

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE ATIVIDADES EDUCATIVAS ESPACIAIS

LABORATÓRIO DE ATIVIDADES ESPACIAIS

MASSA DO GRÃO-PROPELENTE

COM GEOMETRIA CILÍNDRICO-TUBULAR

CARLOS HENRIQUE MARCHI

Florianópolis, Julho de 1987

1 - INTRODUÇÃO

Uma das necessidades no cálculo de trajetórias de foguetes é conhecer sua massa em cada instante de tempo.

Nosso objetivo será determinar a massa de grãos-propelentes que apresentem geometria cilíndrico-tubular. A solução dada ao problema é apenas matemática.

Divide-se o grão em três regiões devido a facilidade nos cálculos que isto implica e deduz-se o fluxo de massa destas regiões. Devido a semelhança resultante nestas soluções, obtém-se uma única equação para o fluxo de massa. Posteriormente chega-se a expressão para a massa da geometria em análise e apresenta-se o algoritmo utilizado no seu cálculo.

Finalmente são apresentados os resultados obtidos nos cálculos do fluxo de massa e da massa do grão-propelente do mini-foguete Sondinha II.

2 - HIPÓTESES SIMPLIFICATIVAS

Como a solução do problema é puramente matemático, isto é, não são consideradas as variações das propriedades físicas durante a queima do propelente, as seguintes hipóteses simplificativas são adotadas:

- a) o grão é isotrópico;
- b) a pressão na câmara de combustão e conseqüentemente a velocidade de queima são constantes;
- c) a queima inicia-se no mesmo instante em toda área interna do grão e em todas as direções.

3 - FLUXO DE MASSA

O princípio da Conservação da Massa é dado pela equação (1), desta obtemos a eq.(2) que nos fornece o fluxo de massa.

$$0 = \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho dV + \int_{svc} \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (1)$$

$$\dot{m} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho dV \quad (2)$$

Como a massa específica é constante e a integral no volume de controle do elemento de volume corresponde ao volume do grão, temos:

$$\dot{m} = - \rho \frac{\partial V}{\partial t} \quad (3)$$

Aproximando-se numericamente a eq.(3) e considerando-se o teorema de Pappus-Guldinus, referência/3/, obtemos:

$$\dot{m}_i = - \frac{2\pi \rho \bar{y}_i}{\Delta t} (A_i - A_{i-1}) \quad (4)$$

Na fig.1 é apresentado a geometria do grão-propelente em estudo. A solução que se segue, somente é válida para grãos- que satisfaçam a seguinte relação: $H > e$. O grão pode ser decomposto em três regiões, conforme fig.2, denominadas respectivamente de região tubular(1), cilíndrica(2) e cilíndrico-tubular(3). Através da fig.3 podemos concluir que existem três elementos de áreas distintos, assim a solução do problema será dividida em três fases.

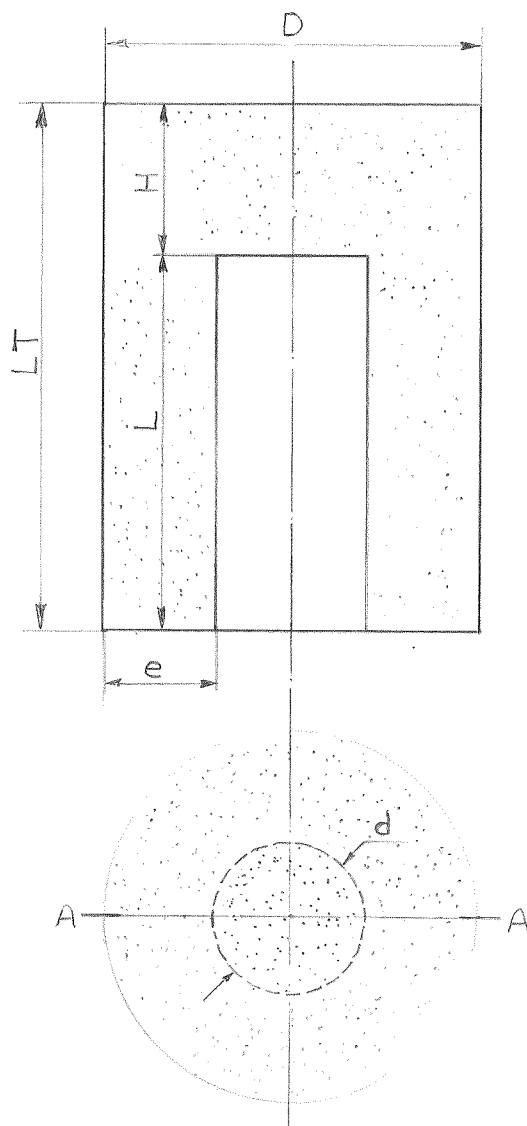


Fig. 1 - Geometria do grão cilíndrico-tubular.

