

# *Web site de foguetaria experimental de Richard Nakka*

## **Teoria de motor-foguete sólido**

Tradução: Carlos Henrique Marchi

Revisão: Gustavo Cirelli Santos

### **1 Introdução**

O objetivo principal das *Webs Pages* sobre *Teoria de Motor-Foguete Sólido* é apresentar as bases teóricas do funcionamento de um motor-foguete a propelente sólido. Ênfase é dada sobre a teoria aplicada a pequenos (relativamente falando) motores amadores, que são tipicamente de desempenho e eficiência menores do que seus correspondentes “profissionais”. Nesse sentido, os métodos de “livro-texto” padrão devem ser modificados para levar em conta estes fatores.

O objetivo secundário é apresentar as “ferramentas” fundamentais que podem ser usadas no projeto de motores-foguete amadores. Este tópico será abordado em uma *Web Page* posterior.

Eu tentarei seguir um caminho lógico nesta apresentação, com um tópico levando ao próximo tópico. Começando com as **Hipóteses Básicas** que devem ser feitas para “simplificar” a natureza altamente complexa do funcionamento de um motor-foguete. O **propelente** é então discutido, principalmente em relação a certos aspectos que tem aplicação direta à teoria de motor-foguete. Por exemplo, propelentes são considerados consistir de um combustível/aglomerante e oxidante, sem preocupação com formulações específicas. A geometria (o grão) com a qual o propelente é formado tem um efeito direto e importante sobre as características de desempenho global do motor.

Como a operação fundamental do motor-foguete requer que o propelente seja queimado, o tópico que segue trata sobre o processo de **Combustão**. Em outras palavras, a conversão do grão-propelente em gases e partículas condensadas (fumaça) em alta temperatura. Esta combustão deve ocorrer em uma maneira que seja adequada para obter os requerimentos de operação desejados – certo perfil de empuxo sobre certo tempo de queima, enquanto operando dentro de certos limites físicos com relação à pressão e temperatura da câmara. Assim, a taxa de queima, a temperatura de combustão, e os produtos de combustão têm um papel crucial no estabelecimento do desempenho de um motor-foguete.

Quase certamente o componente mais crítico de um motor-foguete sólido é a tubeira. Mais literalmente, a tubeira pode ser o “sucesso ou fracasso” de um motor-foguete. Mas o que exatamente faz uma tubeira, e como? Qual é a importância dos perfis convergente e divergente? Estas questões são abordadas na seção **Teoria de Tubeira**.

A expulsão dos produtos de exaustão em alta velocidade através da tubeira produz empuxo, a “potência” de um motor-foguete. O empuxo pode ser medido diretamente por meios razoavelmente simples, mas como se prediz qual será o empuxo teórico para um dado projeto de motor? As seções que seguem discutem como calcular o empuxo, assim como o **Impulso Total** e o **Impulso Específico**. Os dois últimos parâmetros são as “régua” para medir o “poder propulsivo” útil de um motor, e o “mérito” de um propelente específico.

Qualquer um que tem familiaridade com motores-foguete sabe que eles operam sob alta **Pressão**. Esta é a pressão de câmara, produzida pela combustão do propelente, que força a exaustão para fora do motor através da tubeira. Controlar esta pressão é a chave para o projeto e operação de um

motor-foguete mais bem-sucedido e seguro. Quais parâmetros determinam a pressão, que pode ser vista muito realisticamente como uma “explosão controlada” dentro da câmara de combustão?

O tópico final tratado na teoria sobre motores-foguete é as “**Correções**” que devem ser consideradas para juntar as predições teóricas aos resultados verdadeiros que serão obtidos em um motor-foguete “**Real**”. Estas correções são um resultado direto do primeiro tópico tratado, isto é, as hipóteses simplificativas que fazem com que uma análise seja possível.

Os dois tópicos finais abordados tratam com um de muitos aplicativos computacionais que facilitam enormemente o mais difícil e trabalhoso procedimento em analisar a operação de um motor-foguete – o processo de combustão. Este aplicativo existe em várias formas, como PROPEP, mas também referenciado como GUIPEP, NEWPEP, PEP (que são todos essencialmente o mesmo aplicativo), assim como CET. As abreviações são as seguintes: PEP = **P**ropellant **E**valuation **P**rogram ou aplicativo de avaliação de propelente; CET = **C**hemical **E**quilibrium with **T**ransport **P**roperties ou equilíbrio químico com propriedades de transporte. O significado dos vários termos (frequentemente crípticos), que são impressos no arquivo de saída, é explicado e também como estes resultados são obtidos. Adicionalmente, é apresentado um texto breve descrevendo o funcionamento básico do programa.

Estes programas têm certas deficiências que podem não ser importantes para motores-foguete e propelentes “profissionais” de grande escala, mas podem certamente ter um impacto significativo sobre o desempenho previsto para propelentes amadores. Este tópico é tratado dentro da seção final das *Webs Pages* sobre *Teoria de Motor-Foguete Sólido*.

# *Web site de foguetaria experimental de Richard Nakka*

## **Teoria de motor-foguete sólido**

Tradução: Carlos Henrique Marchi

Revisão: Gustavo Cirelli Santos

### **2 Hipóteses Básicas**

Os vários processos físicos e químicos que ocorrem durante a operação de um motor-foguete real são altamente complexos. Estes processos incluem as reações químicas complexas que ocorrem durante a combustão; a maneira que ocorre o “consumo” do grão-propelente durante a queima; o comportamento do escoamento dos gases de exaustão, como eles se formam na superfície de queima, viajam através da câmara, e saem através da tubeira; a interação entre os gases de exaustão e partículas condensadas (fumaça).

A análise teórica de um motor-foguete sólido necessita certas simplificações, isto é, a hipótese é de um *motor-foguete ideal*. Um motor-foguete ideal assume o seguinte:

- A combustão do propelente é completa e não varia daquela assumida pela equação de combustão.
- Os produtos da combustão obedecem a *lei dos gases perfeitos*.
- Não há fricção impedindo o escoamento dos produtos de exaustão.
- A combustão e o escoamento no motor e tubeira são *adiabáticos*, ou seja, não ocorre perda de calor para as vizinhanças.
- A menos que dito o contrário, condições de *regime permanente* existem durante a operação do motor. Isto significa que as condições ou processos que ocorrem não mudam com o tempo (para dadas condições geométricas) durante a queima.
- A expansão do fluido de trabalho (produtos de exaustão) ocorre em uma maneira uniforme sem choque ou descontinuidades.
- O escoamento através da tubeira é unidimensional e não rotacional.
- A velocidade, pressão e densidade do escoamento são uniformes através de qualquer seção transversal normal ao eixo da tubeira.
- O equilíbrio químico é estabelecido na câmara de combustão e não muda durante o escoamento através da tubeira. Isto é conhecido como condições de “equilíbrio congelado”.
- A queima do grão-propelente sempre progride *normal* (perpendicular) à superfície de queima, e ocorre em uma maneira uniforme sobre a área superficial inteira exposta à combustão.

Quaisquer hipóteses adicionais que podem ser requeridas são declaradas quando necessário nas análises seguintes.

Embora pareça que muitas hipóteses simplificadoras foram feitas, de fato, elas são todas razoáveis e pode ser esperado refletir muito proximamente o comportamento real do motor-foguete.

