede ocorrer quando se emprega o modelo de escoamento congelado.

No último capítulo é apresentada a conclusão geral deste relatório.

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\bar{a}$	largura média dos canais de refrigeração [m]
$b$	altura dos canais de refrigeração [m]
$C_d$	coeficiente de descarga [adimensional]
$c_p$	calor específico à pressão constante [J/kg·K]
$D$	diâmetro da tubeira [m]
$e$	espessura da parede da tubeira [m]
$F^*$	empuxo dinâmico adimensional [adimensional]
$h$	métrica da malha [m]
$h_g$	coeficiente de convecção entre a mistura de gases e a parede [W/m <sup>2</sup> ·K]
$k_w$	condutividade térmica da parede [W/m·K]
$L_c$	comprimento da câmara [m]
$L_n$	comprimento da tubeira [m]
$L_T$	comprimento total do domínio de cálculo [m]
$m$	número de canais de refrigeração
$\dot{m}$	fluxo de massa [kg/s]
$M$	número de Mach [adimensional]
$OF$	razão de mistura [adimensional]
$P$	pressão total [Pa]
$P'$	correção de pressão
$Pr$	número de Prandtl [adimensional]
$q'_c$	taxa de transferência de calor da parede para o refrigerante, por unidade de comprimento [W/m]
$q''_h$	fluxo de calor por convecção, da mistura de gases de combustão para a parede [W/m <sup>2</sup> ]
$q''_r$	fluxo de calor por radiação, da mistura de gases de combustão para a parede [W/m <sup>2</sup> ]
$q''_w$	fluxo de calor por condução através da parede [W/m <sup>2</sup> ]
$r$	raio [m]
$r_c$	raio de curvatura [m]
$r_g$	raio da garganta [m]
$r_{in}$	raio da câmara [m]
$S$	área da seção transversal de escoamento [m <sup>2</sup> ]
$S_{wc}$	área efetiva da parede da tubeira em contato com o refrigerante [m <sup>2</sup> ]

$S_{wc}$	área da parede da tubeira em contato com os gases de combustão [m <sup>2</sup> ]
$S'_{wh}$	área interna da parede da tubeira em contato com os gases de combustão, por unidade de comprimento [m]
$t$	espessura das aletas [m]
$T$	temperatura [K]
$T_{aw}$	temperatura de parede adiabática [K]
$T_{wc}$	temperatura da parede em contato com o refrigerante [K] - refrigeração regenerativa, ou da parede em contato com o ambiente externo [K] - refrigeração radiativa
$T_{wh}$	temperatura da parede em contato com os gases de combustão [K]
$u$	velocidade axial [m/s]
$v$	velocidade radial [m/s]
$Y_i$	fração mássica da espécie química $i$
$x$	direção axial
$y$	direção radial

### Letras gregas

$\bar{\epsilon}$	emissividade entre a parede e a mistura de gases [adimensional]
$\epsilon_{ap}$	emissividade entre a parede externa da tubeira e o ambiente [adimensional]
$\Lambda$	fator do esquema de interpolação utilizado (0: UDS, 1: CDS)
$\mu$	viscosidade absoluta ou dinâmica [Pa·s]
$\rho$	massa específica [kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	constante de Stefan-Boltzmann (5,67051·10 <sup>-8</sup> W/m <sup>2</sup> ·K <sup>4</sup> )
$\phi$	solução numérica da variável de interesse

### Subíndices

0	propriedades de estagnação
$c$	propriedade avaliada para o refrigerante
$e$	propriedade na face direita (face leste)
$E$	propriedade no volume à direita (volume leste)
$ex$	propriedades na saída da tubeira

*in* propriedade do refrigerante na entrada dos canais  
*out* propriedade do refrigerante na saída dos canais  
*P* propriedade no volume atual (volume *P*)  
*w* propriedade na face esquerda (face oeste)  
*W* propriedade no volume à esquerda (volume oeste)

# 1 INTRODUÇÃO

Neste relatório são apresentados os modelos físicos, matemáticos e numéricos do código Mach2D, versão 6.1, destinado à solução numérica do escoamento bidimensional laminar em motores-foguete. Os modelos químicos existentes no código Mach2D, versão 6.1, são os mesmos apresentados nos Relatórios Técnicos 1 e 3, inseridos nos códigos Gibbs 1.3 e Mach1D 5.0, obtidos do projeto CFD-5/UFPR, apoiado pela AEB através do Anúncio de Oportunidades 01/2004 do programa UNIESPAÇO.

## 1.1 Códigos Mach2D, versão 6.1, e RHG2D, versão 1.0

A obtenção das propriedades termoquímicas da mistura gasosa de combustão, em caráter local, bem como de parâmetros de desempenho é feita através do código Mach2D 6.1. Tal código, escrito em linguagem Fortran 95 (e compilado com o Intel Fortran Compiler 9.1), apresenta três modelos físicos distintos:

solução numérica de escoamento monoespécie, com propriedades constantes;

solução numérica de escoamento monoespécie, com propriedades variáveis, incluindo propriedades do vapor de água (H<sub>2</sub>O);

solução numérica de escoamento congelado.

No caso dos modelos para escoamento monoespécie com propriedades variáveis, o calor específico ( $c_p$ ), a viscosidade absoluta ( $\mu$ ) e a condutividade térmica ( $k$ ) são obtidos através de polinômios interpoladores obtidos por McBride *et al.* (1993), tendo sido apresentados no no Relatório Técnico 1 (Eq. 1.1) do projeto CFD-5/UFPR, apoiado pela AEB através do Anúncio de Oportunidades 01/2004 do programa UNIESPAÇO.

Como características do código Mach2D, destacam-se:

- Metodologia adotada: Método dos Volumes Finitos;
- Condições de contorno aplicadas com auxílio de volumes fictícios;
- Malha estruturada não-ortogonal de faces centradas;
- Funções de interpolação: UDS (primeira ordem) e CDS (segunda ordem), com correção adiada;
- Sistema de coordenadas curvilíneas  $\xi$ - $\eta$ ;
- Possibilidade de resolução de problemas bidimensionais planos ou axissimétricos;
- Formulação totalmente implícita no tempo para o processo iterativo;

- Solver MSI para 5 ou 9 diagonais;
- Formulação adequada para qualquer velocidade (desde o escoamento subsônico, na entrada da tubeira, ao escoamento supersônico, na saída);
- Método SIMPLEC para acoplamento pressão-velocidade;
- Velocidades nas faces do arranjo co-localizado obtidas conforme Marchi e Maliska (1994);
- Equações de conservação da quantidade de movimento: Equações de Navier-Stokes para escoamento laminar;
- Equação da energia baseada na temperatura (e não na entalpia).

Tendo-se por base o código Mach2D 6.1, foram incluídos, também, dois sistemas de refrigeração distintos: o regenerativo e o radiativo. Para a refrigeração regenerativa, foram empregados como base o código CANAL 2.0, sendo o mesmo acoplado ao código Mach2D 6.1. Para detalhes dos modelos físico, matemático e numérico implementados, recomenda-se a leitura do Relatório Técnico 4 do projeto CFD-5/UFPR. Com relação à refrigeração radiativa, ao invés dos canais para escoamento de um refrigerante, existentes na refrigeração regenerativa, a própria tubeira perde calor para o meio externo, através da radiação térmica, que é modelada através da Lei de Stefan-Boltzmann:

$$q'' = F_{12} \varepsilon \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (1.1)$$

sendo:  $q''$  o fluxo térmico entre o meio 1 (no caso, a tubeira) e o meio 2 (no caso, o ambiente), dado em W/m<sup>2</sup>;  $F_{12}$  o fator de forma entre a tubeira e o ambiente (considerada como sendo igual a 1);  $\varepsilon$  é a emissividade térmica média entre a tubeira e o ambiente;  $\sigma$  é a constante de Stefan-Boltzmann, que vale  $5,67051 \times 10^{-8}$  W/m<sup>2</sup>K<sup>4</sup>;  $T_1$  é a temperatura do meio 1 (no caso, a tubeira) e  $T_2$  é a temperatura do meio 2, no caso, o ambiente.

## 1.2 Objetivos deste relatório

Os objetivos principais deste relatório são:

- Apresentar os modelos físicos, químicos, matemáticos e numéricos disponíveis no código;
- Obter soluções analítica e numéricas para um problema específico;
- Apresentar o efeito dos modelos físico e matemático adotado sobre a solução do problema abordado;
- Apresentar o efeito do modelo químico adotado na solução do problema abordado;
- Apresentar o efeito do sistema de refrigeração na solução do problema abordado.

### 1.3 Definição do problema

A geometria da câmara-tubeira utilizada nas simulações é similar àquela apresentada nos trabalhos de Marchi *et al.* (2000; 2004) e no Relatório Técnico 3 do projeto CFD-5/UFPR; sendo assim, trata-se de uma câmara de seção cilíndrica (de raio  $r_{in}$  e comprimento  $L_c$ ) acoplada a uma tubeira de formato cossenoidal (de comprimento  $L_n$ ), cujo perfil pode ser observado através da Figura 1.1. O raio  $r$  na tubeira (para  $x \geq L_c$ ) é obtido através da seguinte expressão:

$$r = r_g + \frac{(r_{in} - r_g)}{2} \left\{ 1 + \cos \left[ 2\pi \frac{(x - L_c)}{L_n} \right] \right\}, \quad (1.2)$$

onde  $r_g$  é o raio da garganta. Neste trabalho foi considerada uma única geometria para a tubeira, sendo o raio da câmara ( $r_{in}$ ) igual a 0,120 m; o comprimento da câmara ( $L_c$ ), 0,100 m; o comprimento da tubeira ( $L_n$ ), 0,400 m; o comprimento total ( $L_c + L_n$ ), 0,500 m; e o raio da garganta ( $r_g$ ) de 0,040 m.

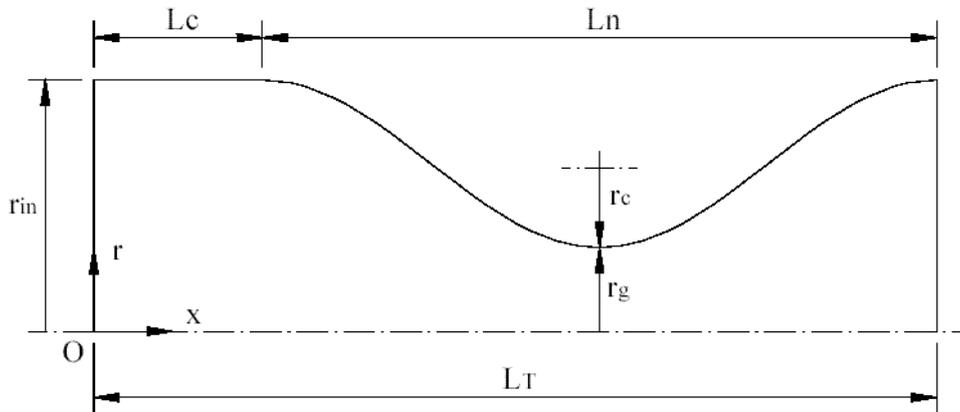


Figura 1.1: Parâmetros geométricos do motor-foguete. Fonte: Marchi et al., 2000.

Deve-se notar que na Figura 1.1 é mostrada apenas a geometria interna da câmara-tubeira, sem apresentar o sistema de refrigeração regenerativa, que é detalhado na Figura 1.2. Os canais de refrigeração podem ser vistos na seção A-A, Figura 1.3.

A geometria dos canais de refrigeração é dependente do número total de canais ( $m$ ), da espessura da parede ( $e$ ), da espessura ( $t$ ) e da altura ( $b$ ) das aletas, bem como do raio ( $r$ ) da tubeira (uma vez que o raio é variável ao longo do comprimento da tubeira). A largura média dos canais ( $\bar{a}$ ) depende das propriedades anteriormente citadas, sendo calculada através da seguinte expressão:

$$\bar{a} = \frac{\pi}{mb} [(r+e+b)^2 - (r+e)^2] - t, \quad (1.3)$$

que é válida para  $m \geq 2$ .

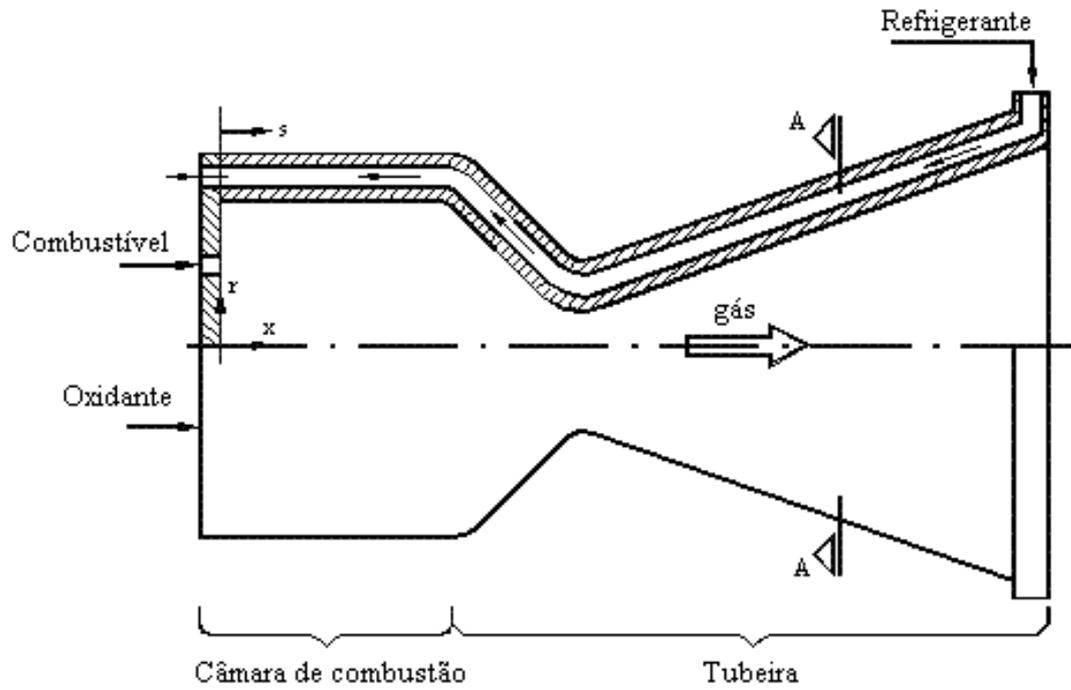


Figura 1.2: Motor-foguete bipropelente com refrigeração regenerativa. Fonte: Marchi *et al.* (2000).

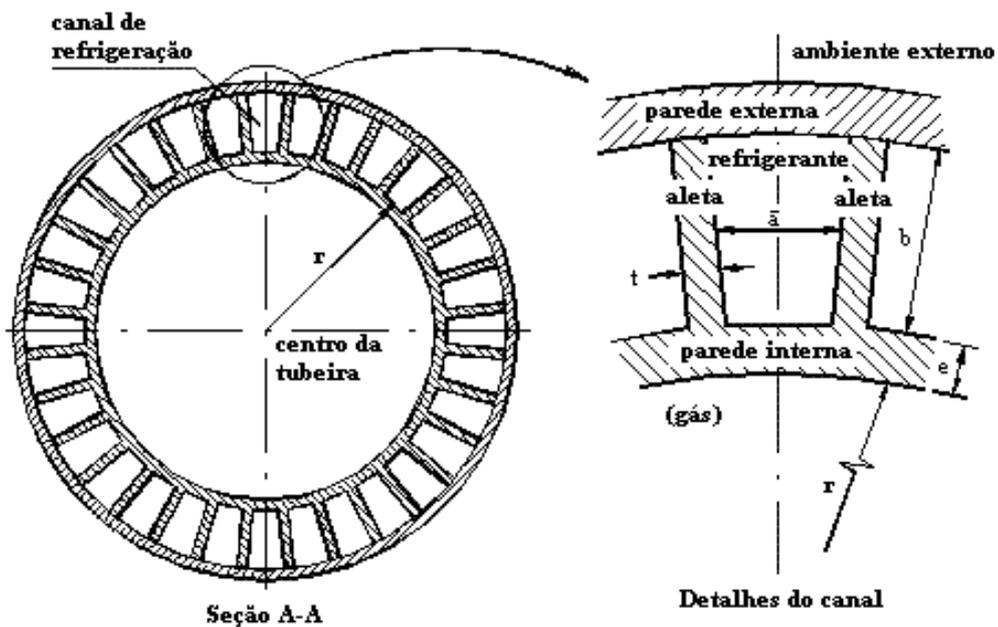


Figura 1.3: Detalhe dos canais do sistema de refrigeração regenerativa (seção A-A). Fonte: Marchi *et al.* (2000).

No caso da refrigeração radiativa, ao esquema apresentado na Figura 1.1, é empregada apenas a espessura da parede da tubeira ( $e$ ), ocorrendo a necessidade dos demais elementos estruturais existentes no caso da refrigeração regenerativa.

As hipóteses contidas no estudo tanto do escoamento de gases de combustão no interior da tubeira, quanto do escoamento do refrigerante no interior dos canais é idêntica ao que já foi apresentado no Relatório Técnico 4 do projeto CFD-5/UFPR, com a exceção da seguinte expressão:

$$h_g = 0,026 \frac{(\rho u)^{0,8}}{D^{0,2}} \text{Pr}^{0,4} \frac{k}{\mu^{0,8}}, \quad (1.4)$$

que é empregada para avaliar o coeficiente de transferência de calor por convecção ( $h_g$ ) existente entre os gases de combustão e a tubeira, fornecida por Sutton e Biblarz (2001), sendo:  $\rho$  a massa específica da mistura de gases;  $u$  sua velocidade;  $D$  o diâmetro da tubeira; Pr o número de Prandtl da mistura de gases;  $k$  a condutividade térmica; e  $\mu$  a viscosidade absoluta da mistura.

As condições de contorno para o escoamento de gases no interior da tubeira são definidas como se segue:

- Condições de entrada: A temperatura ( $T$ ) e a pressão ( $P$ ) da mistura de gases de combustão são tomadas como funções das propriedades de estagnação; a composição (frações mássicas -  $Y_i$ ) das espécies químicas é definida a partir da temperatura e pressão locais; a velocidade axial ( $u$ ) na entrada é extrapolada linearmente da velocidade no interior da câmara-tubeira, enquanto a velocidade radial ( $v$ ) é nula.

$$\left\{ \begin{array}{l} T = f(T_0); \quad P = f(P_0); \\ Y_i = f(T, P); \quad \frac{d^2u}{dx^2} = 0; \quad v = 0 \end{array} \right. \quad (1.5)$$

- Condições na parede da tubeira: Parede impermeável, podendo ser adiabática ou com temperatura prescrita. No caso de o escoamento dos gases estar associado a um sistema de refrigeração, a condição de contorno para a temperatura é necessariamente a de temperatura prescrita.
- Condições na saída da tubeira: A solução do escoamento em tubeiras não requer condições de contorno na saída quando o escoamento é supersônico nessa região. Contudo, para implementação de um modelo numérico, há necessidade da especificação das condições de

contorno para tal região. Sendo assim, as condições de contorno na saída da tubeira para temperatura ( $T$ ), pressão ( $P$ ), velocidades axial ( $u$ ) e radial ( $v$ ) são tomadas como extrapolações lineares dessas propriedades para os valores encontrados no interior da câmara-tubeira. Por ter sido incluído apenas o modelo de escoamento congelado, no caso de existirem várias espécies, as frações mássicas ( $Y_i$ ) são iguais àquelas obtidas para a entrada da tubeira.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 T}{dx^2} = 0; \quad \frac{d^2 P}{dx^2} = 0; \\ Y_i = f(T_0, P_0); \quad \frac{d^2 u}{dx^2} = 0; \quad \frac{d^2 v}{dx^2} = 0 \end{array} \right. \quad (1.6)$$

- Condições no centro da tubeira (linha de simetria): Condições de simetria (impermeável, adiabática).

No caso de refrigeração regenerativa, tem-se as seguintes condições de contorno para o escoamento do refrigerante dentro dos canais:

- Condições na entrada: A temperatura ( $T_{c\ in}$ ) e a velocidade ( $u_{c\ in}$ ) de entrada do refrigerante são conhecidas e informadas; a massa específica ( $\rho_{c\ in}$ ) é obtida a partir da temperatura local; e a pressão ( $P_{c\ in}$ ) é obtida através de uma extrapolação linear da pressão no interior dos canais.