3.1 - FASE I

A fase I fica caracterizada enquanto $r_i \leq e$. O fluxo de massa nesta fase, engloba a solução para o grão cilíndrico e o tubular, deduzidos na ref./1/, acrescidos da solução para a região cilíndrico-tubular.

O raio de queima é sempre medido a partir do raio interno inicial do grão.

Na ref./4/ pode ser encontrado a eq.(5) que define o centróide-

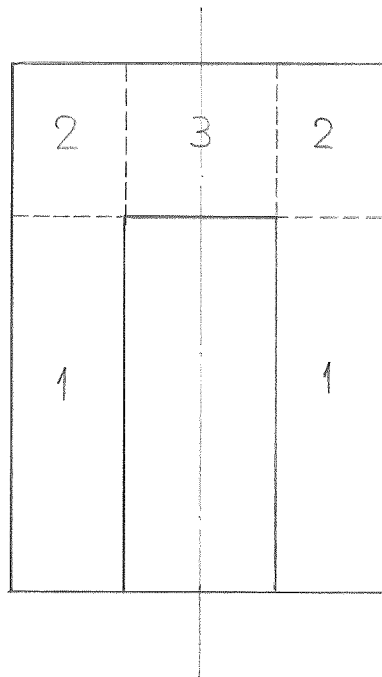


Fig. 2 - Regiões do grão-propelente.

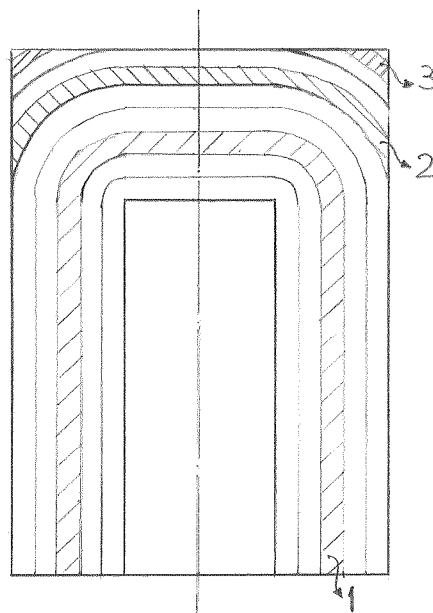


Fig. 3 - Evolução da queima no grão. Elementos de área para as fases 1, 2 e 3.

de do setor de coroa circular da fig. 4, em relação a "o".

$$\bar{r}_i = \frac{2}{3} \frac{(r_i^3 - r_{i-1}^3)}{(r_i^2 - r_{i-1}^2)} \frac{\text{sen}\hat{\alpha}_i}{\hat{\alpha}_i} \quad (5)$$

$$\bar{y}_i = \frac{d}{2} + \bar{r}_i \cos\hat{\alpha}_i \quad (6)$$

A área, em cada instante, do setor circular da fig.4 é dado por:

$$A_i = \hat{\alpha}_i r_i^2 \quad (7)$$

$$A_{i-1} = \hat{\alpha}_{i-1} r_{i-1}^2$$

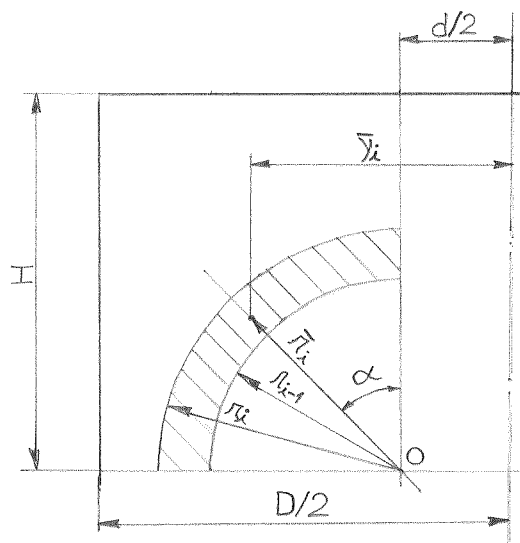


Fig. 4 - Elemento de área para o cálculo do \dot{m} na região cilíndrico-tubular, durante a fase 1.