# Web site de foguetaria experimental de Richard Nakka

## Teoria de motor-foguete sólido

Tradução: Carlos Henrique Marchi  
Revisão: Gustavo Cirelli Santos

### 3 Grão-Propelente

O propelente utilizado em motores-foguete experimentais amadores pode ser simples em composição, sendo composto por dois constituintes principais – combustível e oxidante. Este é o caso com propelentes baseados em “açúcar”. Os propelentes *compostos* (*composite*) experimentais, por outro lado, podem ter uma composição que é muito complexa, e pode conter oxidante de várias granulometrias, polímero aglomerante, e até metais como alumínio e magnésio. Agentes de cura, estabilizadores de fase, e solventes podem ser outros aditivos incluídos em percentagens pequenas.

Para qualquer propelente, os aditivos podem controlar a taxa de queima, para acelerar ou reduzir a taxa. Um opacificador pode ser adicionado para absorver calor que pode de outra forma ser transmitido através de um grão translúcido, resultando em uma queima não previsível.

Independentemente da composição, contudo, todos os propelentes são processados em uma **forma geométrica** básica similar, referida como um *grão*-propelente. Geralmente os grãos-propelente são em forma cilíndrica para ajuste perfeito no motor-foguete visando maximizar a *eficiência volumétrica*. O grão pode consistir de um único *segmento* cilíndrico (Figura 1), ou pode conter muitos segmentos. Usualmente, é introduzida uma *alma* central que se estende em todo o comprimento do grão, para aumentar a área superficial do propelente inicialmente exposta à combustão.

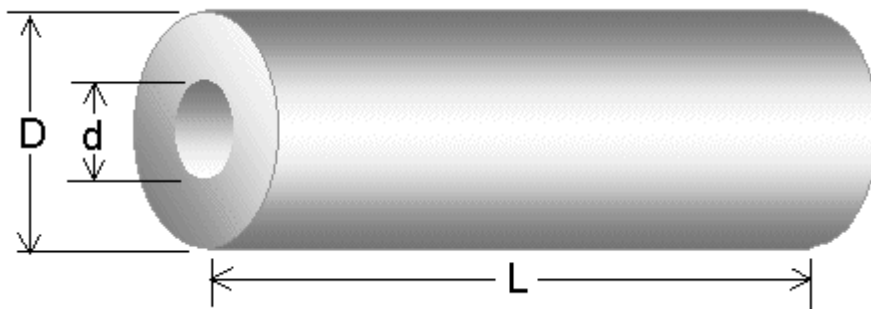
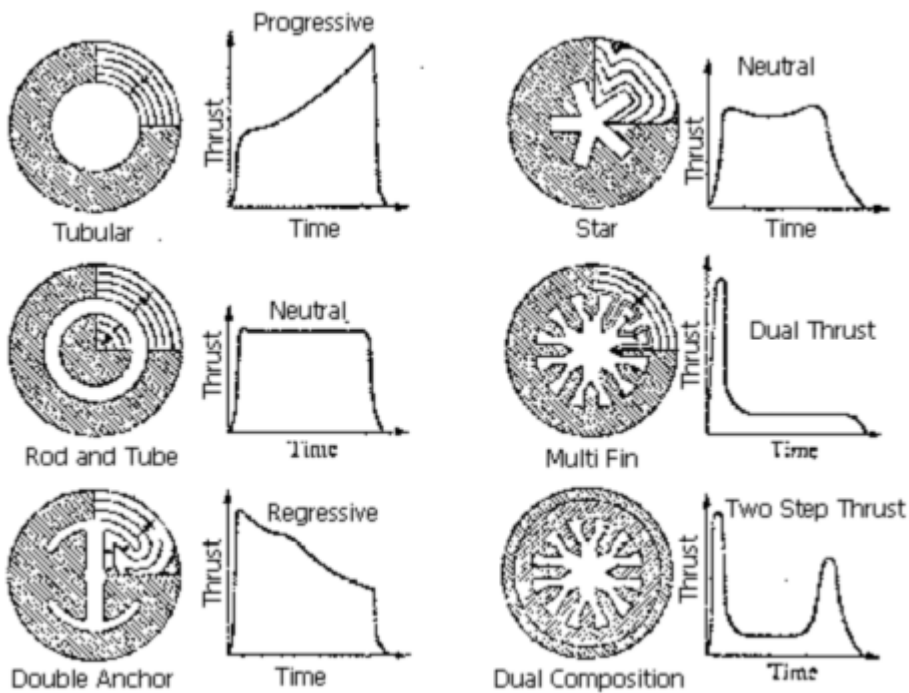


Figura 1. Grão cilíndrico oco.

A alma pode ter uma grande variedade de seções transversais como circular, estrela, cruz, osso-de-cachorro, roda-de-vagão, etc, contudo, para motores amadores, a forma mais comum é a circular. A forma da alma tem uma influência profunda sobre a forma do perfil do empuxo-tempo, como mostrado na Figura 2.

Como a forma da alma influencia a curva empuxo-tempo? O empuxo (e a pressão na câmara) que um motor-foguete gera é proporcional à área de queima em qualquer instante particular de tempo. Isto é denominado como a *área de queima instantânea*. A superfície de queima em qualquer ponto recua na direção normal (perpendicular) à superfície naquele ponto, o resultado sendo uma relação entre superfície de queima e a distância da camada queimada que depende quase inteiramente da *forma inicial do grão* e contornos restritos (inibidos). Este conceito importante é ilustrado na Figura

3, onde as linhas de contorno representam a forma da alma em momentos sucessivos no tempo durante a queima. Observar que a forma da curva empuxo-tempo muda, com as linhas verticais correspondendo aos mesmos momentos sucessivos durante a queima. Como pode ser visto, o grão estrela produz uma queima aproximadamente *neutra*, quando a área superficial permanece quase constante durante toda a duração da queima. A queima neutra é geralmente desejável porque ela proporciona maior eficiência no impulso total resultante, quando a tubeira opera mais eficientemente em uma pressão de câmara constante.



Tradução:

*Tubular*: tubular

*Rod and Tube*: barra e tubo

*Double Anchor*: âncora dupla

*Progressive*: progressivo

*Thrust*: empuxo

*Time*: tempo

*Neutral*: neutro

*Regressive*: regressivo

*Star*: estrela

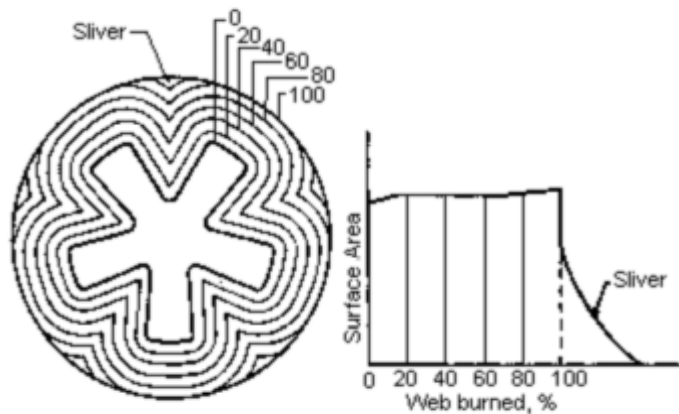
*Multi Fin*: multiempenas

*Dual Composition*:  
composição dual

*Dual Thrust*: empuxo dual

*Two Step Thrust*: empuxo de  
duas etapas

Figura 2. Formas do núcleo e influência sobre a curva de empuxo. [Clique para mais ...](#)



Tradução:

*Sliver*: camada residual

*Surface Area*: área superficial

*Web burned*: camada queimada

Figura 3. Regressão do grão.