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{c\ in}; \quad \rho_{c\ in} = f(T_{c\ in}); \\ u_{c\ in}; \quad \frac{d^2 P_{c\ in}}{ds^2} = 0. \end{array} \right. \quad (1.7)$$

- Condições de saída: A temperatura ( $T_{c\ out}$ ) e a velocidade ( $u_{c\ out}$ ) são extrapoladas linearmente dos valores obtidos para o interior dos canais; a massa específica é obtida a partir da temperatura local; e a pressão ( $P_{c\ out}$ ) é definida como nula na saída dos canais, uma vez que o parâmetro de maior interesse é a queda de pressão nos canais, dada pela diferença entre a pressão na entrada e a na saída dos canais.

$$\begin{cases} \frac{d^2 T_{c\ out}}{ds^2} = 0; & P_{c\ out} = 0; \\ \frac{d^2 u_{c\ out}}{ds^2} = 0; & \rho_{c\ out} = f(T_{c\ out}). \end{cases} \quad (1.8)$$

Para a parede da tubeira, tem-se as seguintes condições de contorno:

- Condições nas paredes internas da tubeira: As trocas térmicas entre os gases de combustão e a parede da tubeira são reguladas através do coeficiente de convecção ( $h_g$ ) e da emissividade média paredes-gases ( $\bar{\epsilon}$ ).
- Condições nas paredes em contato com o refrigerante (refrigeração regenerativa): As trocas térmicas entre o refrigerante e a parede da tubeira são reguladas através do coeficiente de convecção ( $h_c$ ); os efeitos viscosos são levados em consideração através do coeficiente de atrito de Darcy ( $f_c$ ).
- Condições na parede da tubeira (refrigeração radiativa): As trocas térmicas entre a parede da tubeira e o ambiente são reguladas através da Lei de Stefan-Boltzmann.
- Condições de contorno nas paredes externas (refrigeração regenerativa): não há troca de calor (paredes adiabáticas).

Na Tabela 1.1, mostrada a seguir, tem-se um resumo dos parâmetros empregados nos estudos efetuados com os códigos Mach2D 6.1 e RHG2D 1.0.

#### 1.4 Variáveis de interesse

Dentre as variáveis de interesse deste relatório, citam-se as seguintes:

variáveis globais – coeficiente de descarga ( $C_d$ ), empuxo dinâmico adimensional ( $F^*$ ), impulso específico ( $I_s$ ), impulso específico adimensional, empuxo total no vácuo e velocidade característica. Todas essas variáveis foram previamente definidas nos Relatórios Técnicos 3, 4 e 5 do Projeto CFD-5/UFPR;

variáveis locais, na saída da tubeira – pressão estática ( $P_{ex}$ ), temperatura ( $T_{ex}$ ), velocidade ( $u_{ex}$ ) e número de Mach ( $M_{ex}$ ), no centro e na parede da tubeira, na saída da mesma.

Além das variáveis supracitadas, algumas outras passam a ser importantes, quando é considerado o sistema de refrigeração regenerativa: a temperatura de saída do refrigerante ( $T_{c\ out}$ ); a queda de pressão do refrigerante ao longo dos canais ( $\Delta P_c$ ); a temperatura máxima alcançada na parede da tubeira ( $T_{max}$ ); e o fluxo de calor máximo na parede da tubeira. No caso da refrigeração

radiativa, foram obtidos a a temperatura máxima alcançada na parede da tubeira ( $T_{max}$ ); e o fluxo de calor máximo na parede da tubeira.

**Tabela 1.1: Parâmetros geométricos, parâmetros físicos e microcomputador utilizados nos estudos efetuados.**

<b>Parâmetros geométricos (câmara e tubeira)</b>	Comprimento da câmara ( $L_c$ )	0,100 m
	Comprimento da tubeira ( $L_n$ )	0,400 m
	Comprimento total ( $L_T$ )	0,500 m
	Raio na câmara / entrada da tubeira ( $r_{in}$ )	0,120 m
	Raio na garganta da tubeira ( $r_g$ )	0,040 m
<b>Parâmetros geométricos (canais) - refrigeração regenerativa</b>	Número de canais ( $m$ )	80
	Altura dos canais ( $b$ )	4,0 mm
	Espessura da parede interna ( $e$ )	2,0 mm
	Espessura das aletas ( $t$ )	1,5 mm
<b>Parâmetros físicos (câmara e tubeira)</b>	Temperatura de estagnação ( $T_0$ )	3420,33 K
	Pressão de estagnação ( $P_0$ )	$2,0 \times 10^6$ Pa
	Razão entre calores específicos ( $\gamma$ )	1,1956
	Constante do gás ( $R$ )	526,97 J/kg·K
	Razão em massa oxidante/combustível ( $OF$ )	7,936682739
<b>Parâmetros físicos (canais) - refrigeração regenerativa</b>	Emissividade média paredes-gases ( $\bar{\epsilon}$ )	0,25
	Vazão de refrigerante (água) em cada canal ( $\dot{m}_c$ )	0,5 kg/s
	Temperatura do refrigerante (água) na entrada dos canais	300 K
	Rugosidade absoluta nas paredes dos canais ( $rug$ )	$5,0 \cdot 10^{-6}$ m
<b>Parâmetros físicos - refrigeração radiativa</b>	Emissividade média paredes-ambiente ( $\bar{\epsilon}_{amb}$ )	0,95
	Temperatura do ambiente ( $T_{amb}$ )	300 K
<b>Microcomputador</b>	Processador	Xeon QC 2.66 GHz
	Memória RAM	16,0 GB
	Sistema operacional	Windows XP 64 bits

## 2 MODELOS FÍSICO, MATEMÁTICO E NUMÉRICO

Neste capítulo são apresentados os modelos físico, matemático e numérico do escoamento bidimensional em tubeira. Os modelos para o escoamento do refrigerante (no caso do modelo com refrigeração regenerativa) são os mesmos apresentados no Relatório Técnico 4 do projeto CFD-5/UFPR, financiado pela AEB através do Programa Uniespaço (Anúncio de Oportunidades 01/2004).

### 2.1 Modelo físico

Para o escoamento bidimensional dos gases de combustão ao longo da tubeira são adotadas as seguintes hipóteses:

- presença ou ausência de efeitos viscosos;
- presença ou ausência de transferência de calor do fluido para a parede;
- escoamento de gás monoespécie perfeito ou de mistura de gases perfeitos (escoamento congelado).

### 2.2 Modelo matemático

O modelo matemático é baseado nas equações de conservação da massa, da conservação de quantidade movimento linear nas direções axial e radial (Equações de Navier-Stokes para regime laminar), e equação da energia, que, para a hipótese de regime permanente, podem ser escritas de uma forma geral através da seguinte expressão:

$$C^\phi \left[ \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} (r \rho v \phi) \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left( r \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + P^\phi + S^\phi, \quad (2.1)$$

sendo seus coeficientes fornecidos na Tabela 2.1.

Além da equação geral, fornecida acima, também é necessária uma equação de estado; no caso, optou-se por trabalhar com a equação de estado dos gases perfeitos, ou seja

$$P = \rho R T, \quad (2.2)$$

**Tabela 2.1: Coeficientes da equação geral (2.1).**

Equação	$\phi$	$C^\phi$	$\Gamma^\phi$	$P^\phi$	$S^\phi$
Massa	1	1	0	0	0
QML-x	$u$	1	$\mu$	$-\frac{\partial p}{\partial x}$	$\frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial y} (rv) \right]$
QML-y	$v$	1	$\mu$	$-\frac{\partial p}{\partial y}$	$\frac{1}{3r} \frac{\partial}{\partial y} \left( r \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)$ $-\frac{4}{3} f \frac{u}{r^2} v - \frac{2}{3r} f v \frac{\partial \mu}{\partial y}$
Energia	$T$	$c_p$	$k$	$-uP^u - vP^v$	$2\mu \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + f \left( \frac{v}{r} \right)^2 \right] + \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$ $-\frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + f \frac{v}{r} \right)^2 + S_{eq}$

Na Tabela 2.1, bem como na Eq. (2.2), tem-se que:  $\rho$ ,  $u$ ,  $v$ ,  $P$  e  $T$  são as cinco variáveis dependentes, representando a massa específica, a velocidade axial, a velocidade radial, a pressão e a temperatura, nesta ordem;  $x$  e  $y$ , as direções axial e radial, respectivamente;  $c_p$ , o calor específico congelado a pressão constante;  $k$  é a condutividade térmica da mistura de gases;  $\mu$  é a viscosidade absoluta da mistura de gases;  $R$ , a constante da mistura de gases no interior da tubeira; e  $f$  e  $r$  são fatores que permitem alternar entre os sistemas de coordenadas cartesiano retangular (fazendo-se  $r = 1$  e  $f = 0$ ) ou axissimétrico (fazendo-se  $r=y=raio$  e  $f = 1$ ). O termo  $S_{eq}$  da equação da energia é definido da seguinte forma:

$$S_{eq} = \begin{cases} -\sum_{i=1}^N h_i \dot{w}_i, & \text{no caso de equilíbrio químico local} \\ 0, & \text{demais casos.} \end{cases} \quad (2.3)$$

sendo  $N$  o número de espécies envolvidas no modelo químico adotado,  $h_i$  a entalpia da espécie química  $i$  e  $\dot{w}_i$  a taxa de geração da espécie química.

### 2.3 Modelo numérico

O primeiro passo para a obtenção do modelo numérico é a transformação do sistema de coordenadas axissimétrico ( $z-r$ ) para um sistema de coordenadas generalizado ( $\xi-\eta$ ). Detalhes sobre tal transformação podem ser vistos nos capítulos 11 a 15 de Maliska (1995). As equações transformadas podem ser escritas da seguinte forma geral, Eq. (2.4), cujos coeficientes são apresentados na Tabela 2.2.

$$C^\phi \left[ \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \xi} (r \rho U \phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} (r \rho V \phi) \right] = P^\phi + S^\phi \quad (2.4)$$

$$+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ r \Gamma^\phi J \left( \alpha \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - \beta \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ r \Gamma^\phi J \left( \gamma \frac{\partial \phi}{\partial \eta} - \beta \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) \right]$$

**Tabela 2.2: Valores dos coeficientes para a equação transformada geral.**

Equação	$\phi$	$C^\phi$	$\Gamma^\phi$	$P^\phi$	$S^\phi$
Massa	1	1	0	0	0
QML-x	$u$	1	$\mu$	$\frac{\partial}{\partial \eta} (y_\xi p) - \frac{\partial}{\partial \xi} (y_\eta p)$	$S^u$
QML-y	$v$	1	$\mu$	$\frac{\partial}{\partial \xi} (x_\eta p) - \frac{\partial}{\partial \eta} (x_\xi p)$	$S^v$
Energia	$T$	$c_p$	$k$	$\frac{1}{J} \frac{\partial p}{\partial t} - uP^u - vP^v$	$S^T$

Os valores de  $S^u$ ,  $S^v$  e  $S^T$ , existentes na Tabela 2.2 são apresentados a seguir:

$$S^u = \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \mu J \left( y_\eta^2 \frac{\partial u}{\partial \xi} - y_\xi y_\eta \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right] + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \mu J \left( y_\xi^2 \frac{\partial u}{\partial \eta} - y_\xi y_\eta \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \right] +$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ r \mu x_\eta J \left( y_\xi \frac{\partial v}{\partial \eta} - y_\eta \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ r \mu x_\xi J \left( y_\eta \frac{\partial v}{\partial \xi} - y_\xi \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \right] \quad (2.5)$$

$$- \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \frac{\mu}{r} y_\eta J \left[ x_\xi \frac{\partial}{\partial \eta} (rv) - x_\eta \frac{\partial}{\partial \xi} (rv) \right] \right\} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ \frac{\mu}{r} y_\xi J \left[ x_\eta \frac{\partial}{\partial \xi} (rv) - x_\xi \frac{\partial}{\partial \eta} (rv) \right] \right\}$$

$$\begin{aligned}
S^v = & \frac{1}{3r} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ r \mu J \left( x_\eta^2 \frac{\partial v}{\partial \xi} - x_\xi x_\eta \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \right] + \frac{1}{3r} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ r \mu J \left( x_\xi^2 \frac{\partial v}{\partial \eta} - x_\xi x_\eta \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) \right] + \\
& \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ \mu y_\eta J \left( x_\xi \frac{\partial u}{\partial \eta} - x_\eta \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[ \mu y_\xi J \left( x_\eta \frac{\partial u}{\partial \xi} - x_\xi \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right] \\
& - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ \mu x_\eta J \left[ y_\xi \frac{\partial u}{\partial \eta} - y_\eta \frac{\partial u}{\partial \xi} \right] \right\} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial \eta} \left\{ \mu x_\xi J \left[ y_\eta \frac{\partial u}{\partial \xi} - y_\xi \frac{\partial u}{\partial \eta} \right] \right\} \\
& - \frac{4}{3} f \frac{\mu}{r^2} \frac{v}{J} + \frac{2f}{3r} \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (x_\eta \mu) - \frac{\partial}{\partial \eta} (x_\xi \mu) \right] v
\end{aligned} \tag{2.6}$$

$$\begin{aligned}
S^T = & 2\mu J \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (y_\eta u) - \frac{\partial}{\partial \eta} (y_\xi u) \right]^2 + 2\mu J \left[ \frac{\partial}{\partial \eta} (x_\xi v) - \frac{\partial}{\partial \xi} (x_\eta v) \right]^2 + 2 \frac{\mu}{J} f \left( \frac{v}{r} \right)^2 + \\
& \mu J \left[ \frac{\partial}{\partial \xi} (y_\eta v - x_\eta u) + \frac{\partial}{\partial \eta} (x_\xi u - y_\eta v) \right]^2 - \frac{2}{3} \mu J \left( \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial V}{\partial \eta} + \frac{1}{J} f \frac{v}{r} \right)^2 + S_{eq}^T
\end{aligned} \tag{2.7}$$

sendo:

$$S_{eq}^T = \begin{cases} - \sum_{i=1}^N \{ (h_i)_P [\dot{M}_e(Y_i)_E - \dot{M}_w(Y_i)_W + \dot{M}_n(Y_i)_N - \dot{M}_s(Y_i)_S] \}, & \text{para equilíbrio químico} \\ 0, & \text{demais casos} \end{cases} \tag{2.8}$$

$$U = u y_\eta - v x_\eta, \tag{2.9}$$

$$V = v x_\xi - u y_\xi, \tag{2.10}$$

e

$$J = \frac{1}{x_\xi y_\eta - y_\xi x_\eta}. \tag{2.11}$$

As equações de conservação da quantidade de movimento axial, da quantidade de movimento radial, da energia e de espécies podem ser escritas na seguinte forma:

$$a_P^u \Phi_P + a_W^u \Phi_W + a_e^u \Phi_E + a_s^u \Phi_S + a_n^u \Phi_N + a_{sw}^u \Phi_{SW} + a_{se}^u \Phi_{SE} + a_{nw}^u \Phi_{NW} + a_{ne}^u \Phi_{NE} = b_P^\Phi, \tag{2.12}$$

sendo (no caso da equação da conservação da quantidade de movimento axial):

$$a_w^u = -\left(\frac{1}{2} + \lambda_w\right)(r\rho U)_w - (rJ\alpha)_w \Gamma_w^\phi - \frac{(rJ\beta)_n}{4} \Gamma_n^\phi + \frac{(rJ\beta)_s}{4} \Gamma_s^\phi, \quad (2.13)$$

$$a_e^u = \left(\frac{1}{2} - \lambda_e\right)(r\rho U)_e - (rJ\alpha)_e \Gamma_e^\phi + \frac{(rJ\beta)_n}{4} \Gamma_n^\phi - \frac{(rJ\beta)_s}{4} \Gamma_s^\phi \quad (2.14)$$

$$a_s^u = -\left(\frac{1}{2} + \lambda_s\right)(r\rho V)_s - (rJ\gamma)_s \Gamma_s^\phi - \frac{(rJ\beta)_e}{4} \Gamma_e^\phi + \frac{(rJ\beta)_w}{4} \Gamma_w^\phi, \quad (2.15)$$

$$a_n^u = \left(\frac{1}{2} - \lambda_n\right)(r\rho V)_n - (rJ\gamma)_n \Gamma_n^\phi + \frac{(rJ\beta)_e}{4} \Gamma_e^\phi - \frac{(rJ\beta)_w}{4} \Gamma_w^\phi, \quad (2.16)$$

$$a_{sw}^u = \frac{(rJ\beta)_w}{4} \Gamma_w^\phi + \frac{(rJ\beta)_s}{4} \Gamma_s^\phi, \quad (2.17)$$

$$a_{se}^u = -\frac{(rJ\beta)_e}{4} \Gamma_e^\phi - \frac{(rJ\beta)_s}{4} \Gamma_s^\phi, \quad (2.18)$$

$$a_{nw}^u = -\frac{(rJ\beta)_w}{4} \Gamma_w^\phi - \frac{(rJ\beta)_n}{4} \Gamma_n^\phi, \quad (2.19)$$

$$a_{ne}^u = \frac{(rJ\beta)_e}{4} \Gamma_e^\phi + \frac{(rJ\beta)_n}{4} \Gamma_n^\phi, \quad (2.20)$$

$$a_p^u = \frac{r_p \rho_p^0}{J_p \Delta t} + \left(\frac{1}{2} + \lambda_w\right)(r\rho U)_w - \left(\frac{1}{2} - \lambda_e\right)(r\rho U)_e + \left(\frac{1}{2} + \lambda_s\right)(r\rho V)_s - \left(\frac{1}{2} - \lambda_n\right)(r\rho V)_n + (rJ\alpha\Gamma^\phi)_w + (rJ\alpha\Gamma^\phi)_e + (rJ\gamma\Gamma^\phi)_s + (rJ\gamma\Gamma^\phi)_n + a_{p,comp}^u, \quad (2.21)$$

$$b_p^u = \frac{r_p \rho_p^0}{J_p \Delta t} u_p^0 + w_p^u + L[P^u]_p r_p + L[S^u]_p r_p, \quad (2.22)$$

sendo:

$$\alpha = x_\eta^2 + y_\eta^2, \quad (2.23)$$

$$\beta = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta, \quad (2.24)$$

$$\gamma = x_\xi^2 + y_\xi^2, \quad (2.25)$$

$$a_{P,comp}^u = \frac{r_P}{3} \left[ (\mu J y_\eta^2)_w + (\mu J y_\eta^2)_e + (\mu J y_\xi^2)_s + (\mu J y_\xi^2)_n \right], \quad (2.26)$$

$$w_P^u = \Lambda \left[ \dot{M}_e \lambda_e (u_P - u_E) + \dot{M}_w \lambda_w (u_P - u_W) + \dot{M}_n \lambda_n (u_P - u_N) + \dot{M}_s \lambda_s (u_P - u_S) \right], \quad (2.27)$$

$$L[P^u]_P = \frac{1}{2} \left[ (P_P + P_N)(y_\xi)_n - (P_S + P_P)(y_\xi)_s + (P_W + P_P)(y_\eta)_w - (P_P + P_E)(y_\eta)_e \right], \quad (2.28)$$

$$L[S^u]_P = L[S_1^u]_P + L[S_2^u]_P + L[S_3^u]_P + L[S_4^u]_P + L[S_5^u]_P + L[S_6^u]_P, \quad (2.29)$$

$$L[S_1^u]_P = \frac{(\mu J)_e}{3} \left[ (y_\eta^2)_e \frac{u_E}{\Delta \eta} - (y_\xi y_\eta)_e \frac{(u_N + u_{NE} - u_S - u_{SE})}{4 \Delta \xi} \right] - \frac{(\mu J)_w}{3} \left[ - (y_\eta^2)_w \frac{u_W}{\Delta \eta} - (y_\xi y_\eta)_w \frac{(u_N + u_{NW} - u_S - u_{SW})}{4 \Delta \xi} \right], \quad (2.30)$$

$$L[S_2^u]_P = \frac{(\mu J)_n}{3} \left[ (y_\xi^2)_e \frac{u_N}{\Delta \eta} - (y_\xi y_\eta)_n \frac{(u_E + u_{NE} - u_W - u_{NW})}{4 \Delta \xi} \right] - \frac{(\mu J)_s}{3} \left[ - (y_\eta^2)_s \frac{u_S}{\Delta \eta} - (y_\xi y_\eta)_s \frac{(u_E + u_{SE} - u_W - u_{SW})}{4 \Delta \xi} \right], \quad (2.31)$$

$$L[S_3^u]_P = \frac{(r \mu x_\eta J)_e}{r_P} \left[ (y_\xi)_e \frac{(v_N + v_{NE} - v_S - v_{SE})}{4 \Delta \eta} - (y_\eta)_e \frac{(v_E - v_P)}{\Delta \xi} \right] - \frac{(r \mu x_\eta J)_w}{r_P} \left[ (y_\xi)_w \frac{(v_N + v_{NW} - v_S - v_{SW})}{4 \Delta \eta} - (y_\eta)_w \frac{(v_P - v_W)}{\Delta \xi} \right], \quad (2.32)$$

$$L[S_4^u]_P = \frac{(r \mu x_\xi J)_n}{r_P} \left[ (y_\eta)_n \frac{(v_E + v_{NE} - v_W - v_{NW})}{4 \Delta \xi} - (y_\xi)_n \frac{(v_N - v_P)}{\Delta \eta} \right] - \frac{(r \mu x_\xi J)_s}{r_P} \left[ (y_\eta)_s \frac{(v_E + v_{SE} - v_W - v_{SW})}{4 \Delta \xi} - (y_\xi)_s \frac{(v_P - v_S)}{\Delta \eta} \right], \quad (2.33)$$

$$L[S_5^u]_P = -\frac{2}{3} \left( \frac{\mu}{r} y_\eta J \right)_e \left\{ (x_\xi)_e \frac{[(rv)_N + (rv)_{NE} - (rv)_S - (rv)_{SE}]}{4\Delta\eta} - (x_\eta)_e \frac{[(rv)_E - (rv)_P]}{\Delta\xi} \right\} \\ + \frac{2}{3} \left( \frac{\mu}{r} y_\eta J \right)_w \left\{ (x_\xi)_w \frac{[(rv)_N + (rv)_{NW} - (rv)_S - (rv)_{SW}]}{4\Delta\eta} - (x_\eta)_w \frac{[(rv)_P - (rv)_W]}{\Delta\xi} \right\}, \quad (2.34)$$

$$L[S_6^u]_P = -\frac{2}{3} \left( \frac{\mu}{r} y_\xi J \right)_n \left\{ (x_\eta)_n \frac{[(rv)_E + (rv)_{NE} - (rv)_W - (rv)_{NW}]}{4\Delta\xi} - (x_\xi)_n \frac{[(rv)_N - (rv)_P]}{\Delta\eta} \right\} \\ + \frac{2}{3} \left( \frac{\mu}{r} y_\xi J \right)_s \left\{ (x_\eta)_s \frac{[(rv)_E + (rv)_{SE} - (rv)_W - (rv)_{SW}]}{4\Delta\xi} - (x_\xi)_s \frac{[(rv)_P - (rv)_S]}{\Delta\eta} \right\}, \quad (2.35)$$