Substituindo-se as eq.(5) a (7) na eq.(4), para os instantes i e $i-1$, e considerando-se que $\alpha = 45^\circ$, chegamos a eq.(8) que nos fornece o fluxo de massa durante a fase 1 para a região cilíndrico

tubular.

$$\dot{m}_i \Big|_{ct}^{fl} = -\rho \frac{\pi}{\Delta t} \left[\frac{\pi d}{4} (r_i^2 - r_{i-1}^2) + \frac{2}{3} (r_i^3 - r_{i-1}^3) \right] \quad (8)$$

Da ref./1/, podemos obter as equações (9) e (10) para o fluxo de massa durante a fase 1 nas regiões cilíndrica e tubular, respectivamente.

$$\dot{m}_i \Big|_c^{fl} = -\rho \frac{\pi}{\Delta t} (r_i - r_{i-1}) \frac{d^2}{4} \quad (9)$$

$$\dot{m}_i \Big|_t^{fl} = -\rho \frac{\pi}{\Delta t} L \left[(r_i + \frac{d}{2})^2 - (r_{i-1} + \frac{d}{2})^2 \right] \quad (10)$$

Juntando-se as eq.(8) a (10), obtemos o fluxo de massa para a fase 1, eq.(11).

$$\begin{aligned} \dot{m}_i \Big|^{fl} = -\rho \frac{\pi}{\Delta t} \left\{ \frac{\pi d}{4} (r_i^2 - r_{i-1}^2) + \frac{2}{3} (r_i^3 - r_{i-1}^3) + \frac{d^2}{4} (r_i - r_{i-1}) \right. \\ \left. + L \left[(r_i + \frac{d}{2})^2 - (r_{i-1} + \frac{d}{2})^2 \right] \right\} \quad (11) \end{aligned}$$

3.2 - FASE2

O fluxo de massa na fase 2 reúne a solução da região cilíndrica, eq.(9), e cilíndrica-tubular para esta fase que existe enquanto $e < r_i \leq H$.

O elemento de área da fig.5, será dado pela soma dos elementos de áreas dos setores circular e triangular do instante atual menos o anterior, ou seja:

$$\Delta A_i = (A \Big|_{sc_i} + A \Big|_{st_i}) - (A \Big|_{sc_{i-1}} + A \Big|_{st_{i-1}}) \quad (12)$$

O centróide do setor circular, em relação a "o", é dado na

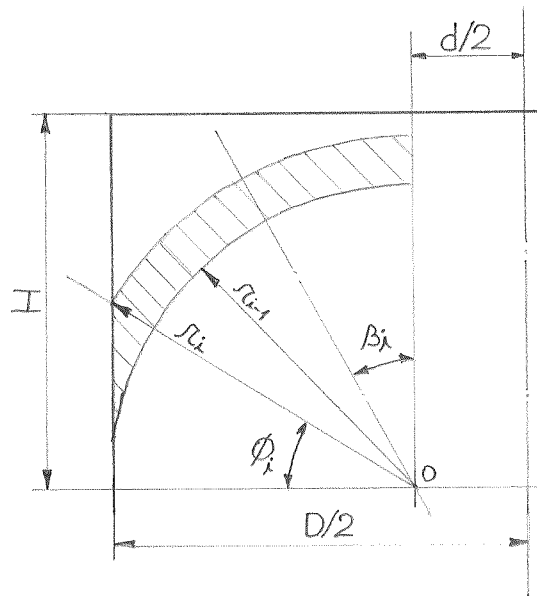


Fig. 5 - Elemento de área para o cálculo do \hat{m} na região cilíndrico-tubular durante a fase 2.

ref./4/, por:

$$\bar{r}_i \Big|_{sc} = \frac{2}{3} \frac{r_i}{\hat{\beta}_i} \text{sen} \hat{\beta}_i \quad (13)$$

e em relação ao eixo, por:

$$\bar{y}_i \Big|_{sc} = \frac{d}{2} + \bar{r}_i \Big|_{sc} \text{sen} \hat{\beta}_i = \frac{d}{2} + \frac{2}{3} \frac{r_i}{\hat{\beta}_i} \text{sen}^2 \hat{\beta}_i \quad (14)$$

O centróide do setor triangular, em relação ao eixo, é dado por:

$$\bar{y}_i \Big|_{st} = \frac{D}{2} - \frac{1}{3} \frac{(D-d)}{2} = \frac{(2D+d)}{6} \quad (15)$$

Na ref./3/, pode ser encontrado a seguinte relação para o centróide de figuras compostas:

$$\bar{y}_i \Delta A_i = \sum (\bar{y}_j A_j) \quad (16)$$

As áreas dos setores circular e triangular são dadas, respectivamente, por:

$$A_i |_{sc} = \hat{\beta}_i r_i^2 \quad (17)$$

$$A_i |_{st} = \frac{(D-d)}{4} r_i \text{sen} \hat{\phi}_i \quad (18)$$

Substituindo-se as eq.(12) a (18) na eq.(4), para os instantes i e $i-1$, obtemos o fluxo de massa durante a fase 2 para a região cilíndrico-tubular.