É importante reconhecer que a **área de queima do grão-propelente é um parâmetro chave na determinação do desempenho do motor-foguete**. A função principal de um grão-propelente é produzir produtos de combustão em uma taxa de escoamento prescrita ( $\dot{m}_g$ ), definida por:

$$\dot{m}_g = A_b \rho_p r \quad (3.1)$$

Onde  $\rho_p$  é a massa específica do propelente,  $A_b$  é a área de queima, e  $r$  é a taxa de queima do propelente. Uma discussão completa sobre taxa de queima é fornecida na *web page* **Taxa de Queima de Propelente**. A área de queima total consiste de todas as superfícies do propelente que estão expostas à combustão (e, portanto não inibidas da queima por algum meio). A área de queima do grão depende do seguinte:

- Geometria do grão, como descrito acima.
- Uso de inibidores

Inibidor é um material ou revestimento que é suficientemente resistente ao calor tal que qualquer superfície do propelente, protegida pelo inibidor, não queime durante a operação completa do motor. Inibidores para motores experimentais amadores são tipicamente papel ou papelão, ou um revestimento como resina poliéster ou epóxi.

Para o *projeto* de um motor, nós estamos mais interessados na área *máxima* de queima, já que é esta área que determina a *pressão máxima de câmara* que o motor sentirá. A pressão máxima de câmara é usada para dimensionar a estrutura do motor.

Para um grão de queima completamente não restrita (por exemplo, motores A-100, B-200 e C-400), todas as superfícies estão expostas aos gases quentes e assim a queima segue a partir de toda superfície inicial no começo da queima. Um grão “BATES” (Figura 4), que é um grão cilíndrico oco de múltiplos segmentos, tem a superfície externa inibida; a superfície de queima inicial é a área da alma e as extremidades dos segmentos. O motor-foguete **Kappa** utiliza esta configuração de grão, com quatro segmentos.

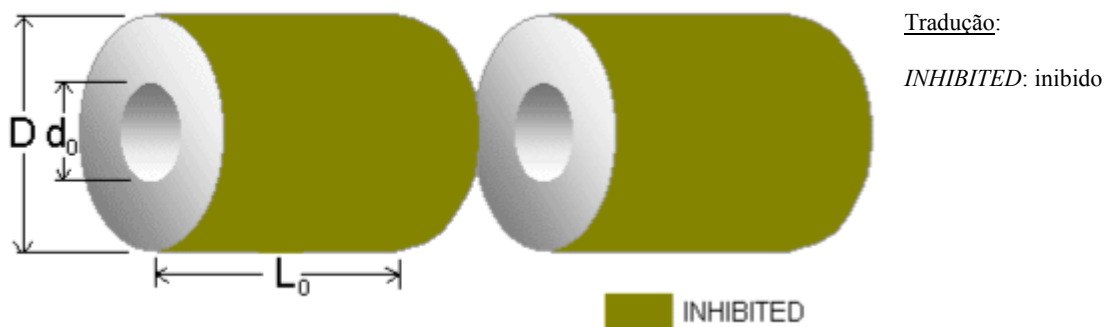


Figura 4. Grão BATES.

Configurações de grão BATES são empregadas frequentemente em motores amadores, já que este grão pode ter queima aproximadamente neutra, pela escolha apropriada das razões  $L_0/D$  e  $D/d_0$ . Uma discussão mais completa sobre área de queima e sua relação com a geometria do grão, e sua influência sobre a pressão de câmara é dada na *web page* **Gráficos para Projeto de Motor-Foguete – Pressão de Câmara**.

As áreas superficiais de grãos cilíndricos *com tronco* (como A-100, B-200 e C-400) são dadas na *web page* **Área do Grão**.

Uma *propriedade física* importante do grão-propelente é a **Massa Específica**, que é usada em cálculos de desempenho. Se um propelente é composto de dois constituintes (oxidante e combustível), a *massa específica ideal* ( $\rho_p$ ) é dada por:

$$\rho_p = \frac{1}{\frac{f_o}{\rho_o} + \frac{f_f}{\rho_f}} \quad (3.2)$$

Onde o símbolo  $\rho$  (rô) designa massa específica,  $f$  é a fração mássica, e os subscritos  $o$  e  $f$  se referem ao oxidante e combustível, respectivamente. Se um propelente é composto por mais de dois constituintes, então a massa específica ideal é dada por (onde  $a, b, c...$  denotam os constituintes individuais)

$$\rho_p = \frac{1}{\frac{f_a}{\rho_a} + \frac{f_b}{\rho_b} + \frac{f_c}{\rho_c} + \dots} \quad (3.3)$$

Na **Tabela 1**, é dada a massa específica de alguns oxidantes e combustíveis, bem como um exemplo. A *massa específica real* pode ser obtida pesando acuradamente um grão para determinar a sua massa ( $m_g$ ), e medindo o seu volume ( $V_g$ ), com a massa específica ( $\rho_p$ ) expressa por:

$$\rho_p = \frac{m_g}{V_g} \quad (3.4)$$

Onde:

$$V_g = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) L \quad (3.5)$$

Para um grão cilíndrico oco,  $D$  é o diâmetro externo,  $d$  é o diâmetro interno (alma) e  $L$  é o comprimento do grão.

A massa específica real geralmente é alguma percentagem menor do que a massa específica ideal (tipicamente 94% - 97%), devido a pequenos vazios no grão, e é dependente da técnica de preparo. O volume é mais bem obtido pelo princípio de Arquimedes, que envolve a imersão do grão em um líquido apropriado, e a medição do volume deslocado.

A **Fração de Carregamento Volumétrica** ( $V_l$ ) é definida como a fração do *volume do grão* ( $V_g$ ) para o *volume disponível na câmara* ( $V_a$ ), e refere-se à eficiência volumétrica do motor, assim como uma medida da eficiência de desempenho:

$$V_l = \frac{V_g}{V_a} = \frac{I_t}{I_{sp} \rho_p g V_a} \quad (3.6)$$

onde  $I_t$  é o impulso total (disponível),  $I_{sp}$  é o impulso específico do propelente, e  $g$  é a aceleração gravitacional ao nível do mar (9,80665 m/s<sup>2</sup>).

A **Fração de Camada** ( $w_f$ ) é a razão da *espessura da camada* de propelente para o *raio externo* do grão, e é dada por:

$$w_f = \frac{D - d}{D} = \frac{2 r t_b}{D} \quad (3.7)$$

Onde  $t_b$  é o tempo de queima do motor. Claramente, para maximizar a duração da queima, é necessário maximizar a fração de camada (isto é, a espessura). O “preço” para maximizar a espessura de camada é a redução do diâmetro da alma do grão. Isto deve ser considerado cuidadosamente, como explicado abaixo.

A razão de área **Porta-para-Garganta** é dada pela área da seção transversal do *canal de escoamento* para a área da seção transversal da *garganta da tubeira*:

$$\frac{A_p}{A_t} = \frac{\pi D^2 (1 - V_t)}{4 A_t} \quad (3.8)$$

Onde  $A_p$  é a área (canal) do escoamento do grão e  $A_t$  é a área da seção transversal da garganta. A velocidade do gás ao longo do comprimento do canal de escoamento é influenciada significativamente pela magnitude da razão de área porta-para-garganta. O *escoamento bloqueado* ocorre quando a razão é 1,0, com a velocidade do escoamento através da porta sendo igual à velocidade do escoamento (sônico) através da garganta. Queima erosiva severa (desgastando a alma) pode ocorrer sob tal condição, e é geralmente evitada no projeto. A criticidade da razão porta-para-garganta, contudo, depende do fluxo de massa em um dado local. De fato, a razão 1,0 (ou menor) pode ser usada na extremidade superior do grão onde o fluxo de massa é mínimo. A razão de área porta-para-garganta é frequentemente usada como um índice do quais tendências de queima erosiva são estabelecidas. Para aqueles propelentes onde isto não tem sido estabelecido, uma razão de 2,0 a 3,0 (dependendo da razão  $L/D$  do grão) é sugerida.