No caso da equação da conservação da quantidade de movimento radial (QML-y), os coeficientes são os mesmos apresentados para a conservação de quantidade de movimento axial (QML-x), exceto por:

$$b_p^v = \frac{r_p \rho_p^0}{J_p \Delta t} + w_p^v + L[P^v]_P r_p + L[S^v]_P r_p, \quad (2.36)$$

onde

$$w_p^v = \Lambda \left[ \dot{M}_e \lambda_e (v_p - v_E) + \dot{M}_w \lambda_w (v_p - v_W) \right. \\ \left. + \dot{M}_n \lambda_n (v_p - v_N) + \dot{M}_s \lambda_s (v_p - v_S) \right], \quad (2.37)$$

$$L[P^v]_P = \frac{1}{2} \left[ (P_P + P_E)(x_\eta)_e - (P_P + P_W)(x_\eta)_w + (P_P + P_S)(x_\xi)_s - (P_P + P_N)(x_\xi)_n \right], \quad (2.38)$$

$$L[S^v]_P = L[S_1^v]_P + L[S_2^v]_P + L[S_3^v]_P + L[S_4^v]_P + L[S_5^v]_P + L[S_6^v]_P + L[S_7^v]_P, \quad (2.39)$$

sendo

$$L[S_1^v]_P = \frac{(r\mu J)_e}{3r_p} \left[ (x_\eta)_e^2 \frac{v_E}{\Delta\xi} - (x_\xi x_\eta)_e \frac{(v_N + v_{NE} - v_S - v_{SE})}{4\Delta\eta} \right] \\ - \frac{(r\mu J)_w}{3r_p} \left[ - (x_\eta)_w^2 \frac{v_W}{\Delta\xi} - (x_\xi x_\eta)_w \frac{(v_N + v_{NW} - v_S - v_{SW})}{4\Delta\eta} \right], \quad (2.40)$$

$$L[S_2^v]_P = \frac{(r\mu J)_n}{3r_p} \left[ (x_\xi^2)_n \frac{v_N}{\Delta\eta} - (x_\xi x_\eta)_n \frac{(v_E + v_{NE} - v_W - v_{SW})}{4\Delta\xi} \right] - \frac{(r\mu J)_s}{3r_p} \left[ - (x_\xi^2)_s \frac{v_S}{\Delta\eta} - (x_\xi x_\eta)_s \frac{(v_E + v_{SE} - v_W - v_{SW})}{4\Delta\xi} \right], \quad (2.41)$$

$$L[S_3^v]_P = \frac{(\mu y_\eta J)_e}{3r_p} \left[ (x_\xi)_e \frac{(u_N + u_{NE} - u_S - u_{SE})}{4\Delta\eta} - (x_\eta)_e \frac{(u_E - u_P)}{\Delta\xi} \right] - \frac{(\mu y_\eta J)_w}{3r_p} \left[ (x_\xi)_w \frac{(u_N + u_{NW} - u_S - u_{SW})}{4\Delta\eta} - (x_\eta)_w \frac{(u_P - u_W)}{\Delta\xi} \right], \quad (2.42)$$

$$L[S_4^v]_P = (\mu y_\xi J)_n \left[ (x_\eta)_n \frac{(u_E + u_{NE} - u_W - u_{NW})}{4\Delta\xi} - (x_\xi)_n \frac{(u_N - u_P)}{\Delta\eta} \right] - (\mu y_\xi J)_s \left[ (x_\eta)_s \frac{(u_E + u_{SE} - u_W - u_{SW})}{4\Delta\xi} - (x_\xi)_s \frac{(u_P - u_S)}{\Delta\eta} \right], \quad (2.43)$$

$$L[S_5^v]_P = -\frac{2}{3}(\mu x_\eta J)_e \left[ (y_\xi)_e \left( \frac{\partial u}{\partial \eta} \right)_e - (y_\eta)_e \left( \frac{\partial u}{\partial \xi} \right)_e \right] + \frac{2}{3}(\mu x_\eta J)_w \left[ (y_\xi)_w \left( \frac{\partial u}{\partial \eta} \right)_w - (y_\eta)_w \left( \frac{\partial u}{\partial \xi} \right)_w \right], \quad (2.44)$$

$$L[S_6^v]_P = -\frac{2}{3}(\mu x_\xi J)_n \left[ (y_\eta)_n \left( \frac{\partial u}{\partial \xi} \right)_n - (y_\xi)_n \left( \frac{\partial u}{\partial \eta} \right)_n \right] + \frac{2}{3}(\mu x_\xi J)_s \left[ (y_\eta)_s \left( \frac{\partial u}{\partial \xi} \right)_s - (y_\xi)_s \left( \frac{\partial u}{\partial \eta} \right)_s \right], \quad (2.45)$$

$$L[S_7^v]_P = \frac{2f}{3r_p} v_P \left[ (x_\eta)_e \frac{(\mu_P + \mu_E)}{2} - (x_\eta)_w \frac{(\mu_P + \mu_W)}{2} \right] - \frac{2f}{3r_p} v_P \left[ (x_\xi)_n \frac{(\mu_P + \mu_N)}{2} - (x_\xi)_s \frac{(\mu_P + \mu_S)}{2} \right]. \quad (2.46)$$

Na Eq. (2.21), deve-se também substituir a parcela  $a_{P,comp}^u$  pelo termo  $a_{P,comp}^v$  calculado por:

$$a_{P,comp}^v = \frac{1}{3} \left[ (r\mu J x_\eta^2)_w + (r\mu J x_\eta^2)_e + (r\mu J x_\xi^2)_s + (r\mu J x_\xi^2)_n \right] + \frac{4}{3} f \frac{\mu_P}{r_p} \frac{1}{J_P}. \quad (2.47)$$

Para a equação da energia, os coeficientes são idênticos àqueles obtidos para a equação da conservação da quantidade de movimento linear na direção axial, exceto pelos seguintes coeficientes:

$$a_w^T = (c_p)_P \left[ -\left(\frac{1}{2} + \lambda_w\right) (r \rho U)_w \right] - (r J \alpha)_w \Gamma_w^\phi - \frac{(r J \beta)_n \Gamma_n^\phi}{4} + \frac{(r J \beta)_s \Gamma_s^\phi}{4}, \quad (2.48)$$

$$a_e^T = (c_p)_P \left[ \left(\frac{1}{2} - \lambda_e\right) (r \rho U)_e \right] - (r J \alpha)_e \Gamma_e^\phi + \frac{(r J \beta)_n \Gamma_n^\phi}{4} - \frac{(r J \beta)_s \Gamma_s^\phi}{4} \quad (2.49)$$

$$a_s^T = (c_p)_P \left[ -\left(\frac{1}{2} + \lambda_s\right) (r \rho V)_s \right] - (r J \gamma)_s \Gamma_s^\phi - \frac{(r J \beta)_e \Gamma_e^\phi}{4} + \frac{(r J \beta)_w \Gamma_w^\phi}{4}, \quad (2.50)$$

$$a_n^T = (c_p)_P \left[ \left(\frac{1}{2} - \lambda_n\right) (r \rho V)_n \right] - (r J \gamma)_n \Gamma_n^\phi + \frac{(r J \beta)_e \Gamma_e^\phi}{4} - \frac{(r J \beta)_w \Gamma_w^\phi}{4}, \quad (2.51)$$

$$a_P^u = \frac{r_P \rho_P^0}{J_P \Delta t} (c_p)_P - (a_w^T + a_e^T + a_s^T + a_n^T), \quad (2.52)$$

$$b_P^T = \frac{r_P \rho_P^0}{J_P \Delta t} (c_p)_P T_P^0 + w_P^T (c_p)_P + L[P^T]_P r_P + L[S^T]_P r_P, \quad (2.53)$$

sendo

$$w_P^T = \Lambda \left[ \dot{M}_e \lambda_e (T_P - T_E) + \dot{M}_w \lambda_w (T_P - T_W) + \dot{M}_n \lambda_n (T_P - T_N) + \dot{M}_s \lambda_s (T_P - T_S) \right], \quad (2.54)$$

$$L[P^T]_P = \frac{1}{J_P} \frac{(P_P - P_P^0)}{\Delta t} - u_P L[P^u]_P - v_P L[P^v]_P, \quad (2.55)$$

$$L[S^T]_P = L[S_1^T]_P + L[S_2^T]_P + L[S_3^T]_P + L[S_4^T]_P + L[S_5^T]_P + L[S_{eq}^T]_P, \quad (2.56)$$

onde

$$L[S_1^T]_P = 2\mu_P J_P \left\{ \left[ (y_\eta)_e \frac{(u_P + u_E)}{2} - (y_\eta)_w \frac{(u_P + u_W)}{2} \right] - \left[ (y_\xi)_n \frac{(u_P + u_N)}{2} - (y_\xi)_s \frac{(u_P + u_S)}{2} \right] \right\}^2, \quad (2.57)$$

$$L[S_2^T]_P = 2\mu_P J_P \left\{ \left[ (x_\xi)_n \frac{(v_P + v_N)}{2} - (x_\xi)_s \frac{(v_P + v_S)}{2} \right] - \left[ (x_\eta)_e \frac{(v_P + v_E)}{2} - (x_\eta)_w \frac{(v_P + v_W)}{2} \right] \right\}^2, \quad (2.58)$$

$$L[S_3^T] = 2 \frac{\mu_P}{J_P} f \left( \frac{v_P}{r_P} \right)^2 \Delta\xi \Delta\eta, \quad (2.59)$$

$$L[S_4^T] = \mu_P J_P \left\{ \left[ (y_\eta)_e \frac{(v_P + v_E)}{2} - (x_\eta)_e \frac{(u_P + u_E)}{2} \right] - \left[ (y_\eta)_w \frac{(v_P + v_W)}{2} - (x_\eta)_w \frac{(u_P + u_W)}{2} \right] \right. \\ \left. + \left[ (x_\xi)_n \frac{(u_P + u_N)}{2} - (y_\xi)_n \frac{(v_P + v_N)}{2} \right] - \left[ (x_\xi)_s \frac{(u_P + u_S)}{2} - (y_\xi)_s \frac{(v_P + v_S)}{2} \right] \right\}, \quad (2.60)$$

$$L[S_5^T] = -\frac{2}{3} \mu_P J_P \left[ \frac{(U_e - U_w)}{\Delta\xi} + \frac{(V_n - V_s)}{\Delta\eta} + \frac{1}{J_P} f \frac{v_P}{r_P} \right]^2 \Delta\xi \Delta\eta \quad (2.61)$$

$$L[S_{eq}^T] = \begin{cases} -\sum_{i=1}^N \{ (h_i)_P [\dot{M}_e(Y_i)_E - \dot{M}_w(Y_i)_W + \dot{M}_n(Y_i)_N - \dot{M}_s(Y_i)_S] \}, & \text{para equilíbrio químico} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.62)$$

A massa específica ( $\rho$ ), é obtida através da equação de estado (Eq. 2.2), enquanto as velocidades nas faces leste e norte são obtidas mediante as seguintes relações (sendo as velocidades nas faces oeste e sul obtidas por expressões análogas):

$$u_e = \frac{\left[ \frac{(M_P^0 + M_E^0)}{\Delta t} u_e^0 - \Sigma_P^u - \Sigma_E^u + w_P^u + w_E^u + L[S^u]_P r_P + L[S^u]_E r_E + 2L[P^u]_e r_e \right]}{[(a_P^u)_P + (a_P^u)_E]}, \quad (2.63)$$

$$v_e = \frac{\left[ \frac{(M_P^0 + M_E^0)}{\Delta t} v_e^0 - \Sigma_P^v - \Sigma_E^v + w_P^v + w_E^v + L[S^v]_P r_P + L[S^v]_E r_E + 2L[P^v]_e r_e \right]}{[(a_P^v)_P + (a_P^v)_E]}, \quad (2.64)$$

$$u_n = \frac{\left[ \frac{(M_P^0 + M_N^0)}{\Delta t} u_n^0 - \Sigma_P^u - \Sigma_N^u + w_P^u + w_N^u + L[S^u]_P r_P + L[S^u]_N r_N + 2L[P^u]_n r_n \right]}{[(a_P^u)_P + (a_P^u)_N]}, \quad (2.65)$$

$$v_e = \frac{\left[ \frac{(M_P^0 + M_N^0)}{\Delta t} v_n^0 - \Sigma_P^v - \Sigma_N^v + w_P^v + w_N^v + L[S^v]_P r_P + L[S^v]_N r_N + 2L[P^v]_n r_n \right]}{[(a_P^v)_P + (a_P^v)_N]}, \quad (2.66)$$

sendo

$$\begin{aligned} \Sigma_P^u &= (a_w^u)_P u_W + (a_e^u)_P u_E + (a_s^u)_P u_S + (a_n^u)_P u_N \\ &+ (a_{sw}^u)_P u_{SW} + (a_{se}^u)_P u_{SE} + (a_{nw}^u)_P u_{NW} + (a_{ne}^u)_P u_{NE}, \end{aligned} \quad (2.67)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_E^u &= (a_w^u)_E u_P + (a_e^u)_E u_{EE} + (a_s^u)_E u_{SE} + (a_n^u)_E u_{NE} \\ &+ (a_{sw}^u)_E u_S + (a_{se}^u)_E u_{SEE} + (a_{nw}^u)_E u_N + (a_{ne}^u)_E u_{NEE}, \end{aligned} \quad (2.68)$$

$$\begin{aligned} \Sigma_N^u &= (a_w^u)_N u_{NW} + (a_e^u)_N u_{NE} + (a_s^u)_N u_P + (a_n^u)_N u_{NN} \\ &+ (a_{sw}^u)_N u_W + (a_{se}^u)_N u_E + (a_{nw}^u)_N u_{NNW} + (a_{ne}^u)_N u_{NNE}, \end{aligned} \quad (2.69)$$

Os valores de  $\Sigma_P^v$  e  $\Sigma_E^v$  são obtidos analogamente a  $\Sigma_P^u$  e  $\Sigma_E^u$ , trocando-se  $u$  por  $v$ . No caso de  $\Sigma_N^v$ , basta substituir  $u$  por  $v$  na Eq. (2.69). Além disso, as seguintes expressões se fazem necessárias:

$$M_P^0 = \frac{r_P \rho_P^0}{J_P}, \quad (2.70)$$

$$M_E^0 = \frac{r_E \rho_E^0}{J_E}, \quad (2.71)$$

$$M_N^0 = \frac{r_N \rho_N^0}{J_N}, \quad (2.72)$$

$$L[P^u]_e = (y_\xi)_e (P_{ne} - P_{se}) + (y_\eta)_e (P_P - P_E), \quad (2.73)$$

$$L[P^v]_e = (x_\eta)_e (P_E - P_P) + (x_\xi)_e (P_{se} - P_{ne}), \quad (2.74)$$

$$P_{ne} - P_{se} = \frac{P_N + P_{NE} - P_S - P_{SE}}{4}, \quad (2.75)$$

$$L[P^u]_n = (y_\xi)_n (P_N - P_P) + (y_\eta)_n (P_{nw} - P_{ne}), \quad (2.76)$$

$$L[P^v]_n = (x_\eta)_n (P_{ne} - P_{nw}) + (x_\xi)_n (P_P - P_N), \quad (2.77)$$

$$P_{nw} - P_{ne} = \frac{P_W + P_{NW} - P_E - P_{NE}}{4}, \quad (2.78)$$

Com base nas expressões anteriores, pode-se, então, obter:

$$U_e = u_e(y_\eta)_e - v_e(x_\eta)_e, \quad (2.79)$$

$$V_n = v_n(x_\xi)_n - u_n(y_\xi)_n. \quad (2.80)$$

A correção das velocidades nodais e nas faces é realizada utilizando-se a correção de pressão ( $P'$ ), através das seguintes expressões:

$$u_P = u_P^{ant} + \frac{L[P'^u]_P r_P}{(a_P^u + \sum a_i^u)}, \quad (2.81)$$

e

$$v_P = v_P^{ant} + \frac{L[P'^v]_P r_P}{(a_P^v + \sum a_i^v)}, \quad (2.82)$$

sendo:

$$\sum a_i^\phi = a_w^\phi + a_e^\phi + a_s^\phi + a_n^\phi + a_{sw}^\phi + a_{se}^\phi + a_{nw}^\phi + a_{ne}^\phi, \quad (2.83)$$

em que  $\phi = u, v$ . Tem-se, ainda, que  $L[P''^u]_p$  é igual a  $L[P^u]_p$ , empregando-se  $P'$  no lugar de  $P$  e  $L[P''^v]_p$  é igual a  $L[P^v]_p$ , também se utilizando  $P'$  no lugar de  $P$ .

A equação da conservação da massa é discretizada do modo análogo ao apresentado no Relatório Técnico 5 do projeto CFD-5/UFPR, não sendo, por esse motivo, mostrada neste relatório. Detalhes da discretização do modelo de escoamento do refrigerante no interior dos canais (no caso da refrigeração regenerativa) podem ser vistos no Relatório Técnico 4 do projeto CFD-5/UFPR e, deste modo, também não são apresentados aqui.

## 2.4 Algoritmos

Na seqüência é apresentado o algoritmo para a solução do escoamento bidimensional dos gases de combustão no interior da tubeira, implementado no código Mach2D 6.1. Para tanto, foram utilizadas as equações de conservação da quantidade de movimento nas direções axial e radial, de conservação da energia e de conservação da massa (já discretizadas), bem como a equação de estado.

1. Leitura dos dados.
2. Geração da malha.
3. Cálculo das métricas ( $z_\xi, z_\eta, r_\xi, r_\eta$ ).
4. Estimativa inicial para o momento  $t + \Delta t$ .
5. Cálculo da pressão e da temperatura na entrada da tubeira com base na velocidade de entrada (conforme feito nos Relatórios 3 e 4 do projeto CFD-5/UFPR).
6. Cálculo do calor específico a pressão constante (conforme feito no Relatório 1 do projeto CFD-5/UFPR).
7. Cálculo dos coeficientes, termos-fontes e condições de contorno para a velocidade  $u$ .
8. Solução da velocidade  $u$ , através do método MSI.
9. Cálculo dos termos-fontes e condições de contorno para a velocidade  $v$ .
10. Solução da velocidade  $v$ , através do método MSI.
11. Cálculo dos termos-fontes e condições de contorno para a temperatura.
12. Solução da temperatura  $T$ , através do método MSI.
13. Cálculo de  $\rho_p$  e de  $\rho_e$ , através da equação de estado, Eq. (2.2).
14. Cálculo dos coeficientes do método SIMPLEC - ver Relatório Técnico 5 do projeto CFD-5/UFPR.
15. Cálculo de  $U_e$  e de  $V_n$ ).