$$\dot{m}_i |_{f2} = -\rho \frac{\pi}{\Delta t} \left\{ r_i^2 \left[d \hat{\beta}_i + \frac{4}{3} r_i \text{sen}^2 \hat{\beta}_i \right] - r_{i-1}^2 \left[d \hat{\beta}_{i-1} + \frac{4}{3} r_{i-1} \text{sen}^2 \hat{\beta}_{i-1} \right] + \frac{(2D^2 - dD - d^2)}{12} \left[r_i \text{sen} \hat{\phi}_i - r_{i-1} \text{sen} \hat{\phi}_{i-1} \right] \right\} \quad (19)$$

onde: $\hat{\phi}_i = \cos^{-1} \left(\frac{e}{r_i} \right) \quad (20)$

e $\hat{\beta}_i = \frac{(\pi - 2\hat{\phi}_i)}{4} \quad (21)$

Através de relações trigonométricas e das eq.(20) e (21), concluímos que:

$$\text{sen}^2 \hat{\beta}_i = \frac{(1 - \text{sen} \hat{\phi}_i)}{2} \quad (22)$$

Substituindo-se as eq.(9) e (22) na eq.(19), finalmente chega-se ao fluxo de massa na fase 2.

$$\dot{m}_i |_{f2} = -\rho \frac{\pi}{\Delta t} \left\{ r_i^2 \left[\frac{d}{4} (\pi - 2\hat{\phi}_i) + \frac{2}{3} r_i (1 - \text{sen} \hat{\phi}_i) \right] - r_{i-1}^2 \left[\frac{d}{4} (\pi - 2\hat{\phi}_{i-1}) + \frac{2}{3} r_{i-1} (1 - \text{sen} \hat{\phi}_{i-1}) \right] \right\}$$

$$+ \left. \left(\frac{2D^2 - dD - d^2}{12} \right) \left[r_i \text{sen} \hat{\phi}_i - r_{i-1} \text{sen} \hat{\phi}_{i-1} \right] + \frac{d^2}{4} (r_i - r_{i-1}) \right\} \quad (23)$$

3.3 - FASE 3

A fase 3 está definida enquanto $H < r_i \leq RM$ e seu fluxo envolve apenas a solução da região cilíndrico-tubular.

Através da fig.6 podemos observar que o elemento de área será dado pela soma dos elementos de áreas do setor circular e dois setores triangulares, do instante atual menos o anterior, ou seja:

$$\Delta A_i = (A|_{sc_i} + A|_{st_i}^h + A|_{st_i}^v) - (A|_{sc_{i-1}} + A|_{st_{i-1}}^h + A|_{st_{i-1}}^v) \quad (24)$$

O centróide do setor circular, em relação a "o", é calculado com a eq.(13), apenas alterando-se β_i por γ_i , assim:

$$\bar{r}_i|_{sc} = \frac{2}{3} \frac{r_i \text{sen} \hat{\gamma}_i}{\hat{\gamma}_i} \quad (25)$$

e em relação ao eixo, por:

$$\bar{y}_i|_{sc} = \frac{d}{2} + \bar{r}_i \text{sen}(\hat{\gamma}_i + \hat{\psi}_i) = \frac{d}{2} + \frac{2}{3} \frac{r_i \text{sen} \hat{\gamma}_i \text{sen}(\hat{\gamma}_i + \hat{\psi}_i)}{\hat{\gamma}_i} \quad (26)$$

O centróide do setor triangular horizontal é o mesmo da eq. (15) e o da vertical será:

$$\bar{y}_i|_{st}^v = \frac{d}{2} - \frac{r_i \text{sen} \hat{\psi}_i}{3} \quad (27)$$

As áreas dos setores circular e triangular, deduzidas a partir da fig.6, são dadas por:

$$A_i|_{sc} = \hat{\gamma}_i r_i^2 \quad (28)$$

$$A_i|_{st}^h = \frac{(D-d)}{4} r_i \text{sen} \hat{\phi}_i \quad (29)$$

$$A_i \Big|_{st}^V = \frac{H}{2} r_i \text{sen} \hat{\psi}_i \quad (30)$$

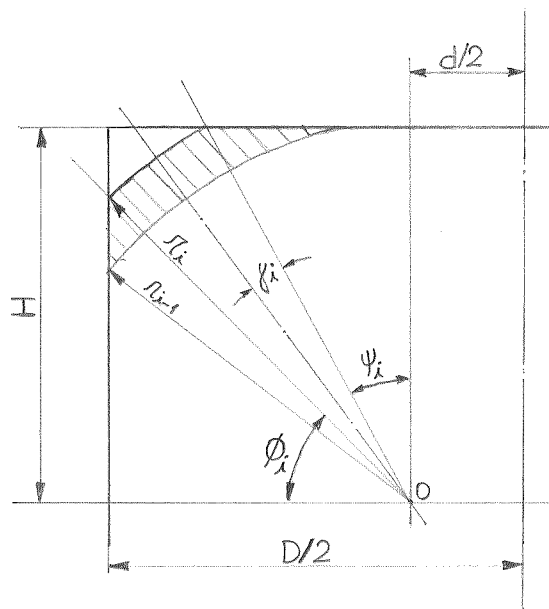


Fig. 6 - Elemento de área para o cálculo do \dot{m} na região cilíndrico-tubular durante a fase 3.