A razão **Comprimento-para-Diâmetro** é o *comprimento total do grão* em relação ao *diâmetro externo* do grão. Este parâmetro é muito importante no projeto do motor; quanto maior o valor  $L/D$ , tende a resultar em maior efeito de queima erosiva (incluindo queima erosiva negativa). Alto valor  $L/D$  tende a gerar altos fluxos de massa diferentes ao longo do comprimento do grão; isso pode ser melhor atendido com uma alma *cônica* ou diâmetros de alma em *degraus* (mais largo mais próximo da tubeira).



# Web site de foguetaria experimental de Richard Nakka

## Teoria de motor-foguete sólido

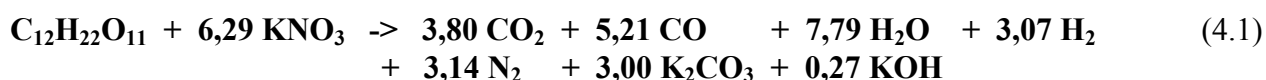
Tradução: Carlos Henrique Marchi

Revisão: Gustavo Cirelli Santos

### 4 Combustão do Propelente

Um motor-foguete opera sobre o princípio básico de converter *energia térmica*, das reações químicas, em *energia cinética*. Em outras palavras, o calor liberado pela combustão do propelente fornece a energia térmica; a alta velocidade dos produtos de exaustão saindo do motor tem energia cinética aumentada. Isto ocorre porque a exaustão sofre uma queda significativa na temperatura ao escoar através da tubeira (como é mostrado posteriormente), uma exigência da lei da termodinâmica de “conservação da energia”.

Combustão é “simplesmente” uma reação química exotérmica. Para obter a ‘partida’, uma fonte de calor externa é exigida (ignitor) para fornecer a energia necessária a um nível *mínimo*. Esta combustão é representada por uma equação química. Por exemplo, para o propelente KN/Açúcar O/F 65/35, a equação da combustão é dada por (reagentes -> produtos):



Onde as substâncias são simbolizadas como segue:

| Substância            | Estado físico | Fórmula                                   |
|-----------------------|---------------|---|
| Açúcar                | sólido        | $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ |
| Nitrato de potássio   | sólido        | $\text{KNO}_3$                            |
| Dióxido de carbono    | gasoso        | $\text{CO}_2$                             |
| Monóxido de carbono   | gasoso        | $\text{CO}$                               |
| Vapor de água         | gasoso        | $\text{H}_2\text{O}$                      |
| Hidrogênio molecular  | gasoso        | $\text{H}_2$                              |
| Nitrogênio molecular  | gasoso        | $\text{N}_2$                              |
| Carbonato de potássio | líquido       | $\text{K}_2\text{CO}_3$                   |
| Hidróxido de potássio | líquido       | $\text{KOH}$                              |

São formadas quantidades muito pequenas de outras substâncias, como KH e  $\text{CH}_4$ , mas estas podem ser desconsideradas com pequena consequência.

A obtenção da equação de combustão completa é potencialmente o passo mais complexo na análise de um motor-foguete. O propelente é queimado, à pressão constante (assumido), e forma um conjunto de produtos moleculares que estão em equilíbrio térmico e químico entre si. O primeiro passo é assumir quais *devem* ser os produtos da combustão. Para propelentes contendo somente carbono, oxigênio, hidrogênio e nitrogênio (C,H,O,N) há (pelo menos) doze produtos possíveis – carbono, dióxido de carbono, monóxido de carbono, hidrogênio, vapor de água, oxigênio, nitrogênio, óxido nítrico assim como os produtos de dissociação H, O, N e OH. Se o propelente contém elementos metálicos como potássio (K), sódio (Na) ou alumínio (Al), ou contém cloro (Cl), isto resultará em produtos de combustão condensados (líquido ou sólido), como carbonato de potássio (ou equivalentes de sódio), óxido de alumínio ou cloreto de potássio (KCl).

Uma vez que um conjunto de produtos possíveis foi definido, o próximo passo é determinar o número de moles (ou frações) que resultará. O número de moles são os coeficientes na equação

química. Para o exemplo acima [mas sem considerar KOH], os números de moles são 3,67, 5,19, 7,91, 3,09, 3,14 e 3,14 respectivamente para CO<sub>2</sub>, CO, H<sub>2</sub>O, H<sub>2</sub>, N<sub>2</sub> e K<sub>2</sub>CO<sub>3</sub>, para a combustão dos reagentes, sendo 1 mol de açúcar e 6,29 moles de KNO<sub>3</sub>.

A determinação dos números de moles é executada pela solução simultânea de um conjunto de equações relacionando os reagentes e os produtos em relação às condições de:

- Balanço de massa
- Condições de equilíbrio químico
- Balanço de energia

O balanço de massa é direto, e refere-se ao princípio de *conservação de massa*. O número de moles de qualquer elemento dado (por exemplo, C, H, O, N) *antes* de uma reação química deve ser igual a este *depois* de uma reação química. No exemplo acima, o número de moles de átomos nos reagentes são:

- 12 átomos de C,
- 22 átomos de H,
- 29,87 átomos de O [11 + 6,29x3]
- 6,29 átomos de K, e
- 6,29 átomos de N

e nos produtos:

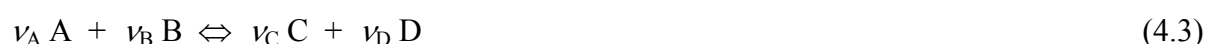
- 12 átomos de C (3,67 + 5,19 + 3,14),
- 22 átomos de H (2x7,91 + 2x3,09),
- 29,86 átomos de O [2x3,67 + 5,19 + 7,91 + 3x3,14] [há erro de arredondamento]
- 6,28 átomos de K (2x3,14) [há erro de arredondamento], e
- 6,28 átomos de N (2x3,14) [há erro de arredondamento]

Muitas reagentes, quando misturados em quantidades definidas, reagem para formar somente produtos, em uma denominada *reação irreversível*. Um exemplo é a queima de um propelente (daí o símbolo “->” na equação). Em uma *reação reversível*, contudo, o processo vai para ambos os lados. Os reagentes formam os produtos na mesma taxa que os produtos formam os reagentes originais. Este é o tipo de reação com que as condições de equilíbrio químico de produtos de combustão quente estão envolvidas. Por exemplo, a reação:



Mas o que determina a concentração relativa destes constituintes (isto é, se a reação ocorrerá mais para a esquerda ou para a direita nesta equação)? Para cada equação como esta, há uma *constante de equilíbrio* ( $K_p$ ) associada que determina isto. Esta constante é uma função da *temperatura* na qual a reação está ocorrendo, e é essencialmente independente de outras condições físicas, como a pressão. Valores para vários  $K_p$  podem ser encontrados em tabelas termoquímicas, como nas tabelas [JANNAF].

Para uma reação reversível geral:



a equação de equilíbrio químico é da forma:

$$K_p = \frac{y_C^{\nu_C} y_D^{\nu_D}}{y_A^{\nu_A} y_B^{\nu_B}} \left( \frac{P}{P_o} \right)^{\nu_C + \nu_D - \nu_A - \nu_B} \quad (4.4)$$

onde  $y$  é a fração molar de equilíbrio dos constituintes A, B, C e D,  $\nu$  é o coeficiente para cada constituinte [número de moles] (2, 1 e 2 no exemplo acima para os constituintes H<sub>2</sub>, O<sub>2</sub> e H<sub>2</sub>O).