16. Cálculo dos coeficientes, termos-fontes e condições de contorno para a correção de pressão  $P'$  - ver Relatório Técnico 5 do projeto CFD-5/UFPR.
17. Solução da correção de pressão  $P'$ , através do método MSI.
18. Correção das variáveis utilizando-se a correção de pressão.
19. Retornar ao item 16 até atingir o número máximo de iterações do ciclo da massa.
20. Retornar ao item 4, até atingir o número máximo de iterações ou satisfazer um critério de convergência.
21. Pós-processamento.

Para o escoamento no interior dos canais de refrigeração (refrigeração regenerativa), é seguido o algoritmo apresentado no Relatório Técnico 4 do projeto CFD-5/UFPR. No caso da refrigeração radiativa, o procedimento adotado é o seguinte:

1. Inicialização dos campos no instante de tempo  $t$  e leitura dos dados provenientes do programa Mach2D 6.1.
2. Cálculo do fluxo de calor que ocorre através da parede, empregando-se a seguinte expressão:

$$q_r = \frac{[(T_{aw})_P - T_P]}{(R_{tot})_P}. \quad (2.84)$$

sendo:

$$R_{tot} = \frac{(T_{aw} - T_{wh})}{[h_g(T_{aw} - T_{wh}) + \bar{\epsilon}\sigma(T_g^4 - T_{wh}^4)S_{wh}]} + \frac{e}{k_w S_{wh}}, \quad (2.85)$$

3. Cálculo da temperatura da parede externa ( $T_{wc}$ ) através da lei de Stefan-Boltzmann.
4. Com a temperatura externa da parede da tubeira, recalcula-se o fluxo de calor através da parede:

$$q_r = \frac{[(T_{aw})_P - T_{amb}]}{(R_{tot})_P}. \quad (2.86)$$

sendo

$$R_{tot} = \frac{(T_{aw} - T_{wh})}{[h_g(T_{aw} - T_{wh}) + \bar{\epsilon}\sigma(T_g^4 - T_{wh}^4)S_{wh}]} + \frac{e}{k_w S_{wh}} + \frac{1}{\epsilon_{ap}\sigma(T_{wc} + T_{amb})(T_{wc}^2 + T_{amb}^2)}, \quad (2.87)$$

5. Cálculo da temperatura interna da parede, empregando-se:

$$T_{wh} = T_{aw} - q_r R_g, \quad (2.88)$$

sendo:

$$R_g = \frac{(T_{aw} - T_{wh})}{\left[ h_g (T_{aw} - T_{wh}) + \bar{\varepsilon} \sigma (T_g^4 - T_{wh}^4) S_{wh} \right]}, \quad (2.89)$$

Nas expressões anteriores, tem-se  $T_{aw}$  sendo a temperatura adiabática da parede;  $T_{wh}$  a temperatura da parede no lado dos gases de combustão;  $\bar{\varepsilon}$  a emissividade média do conjunto gases-parede interna da tubeira;  $\sigma$  a constante de Stefan-Boltzmann;  $T_g$  a temperatura média dos gases de combustão em uma dada seção transversal da tubeira;  $S_{wh}$  a área da tubeira em contato com os gases de combustão;  $e$  a espessura da parede da tubeira;  $k_w$  a condutividade térmica da parede da tubeira;  $T_{amb}$  a temperatura ambiente no qual está a tubeira;  $h_g$  o coeficiente de transferência de calor por convecção entre os gases de combustão e a tubeira;  $\varepsilon_{ap}$  a emissividade média do conjunto parede externa da tubeira - ambiente.

### **3 RESULTADOS NUMÉRICOS**

São apresentadas, nas Tabelas 3.1 a 3.13, os resultados obtidos das simulações utilizando-se o código Mach2D, versão 6.1. Para todos os modelos foram efetuados estudos com malhas de até 320 volumes na direção axial por 128 volumes na direção radial. Foram obtidos resultados numéricos para o modelo monoespécie com propriedades variáveis, bem como para os modelos de escoamento congelado, empregando-se os modelos químicos 3 (seis espécies) e 9 (oito espécies), e os modelos de escoamento em equilíbrio químico local, utilizando-se os modelos químicos 3 e 10 (oito espécies). Para critérios de comparação, foram obtidos resultados, também, para o escoamento monoespécie e de mistura de gases envolvendo o modelo químico 3. Para fins de comparação, foram incluídos resultados obtidos para o escoamento invíscido (Equações de Euler) para os casos de escoamento monoespécie, congelado (modelo químico 3) e em equilíbrio químico local (modelo 3), nas Tabelas 3.1, 3.4 e 3.9, respectivamente.

Nas Tabelas 3.14 a 3.19 são apresentados os resultados numéricos obtidos empregando-se o código RHG2D 1.0. Deste modo, para tais simulações, considera-se um sistema de refrigeração, que pode ser o regenerativo (resultados apresentados nas Tabelas 3.13 a 3.15) ou o radiativo (Tabelas 3.16 a 3.18). Em todos os casos, foram feitas simulações com malhas de até 80 volumes na direção axial e 32 volumes na direção radial, para os modelos de monoespécie com propriedades variáveis e escoamentos congelado e em equilíbrio químico local (em ambos os casos, empregando-se o modelo químico 3).

Considerando-se ou não os efeitos do sistema de refrigeração, foram empregadas funções de interpolação de segunda ordem (CDS) com correção adiada nos casos de escoamento monoespécie e congelado, e funções de primeira ordem (UDS), no caso de escoamento em equilíbrio químico local. A emissividade térmica média entre os gases de combustão e a tubeira foi considerada sendo igual a 0,25 para as simulações envolvendo refrigeração e, no caso específico da refrigeração radiativa, empregou-se um valor de emissividade térmica média entre a parede da tubeira e o ambiente externo igual a 0,95, conforme pode ser visto na Tabela 1.1.

Todas as simulações foram feitas empregando-se o computador CFD-11, dotado de processador Intel Xeon QC, 16 GB de memória RAM e sistema operacional Windows XP64 pro. Ambos os códigos (Mach2D 6.1 e RHG2D 1.0) foram implementados empregando-se linguagem Fortran 2003, empregando-se aritmética de precisão dupla e compilador Intel Fortran Compiler 9.1. Como critério de parada das simulações, empregou-se o número de iterações, que em todos os casos apresentados foi grande o suficiente para garantir que se atingiu o erro de máquina.

**Tabela 3.1: Resultados numéricos para escoamento invíscido (eq. de Euler) monoespécie.**

Malha	$\Delta t_1$	$\Delta t_2$	Iterações	Tempo CPU	Interpolação
20x8	$1 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-5}$	10.000	3,17 s	CDS
40x16	$5 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-6}$	20.000	23,9 s	CDS
80x32	$2 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$	40.000	3 min 29 s	CDS
160x64	$1 \times 10^{-6}$	$1 \times 10^{-6}$	50.000	32 min 42 s	CDS
320x128	$4 \times 10^{-7}$	$4 \times 10^{-7}$	250.000	12h 37 min	CDS

Malha	Empuxo total (vácuo) [N]	Velocidade característica [m/s]	Impulso específico [s]
20x8	1,650194034380356E+04	2,032818380653219E+03	3,402616981399386E+02
40x16	1,629731827134661E+04	2,067757251021538E+03	3,418181921114338E+02
80x32	1,632530648170414E+04	2,074019563097857E+03	3,434422060903045E+02
160x64	1,634911697740440E+04	2,075266058448302E+03	3,441498287137250E+02
320x128	1,635884963518312E+04	2,075464843620170E+03	3,443876866850460E+02

Malha	Coefficiente de descarga [adim.]	Empuxo dinâmico [adim.]	Impulso específico (vácuo) [adim.]
20x8	1,019014539251151E+00	9,331996473183630E-01	9,304010254653946E-01
40x16	1,001796262360700E+00	9,226298078763916E-01	9,346570542665388E-01
80x32	9,987714303179283E-01	9,263322902516689E-01	9,390977076799889E-01
160x64	9,981715246147628E-01	9,288838725352090E-01	9,410326090164367E-01
320x128	9,980759211172215E-01	9,298463695111437E-01	9,416830004699618E-01

**Propriedades locais - saída da tubeira (centro)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	1,6444804E+03	3,1850838E+04	3,1602030E+00
40x16	1,6418271E+03	3,1117531E+04	3,1632127E+00
80x32	1,6377292E+03	3,0626808E+04	3,1703638E+00
160x64	1,6359305E+03	3,0438858E+04	3,1736843E+00
320x128	1,6353310E+03	3,0378611E+04	3,1748941E+00

**Propriedades locais - saída da tubeira (parede)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	1,9829512E+03	6,6276961E+04	2,6677980E+00
40x16	2,1276128E+03	9,8755860E+04	2,4617615E+00
80x32	2,1982833E+03	1,2257897E+05	2,3439522E+00
160x64	2,2001532E+03	1,2736962E+05	2,3283101E+00
320x128	2,1922180E+03	1,2863682E+05	2,3338759E+00

**Tabela 3.2: Resultados numéricos para escoamento laminar monoespécie, tubeira adiabática.**

Malha	$\Delta t_1$	$\Delta t_2$	Iterações	Tempo CPU	Interpolação
20x8	$1 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-5}$	10.000	3,84 s	CDS
40x16	$5 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-6}$	20.000	29,3 s	CDS
80x32	$2 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$	40.000	5 min 38 s	CDS
160x64	$1 \times 10^{-6}$	$1 \times 10^{-6}$	50.000	47 min 54 s	CDS
320x128	$5 \times 10^{-7}$	$5 \times 10^{-7}$	150.000	11 h 23 min	CDS

Malha	Empuxo total (vácuo) [N]	Velocidade característica [m/s]	Impulso específico [s]
20x8	1,649801870980077E+04	2,032956122851525E+03	3,402038864119156E+02
40x16	1,628969164706650E+04	2,068025835153622E+03	3,417026106250707E+02
80x32	1,630947007911591E+04	2,074551509007020E+03	3,431970499929149E+02
160x64	1,631674435839261E+04	2,076326673713771E+03	3,436439211520690E+02
320x128	1,630217133858348E+04	2,077527234672496E+03	3,435355237187842E+02

Malha	Coefficiente de descarga [adim.]	Empuxo dinâmico [adim.]	Impulso específico (vácuo) [adim.]
20x8	1,018945496293871E+00	9,328939557310797E-01	9,302429468707992E-01
40x16	1,001666154421486E+00	9,220238653732901E-01	9,343410118379468E-01
80x32	9,985153304456235E-01	9,250718423491194E-01	9,384273604570800E-01
160x64	9,976616453313315E-01	9,262908372572943E-01	9,396492710835204E-01
320x128	9,970851168500617E-01	9,247776531296790E-01	9,393528725066684E-01

**Propriedades locais - saída da tubeira (centro)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	1,6445009E+03	3,1853343E+04	3,1601535E+00
40x16	1,6418788E+03	3,1123141E+04	3,1631144E+00
80x32	1,6378630E+03	3,0640341E+04	3,1701282E+00
160x64	1,6362379E+03	3,0469032E+04	3,1731552E+00
320x128	1,6360187E+03	3,0445018E+04	3,1737220E+00

**Propriedades locais - saída da tubeira (parede)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	1,9847422E+03	6,6327175E+04	0,0000000E+00
40x16	2,1327164E+03	9,8851529E+04	0,0000000E+00
80x32	2,2145126E+03	1,2263361E+05	0,0000000E+00
160x64	2,2653749E+03	1,2725438E+05	0,0000000E+00
320x128	2,5096317E+03	1,2839130E+05	0,0000000E+00

**Tabela 3.3: Resultados numéricos para escoamento laminar monoespécie, tubeira a 300 K.**

Malha	$\Delta t_1$	$\Delta t_2$	Iterações	Tempo CPU	Interpolação
20x8	$1 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-5}$	10.000	3,81 s	CDS
40x16	$5 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-6}$	20.000	29,2 s	CDS
80x32	$2 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$	40.000	4 min 14 s	CDS
160x64	$1 \times 10^{-6}$	$1 \times 10^{-6}$	50.000	35 min 10 s	CDS
320x128	$5 \times 10^{-7}$	$5 \times 10^{-7}$	150.000	11 h 23 min	CDS

Malha	Empuxo total (vácuo) [N]	Velocidade característica [m/s]	Impulso específico [s]
20x8	1,650126734610285E+04	2,032779860535118E+03	3,402413738697558E+02
40x16	1,629617393628270E+04	2,067665562165922E+03	3,417790350533600E+02
80x32	1,632293173031221E+04	2,073824307060233E+03	3,433599192222047E+02
160x64	1,634397977252898E+04	2,074875002234464E+03	3,439768601946316E+02
320x128	1,634850414952415E+04	2,074690007815255E+03	3,440414034089764E+02

Malha	Coefficiente de descarga [adim.]	Empuxo dinâmico [adim.]	Impulso específico (vácuo) [adim.]
20x8	1,019033849045173E+00	9,331264830918824E-01	9,303454514118844E-01
40x16	1,001840686156567E+00	9,224929714206914E-01	9,345499844224006E-01
80x32	9,988654672868811E-01	9,260510875538062E-01	9,388727050220907E-01
160x64	9,983596521775108E-01	9,282967069902066E-01	9,405596492668747E-01
320x128	9,984486731701989E-01	9,286546041915646E-01	9,407361342287188E-01

**Propriedades locais - saída da tubeira (centro)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	1,6444889E+03	3,1852073E+04	3,1601756E+00
40x16	1,6418406E+03	3,1119345E+04	3,1631801E+00
80x32	1,6377733E+03	3,0631720E+04	3,1702798E+00
160x64	1,6360390E+03	3,0450025E+04	3,1734915E+00
320x128	1,6355650E+03	3,0401715E+04	3,1744894E+00

**Propriedades locais - saída da tubeira (parede)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	3,0000000E+02	6,6302645E+04	0,0000000E+00
40x16	3,0000000E+02	9,8811083E+04	0,0000000E+00
80x32	3,0000000E+02	1,2262725E+05	0,0000000E+00
160x64	3,0000000E+02	1,2736912E+05	0,0000000E+00
320x128	3,0000000E+02	1,2851190E+05	0,0000000E+00

**Tabela 3.4: Resultados numéricos para escoamento invíscido (eq. de Euler) congelado de mistura de gases (modelo químico 3).**

Malha	$\Delta t_1$	$\Delta t_2$	Iterações	Tempo CPU	Interpolação
20x8	$1 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-5}$	10.000	3,33 s	CDS
40x16	$5 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-6}$	20.000	25,9 s	CDS
80x32	$2 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$	40.000	4 min 22 s	CDS
160x64	$1 \times 10^{-6}$	$1 \times 10^{-6}$	50.000	34 min 56 s	CDS
320x128	$5 \times 10^{-7}$	$5 \times 10^{-7}$	150.000	8 h 40 min	CDS

Malha	Empuxo total (vácuo) [N]	Velocidade característica [m/s]	Impulso específico [s]
20x8	1,650646049986847E+04	2,032780561190275E+03	3,403485693663574E+02
40x16	1,630224456720221E+04	2,067720315389679E+03	3,419154080826540E+02
80x32	1,633028719636764E+04	2,073983104703323E+03	3,435409483583107E+02
160x64	1,635412297615429E+04	2,075229721631696E+03	3,442491775405024E+02
320x128	1,636386612330889E+04	2,075428686579150E+03	3,444872926774413E+02

Malha	Coefficiente de descarga [adim.]	Empuxo dinâmico [adim.]	Impulso específico (vácuo) [adim.]
20x8	1,019033497806414E+00	9,331303912000573E-01	9,306385634503788E-01
40x16	1,001814157420137E+00	9,226064625584118E-01	9,349228786006009E-01
80x32	9,987889876465169E-01	9,263084353290701E-01	9,393677054726054E-01
160x64	9,981890023789128E-01	9,288580877985800E-01	9,413042653645292E-01
320x128	9,980933090777208E-01	9,298200226419622E-01	9,419553600037374E-01

**Propriedades locais - saída da tubeira (centro)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	1,6511609E+03	3,1981903E+04	3,1596285E+00
40x16	1,6484996E+03	3,1247631E+04	3,1623650E+00
80x32	1,6444490E+03	3,0756797E+04	3,1693523E+00
160x64	1,6426726E+03	3,0568702E+04	3,1725898E+00
320x128	1,6420820E+03	3,0508527E+04	3,1737568E+00

**Propriedades locais - saída da tubeira (parede)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	1,9866339E+03	6,6431107E+04	2,6669253E+00
40x16	2,1298729E+03	9,8866742E+04	2,4615894E+00
80x32	2,1999469E+03	1,2267825E+05	2,3440654E+00
160x64	2,2017255E+03	1,2747099E+05	2,3285037E+00
320x128	2,1938011E+03	1,2873847E+05	2,3340994E+00

**Tabela 3.5: Resultados numéricos para escoamento laminar congelado de mistura de gases (modelo químico 3), tubeira adiabática.**

Malha	$\Delta t_1$	$\Delta t_2$	Iterações	Tempo CPU	Interpolação
20x8	$1 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-5}$	10.000	3,66 s	CDS
40x16	$5 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-6}$	20.000	27,7 s	CDS
80x32	$2 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$	40.000	4 min 37 s	CDS
160x64	$1 \times 10^{-6}$	$1 \times 10^{-6}$	50.000	35 min 11 s	CDS
320x128	$5 \times 10^{-7}$	$5 \times 10^{-7}$	150.000	10 h 11 min	CDS

Malha	Empuxo total (vácuo) [N]	Velocidade característica [m/s]	Impulso específico [s]
20x8	1,650257340759238E+04	2,032916224805859E+03	3,402911297908578E+02
40x16	1,629468681791776E+04	2,067984836238741E+03	3,418006160255705E+02
80x32	1,631459785935510E+04	2,074506987163592E+03	3,432975852387830E+02
160x64	1,632205586816137E+04	2,076274554745040E+03	3,437471570774682E+02
320x128	1,630751558155213E+04	2,077461094365535E+03	3,436372025002193E+02

Malha	Coefficiente de descarga [adim.]	Empuxo dinâmico [adim.]	Impulso específico (vácuo) [adim.]
20x8	1,018965494134140E+00	9,328274058446576E-01	9,304815024580919E-01
40x16	1,001686012993312E+00	9,220060823954496E-01	9,346089947629267E-01
80x32	9,985367599917651E-01	9,250599466076498E-01	9,387022609127069E-01
160x64	9,976866887900487E-01	9,262908339213625E-01	9,399315561934265E-01
320x128	9,971168611344065E-01	9,248170595513632E-01	9,396308998104537E-01

**Propriedades locais - saída da tubeira (centro)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	1,6511804E+03	3,1984365E+04	3,1595796E+00
40x16	1,6485484E+03	3,1253087E+04	3,1622698E+00
80x32	1,6445783E+03	3,0770113E+04	3,1691217E+00
160x64	1,6429702E+03	3,0598416E+04	3,1720713E+00
320x128	1,6427474E+03	3,0573812E+04	3,1726099E+00

**Propriedades locais - saída da tubeira (parede)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	1,9883929E+03	6,6480759E+04	0,0000000E+00
40x16	2,1348840E+03	9,8961540E+04	0,0000000E+00
80x32	2,2158639E+03	1,2273195E+05	0,0000000E+00
160x64	2,2654326E+03	1,2735564E+05	0,0000000E+00
320x128	2,4952706E+03	1,2846773E+05	0,0000000E+00

**Tabela 3.6: Resultados numéricos para escoamento laminar congelado de mistura de gases (modelo químico 3), tubeira a 300K.**

Malha	$\Delta t_1$	$\Delta t_2$	Iterações	Tempo CPU	Interpolação
20x8	$1 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-5}$	10.000	3,61 s	CDS
40x16	$5 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-6}$	20.000	27,9 s	CDS
80x32	$2 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$	40.000	4 min 6 s	CDS
160x64	$1 \times 10^{-6}$	$1 \times 10^{-6}$	50.000	33 min 1 s	CDS
320x128	$5 \times 10^{-7}$	$5 \times 10^{-7}$	150.000	10 h 15 min	CDS

Malha	Empuxo total (vácuo) [N]	Velocidade característica [m/s]	Impulso específico [s]
20x8	1,650558142640439E+04	2,032682662864898E+03	3,403140534020613E+02
40x16	1,630070243464608E+04	2,067503469109320E+03	3,418472101259858E+02
80x32	1,632715286783128E+04	2,073536025228696E+03	3,434009699479682E+02
160x64	1,634758536420986E+04	2,074338710843755E+03	3,439638167441669E+02
320x128	1,635104110408678E+04	2,073695061320137E+03	3,439297761703403E+02

Malha	Coefficiente de descarga [adim.]	Empuxo dinâmico [adim.]	Impulso específico (vácuo) [adim.]
20x8	1,019082576629568E+00	9,330489275734574E-01	9,305441840690039E-01
40x16	1,001919230846563E+00	9,224538323099050E-01	9,347364002247932E-01
80x32	9,990043386461746E-01	9,259976941987772E-01	9,389849528523794E-01
160x64	9,986177641644756E-01	9,282217514393901E-01	9,405239836608008E-01
320x128	9,989277228754597E-01	9,285768852432396E-01	9,404309041723692E-01