Considerando-se a relação da eq.(16), substituindo-se as eq. (25) a (30), para os instantes i e $i-1$, na eq.(24) e ainda que:

$$\hat{\gamma}_i = \frac{(\pi - 2\hat{\phi}_i - 2\hat{\psi}_i)}{4} \quad (31)$$

$$e: \text{sen} \hat{\gamma}_i \text{sen}(\hat{\gamma}_i + \hat{\psi}_i) = \frac{1}{2}(\cos \hat{\psi}_i - \text{sen} \hat{\phi}_i) \quad (32)$$

obtemos a eq. para o fluxo de massa durante a fase 3:

$$\begin{aligned} \dot{m}_i \Big|_{f3} = & - \rho \frac{\pi}{\Delta t} \left\{ r_i^2 \left[\frac{d}{4} (\pi - 2\hat{\phi}_i - 2\hat{\psi}_i) + \frac{2}{3} r_i (\cos \hat{\psi}_i - \text{sen} \hat{\phi}_i) \right] \right. \\ & \left. - r_{i-1}^2 \left[\frac{d}{4} (\pi - 2\hat{\phi}_{i-1} - 2\hat{\psi}_{i-1}) + \frac{2}{3} r_{i-1} (\cos \hat{\psi}_{i-1} - \text{sen} \hat{\phi}_{i-1}) \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + H \left[r_i \text{sen} \hat{\psi}_i \left(\frac{d}{2} + \frac{1}{3} r_i \text{sen} \hat{\psi}_i \right) - r_{i-1} \text{sen} \hat{\psi}_{i-1} \left(\frac{d}{2} + \frac{1}{3} r_{i-1} \text{sen} \hat{\psi}_{i-1} \right) \right] \\
& + \left. \frac{(2D^2 - dD - d^2)}{12} \left[r_i \text{sen} \hat{\phi}_i - r_{i-1} \text{sen} \hat{\phi}_{i-1} \right] \right\} \quad (33)
\end{aligned}$$

onde: $\hat{\psi}_i = \cos^{-1} \left(\frac{H}{r_i} \right)$ (34)

e $\hat{\phi}_i$ é dado pela eq.(20).

3.4 - EQUAÇÃO GERAL

Com o objetivo de reduzir o trabalho computacional são feitas a seguir simplificações no cálculo do fluxo de massa, mas continuando-se a obter os mesmos resultados.

As eq.(11), (23) e (33) podem ser agrupadas numa única equação, obtendo-se assim apenas uma solução para o grão cilíndrico-tubular.

$$\begin{aligned}
\dot{m}_i = & - \rho \frac{\pi}{\Delta t} \left\{ r_i^2 \left[\frac{d}{4} (\pi - 2\hat{\phi}_i - 2\hat{\psi}_i) + \frac{2}{3} r_i (\cos \hat{\psi}_i - \text{sen} \hat{\phi}_i) \right] \right. \\
& - r_{i-1}^2 \left[\frac{d}{4} (\pi - 2\hat{\phi}_{i-1} - 2\hat{\psi}_{i-1}) + \frac{2}{3} r_{i-1} (\cos \hat{\psi}_{i-1} - \text{sen} \hat{\phi}_{i-1}) \right] \\
& + H \left[r_i \text{sen} \hat{\psi}_i \left(\frac{d}{2} + \frac{1}{3} r_i \text{sen} \hat{\psi}_i \right) - r_{i-1} \text{sen} \hat{\psi}_{i-1} \left(\frac{d}{2} + \frac{1}{3} r_{i-1} \text{sen} \hat{\psi}_{i-1} \right) \right] \\
& + \frac{(2D^2 - dD - d^2)}{12} \left[r_i \text{sen} \hat{\phi}_i - r_{i-1} \text{sen} \hat{\phi}_{i-1} \right] \\
& \left. + C_1 \frac{d^2}{4} (r_i - r_{i-1}) + C_2 L \left[\left(r_i + \frac{d}{2} \right)^2 - \left(r_{i-1} + \frac{d}{2} \right)^2 \right] \right\} \quad (35)
\end{aligned}$$

onde, para:

$$\begin{aligned}
0 < r_i \leq e : & \quad \hat{\phi}_i = \hat{\psi}_i = 0 \\
& \quad c_1 = c_2 = 1 \\
e < r_i \leq H : & \quad c_2 = \hat{\psi}_i = 0 \\
& \quad c_1 = 1 \\
H < r_i \leq RM : & \quad c_1 = c_2 = 0
\end{aligned} \tag{36}$$

$$e = \frac{D - d}{2} \tag{37}$$

$$H = LT - L \tag{38}$$

$$RM = (H^2 + e^2)^{1/2} \tag{39}$$

$$r_i = V(i - 1)\Delta t \tag{40}$$

$\hat{\phi}_i$ e $\hat{\psi}_i$ continuam sendo calculados pelas eq.(20) e (34), respectivamente.