O termo  $P/P_o$  representa a razão de pressão na qual a reação ocorre e a pressão de referência (estado padrão). Deve-se notar que o equilíbrio dos gases de combustão é muito sensível à temperatura. Os produtos existentes à temperatura de combustão alta são muito diferentes daqueles existentes à temperatura de combustão mais baixa. Em temperaturas altas (acima de 3000 K), ocorre *dissociação* dos produtos, quando a energia térmica causa a quebra dos produtos em constituintes mais simples e monoatômicos, como:



Em temperaturas de combustão mais baixas, quantidades insignificantes destes constituintes são produzidas (por exemplo, para a combustão de KN/açúcar). A dissociação consome energia que de outro modo estaria disponível para conversão em energia cinética da exaustão, e tende a limitar a temperatura de combustão.

Com a hipótese declarada de combustão adiabática (nenhum calor é perdido para as vizinhanças) e bem como a hipótese de nenhuma variação na energia potencial e cinética, a lei de conservação de energia declara que a *entalpia dos reagentes* é igual à *entalpia dos produtos*:

$$H_R = H_P \quad (4.6)$$

A entalpia pode ser vista como o calor envolvido em uma reação química. Posto de outro modo considere uma reação envolvendo  $n$  moles de cada reagente (representado pelo subscrito  $i$ ), e  $n$  moles de cada produto (subscrito  $e$ ):

$$\sum_R n_i [h_f + \Delta h]_i = \sum_P n_e [h_f + \Delta h]_e \quad (4.7)$$

A equação acima declara que a soma da entalpia de formação ( $h_f$ ) mais a variação da entalpia ( $\Delta h$ ), vezes o número de moles ( $n$ ) de cada constituinte, é igual para ambos, reagentes e produtos. Notar que  $\Delta h$  representa a variação de entalpia em relação a uma temperatura de referência, geralmente 298 K (25 °C). Devido a isso,  $\Delta h$  é igual a zero para os reagentes se a temperatura inicial do propelente é admitida estar nesta temperatura.

Ambos,  $h_f$  e  $\Delta h$  dos reagentes e produtos podem ser encontrados em tabelas termoquímicas, por exemplo, as tabelas [JANNAF] ou no [NIST Chemistry WebBook](#).

A equação acima é particularmente útil, porque ela permite calcular a temperatura de combustão, que é geralmente chamada de *temperatura de chama adiabática* (AFT). Também, desta equação, pode ser visto que um maior calor de formação dos reagentes (por unidade de massa) é desejável, como é um menor calor de formação dos produtos, já que isso resultará em maior  $\Delta h$  disponível para os produtos (portanto maior AFT). Certamente, a presença de gases diatômicos (por exemplo, H<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>) nos produtos é geralmente desejável simplesmente porque o calor de formação destes gases é zero.

Um exemplo de cálculo da temperatura de combustão para KN/Açúcar, razão O/F 65/35, é dado no [Apêndice A](#).

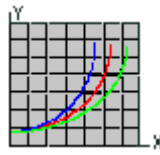
O acima descreve um conjunto completo de informação que é necessário para determinar o processo de combustão completo. Nós agora temos uma série de parâmetros desconhecidos, e equações que permitirão resolver as incógnitas. Em resumo, os parâmetros desconhecidos são:

1. Os números de moles (coeficientes) na equação de balanço de massa
2. As frações molares nas equações de equilíbrio químico
3. A Temperatura de Chama Adiabática
4. Valores de  $\Delta h$ , estes sendo uma função da temperatura.
5. A pressão (da câmara) na qual as reações ocorrem

É desnecessário dizer que isto não é uma tarefa simples. O único modo prático de resolver o problema de combustão é uma solução computacional, que é, utilizar um procedimento iterativo. Isto envolve primeiro estimar uma pressão de câmara na qual a combustão ocorre (os resultados são muito fracamente dependentes da pressão). As iterações para resolver as equações começam em uma temperatura de combustão (AFT) estimada. Estas duas estimativas permitem determinar os números de moles e as frações molares para estas condições iniciais estimadas. Baseados nestes valores determinados, uma nova AFT é computada usando a equação da energia. Este valor de AFT é então usado na próxima iteração para computar os números de moles e as frações molares, e assim por diante. Eventualmente, a convergência é (esperançosamente) alcançada e a solução final obtida. De fato, vários anos atrás eu escrevi tal programa computacional para analisar a combustão do propelente KN/Açúcar, em razões variáveis de O/F. Certamente, não foi uma tarefa pequena, mas funcionou bem no final.

Felizmente, não é mais necessário para o entusiasta interessado em foguetaria amadora ter que escrever tal programa para análise de combustão de um propelente particular, porque há aplicativo disponível que fará este trabalho admiravelmente e com grande flexibilidade – tal como PROPEP, **GUIPEP**, ou CET, que serão discutidos posteriormente.

# Web site de foguetaria experimental de Richard Nakka



## Teoria de motor-foguete sólido

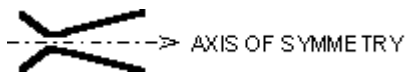
Tradução: Carlos Henrique Marchi  
Revisão: Gustavo Cirelli Santos

### 5 Teoria de Tubeira

A tubeira do foguete pode certamente ser descrita como o símbolo de excelente simplicidade. A função principal de uma tubeira é canalizar e acelerar os produtos da combustão produzidos pela queima do propelente, de tal modo a maximizar a velocidade da exaustão na saída, à velocidade supersônica. A tubeira de foguete familiar, também conhecida como *tubeira convergente-divergente* ou *de Laval*, cumpre este feito notável com uma *geometria* simples. Em outras palavras, ela faz isto variando a área da seção transversal (ou diâmetro) em uma forma precisa.

A análise de uma tubeira de foguete envolve o conceito de “*escoamento de fluido compressível unidimensional, permanente, de um gás ideal*”. Resumidamente, isto significa que:

- O escoamento do *fluido* (gases de exaustão + partículas condensadas) é constante e não varia no tempo durante a queima.
- Escoamento unidimensional significa que a direção do escoamento é ao longo de uma linha reta. Para uma tubeira, o escoamento é assumido ser ao longo do eixo de simetria.



Tradução:  
AXIS OF SYMMETRY: eixo de simetria

- O escoamento é *compressível*. O conceito de escoamento de fluido compressível é geralmente empregado para gases se movendo em velocidade alta (geralmente supersônica), ao contrário do conceito de escoamento *incompressível*, que é usado para líquidos e gases se movendo em velocidades bem abaixo da velocidade sônica. Um fluido compressível apresenta variação significativa na massa específica, um fluido incompressível, não.
- O conceito de um gás ideal é uma hipótese simplificativa, um que permite o uso de uma relação direta entre pressão, massa específica e temperatura, que são propriedades particularmente importantes na análise do escoamento em uma tubeira.

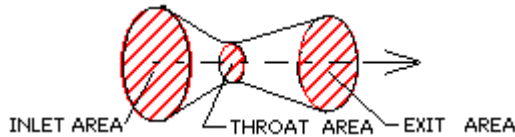
Propriedades do fluido, como velocidade, massa específica, pressão e temperatura, em escoamento de fluido compressível, são afetadas por:

1. Variação da área da seção transversal
2. Fricção
3. Perda de calor para as vizinhanças

O objetivo do projeto da tubeira de foguete é acelerar os produtos da combustão a uma **velocidade na saída tão alta quanto possível**. Isto é obtido projetando o perfil geométrico da tubeira que é necessário com a condição de que *escoamento isentrópico* é para ser almejado. Escoamento isentrópico é considerado ser o escoamento que é dependente somente da *área da seção transversal* -- que o escoamento seja invíscido e adiabático (sem perda de calor). Portanto, na tubeira real, é necessário minimizar efeitos friccionais, perturbações no escoamento e condições que podem levar

a perdas por choque. Adicionalmente, perdas por transferência de calor são para ser minimizadas. Desta forma, as propriedades do escoamento são quase isentrópicas, e são simplesmente afetadas **somente pela variação da área da seção transversal quando o fluido se move através da tubeira.**

Áreas da seção transversal de uma tubeira típica de interesse particular são mostradas na figura abaixo.