**Propriedades locais - saída da tubeira (centro)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	1,6511622E+03	3,1982477E+04	3,1596125E+00
40x16	1,6485001E+03	3,1248239E+04	3,1623535E+00
80x32	1,6444684E+03	3,0759398E+04	3,1693093E+00
160x64	1,6427303E+03	3,0575149E+04	3,1724812E+00
320x128	1,6422092E+03	3,0521672E+04	3,1735299E+00

**Propriedades locais - saída da tubeira (parede)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	3,0000000E+02	6,6453709E+04	0,0000000E+00
40x16	3,0000000E+02	9,8915935E+04	0,0000000E+00
80x32	3,0000000E+02	1,2271040E+05	0,0000000E+00
160x64	3,0000000E+02	1,2745632E+05	0,0000000E+00
320x128	3,0000000E+02	1,2861021E+05	0,0000000E+00

**Tabela 3.7: Resultados numéricos para escoamento laminar congelado de mistura de gases (modelo químico 9), tubeira adiabática.**

Malha	$\Delta t_1$	$\Delta t_2$	Iterações	Tempo CPU	Interpolação
20x8	$1 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-5}$	10.000	4,39 s	CDS
40x16	$5 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-6}$	20.000	32,9 s	CDS
80x32	$2 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$	40.000	4 min 42 s	CDS
160x64	$1 \times 10^{-6}$	$1 \times 10^{-6}$	50.000	36 min 53 s	CDS
320x128	$5 \times 10^{-7}$	$5 \times 10^{-7}$	150.000	10 h 33 min	CDS

Malha	Empuxo total (vácuo) [N]	Velocidade característica [m/s]	Impulso específico [s]
20x8	1,650261757368925E+04	2,032899548670580E+03	3,402892490810838E+02
40x16	1,629473214005763E+04	2,067968030028949E+03	3,417987889406020E+02
80x32	1,631464357152466E+04	2,074490239976093E+03	3,432957757322541E+02
160x64	1,632210435450822E+04	2,076257697058928E+03	3,437453872539418E+02
320x128	1,630756536560073E+04	2,077444056360132E+03	3,436354332648112E+02

Malha	Coefficiente de descarga [adim.]	Empuxo dinâmico [adim.]	Impulso específico (vácuo) [adim.]
20x8	1,018973852838551E+00	9,328283120325142E-01	9,304763599036642E-01
40x16	1,001694153614944E+00	9,220072223056481E-01	9,346039988385024E-01
80x32	9,985448210961378E-01	9,250611450748897E-01	9,386973130542224E-01
160x64	9,976947892724990E-01	9,262922532497991E-01	9,399267168429125E-01
320x128	9,971250389153755E-01	9,248188693329897E-01	9,396260620680719E-01

**Propriedades locais - saída da tubeira (centro)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	1,6512230E+03	3,1984954E+04	3,1595620E+00
40x16	1,6485917E+03	3,1253713E+04	3,1622514E+00
80x32	1,6446206E+03	3,0770677E+04	3,1691043E+00
160x64	1,6430125E+03	3,0598980E+04	3,1720537E+00
320x128	1,6427896E+03	3,0574368E+04	3,1725925E+00

**Propriedades locais - saída da tubeira (parede)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	1,9884288E+03	6,6481806E+04	0,0000000E+00
40x16	2,1349145E+03	9,8962395E+04	0,0000000E+00
80x32	2,2158896E+03	1,2273258E+05	0,0000000E+00
160x64	2,2654471E+03	1,2735629E+05	0,0000000E+00
320x128	2,4952144E+03	1,2846826E+05	0,0000000E+00

**Tabela 3.8: Resultados numéricos para escoamento laminar de mistura de gases (modelo químico 9) tubeira a 300K.**

Malha	$\Delta t_1$	$\Delta t_2$	Iterações	Tempo CPU	Interpolação
20x8	$1 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-5}$	10.000	4,39 s	CDS
40x16	$5 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-6}$	20.000	32,8 s	CDS
80x32	$2 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$	40.000	4 min 58 s	CDS
160x64	$1 \times 10^{-6}$	$1 \times 10^{-6}$	50.000	36 min 27 s	CDS
320x128	$5 \times 10^{-7}$	$5 \times 10^{-7}$	150.000	10 h 42 min	CDS

Malha	Empuxo total (vácuo) [N]	Velocidade característica [m/s]	Impulso específico [s]
20x8	1,650562500960234E+04	2,032666006097256E+03	3,403121633032234E+02
40x16	1,630074658846950E+04	2,067486701050302E+03	3,418453636012836E+02
80x32	1,632719634303435E+04	2,073519338989532E+03	3,433991209036129E+02
160x64	1,634762919800141E+04	2,074322006315737E+03	3,439619691077425E+02
320x128	1,635108584642204E+04	2,073678308315217E+03	3,439279387323731E+02

Malha	Coefficiente de descarga [adim.]	Empuxo dinâmico [adim.]	Impulso específico (vácuo) [adim.]
20x8	1,019090927544886E+00	9,330497943001526E-01	9,305390158414113E-01
40x16	1,001927356771042E+00	9,224548915477072E-01	9,347313511449645E-01
80x32	9,990123779371555E-01	9,259987367348613E-01	9,389798968828896E-01
160x64	9,986258060395415E-01	9,282228347258429E-01	9,405189315411137E-01
320x128	9,989357930958934E-01	9,285780922754134E-01	9,404258799390269E-01

**Propriedades locais - saída da tubeira (centro)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	1,6512048E+03	3,1983065E+04	3,1595949E+00
40x16	1,6485433E+03	3,1248866E+04	3,1623351E+00
80x32	1,6445107E+03	3,0759968E+04	3,1692918E+00
160x64	1,6427726E+03	3,0575715E+04	3,1724636E+00
320x128	1,6422515E+03	3,0522234E+04	3,1735124E+00

**Propriedades locais - saída da tubeira (parede)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	3,0000000E+02	6,6454760E+04	0,0000000E+00
40x16	3,0000000E+02	9,8916795E+04	0,0000000E+00
80x32	3,0000000E+02	1,2271103E+05	0,0000000E+00
160x64	3,0000000E+02	1,2745694E+05	0,0000000E+00
320x128	3,0000000E+02	1,2861087E+05	0,0000000E+00

**Tabela 3.9: Resultados numéricos para escoamento invíscido (eq. de Euler) de mistura de gases em equilíbrio químico local (modelo 3).**

Malha	$\Delta t_1$	$\Delta t_2$	Iterações	Tempo CPU	Interpolação
20x8	$1 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-5}$	8.000	1 min 27 s	UDS
40x16	$5 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-6}$	10.000	6 min 38 s	UDS
80x32	$2 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$	30.000	1 h 15 min	UDS

Malha	Empuxo total (vácuo) [N]	Velocidade característica [m/s]	Impulso específico [s]
20x8	1,828546832045998E+04	1,771520925061779E+03	3,285729808604478E+02
40x16	1,753320439299025E+04	1,946578457443084E+03	3,461885357179459E+02
80x32	1,730075384937244E+04	2,041784096052284E+03	3,583061951471191E+02

Malha	Coefficiente de descarga [adim.]	Empuxo dinâmico [adim.]	Impulso específico (vácuo) [adim.]
20x8	1,169318101884894E+00	9,586700298449072E-01	8,984397597611934E-01
40x16	1,064160284740632E+00	9,394933184953281E-01	9,466071861660825E-01
80x32	1,014539925914658E+00	9,413317675154915E-01	9,797413379697522E-01

**Propriedades locais - saída da tubeira (centro)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	2,5833733E+03	5,4366168E+04	2,5321838E+00
40x16	2,5323650E+03	4,8395256E+04	2,7018054E+00
80x32	2,4968170E+03	4,4536141E+04	2,8135899E+00

**Propriedades locais - saída da tubeira (parede)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	2,7981631E+03	9,9800984E+04	1,8957376E+00
40x16	2,7941532E+03	1,1605546E+05	2,0088341E+00
80x32	2,7823960E+03	1,2998583E+05	2,1134324E+00

**Tabela 3.10: Resultados numéricos para escoamento laminar de mistura de gases em equilíbrio químico local (modelo 3) tubeira adiabática.**

Malha	$\Delta t_1$	$\Delta t_2$	Iterações	Tempo CPU	Interpolação
20x8	$1 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-5}$	8.000	1 min 28 s	UDS
40x16	$5 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-6}$	10.000	6 min 33 s	UDS
80x32	$2 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$	30.000	1 h 15 min	UDS

Malha	Empuxo total (vácuo) [N]	Velocidade característica [m/s]	Impulso específico [s]
20x8	1,828123586961141E+04	1,771663299298202E+03	3,285233283872172E+02
40x16	1,752442353349419E+04	1,946854105480079E+03	3,460641579169023E+02
80x32	1,728149618984275E+04	2,042327096678098E+03	3,580025439621672E+02

Malha	Coefficiente de descarga [adim.]	Empuxo dinâmico [adim.]	Impulso específico (vácuo) [adim.]
20x8	1,169224133255552E+00	9,583339522379000E-01	8,983039915796344E-01
40x16	1,064009614131719E+00	9,388112260522873E-01	9,462670913676708E-01
80x32	1,014270186647338E+00	9,398620241040410E-01	9,789110435951358E-01

**Propriedades locais - saída da tubeira (centro)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	2,5833898E+03	5,4371659E+04	2,5321449E+00
40x16	2,5323759E+03	4,8398627E+04	2,7017897E+00
80x32	2,4969209E+03	4,4558117E+04	2,8133564E+00

**Propriedades locais - saída da tubeira (parede)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	2,7985217E+03	9,9834282E+04	0,0000000E+00
40x16	2,7953272E+03	1,1607568E+05	0,0000000E+00
80x32	2,7865432E+03	1,2981928E+05	0,0000000E+00

**Tabela 3.11: Resultados numéricos para escoamento laminar de mistura de gases em equilíbrio químico local (modelo 3), tubeira a 300 K.**

Malha	$\Delta t_1$	$\Delta t_2$	Iterações	Tempo CPU	Interpolação
20x8	$1 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-5}$	8.000	1 min 28 s	UDS
40x16	$5 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-6}$	10.000	6 min 41 s	UDS
80x32	$2 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$	30.000	1 h 16 min	UDS

Malha	Empuxo total (vácuo) [N]	Velocidade característica [m/s]	Impulso específico [s]
20x8	1,828073154632128E+04	1,771428327871811E+03	3,284706953811171E+02
40x16	1,752303389691926E+04	1,946272147835524E+03	3,459332780118822E+02
80x32	1,727884430487715E+04	2,041016828712061E+03	3,577179640869609E+02

Malha	Coefficiente de descarga [adim.]	Empuxo dinâmico [adim.]	Impulso específico (vácuo) [adim.]
20x8	1,169379225199176E+00	9,583423830479715E-01	8,981600735215145E-01
40x16	1,064327765182440E+00	9,387876508140940E-01	9,459092174179752E-01
80x32	1,014921315886341E+00	9,398242474096398E-01	9,781328972179028E-01

**Propriedades locais - saída da tubeira (centro)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	2,5833702E+03	5,4365532E+04	2,5321808E+00
40x16	2,5323496E+03	4,8391645E+04	2,7018274E+00
80x32	2,4967709E+03	4,4526562E+04	2,8136717E+00

**Propriedades locais - saída da tubeira (parede)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	3,0000000E+02	9,9811374E+04	0,0000000E+00
40x16	3,0000000E+02	1,1606480E+05	0,0000000E+00
80x32	3,0000000E+02	1,2989856E+05	0,0000000E+00

**Tabela 3.12: Resultados numéricos para escoamento laminar de mistura de gases em equilíbrio químico local (modelo 10), tubeira adiabática.**

Malha	$\Delta t_1$	$\Delta t_2$	Iterações	Tempo CPU	Interpolação
20x8	$1 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-5}$	8.000	1 min 56 s	UDS
40x16	$5 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-6}$	10.000	8 min 42 s	UDS
80x32	$2 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$	30.000	1 h 40 min	UDS

Malha	Empuxo total (vácuo) [N]	Velocidade característica [m/s]	Impulso específico [s]
20x8	1,828139227250360E+04	1,771662017291146E+03	3,285259013012815E+02
40x16	1,752458400002074E+04	1,946854337150746E+03	3,460673679162959E+02
80x32	1,728166229565140E+04	2,042328134612110E+03	3,580061669438898E+02

Malha	Coefficiente de descarga [adim.]	Empuxo dinâmico [adim.]	Impulso específico (vácuo) [adim.]
20x8	1,169224979327531E+00	9,583363863162759E-01	8,983110268759869E-01
40x16	1,064009487517307E+00	9,388141268532488E-01	9,462758686903724E-01
80x32	1,014269671183880E+00	9,398651193696754E-01	9,789209501638985E-01

**Propriedades locais - saída da tubeira (centro)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	2,5835760E+03	5,4373865E+04	2,5320311E+00
40x16	2,5325763E+03	4,8400806E+04	2,7016627E+00
80x32	2,4971326E+03	4,4560378E+04	2,8132183E+00

**Propriedades locais - saída da tubeira (parede)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	2,7986556E+03	9,9837674E+04	0,0000000E+00
40x16	2,7954666E+03	1,1607915E+05	0,0000000E+00
80x32	2,7866892E+03	1,2982260E+05	0,0000000E+00

**Tabela 3.13: Resultados numéricos para escoamento laminar de mistura de gases em equilíbrio químico local (modelo 10), tubeira a 300 K.**

Malha	$\Delta t_1$	$\Delta t_2$	Iterações	Tempo CPU	Interpolação
20x8	$1 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-5}$	8.000	1 min 57 s	UDS
40x16	$5 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-6}$	10.000	8 min 53 s	UDS
80x32	$2 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$	30.000	1 h 41 min	UDS

Malha	Empuxo total (vácuo) [N]	Velocidade característica [m/s]	Impulso específico [s]
20x8	1,828088857878960E+04	1,771427101143227E+03	3,284732894914839E+02
40x16	1,752319503533705E+04	1,946272531618676E+03	3,459365273619572E+02
80x32	1,727901189887687E+04	2,041018217345002E+03	3,577216771083646E+02

Malha	Coefficiente de descarga [adim.]	Empuxo dinâmico [adim.]	Impulso específico (vácuo) [adim.]
20x8	1,169380035004401E+00	9,583448855732215E-01	8,981671667763785E-01
40x16	1,064327555308922E+00	9,387905744040989E-01	9,459181023399584E-01
80x32	1,014920625371597E+00	9,398274884637645E-01	9,781430499883746E-01

**Propriedades locais - saída da tubeira (centro)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	2,5835563E+03	5,4367683E+04	2,5320675E+00
40x16	2,5325501E+03	4,8393830E+04	2,7017004E+00
80x32	2,4970115E+03	4,4534389E+04	2,8134610E+00

**Propriedades locais - saída da tubeira (parede)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	3,0000000E+02	9,9814766E+04	0,0000000E+00
40x16	3,0000000E+02	1,1606825E+05	0,0000000E+00
80x32	3,0000000E+02	1,2990164E+05	0,0000000E+00

**Tabela 3.14: Resultados numéricos para escoamento laminar monoespécie com refrigeração regenerativa.**

Malha	Escoamento reativo			Refrigerante		Iterações globais	Tempo de CPU total	Interp.
	$\Delta t_1$	$\Delta t_2$	Iterações	$\Delta t$	Iterações			
20x8	$1 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-5}$	10.000	$1 \times 10^{-3}$	5.000	10	1 min 2 s	CDS
40x16	$5 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-6}$	20.000	$1 \times 10^{-3}$	5.000	10	6 min 29 s	CDS
80x32	$2 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$	40.000	$1 \times 10^{-3}$	5.000	10	57 min 39 s	CDS

**Escoamento na tubeira - propriedades globais**

Malha	Empuxo total (vácuo) [N]	Velocidade característica [m/s]	Impulso específico [s]
20x8	1,650075582753582E+04	2,032738103086701E+03	3,402238377786169E+02
40x16	1,629518726031452E+04	2,067577895247620E+03	3,417438513295489E+02
80x32	1,632094225927934E+04	2,073648628174888E+03	3,432889865004958E+02

Malha	Coefficiente de descarga [adim.]	Empuxo dinâmico [adim.]	Impulso específico (vácuo) [adim.]
20x8	1,019054782510887E+00	9,330947337733538E-01	9,302975012686051E-01
40x16	1,001883164984469E+00	9,224310681317417E-01	9,344537791401354E-01
80x32	9,989500908675193E-01	9,259254161920544E-01	9,386787487896444E-01

**Propriedades locais - saída da tubeira (centro)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	1,6444847E+03	3,1851638E+04	3,1601828E+00
40x16	1,6418331E+03	3,1118629E+04	3,1631926E+00
80x32	1,6377603E+03	3,0630477E+04	3,1703017E+00

**Propriedades locais - saída da tubeira (parede)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	3,8150738E+02	6,6303603E+04	0,0000000E+00
40x16	3,7900189E+02	9,8812438E+04	0,0000000E+00
80x32	3,7785167E+02	1,2261595E+05	0,0000000E+00

**Escoamento nos canais**

Malha	Temperatura de saída do refrigerante [K]	Queda de pressão [Pa]	Fluxo máximo de calor [W/m <sup>2</sup> ]	Temperatura máxima da tubeira [K]
20x8	3,111163421602561E+02	-3,352257648284090E+05	1,192401847158831E+07	5,372003559000636E+02
40x16	3,110061727688300E+02	-2,820054224700140E+05	1,194105201349034E+07	5,380914455264610E+02
80x32	3,109973881841225E+02	-2,735085395784334E+05	1,192463041673825E+07	5,387563306928728E+02

**Tabela 3.15: Resultados numéricos para escoamento laminar congelado de mistura de gases (modelo químico 3) com refrigeração regenerativa.**

Malha	Escoamento reativo			Refrigerante		Iterações globais	Tempo de CPU total	Interp.
	$\Delta t_1$	$\Delta t_2$	Iterações	$\Delta t$	Iterações			
20x8	$1 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-5}$	10.000	$1 \times 10^{-3}$	5.000	10	1 min 2 s	CDS
40x16	$5 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-6}$	20.000	$1 \times 10^{-3}$	5.000	10	5 min 26 s	CDS
80x32	$2 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$	40.000	$1 \times 10^{-3}$	5.000	10	51 min 0 s	CDS

**Escoamento na tubeira - propriedades globais**

Malha	Empuxo total (vácuo) [N]	Velocidade característica [m/s]	Impulso específico [s]
20x8	1,650501287392006E+04	2,032618000213540E+03	3,402915053968428E+02
40x16	1,629961060557447E+04	2,067368217632985E+03	3,418019516456781E+02
80x32	1,632497103454200E+04	2,073265994758982E+03	3,433103664047098E+02

Malha	Coefficiente de descarga [adim.]	Empuxo dinâmico [adim.]	Impulso específico (vácuo) [adim.]
20x8	1,019280422415957E+00	9,329499732367181E-01	9,301772603421136E-01
40x16	1,002147424052031E+00	9,223232369670619E-01	9,343060226866136E-01
80x32	9,992966358900717E-01	9,257991453301729E-01	9,384292320108646E-01

**Propriedades locais - saída da tubeira (centro)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	1,6511561E+03	3,1981851E+04	3,1596230E+00
40x16	1,6484894E+03	3,1247184E+04	3,1623718E+00
80x32	1,6444485E+03	3,0757461E+04	3,1693433E+00

**Propriedades locais - saída da tubeira (parede)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	3,8739932E+02	6,6454346E+04	0,0000000E+00
40x16	3,8477655E+02	9,8916619E+04	0,0000000E+00
80x32	3,8359856E+02	1,2269575E+05	0,0000000E+00

**Escoamento nos canais**

Malha	Temperatura de saída do refrigerante [K]	Queda de pressão [Pa]	Fluxo máximo de calor [ $W/m^2$ ]	Temperatura máxima da tubeira [K]
20x8	3,118227536736288E+02	-3,353549276818861E+05	1,282400362765385E+07	5,548822850152451E+02
40x16	3,117096410951978E+02	-2,821336902390642E+05	1,282883343695065E+07	5,555905631761966E+02
80x32	3,117029339417709E+02	-2,736370955478738E+05	1,280140406175761E+07	5,562692988634599E+02

**Tabela 3.16: Resultados numéricos para escoamento laminar de mistura de gases em equilíbrio químico local (modelo 3) com refrigeração regenerativa.**