Definimos agora, o fluxo médio de massa Ω , como:

$$\begin{aligned}
\Omega_i = - \rho \frac{\pi}{\Delta t} \left\{ r_i^2 \left[\frac{d}{4} (\pi - 2\hat{\phi}_i - 2\hat{\psi}_i) + \frac{2}{3} r_i (\cos \hat{\psi}_i - \sin \hat{\phi}_i) \right] \right. \\
+ H r_i \sin \hat{\psi}_i \left(\frac{d}{2} + \frac{1}{3} r_i \sin \hat{\psi}_i \right) + \frac{(2D^2 - dD - d^2)}{12} r_i \sin \hat{\phi}_i \\
\left. + c_1 \frac{d^2}{4} r_i + c_2 L (r_i + \frac{d}{2})^2 \right\} \tag{41}
\end{aligned}$$

assim o fluxo de massa fica sendo simplesmente:

$$\dot{m}_i = \Omega_i - \Omega_{i-1} \tag{42}$$

4 - MASSA DO GRÃO-PROPELENTE

A partir da eq.(2), temos:

$$\dot{m} = \frac{dm}{dt} \quad (43)$$

que integrando entre dois instantes de tempo, fica:

$$\int_{m_{i-1}}^{m_i} dm = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \dot{m} dt \quad (44)$$

Considerando-se \dot{m} constante no intervalo de tempo entre t_{i-1} e t_i , obtemos a equação para o cálculo da massa do grão-propelente (eq.46), para um dado instante.

$$m_i - m_{i-1} = \dot{m}_i (t_i - t_{i-1}) \quad (45)$$

$$m_i = m_{i-1} + \dot{m}_i \Delta t \quad (46)$$

$$\Delta t = \frac{RM}{V(n-1)} \quad (47)$$

5 - ALGORITMO

Na elaboração de um programa computacional, para o cálculo da massa do grão cilíndrico-tubular, podemos adotar o seguinte procedimento:

a) entre com os dados: LT, L, D, d, ρ , V, mp;

- b) entre com n ou Δt e calcule Δt ou n , através da eq.47, sendo que n deve ser um número inteiro;
- c) para $i = 1$, faça $\Omega_1 = 0$, $\dot{m}_1 = 0$ e $m_1 = m_p$;
- d) calcule e, H, RM com as eq.(37) a (39);
- e) faça $i = i + 1$;
- f) calcule r_i com a eq.(40);
- g) calcule os ângulos θ_i e/ou $\hat{\psi}_i$ com as eq.(20) e (34), respectivamente, quando necessários;
- h) obtenha Ω_i através da eq.(41), seguindo as condições (36);
- i) calcule \dot{m}_i com a eq.(42);
- j) finalmente obtenha m_i através da eq.(46);
- l) faça $\Omega_{i-1} = \Omega_i$ e $r_{i-1} = r_i$;
- m) enquanto $i \leq n$, repita os itens de "e" a "m".

Discutiremos agora, um problema que ocorre nos transientes das fases 1 e 2, exemplificaremos para o caso da fase 1.

Geralmente acontecerá que teremos r_{i-1} menor que "e" e r_i maior que "e", isto implica num cálculo incorreto de \dot{m}_i , pois calcularemos Ω_{i-1} com as condições para a fase 1 e Ω_i com as condições da fase 2. Deveremos então fazer $r_i = e$ e calcular \dot{m}_i' , em seguida faz-se $r_{i-1} = e$ e r_i igual ao seu real valor que é maior que "e", calcula-se então o termo \dot{m}_i'' . O fluxo de massa neste instante será então a soma de \dot{m}_i' e \dot{m}_i'' . Para o caso da fase 2, o procedimento é o mesmo, somente alterando-se "e" por "H".

6 - RESULTADOS DO SONDINHA II

Analizamos o grão-propelente do mini-foguete Sondinha II, que é comercializado na forma de kit, com $n = 11, 21$ e 41 pontos.