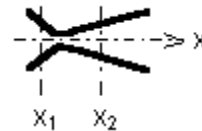
Tradução:  
 INLET AREA: área da entrada  
 THROAT AREA: área da garganta  
 EXIT AREA: área da saída

A análise do escoamento de fluido compressível envolve quatro equações de interesse particular:

1. Energia
2. Continuidade
3. Quantidade de movimento linear
4. Equação de estado

A equação da energia é uma declaração do princípio de conservação da energia. Para escoamento adiabático entre quaisquer dois pontos,  $x_1$  e  $x_2$ , ela é dada por:

$$h_1 - h_2 = \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) = C_p(T_1 - T_2)$$



(5.1)

Onde  $h$  representa a entalpia do fluido (que pode ser considerada a energia disponível para transferência de calor),  $v$  é a velocidade do escoamento na direção  $x$ ,  $C_p$  é o calor específico do fluido, e  $T$  é a temperatura.

Esta equação proporciona um entendimento valioso de como uma tubeira de foguete funciona. Olhando nos dois primeiros termos, mostra que a variação (diminuição) da entalpia é igual à variação (aumento) da energia cinética. Em outras palavras, o calor do fluido está sendo usado para acelerar o escoamento a uma velocidade maior. O terceiro termo representa a variação (diminuição) resultante na temperatura do escoamento. O calor específico pode ser aproximado ser constante, e é uma propriedade determinada pela composição dos produtos da combustão.

É evidente, então, que as propriedades de um fluido (por exemplo, a temperatura) são uma função da velocidade do escoamento. Na descrição do estado de um fluido em qualquer ponto ao longo do seu escoamento, é conveniente considerar o *estado de estagnação* como um estado de referência. As propriedades de estagnação podem ser consideradas como propriedades que resultariam se o fluido fosse (isentropicamente) desacelerado à velocidade zero (isto é, escoamento estagnado).

A *temperatura de estagnação* ( $T_o$ ) é obtida da equação da energia (fazendo  $v_2 = 0$ ) para ser

$$T_o = T + \frac{v^2}{2C_p} \quad (5.2)$$

Para um processo de escoamento isentrópico, a seguinte relação importante entre propriedades de estagnação para temperatura, pressão e massa específica é válida.

$$\frac{T_o}{T} = \left(\frac{P_o}{P}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{\rho_o}{\rho}\right)^{k-1} \quad (5.3)$$

Onde  $k$  é o todo importante **razão entre calores específicos**, também referido como o **expoente isentrópico**, definido como

$$k = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_p}{C_p - R} \quad (5.4)$$

Ambos  $C_p$  e  $R$  (constante do gás específico) são propriedades determinadas pela composição dos produtos da combustão, onde  $R = R'/M$ , onde  $R'$  é a *constante universal dos gases* e  $M$  é a *massa molecular efetiva* dos produtos da combustão. Se os produtos da combustão contêm uma percentagem apreciável de partículas na fase condensada (fumaça), o valor da massa molecular efetiva ( $M$ ) deve considerar isso. Também, o  $k$  apropriado deve ser usado que leve em conta o escoamento bifásico. A determinação de  $k$  e  $M$  para os produtos de combustão é detalhada na Web Page **Bloco de Notas Técnico #1**.

A velocidade sônica local ( $a$ ) e o número de Mach ( $M$ ) (definido como a razão da velocidade do escoamento para a velocidade sônica local), são dados por:

$$a = \sqrt{kRT} \quad (5.5)$$

$$M = \frac{v}{a} \quad (5.6)$$

Das equações (5.2), (5.3), (5.5) e (5.6), a relação entre temperatura de estagnação (também referida como *temperatura total*) e o número de Mach pode ser escrito como:

$$\frac{T_o}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \quad (5.7)$$

Pode ser mostrado da primeira e segunda lei da termodinâmica, para qualquer processo isentrópico, que:

$$\frac{P}{\rho^k} = \text{Constante} \quad (5.8)$$

Das equações (5.7) e (5.8), e da equação de estado para um gás ideal ( $P = \rho RT$ ), a relação entre pressão de estagnação, massa específica e número de Mach pode ser expressa como dada nas duas equações seguintes:

$$\frac{P_o}{P} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (5.9)$$

$$\frac{\rho_o}{\rho} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{k-1}} \quad (5.10)$$

As equações (5.7), (5.9) e (5.10) são particularmente úteis, pois elas permitem que cada propriedade seja determinada em um escoamento se o número de Mach e as propriedades de estagnação são conhecidos.

As propriedades de estagnação (ou total)  $T_o$ ,  $P_o$  e  $\rho_o$  são simplesmente as propriedades que estão presentes na câmara de combustão do foguete, já que a velocidade do escoamento é (considerada ser) zero neste local. Em outras palavras,  $T_o$  é a temperatura de combustão do propelente (AFT),  $P_o$  é a pressão de câmara, e  $\rho_o$  é a massa específica dos produtos de combustão sob condições de câmara.

Outra importante propriedade de estagnação é a *entalpia de estagnação*. Esta é obtida da equação da energia (fazendo  $v_2 = 0$ )

$$h_o = h + \frac{v^2}{2} \quad (5.11)$$

Fisicamente, a entalpia de estagnação é a entalpia que seria alcançada se o escoamento (em algum ponto) fosse de algum modo desacelerado à velocidade zero. É útil anotar que a entalpia de estagnação é **constante** através do escoamento na tubeira. Isto também é verdade para as outras propriedades de estagnação (temperatura, pressão e massa específica).

A segunda das quatro equações de interesse considerando escoamento de fluido compressível, como discutido anteriormente, é a equação da continuidade (ou conservação da massa), que é dada por:

$$\rho A v = \text{constante} = \rho^* A^* v^* \quad (5.12)$$

Onde  $A$  é a área da seção transversal da tubeira, e  $v$  é a velocidade do escoamento. Esta equação simplesmente declara que a massa escoando através da tubeira deve ser constante. A “estrela” (asterisco) significa uma assim chamada condição *crítica*, onde o número de Mach é unitário,  $M = 1$  (a velocidade do escoamento é igual à velocidade do som). A importância da condição crítica logo ficará evidente.