Malha	Escoamento reativo			Refrigerante		Iterações globais	Tempo de CPU total	Interp.
	$\Delta t_1$	$\Delta t_2$	Iterações	$\Delta t$	Iterações			
20x8	$1 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-5}$	5.000	$1 \times 10^{-3}$	5.000	10	9 min 28 s	UDS (gases)/CDS (refrig)
40x16	$5 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-6}$	10.000	$1 \times 10^{-3}$	5.000	10	1 h 8 min	
80x32	$2 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$	30.000	$1 \times 10^{-3}$	5.000	15	18 h 44 min	

**Escoamento na tubeira - propriedades globais**

Malha	Empuxo total (vácuo) [N]	Velocidade característica [m/s]	Impulso específico [s]
20x8	1,828075920580943E+04	1,771441328198208E+03	3,284736029861720E+02
40x16	1,752310930751986E+04	1,946302257396761E+03	3,459401184809612E+02
80x32	1,727901250070393E+04	2,041083196564698E+03	3,577330782345163E+02

Malha	Coefficiente de descarga [adim.]	Empuxo dinâmico [adim.]	Impulso específico (vácuo) [adim.]
20x8	1,169560455851020E+00	9,582758414488800E-01	8,978733587816828E-01
40x16	1,064484059165621E+00	9,387241413517033E-01	9,456175878199673E-01
80x32	1,015053051633660E+00	9,397668289228223E-01	9,778533117514762E-01

**Propriedades locais - saída da tubeira (centro)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	2,5833713E+03	5,4365853E+04	2,4378528E+00
40x16	2,5323525E+03	4,8392364E+04	2,5918252E+00
80x32	2,4967821E+03	4,4528882E+04	2,6928968E+00

**Propriedades locais - saída da tubeira (parede)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	4,0456233E+02	9,9812451E+04	0,0000000E+00
40x16	3,9804405E+02	1,1606496E+05	0,0000000E+00
80x32	3,9341465E+02	1,2989273E+05	0,0000000E+00

**Escoamento nos canais**

Malha	Temperatura de saída do refrigerante [K]	Queda de pressão [Pa]	Fluxo máximo de calor [ $W/m^2$ ]	Temperatura máxima da tubeira [K]
20x8	3,100820562431562E+02	-3,350960794969243E+05	1,194238019432281E+07	5,375196232492890E+02
40x16	3,096264872754481E+02	-2,818387450816524E+05	1,170607724642672E+07	5,334009571357142E+02
80x32	3,093817295233842E+02	-2,733130114519199E+05	1,154208558098708E+07	5,306851161838781E+02

**Tabela 3.17: Resultados numéricos para escoamento laminar monoespécie com refrigeração radiativa.**

Malha	Escoamento reativo			Iterações globais	Tempo de CPU total	Interp.
	$\Delta t_1$	$\Delta t_2$	Iterações			
20x8	$1 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-5}$	10.000	15	1 min 26 s	CDS
40x16	$5 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-6}$	20.000	15	8 min 8 s	CDS
80x32	$2 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$	40.000	15	1 h 4 min	CDS

**Escoamento na tubeira**

Malha	Empuxo total (vácuo) [N]	Velocidade característica [m/s]	Impulso específico [s]
20x8	1,649812923710834E+04	2,032638720783926E+03	3,401530497593849E+02
40x16	1,629006847387624E+04	2,067363214682301E+03	3,416010269975479E+02
80x32	1,631061036725200E+04	2,073238702650219E+03	3,430038495901285E+02

Malha	Coefficiente de descarga [adim.]	Empuxo dinâmico [adim.]	Impulso específico (vácuo) [adim.]
20x8	1,019104607405938E+00	9,329057386140009E-01	9,301039407061198E-01
40x16	1,001987203231214E+00	9,220590544576867E-01	9,340632447200655E-01
80x32	9,991476055770382E-01	9,251693562810309E-01	9,378990792727581E-01

**Propriedades locais - saída da tubeira (centro)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	1,6444847E+03	3,1851811E+04	3,1601806E+00
40x16	1,6418481E+03	3,1120219E+04	3,1631653E+00
80x32	1,6378048E+03	3,0634755E+04	3,1702266E+00

**Propriedades locais - saída da tubeira (parede)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	1,7311562E+03	6,6327034E+04	0,0000000E+00
40x16	1,7181542E+03	9,8851408E+04	0,0000000E+00
80x32	1,7134254E+03	1,2260106E+05	0,0000000E+00

**Parede da tubeira**

Malha	Fluxo máximo de calor [W/m <sup>2</sup> ]	Temperatura máxima da tubeira [K]
20x8	1,315400336186252E+06	2,291703900731934E+03
40x16	1,317622213746190E+06	2,292946160164561E+03
80x32	1,317152296442827E+06	2,292683433407983E+03

**Tabela 3.18: Resultados numéricos para escoamento laminar congelado de mistura de gases (modelo químico 3) com refrigeração radiativa.**

Malha	Escoamento reativo			Iterações globais	Tempo de CPU total	Interp.
	$\Delta t_1$	$\Delta t_2$	Iterações			
20x8	$1 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-5}$	10.000	15	1 min 22 s	CDS
40x16	$5 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-6}$	20.000	15	7 min 37 s	CDS
80x32	$2 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$	40.000	15	1 h 1 min	CDS

**Escoamento na tubeira**

Malha	Empuxo total (vácuo) [N]	Velocidade característica [m/s]	Impulso específico [s]
20x8	1,650266377923633E+04	2,032543234817888E+03	3,402305579269496E+02
40x16	1,629503747498733E+04	2,067206365950954E+03	3,416793016037513E+02
80x32	1,631574880994827E+04	2,072970813910181E+03	3,430675740184528E+02

Malha	Coefficiente de descarga [adim.]	Empuxo dinâmico [adim.]	Impulso específico (vácuo) [adim.]
20x8	1,019317915790148E+00	9,327751493446454E-01	9,300106621471224E-01
40x16	1,002225887068059E+00	9,219794583365999E-01	9,339707622461647E-01
80x32	9,994389308163714E-01	9,251003005697715E-01	9,377655658508260E-01

**Propriedades locais - saída da tubeira (centro)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	1,6511613E+03	3,1982524E+04	3,1596120E+00
40x16	1,6485133E+03	3,1249658E+04	3,1623293E+00
80x32	1,6445116E+03	3,0763620E+04	3,1692355E+00

**Propriedades locais - saída da tubeira (parede)**

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	1,7139153E+03	6,6479608E+04	0,0000000E+00
40x16	1,7016203E+03	9,8958313E+04	0,0000000E+00
80x32	1,6972545E+03	1,2269065E+05	0,0000000E+00

**Parede da tubeira**

Malha	Fluxo máximo de calor [W/m <sup>2</sup> ]	Temperatura máxima da tubeira [K]
20x8	1,315400336186252E+06	2,291703900731934E+03
40x16	1,317622213746190E+06	2,292946160164561E+03
80x32	1,317152296442827E+06	2,292683433407983E+03

**Tabela 3.19: Resultados numéricos para escoamento laminar de mistura de gases em equilíbrio químico local (modelo 3) com refrigeração radiativa.**

Malha	Escoamento reativo			Iterações globais	Tempo de CPU total	Interp.
	$\Delta t_1$	$\Delta t_2$	Iterações			
20x8	$1 \times 10^{-5}$	$1 \times 10^{-5}$	5.000	15	14 min 32 s	UDS
40x16	$5 \times 10^{-6}$	$5 \times 10^{-6}$	10.000	15	1 h 41 min	UDS
80x32	$2 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-6}$	30.000	15	19 h 2 min	UDS

#### Escoamento na tubeira

Malha	Empuxo total (vácuo) [N]	Velocidade característica [m/s]	Impulso específico [s]
20x8	1,828104672600725E+04	1,771558161874411E+03	3,285004337216996E+02
40x16	1,752388925252702E+04	1,946590312032156E+03	3,460067178604288E+02
80x32	1,728057321122179E+04	2,041733376539446E+03	3,578793550620939E+02

Malha	Coefficiente de descarga [adim.]	Empuxo dinâmico [adim.]	Impulso específico (vácuo) [adim.]
20x8	1,169483323725015E+00	9,582667251716978E-01	8,979466998428226E-01
40x16	1,064326537798689E+00	9,387281988883623E-01	9,457996353510344E-01
80x32	1,014729812971468E+00	9,397850588681325E-01	9,782531553462206E-01

#### Propriedades locais - saída da tubeira (centro)

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	2,5833769E+03	5,4367578E+04	2,4378479E+00
40x16	2,5323777E+03	4,8398817E+04	2,5917809E+00
80x32	2,4968461E+03	4,4542725E+04	2,6927832E+00

#### Propriedades locais - saída da tubeira (parede)

Malha	Temperatura [K]	Pressão [Pa]	Número de Mach [adim.]
20x8	1,7623489E+03	9,9825413E+04	0,0000000E+00
40x16	1,7454785E+03	1,1607172E+05	0,0000000E+00
80x32	1,7363916E+03	1,2984840E+05	0,0000000E+00

#### Parede da tubeira

Malha	Fluxo máximo de calor [W/m <sup>2</sup> ]	Temperatura máxima da tubeira [K]
20x8	1,266727030367837E+06	2,266215640457447E+03
40x16	1,256193670710228E+06	2,260847430631998E+03
80x32	1,249829669547448E+06	2,257108457671639E+03

Comparando-se os resultados das Tabelas 3.5 e 3.6 (modelo químico 3) com os observados nas Tabelas 3.7 e 3.8 (modelo químico 9), observa-se que, também para o escoamento laminar congelado bidimensional, os resultados dos modelos químicos de 6 e de 8 espécies (modelos 3 e 9, respectivamente) são praticamente os mesmos. Isto já havia sido observado em simulações empregando-se um modelo unidimensional, conforme descrito no Relatório Técnico 3, do projeto CFD-5. Deste modo, para o estudo dos efeitos da consideração de um sistema de refrigeração e escoamento laminar congelado de mistura de gases, optou-se por empregar apenas o modelo químico 3, por apresentar tempo de CPU ligeiramente inferior ao modelo de oito espécies. De modo semelhante, ao se comparar os resultados das Tabelas 3.10 e 3.11 (modelo químico 3) com os observados nas Tabelas 3.12 e 3.13 (modelo químico 10), os resultados numéricos apresentam apenas pequenas variações no caso do escoamento bidimensional de mistura de gases em equilíbrio químico local. Optou-se, desse modo, empregar apenas o modelo químico 3 no estudo de escoamento reativo acoplado ao sistema de refrigeração, uma vez que tal modelo requer um tempo de processamento menor que o do modelo químico 10.

As Tabelas 3.20 a 3.23, apresentadas na seqüência, mostram os resultados numéricos para variáveis de interesse globais, empregando-se sempre uma malha de 80x32 volumes de controle. Mesmo não tendo sido realizado um estudo de erros numéricos, pode-se notar que os resultados para os escoamentos invíscido e laminar congelado de mistura de gases apresentam valores bastante próximos entre si, para as quatro variáveis de interesse globais apresentadas a variação máxima observada é inferior a 0,2%. No caso do escoamento de mistura de gases em equilíbrio químico local, no entanto, a variação das propriedades é mais facilmente observável, sendo superior a 1,5% no caso do coeficiente de descarga e do empuxo dinâmico adimensional e atingindo cerca de 5% no caso do empuxo total no vácuo e a 4% no caso do impulso específico.

A inclusão do sistema de refrigeração (seja regenerativo ou radiativo), influenciou pouco nos resultados numéricos para os modelos testados: não chegaram a 0,1% para nenhuma das variáveis de interesse - para dado modelo físico/químico, comparando-se as três modalidades de refrigeração (sem refrigeração, parede adiabática; refrigeração regenerativa e refrigeração radiativa). Resultados semelhantes foram observados no caso do modelo unidimensional, conforme apresentado no Relatório Técnico 4 do projeto CFD-5/UFPR.. Nesse relatório, foram observados que os efeitos da refrigeração (no caso, a regenerativa) foram maiores para variáveis de interesse locais; no caso do coeficiente de descarga, a associação do sistema de refrigeração resultou em uma diferença entre os resultados com e sem refrigeração inferior a 1%.

**Tabela 3.20: Resultados numéricos para o coeficiente de descarga [adim.] (malha de 80 x 32 volumes de controle).**

<b>Modelo</b>	<b>Sem refrigeração (tubeira adiabática)</b>	<b>Refrigeração regenerativa</b>	<b>Refrigeração radiativa</b>
Escoamento invíscido monoespécie	9,987714303179283E-01	---	---
Escoamento laminar monoespécie	9,985153304456235E-01	9,989500908675193E-01	9,991476055770382E-01
Escoamento invíscido congelado de mistura de gases (modelo 3)	9,987889876465169E-01	---	---
Escoamento laminar congelado de mistura de gases (modelo 3)	9,985367599917651E-01	9,992966358900717E-01	9,994389308163714E-01
Escoamento invíscido de mistura de gases em equilíbrio (modelo 3)	1,014539925914658E+00	---	---
Escoamento laminar de mistura de gases em equilíbrio (modelo 3)	1,014270186647338E+00	1,014921315886341E+00	1,014729812971468E+00

**Tabela 3.21: Resultados numéricos para o empuxo dinâmico adimensional (malha de 80 x 32 volumes de controle).**

<b>Modelo</b>	<b>Sem refrigeração (tubeira adiabática)</b>	<b>Refrigeração regenerativa</b>	<b>Refrigeração radiativa</b>
Escoamento invíscido monoespécie	9,263322902516689E-01	---	---
Escoamento laminar monoespécie	9,250718423491194E-01	9,259254161920544E-01	9,251693562810309E-01
Escoamento invíscido congelado de mistura de gases (modelo 3)	9,263084353290701E-01	---	---
Escoamento laminar congelado de mistura de gases (modelo 3)	9,250599466076498E-01	9,257991453301729E-01	9,251003005697715E-01
Escoamento invíscido de mistura de gases em equilíbrio (modelo 3)	9,413317675154915E-01	---	---
Escoamento laminar de mistura de gases em equilíbrio (modelo 3)	9,398620241040410E-01	9,397668289228223E-01	9,397850588681325E-01

**Tabela 3.22: Resultados numéricos para o empuxo total no vácuo [N] (malha de 80 x 32 volumes de controle).**

<b>Modelo</b>	<b>Sem refrigeração (tubeira adiabática)</b>	<b>Refrigeração regenerativa</b>	<b>Refrigeração radiativa</b>
Escoamento invíscido monoespécie	1,632530648170414E+04	---	---
Escoamento laminar monoespécie	1,630947007911591E+04	1,632094225927934E+04	1,631061036725200E+04
Escoamento invíscido congelado de mistura de gases (modelo 3)	1,633028719636764E+04	---	---
Escoamento laminar congelado de mistura de gases (modelo 3)	1,631459785935510E+04	1,632497103454200E+04	1,631574880994827E+04
Escoamento invíscido de mistura de gases em equilíbrio (modelo 3)	1,730075384937244E+04	---	---
Escoamento laminar de mistura de gases em equilíbrio (modelo 3)	1,728149618984275E+04	1,727901250070393E+04	1,728057321122179E+04

**Tabela 3.23: Resultados numéricos para o impulso específico [s] (malha de 80 x 32 volumes de controle).**

<b>Modelo</b>	<b>Sem refrigeração (tubeira adiabática)</b>	<b>Refrigeração regenerativa</b>	<b>Refrigeração radiativa</b>
Escoamento invíscido monoespécie	3,434422060903045E+02	---	---
Escoamento laminar monoespécie	3,431970499929149E+02	3,432889865004958E+02	3,430038495901285E+02
Escoamento invíscido congelado de mistura de gases (modelo 3)	3,435409483583107E+02	---	---
Escoamento laminar congelado de mistura de gases (modelo 3)	3,432975852387830E+02	3,433103664047098E+02	3,430675740184528E+02
Escoamento invíscido de mistura de gases em equilíbrio (modelo 3)	3,583061951471191E+02	---	---
Escoamento laminar de mistura de gases em equilíbrio (modelo 3)	3,580025439621672E+02	3,577330782345163E+02	3,578793550620939E+02

As Figuras 3.1 a 3.4 trazem os perfis de temperaturas para regiões específicas da tubeira. No caso da Figura 3.1, são apresentadas as temperaturas no eixo axial de simetria da tubeira, bem como a temperatura da parede da tubeira em contato com os gases de combustão e a temperatura do refrigerante (no caso, foi empregada água como fluido de refrigeração regenerativa). Para critérios comparativos, foram informadas, também, a temperatura dos gases de combustão empregando-se um modelo de escoamento axissimétrico laminar com parede adiabática e a temperatura dos gases de combustão considerando-se o modelo unidimensional isentrópico (caso ideal).

Na Figura 3.2 são apresentadas as temperaturas da mistura de gases de combustão sobre o eixo axial da tubeira para o caso de refrigeração radiativa. Foram incluídas na figura, ainda, a temperatura interna da parede da tubeira, bem como as temperaturas obtidas para os casos de parede adiabática e escoamento unidimensional isentrópico, para critérios de comparação.

A comparação entre os perfis de temperatura obtidos com os diferentes sistemas de refrigeração (regenerativo e radiativo) é feita nas Figuras 3.3 e 3.4. Nessas figuras, são apresentadas as temperaturas da mistura de gases sobre o eixo axial da tubeira, bem como a temperatura da parede da mesma. Nota-se que a diferença principal está na temperatura alcançada na parede da tubeira, com resultados praticamente coincidentes para o escoamento sobre o eixo de simetria radial da tubeira. Em todas as quatro figuras citadas (3.1 a 3.4), foi empregado o modelo de escoamento congelado e em equilíbrio químico local associado ao modelo químico 3.

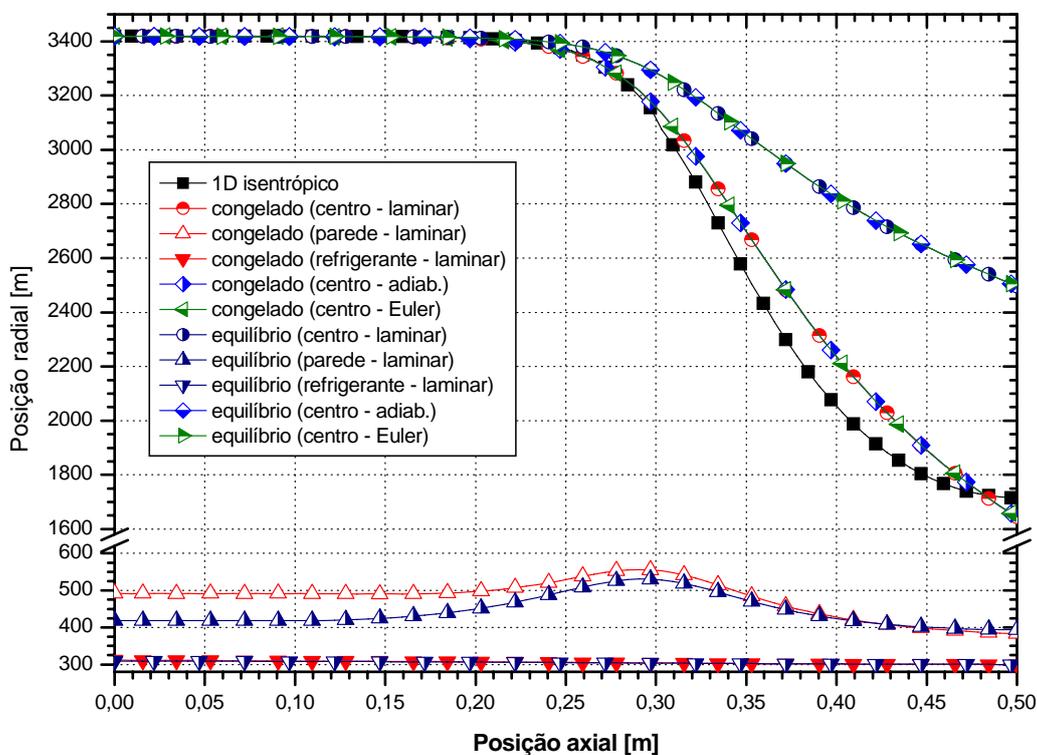


Figura 3.1: Distribuição de temperaturas na tubeira - refrigeração regenerativa (modelo químico 3).