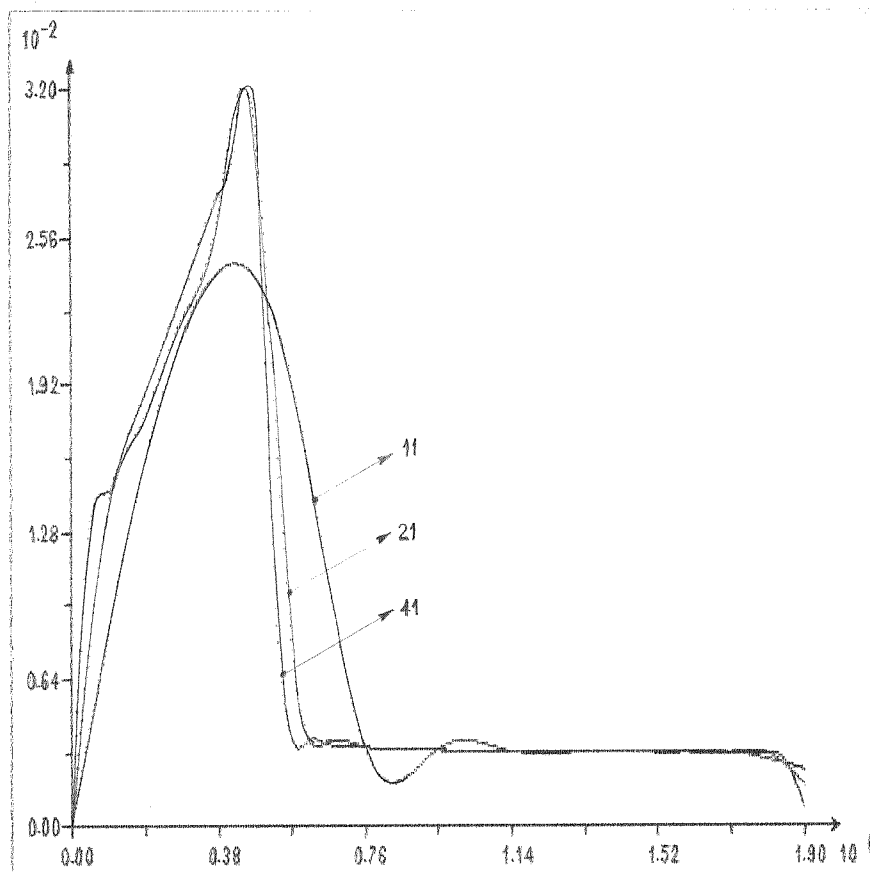


Fig. 7 - Fluxo de massa(kg/s) versus Tempo(s) - Sondinha II.

Dados do grão, ref./2/: $LT = 0,045 \text{ m}$ $\rho = 2879 \text{ kg/m}^3$
 $L = 0,030 \text{ m}$ $V = 0,00817 \text{ m}^3$
 $D = 0,013 \text{ m}$ $m_p = 0,0155 \text{ kg}$
 $d = 0,005 \text{ m}$

Na fig.7 são apresentados os resultados para o fluxo de massa em função do tempo de queima do grão e do número de pontos utilizados na solução e na fig.8 a massa do grão também em função do tempo de queima do grão.

Através da fig.7, podemos concluir que utilizando-se 21 pontos, a previsão para o fluxo de massa já é boa, pois concorda muito bem com a previsão para 41 pontos.

Nestes cálculos foi empregado o software CILTUB, desenvolvido em paralelo a este trabalho, em linguagem basic para o microcomputador TK-2000.