Com as equações (5.5), (5.6), (5.7), (5.10) e (5.12), é possível expressar a razão de áreas  $A/A^*$  em termos do número de Mach do escoamento. A razão de áreas é simplesmente a área da seção transversal em qualquer ponto  $x$  da tubeira dividida pela área da seção transversal onde existe a condição crítica ( $M = 1$ ):

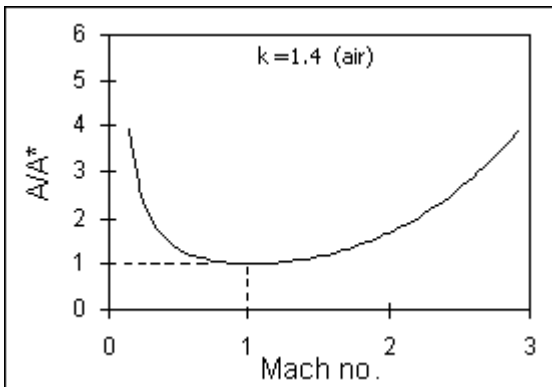
$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left( \frac{1 + \frac{k-1}{2} M^2}{1 + \frac{k-1}{2}} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (5.13)$$

Quando um gráfico é feito de  $A/A^*$  versus número de Mach, usando esta equação, um resultado muito interessante é obtido! Ele claramente mostra que uma passagem *convergente-divergente* com uma seção de *área mínima* é necessária para acelerar o escoamento de velocidade subsônica para supersônica. O ponto crítico onde o escoamento está na velocidade sônica ( $M = 1$  em  $A/A^* = 1$ ) é visto ocorrer na *garganta* da tubeira. Isto mostra a importância da tubeira ter uma seção divergente – sem ela, o escoamento nunca seria maior do que a velocidade sônica!

**Escoamento supersônico é atingido somente na porção divergente da tubeira.** Já que o número de Mach pode ser determinado ao se conhecer a razão de área, agora é possível plotar a variação da



temperatura, pressão e massa específica do fluido através da tubeira, ao se usar as equações (5.7), (5.9) e (5.10). Um gráfico destas propriedades é dado no **Apêndice C**, para a tubeira Kappa.



Tradução:

air: ar

Mach no.: número de Mach

Das equações (5.11) e (5.12), a velocidade do escoamento na saída da tubeira pode ser expressa por:

$$v_e = \sqrt{2(h_x - h_e) + v_x^2} \quad (5.14)$$

Onde o subscrito *e* e *x* significam *saída* e qualquer ponto *x* ao longo do eixo da tubeira, respectivamente. Esta equação pode ser colocada em uma forma muito mais útil com o auxílio da equação da energia e a definição de *k*, bem como a equação (5.3).

$$v_e = \sqrt{\frac{2kT_o}{k-1} \left(\frac{R'}{M}\right) \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_o}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} \quad (5.15)$$

Esta equação é uma das mais úteis, porque ela permite que a **velocidade na saída da tubeira** seja calculada. Em resumo, é necessário conhecer:

- *k*, razão efetiva entre calores específicos dos produtos de exaustão, obtido da análise de combustão. Para a condição de escoamento bifásico, o valor deve ser modificado, como explicado na *Web Page Teoria de Escoamento Bifásico*.
- *R'* é a constante universal dos gases ( $R' = 8314 \text{ N.m/kmol.K}$ )
- *M* é a massa molecular efetiva dos produtos de exaustão, obtido da análise de combustão, e deve levar em conta a presença de todas as espécies da fase condensada.
- *T<sub>o</sub>* é a temperatura de combustão do propelente, também obtida da análise de combustão.
- *P<sub>e</sub>* e *P<sub>o</sub>* são a pressão na saída da tubeira e a pressão na câmara, respectivamente. Para a maioria dos foguetes amadores, *P<sub>e</sub>* pode ser considerado como a pressão atmosférica ambiente:  $P_e = P_a = 1$  atmosfera. *P<sub>o</sub>* pode ser a pressão na câmara medida, a pressão na câmara de projeto, ou a pressão na câmara calculada (ver o capítulo 8 “Pressão na Câmara”).

Um melhor entendimento do comportamento da tubeira pode ser obtido analisando mais cuidadosamente esta equação. Pode ser visto que:

- A velocidade de exaustão máxima é obtida quando a exaustão ocorre no vácuo ( $P_e = 0$ ). Esta é a assim chamada *razão de pressão infinita*,  $P_o/P_e$ .
- Aumentar a pressão na câmara *não* aumenta significativamente a velocidade de exaustão. Se  $k = 1,2$ , então se verifica que ao dobrar *P<sub>o</sub>* de 35 atm (515 psia) para 70 atm (1030 psia) a velocidade de exaustão aumenta somente cerca de 7%.
- Uma *temperatura de combustão mais alta* e uma *massa molecular mais baixa* são ambos significativos e igualmente benéficos, sendo proporcional e inversamente proporcional à raiz quadrada, respectivamente.

- Embora não óbvio ao olhar nesta equação, o efeito de variar o valor de  $k$  não é tão significativo. Uma variação de  $k = 1,1$  para  $k = 1,2$  resulta em uma perda de velocidade de aproximadamente 7%.

A razão entre a área da garganta  $A^*$  e qualquer área a jusante na tubeira  $A_x$ , na qual a pressão  $P_x$  predomina, pode ser convenientemente expressa como uma função da razão de pressão  $P_x/P_o$  e  $k$ . Notando que na garganta  $M$  é unitário, e usando as equações (5.3), (5.5), (5.7), (5.10) e (5.15), tem-se:

$$\frac{A^*}{A_e} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \left(\frac{P_x}{P_o}\right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\left(\frac{k+1}{k-1}\right) \left[1 - \left(\frac{P_x}{P_o}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} \quad (5.16)$$

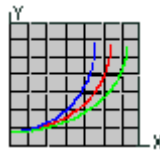
Esta é outra importante e útil equação. Ela permite que a área de saída  $A_e$  seja calculada tal que a pressão na saída  $P_e$  seja igual à pressão ambiente  $P_a$  (tipicamente 1 atm), simplesmente substituindo  $P_a$  em  $P_x$ .

$$\frac{A^*}{A_e} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}} \left(\frac{P_e}{P_o}\right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\left(\frac{k+1}{k-1}\right) \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_o}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} \quad (5.17)$$

Esta é conhecida como a **condição de projeto da tubeira**. Para tal, uma condição de *empuxo máximo é obtida (derivação)*. Para esta (condição de) projeto, a razão de áreas  $A_e/A^*$  é conhecida como a toda importante **Razão de Expansão Ótima**.

Para uma explicação altamente informativa sobre operação de tubeira convergente-divergente, em particular escoamento bloqueado e formação de choque, visite o *website* [Nozzle Applet](#) (inclui simulação).

# Web site de foguetaria experimental de Richard Nakka



## Teoria de motor-foguete sólido

Tradução: Carlos Henrique Marchi

Revisão: Gustavo Cirelli Santos

### 6 Empuxo de Motor-Foguete e o Coeficiente de Empuxo

O *empuxo* que um motor-foguete gera é a medida mais fundamental de desempenho. Sem dúvida, este parâmetro é o primeiro na mente de qualquer projetista de motor-foguete amador. Empuxo, sendo a *força* que o motor exerce, é a que propulsiona o foguete no (e além) “distante azul selvagem”.

O empuxo é gerada pela expulsão (exaustão) de massa escoando através da tubeira em alta velocidade. A expressão para o empuxo é dada por

$$F = \int P dA = \dot{m} v_e + (P_e - P_a) A_e \quad (6.1)$$

onde o termo do lado esquerdo na equação representa a integral das forças de pressão (resultante) atuando na câmara e tubeira, projetada em um plano normal ao eixo de simetria da tubeira, como mostrado na Figura 6.1.