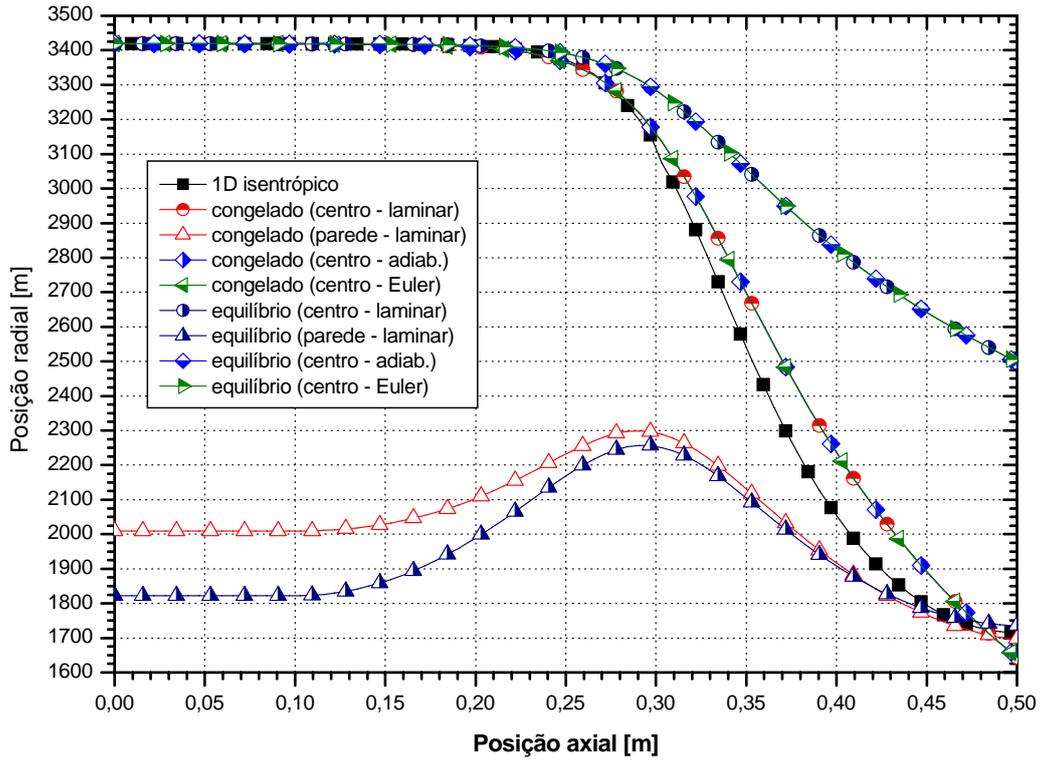


Figura 3.2: Distribuição de temperaturas na tubeira - refrigeração radiativa (modelo químico 3).

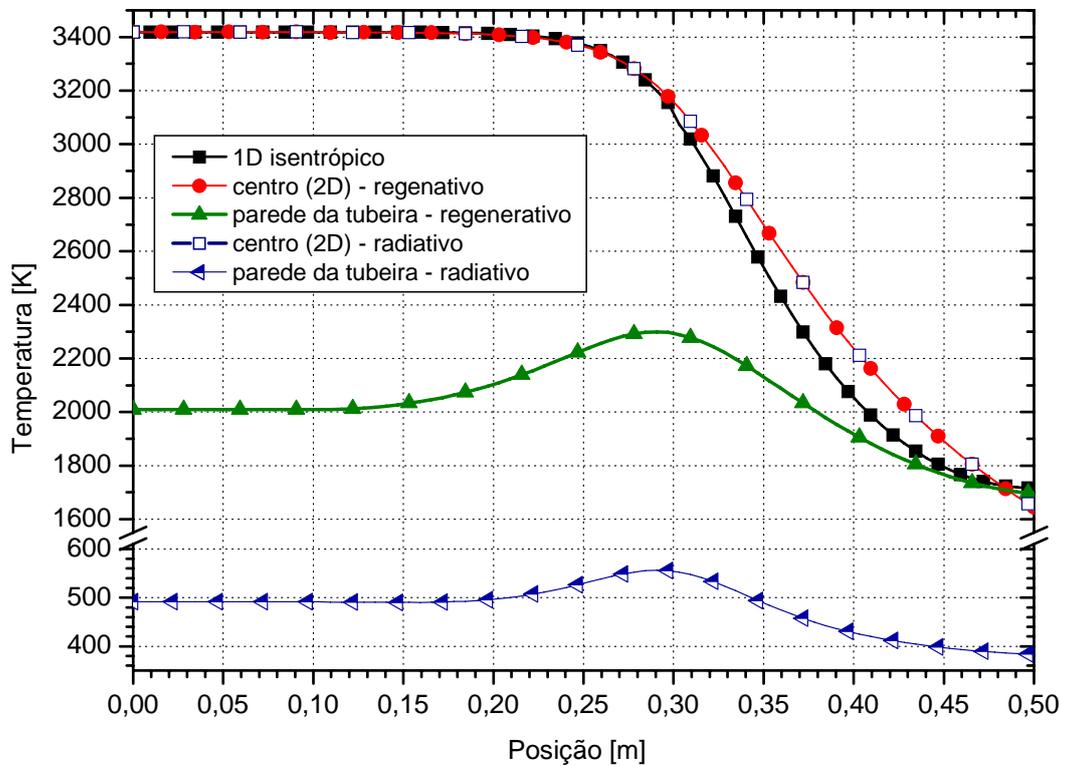
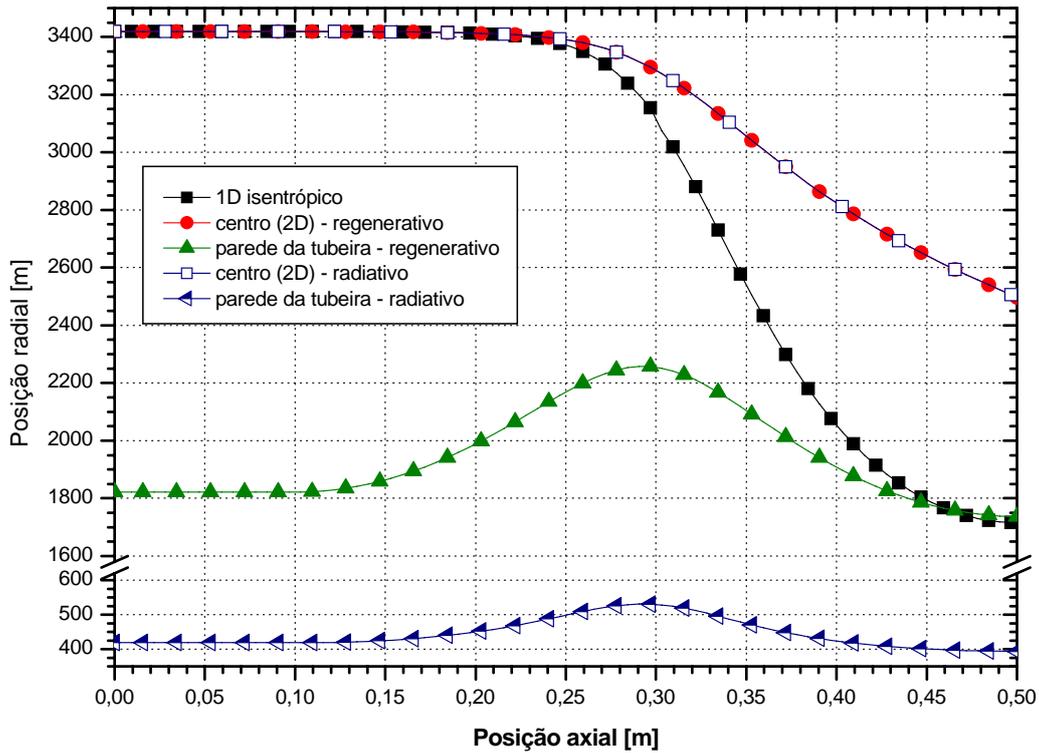
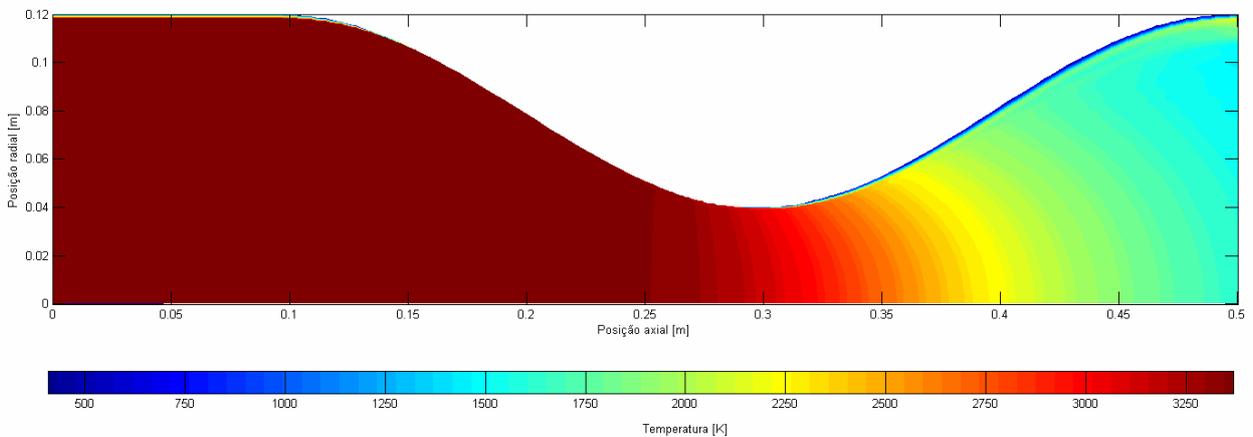


Figura 3.3: Distribuição de temperaturas na tubeira - comparação entre refrigeração regenerativa e radiativa, escoamento congelado (modelo químico 3).

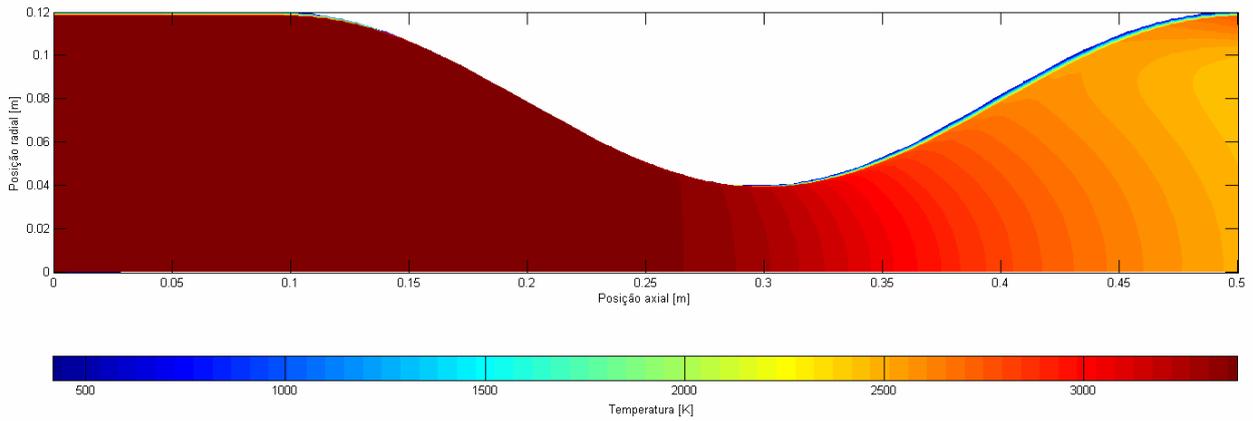


**Figura 3.4: Distribuição de temperaturas na tubeira - comparação entre refrigeração regenerativa e radiativa, escoamento em equilíbrio químico local (modelo químico 3).**

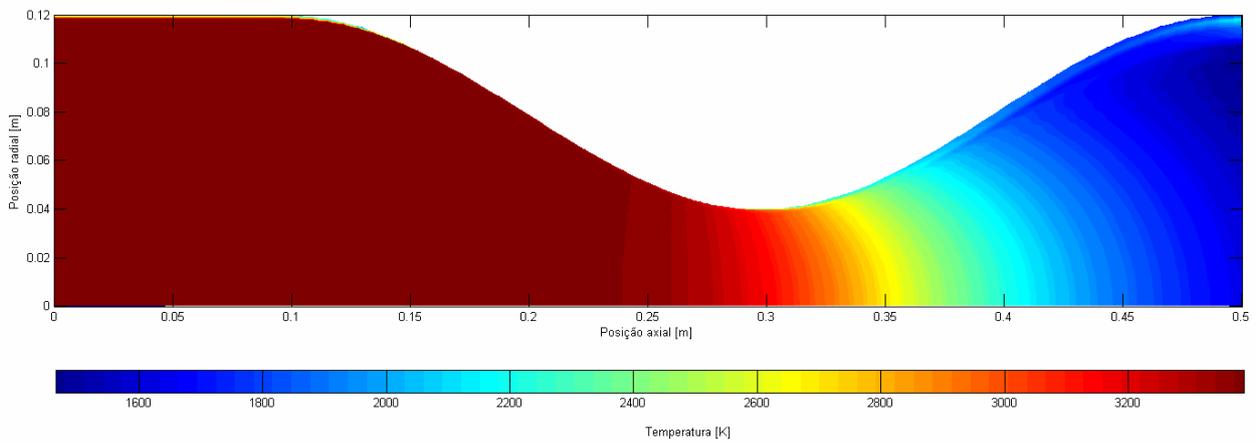
As Figuras 3.5 a 3.18, apresentadas na seqüência, mostram a distribuição de temperaturas, de números de Mach, de pressão e de frações mássicas da espécie  $H_2O$  (no caso de escoamento em equilíbrio químico local) no interior da tubeira, para os casos de refrigeração regenerativa e radiativa. Todos os resultados foram obtidos para uma malha de  $80 \times 32$  volumes de controle, empregando-se funções de interpolação de segunda ordem (CDS) no caso do escoamento congelado e de primeira ordem (UDS) no caso do escoamento em equilíbrio químico local.



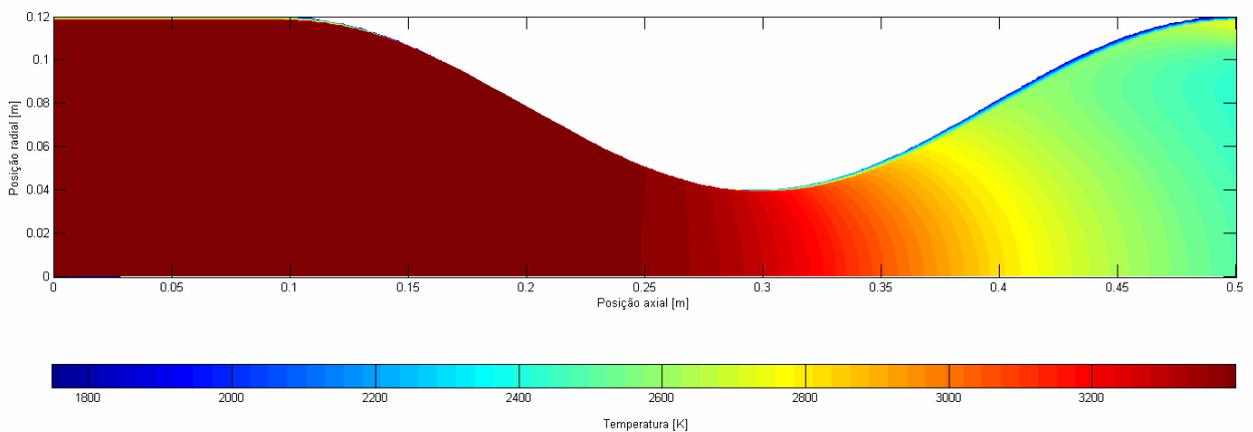
**Figura 3.5: Distribuição de temperaturas no interior da tubeira - modelo químico 3, escoamento congelado, refrigeração regenerativa.**



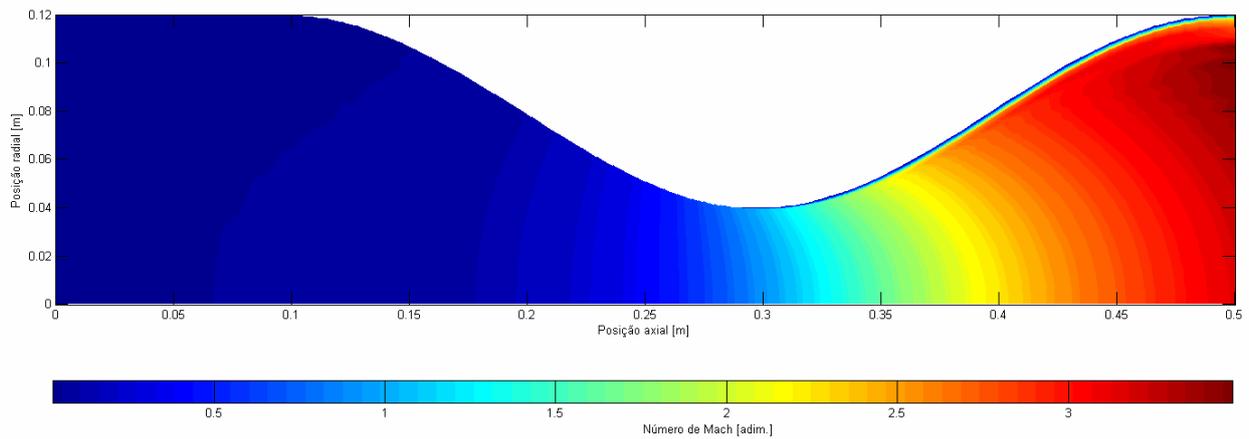
**Figura 3.6: Distribuição de temperaturas no interior da tubeira - modelo químico 3, escoamento em equilíbrio químico local, refrigeração regenerativa.**



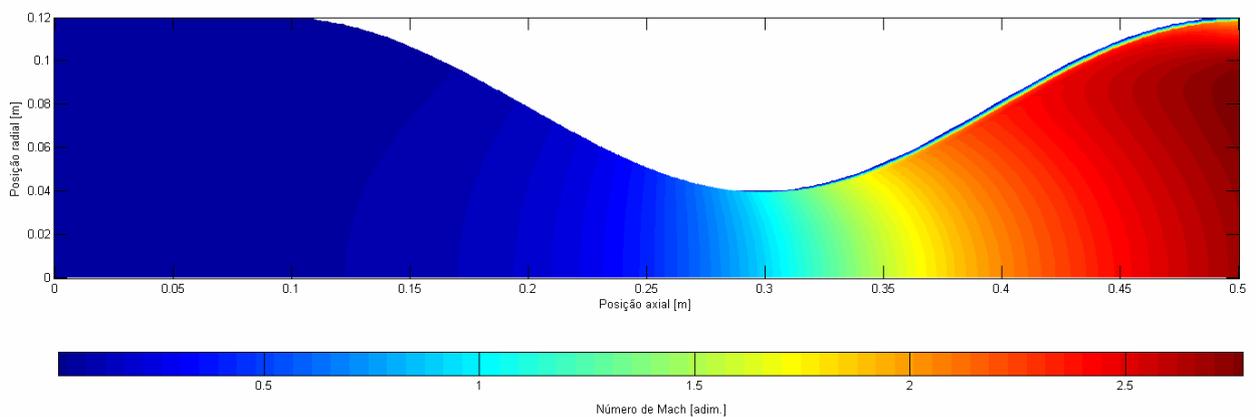
**Figura 3.7: Distribuição de temperaturas no interior da tubeira - modelo químico 3, escoamento congelado, refrigeração radiativa.**



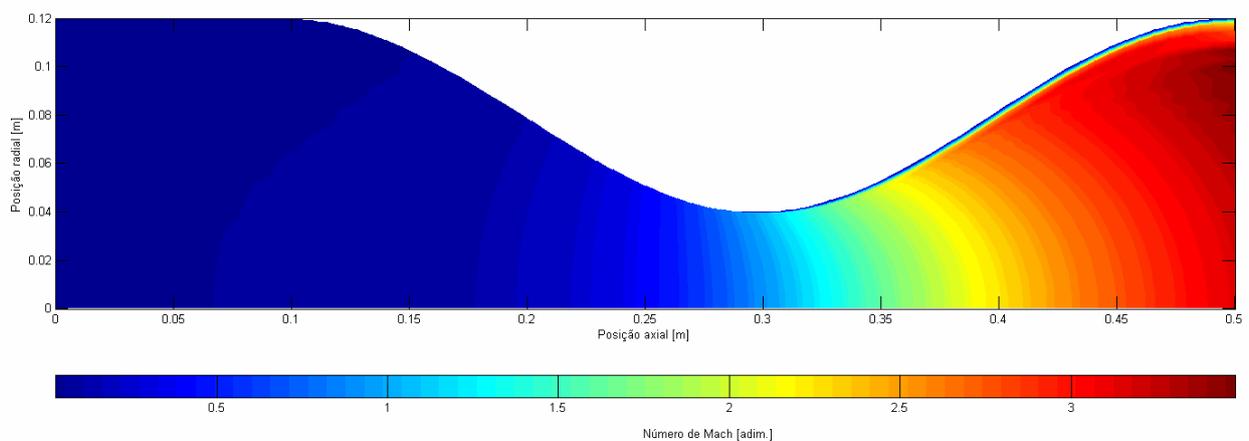
**Figura 3.8: Distribuição de temperaturas no interior da tubeira - modelo químico 3, escoamento em equilíbrio químico local, refrigeração radiativa.**