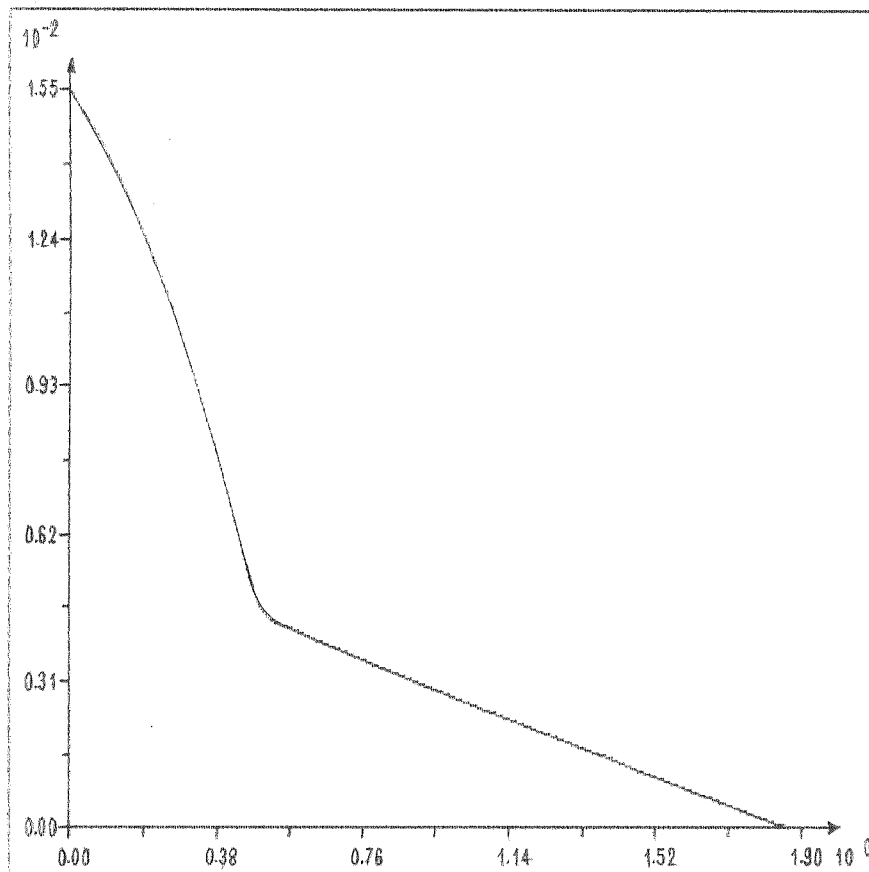


Fig. 8 - Massa(kg) versus Tempo(s) - Sondinha II.

7 - CONCLUSÃO

Conseguimos obter uma equação geral para expressar o fluxo de massa durante as três fases distintas de queima que se observa.

O fluxo de massa máximo, ocorre no fim da fase 1. Como podemos observar na fig.7, \dot{m} depende do número de pontos escolhidos, ou seja, do intervalo de tempo de cálculo.

Para o exemplo analisado, tomando-se como referência o fluxo de massa obtido em $t = 0,475$ e $n = 101$, observou-se que o erro quando $n = 21$ foi de 5,74% e para $n = 41$, o erro foi de 2,17%.

A massa do grão em cada instante não varia com o Δt utilizado nos cálculos, isto é, se utilizarmos $n = 10$, 100 ou 1000 pontos,

obteremos o mesmo valor para a massa em um determinado instante, os erros são desprezíveis.

Portanto, se o nosso interesse for apenas o cálculo da massa do grão para aplicação em cálculos de trajetórias, apenas devemos estabelecer o número de pontos ou instantes em que desejamos calculá-lo. Por outro lado, se o nosso objetivo for conhecer o fluxo de massa visando a previsão do empuxo de um motor-foguete, deveremos inicialmente fazer uma análise para obtenção do Δt máximo que poderá ser utilizado em função do erro que admitiremos.

REFERÊNCIAS

- /1/ - MARCHI, C.H. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE ATIVIDADES EDUCATIVAS ESPACIAIS. DETERMINAÇÃO DO FLUXO DE MASSA DE GRÃOS-PROPELENTE CILÍNDRICOS E TUBULARES. Florianópolis, abril 1987. 15 p.
- /2/ - LABORATÓRIO DE ATIVIDADES ESPACIAIS. RELATÓRIO DE TESTE Nº 20. Rio do Sul, maio 1983.
- /3/ - BEER, F.P. e JOHNSTON, Jr, E.R. ESTÁTICA. 3ª ed. São Paulo, McGraw-Hill, 1980. p.185-7.
- /4/ - GIECK, K. MANUAL DE FÓRMULAS TÉCNICAS. 2ª ed. São Paulo, Hemus, 1979.

SIMBOLOGIA

- A = área de queima (m^2)
 ΔA = elemento de área (m^2)
 C_1 e C_2 = constantes adimensionais da eq. do \dot{m}
d = diâmetro interno do grão (m)
D = diâmetro externo do grão (m)
e = espessura do grão (m)
H = comprimento da região cilíndrica do grão (m)
L = comprimento da região tubular do grão (m)
LT = comprimento total do grão (m)
m = massa (kg)
 \dot{m} = fluxo de massa (kg/s)
 m_p = massa do grão-propelente (kg)
n = número de pontos de cálculo (adimensional)
r = raio de queima (m)
 \bar{r} = centróide de área relativo (m)
RM = raio máximo do grão (m)
t = tempo (s)
 Δt = intervalo de tempo (s)
V = velocidade de queima (m/s)
 \forall = volume (m^3)
 \bar{y} = centróide de área em relação ao eixo do grão (m)

Letras gregas

α, β, γ = semi-ângulos dos setores circulares (graus)

$\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}$ = semi-ângulos dos setores circulares (radianos)

ϕ, ψ = ângulos (graus)

$\hat{\phi}, \hat{\psi}$ = ângulos (radianos)

ρ = massa específica (kg/m^3)

Ω = fluxo médio de massa (kg/s)

Superscritos

f1, f2, f3 = fases de queima 1, 2 e 3, respectivamente

h = horizontal

v = vertical

Subscritos

c = cilíndrico

ct = cilíndrico-tubular

i = instante de tempo

sc = setor circular

st = setor triangular

svc = superfície do volume de controle

t = tubular

vc = volume de controle