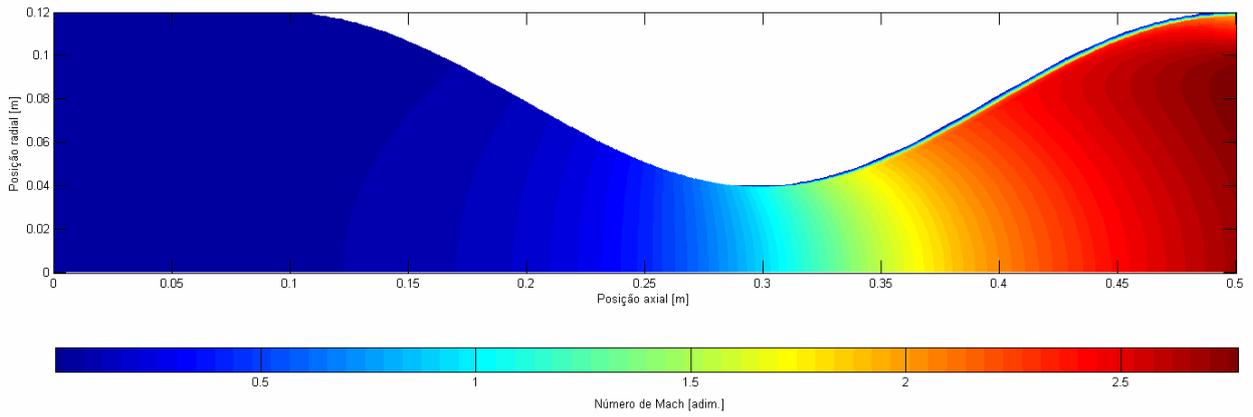
**Figura 3.9: Distribuição de números de Mach no interior da tubeira - modelo químico 3, escoamento congelado, refrigeração regenerativa.**



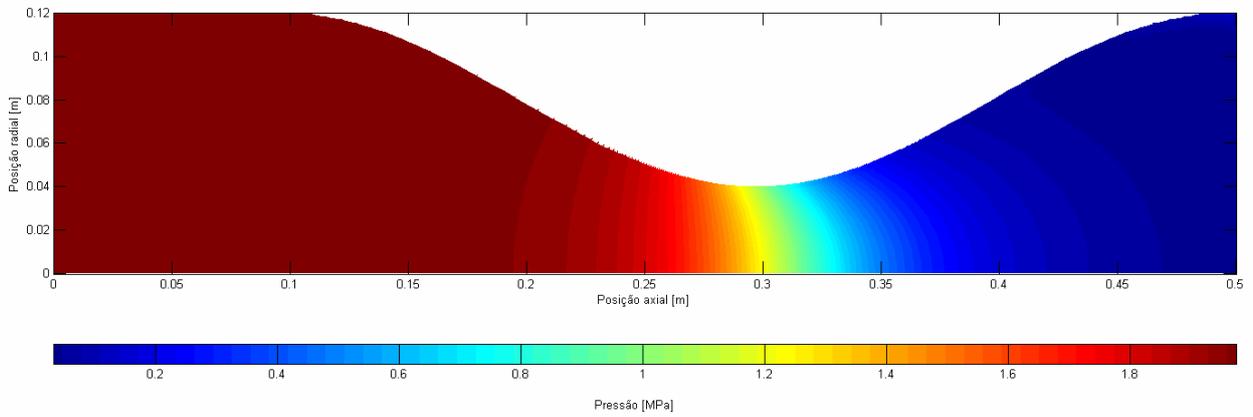
**Figura 3.10: Distribuição de números de Mach no interior da tubeira - modelo químico 3, escoamento em equilíbrio químico local, refrigeração regenerativa.**



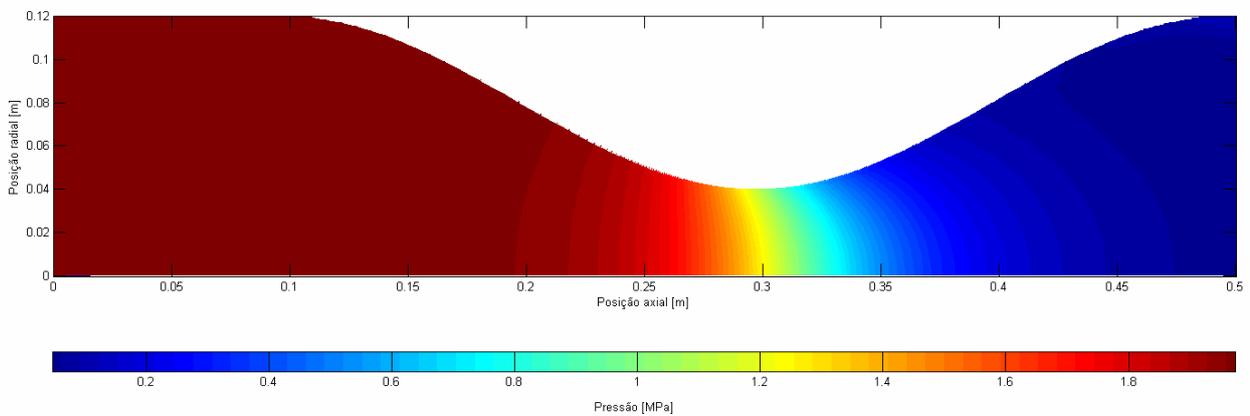
**Figura 3.11: Distribuição de números de Mach no interior da tubeira - modelo químico 3, escoamento congelado, refrigeração radiativa.**



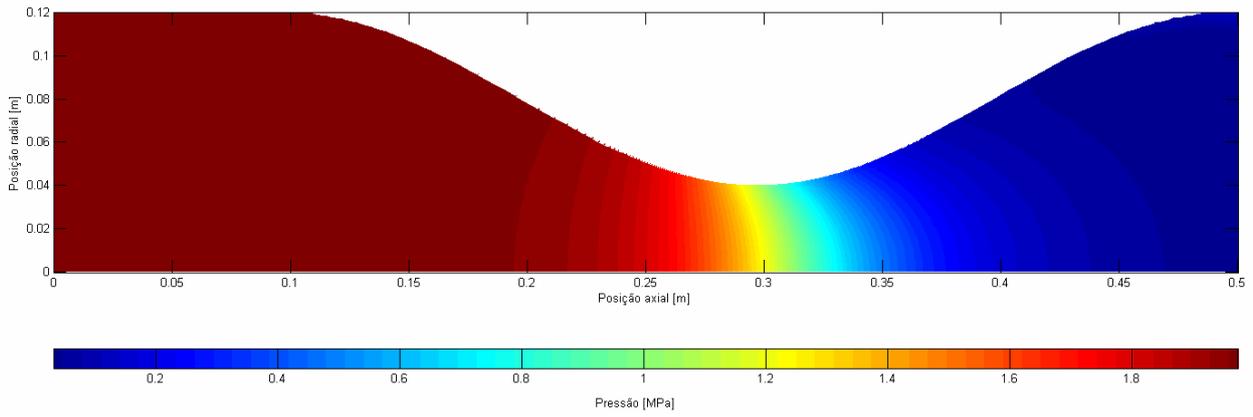
**Figura 3.12: Distribuição de números de Mach no interior da tubeira - modelo químico 3, escoamento em equilíbrio químico local, refrigeração radiativa.**



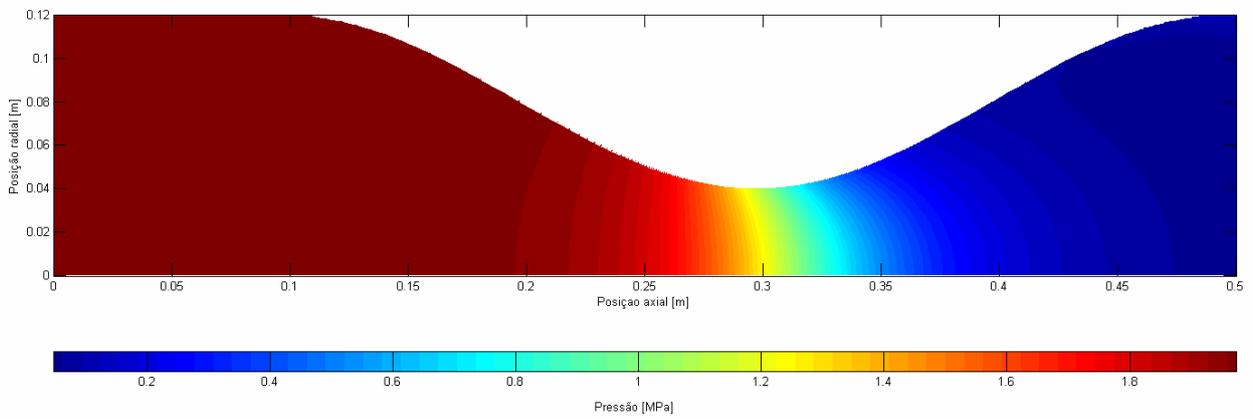
**Figura 3.13: Distribuição de pressão no interior da tubeira - modelo químico 3, escoamento congelado, refrigeração regenerativa.**



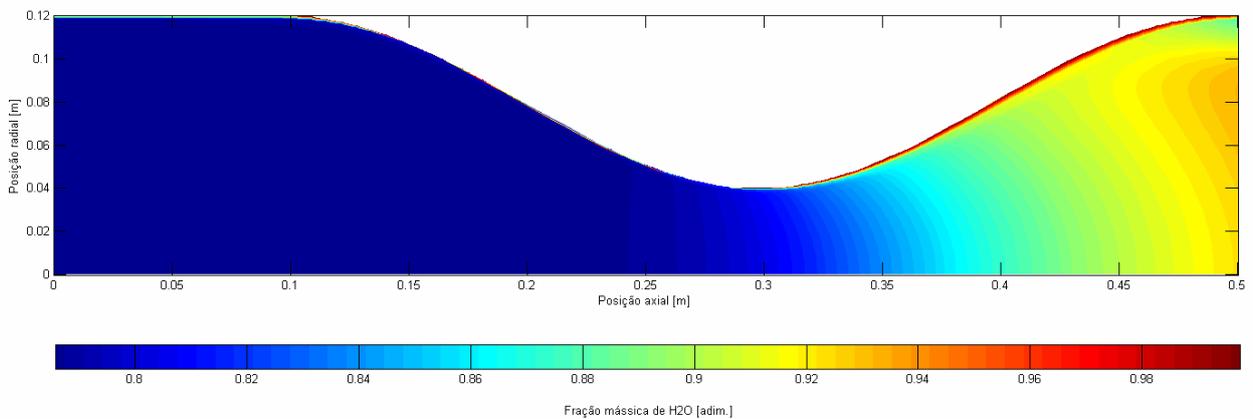
**Figura 3.14: Distribuição de pressão no interior da tubeira - modelo químico 3, escoamento em equilíbrio químico local, refrigeração regenerativa.**



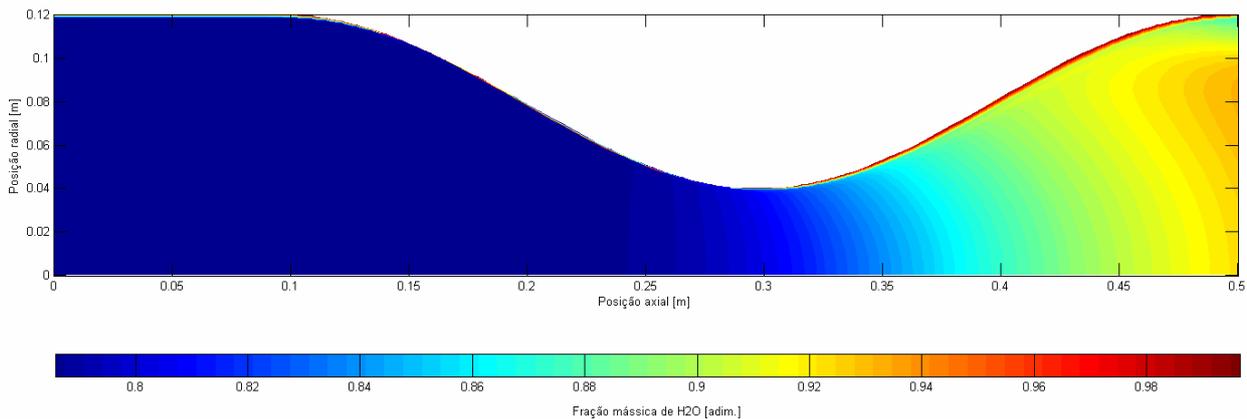
**Figura 3.15: Distribuição de pressão no interior da tubeira - modelo químico 3, escoamento congelado, refrigeração radiativa.**



**Figura 3.16: Distribuição de pressão no interior da tubeira - modelo químico 3, escoamento em equilíbrio químico local, refrigeração radiativa.**



**Figura 3.17: Distribuição da fração mássica de H<sub>2</sub>O no interior da tubeira - modelo químico 3, escoamento em equilíbrio químico local, refrigeração regenerativa.**



**Figura 3.18: Distribuição da fração mássica de H<sub>2</sub>O no interior da tubeira - modelo químico 3, escoamento em equilíbrio químico local, refrigeração radiativa.**

Pode-se notar, através das Figuras 3.1 a 3.18 que o sistema de refrigeração adotado possui pequena influência sobre o escoamento dos gases de combustão, em especial, na região do eixo de simetria da tubeira. Os efeitos mais significativos são observados próximos à saída da tubeira, na região entre o eixo de simetria e a parede, como pode-se notar através da comparação entre as Figuras 3.9 e 3.11 (para o escoamento congelado) ou Figuras 3.10 e 3.12 (no caso do escoamento em equilíbrio químico local), nas quais é apresentada a distribuição dos números de Mach ao longo do escoamento na tubeira.

Os parâmetros globais do escoamento também sofrem apenas pequenas modificações conforme o modelo de refrigeração adotado, como pode-se verificar através das Tabelas 3.14 a 3.19. A maior diferença notada entre os dois sistemas de refrigeração simulada, no caso do escoamento congelado, está no perfil de temperaturas da parede da tubeira: enquanto ao se empregar o sistema de refrigeração regenerativa a temperatura máxima alcançada na tubeira foi inferior a 560 K, no caso do emprego da refrigeração radiativa foram sempre superiores a 1600 K, com valores máximos próximos a 2300 K. Isto se deve, especialmente, ao fato de o fluxo de calor existente através da parede da tubeira no caso da refrigeração radiativa ser bastante inferior àquele observado no caso da refrigeração regenerativa – sendo os valores obtidos para esta cerca de uma ordem de grandeza superiores aos verificados para o primeiro caso.

Para o escoamento em equilíbrio químico local, o comportamento das temperaturas na parede da tubeira é semelhante ao observado no caso do escoamento congelado. Nota-se, contudo, que o efeito do modelo físico sobre o perfil de temperaturas na parede da tubeira é considerável - isto pode ser visto mais claramente das Figuras 3.1 e 3.2. Para a temperatura máxima da parede, considerando-se um sistema de refrigeração radiativa, obtém-se valores de 2257 K no caso do escoamento em equilíbrio químico local e de 2293 K no caso do escoamento congelado, de modo

que a diferença de temperaturas entre os modelos físicos alcança 36K; para a refrigeração regenerativa, as temperaturas obtidas foram de 530,7 K, no caso do equilíbrio químico local e 556,3 K no caso do escoamento congelado, representando uma diferença de 25,6 K. Nota-se que em ambos os casos as temperaturas de parede mais elevadas foram obtidas para o escoamento congelado, fato que já havia sido observado no estudo do escoamento unidimensional, empregando-se a refrigeração regenerativa, apresentado no Relatório Técnico 4 do projeto CFD-5/UFPR.

No caso dos perfis de temperatura da parede, comparando-se os modelos de refrigeração regenerativa e radiativa, para ambos os modelos físicos (escoamento congelado e em equilíbrio químico local), as diferenças obtidas podem ser atribuídas à diferença existente entre os fluxos de calor verificados: enquanto no caso da refrigeração regenerativa o fluxo máximo de calor para a parede foi da ordem de  $10^7 \text{ W/m}^2$ , no caso da refrigeração radiativa os resultados obtidos foram da ordem de  $10^6 \text{ W/m}^2$  – uma ordem de grandeza inferior. Essa grande variação é responsável pela variação de cerca de 1700 K verificada na parede da tubeira, empregando-se o mesmo modelo físico e químico, modificando-se apenas o sistema de refrigeração adotado.

## 4 CONCLUSÃO

Neste relatório foram apresentados os modelos físicos, matemático e numérico para o escoamento bidimensional de gases reativos (escoamento congelado e em equilíbrio químico local) em tuberias, implementado no código Mach2D 6.1. Neste código foram utilizados o Método de Volumes Finitos, malhas curvilíneas não-ortogonais, arranjo co-localizado de variáveis, formulação adequada a qualquer velocidade e solver MSI.

Quatro modelos físicos foram implementados nos códigos Mach2D 6.1 e RHG2D 1.0: escoamento monoespécie com propriedades constantes ou variáveis (vapor de água) e escoamento congelado ou em equilíbrio químico local de mistura de gases. A geometria da tuberia utilizada para as simulações foi similar àquela empregada por Marchi *et al.* (2004). Foram apresentados resultados tanto para os escoamentos laminares com parede a temperatura constante (300 K), quanto para parede adiabática.

No caso do código RHG2D 1.0, foram empregados dois sistemas de refrigeração distintos: a refrigeração regenerativa e a radiativa. Em ambos os casos, foram feitas simulações envolvendo escoamento monoespécie (com propriedades variáveis) e de mistura de gases (congelado e em equilíbrio químico local), empregando-se o modelo químico 3, de seis espécies. Verificou-se que a principal variação entre os resultados dos modelos está na região da parede da tuberia (em especial, na temperatura alcançada pela mesma). Isto se deve à grande diferença entre os fluxos de calor obtidos para cada um dos sistemas de refrigeração, que se aproxima de uma ordem de grandeza, para os casos de escoamento congelado e em equilíbrio químico local.

Vários efeitos observados anteriormente em estudos empregando-se o modelo unidimensional foram novamente verificados, como o fato de modelos de 6 e de 8 espécies apresentarem resultados bastante próximos e o de a temperatura máxima da parede da tuberia ser obtida empregando-se o modelo de escoamento congelado de mistura de gases. De um modo geral, os resultados das variáveis de interesse globais apresentaram uma maior dependência do modelo físico adotado (escoamento monoespécie, congelado ou em equilíbrio químico local) em detrimento do sistema de refrigeração empregado - paredes adiabáticas, refrigeração regenerativa ou radiativa.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**. Rio de Janeiro: LTC, 1995.
- MARCHI, C. H.; ARAKI, L. K. **Relatório Técnico 1: programa Gibbs 1.3. Propriedades termodinâmicas; Equilíbrio químico; Temperatura de combustão**. Curitiba, maio/2005.
- MARCHI, C. H.; ARAKI, L. K. **Relatório Técnico 2: programa Gibbs 1.3. Taxa finita; Propriedades de transporte**. Curitiba, 2006.
- MARCHI, C. H.; ARAKI, L. K. **Relatório Técnico 3: código Mach1D. escoamento monoespécie; escoamento congelado; escoamento em equilíbrio químico local; escoamento com taxa finita de reação**. Curitiba, 2007.
- MARCHI, C. H.; ARAKI, L. K. **Relatório Técnico 4: programa RHG1D 3.0. escoamento 1D de mistura de gases de combustão**. Curitiba, 2007.
- MARCHI, C. H.; ARAKI, L. K. **Relatório Técnico 5: código Mach2D 6.0. escoamento bidimensional reativo**. Curitiba, 2007.
- MARCHI, C. H.; LAROCA, F.; SILVA, A. F. C.; HINCKEL, J. N. Solução numérica de escoamentos em motor-foguete com refrigeração regenerativa. In: XXI Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering. **Proceedings...**, Rio de Janeiro, 2000.
- MARCHI, C. H.; LAROCA, F.; SILVA, A. F. C.; HINCKEL, J. N. Numerical solutions of flows in rocket engines with regenerative cooling. **Numerical Heat Transfer, Part A**, v. 45, pp. 699 – 717, 2004.
- MARCHI, C. H.; MALISKA, C. R. A nonorthogonal finite volume method for the solution of all speed flows using co-located variables. **Numerical Heat Transfer, Part B**, v. 26, pp. 293 – 311, 1994.
- McBRIDE, B. J.; GORDON, S.; RENO, M. A. **Coefficients for calculating thermodynamic and transport properties of individual species**. NASA Technical Memorandum 4513, Cleveland, Ohio, USA, 1993.
- SUTTON, G. P.; BIBLARZ, O. **Rocket Propulsion elements**. 7 ed. New York: John Wiley & Sons. Inc., 2001.