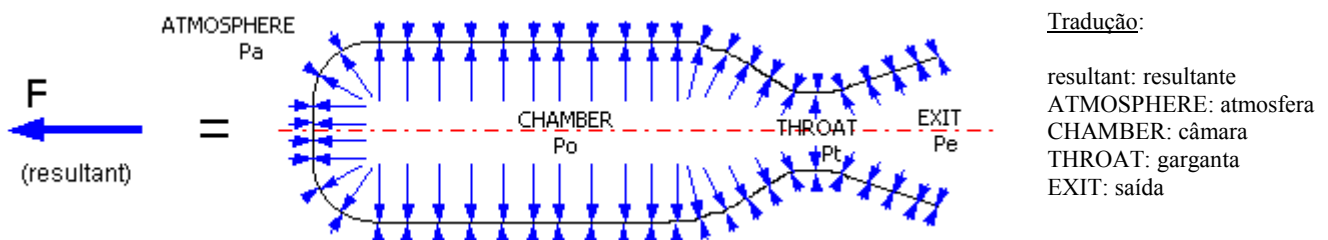


Figura 6.1 Forças na câmara de combustão e tubeira.

A pressão interna é mais alta dentro da câmara e diminui continuamente na tubeira em direção à saída. A pressão (atmosférica) externa é uniforme sobre a superfície externa.

No primeiro termo do segundo membro da equação,  $\dot{m}$  é o fluxo de massa dos produtos de exaustão e  $v_e$  é a velocidade de exaustão. O segundo termo do segundo membro da equação é o assim chamado *empuxo de pressão*, que é igual a zero para uma tubeira com razão de expansão ótima ( $P_e = P_a$ );  $A_e$  é a área de saída da tubeira.

Considerando a continuidade (conservação da massa) na garganta da tubeira, a Equação (6.1) pode ser reescrita como:

$$F = \rho^* A^* v^* v_e + (P_e - P_a) A_e \quad (6.2)$$

Esta expressão pode agora ser modificada usando algumas equações que foram apresentadas na Web Page Teoria de Tubeira [Capítulo 5], isto é, as expressões para:

- Razão de massa específica do fluido (notando que na garganta  $M = 1$ ),  $\rho_o/\rho$  (Equação 5.10)
- Velocidade crítica (garganta) do escoamento,  $v^*$  (Equações 5.5 e 5.6, notando que  $v^* = a$ )
- Velocidade na saída da tubeira,  $v_e$  (Equação 5.15).
- E a equação de estado para um gás ideal,  $P = \rho RT$ .

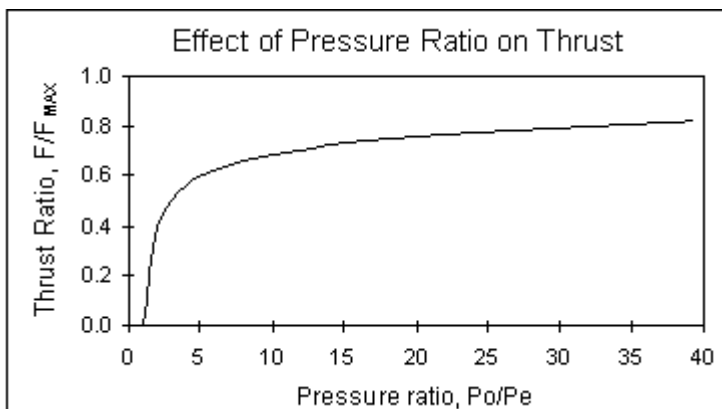
Obtém-se

$$F = A^* P_o \sqrt{\frac{2k^2}{k-1} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_o}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} + (P_e - P_a) A_e \quad (6.3)$$

Esta equação mostra que, se o termo de empuxo de pressão é zero, **o empuxo é diretamente proporcional à área da garganta  $A^*$ , e é quase diretamente proporcional à pressão de câmara  $P_o$ .**

Isto é particularmente interessante. Isto significa que se o tamanho [área] da garganta é dobrado, o empuxo será dobrado (se a pressão de câmara é mantida). O mesmo vale para a pressão de câmara – se ela é dobrada, o empuxo é aproximadamente dobrado. Na realidade, as coisas não são tão simples, pois o tamanho da tubeira e a pressão de câmara estão relacionados, como será explicado [no Capítulo 8 Pressão de Câmara]. Isto significa que dobrar o tamanho da garganta comumente envolve variações importantes no projeto, tal como um aumento na área de queima do grão. Da mesma forma, se a pressão é para ser aumentada, a estrutura teria que ser reforçada. O empuxo também é proporcional ao:

- Empuxo de pressão (termo aditivo, que pode ser positivo ou negativo).
- Razão entre os calores específicos  $k$ . A sensibilidade de  $k$  é muito baixa. Por exemplo, a diferença no empuxo calculado para  $k = 1,4$ , comparado a  $k = 1,0$ , é uma diminuição de 14% (para a razão de pressão de  $P_o/P_e = 68$ ).
- Razão de pressão através da tubeira  $P_e/P_o$ , como mostrado na Figura 6.2.



Tradução:

Effect of Pressure Ratio on Thrust: efeito da razão de pressão sobre o empuxo.

Thrust Ratio: razão de empuxo

Pressure ratio: razão de pressão

**Figura 6.2** Efeito da razão de pressão sobre o empuxo.

Esta figura plota a razão de empuxo  $F/F_{MAX}$  versus a razão de pressão (ou *expansão*), onde  $F_{MAX}$  é o empuxo que seria obtido com uma razão de expansão infinita (isto é, expandindo no vácuo, com  $P_e = 0$ ). No gráfico, o empuxo indicado  $F$  exclui o termo do empuxo de pressão. O empuxo total produzido é dado por  $F_{total} = F + (P_e - P_a)A_e$ .

A razão de pressão da tubeira é determinada apenas pela razão de áreas  $A^*/A_e$ , como dado na Equação (5.17) [do Capítulo 5 Teoria de Tubeira]. O que este gráfico nos diz?

- Se a razão de pressão (e conseqüentemente a razão de expansão) é 1, então  $F = 0$ . O único empuxo produzido pela tubeira é o empuxo de pressão, ou  $F_{total} = (P_e - P_a)A_e$ . Tal tubeira, claro, não teria a porção divergente, já que  $A^*/A_e = 1$ , e seria uma tubeira de foguete mal projetada!
- A inclinação da curva é muito grande inicialmente, então começa a nivelar-se além de  $P_o/P_e = 5$ . Isto é importante, pois indica que mesmo uma tubeira com uma mínima expansão será de benefício importante. Com uma razão de expansão de 5, o empuxo resultante é de aproximadamente 60% do teórico máximo. Da Equação (5.17), é encontrado que a razão de expansão de área necessária é somente  $A_e/A^* = 1,38$  (para  $k = 1,2$ ), que representa uma razão de diâmetro da saída para a garganta da tubeira de menos que 2!

O grau com que o empuxo é amplificado pela tubeira é quantificado pelo **Coefficiente de Empuxo**  $C_f$ , e é definido em termos da pressão de câmara e área da garganta:

$$F = C_f A^* P_o \quad (6.4)$$

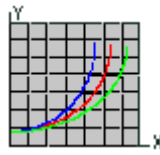
O Coeficiente de Empuxo determina a amplificação do empuxo devido à expansão do gás na tubeira quando comparado ao empuxo que seria exercido se a pressão de câmara atuasse sobre somente a área da garganta. A Equação (6.4) é útil, pois ela permite que o valor experimental de  $C_f$  seja obtido de valores medidos da pressão de câmara, diâmetro de garganta, e empuxo. O valor ideal de  $C_f$  é calculado das Equações (6.3) e (6.4), e mostrado abaixo com a Equação (6.5):

$$C_f = \sqrt{\frac{2k^2}{k-1} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left[ 1 - \left( \frac{P_e}{P_o} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} + \frac{(P_e - P_a) A_e}{P_o A^*} \quad (6.5)$$

Um motor KN/açúcar equipado com uma tubeira bem projetada resultará em um  $C_f$  de aproximadamente 1,5 sob condições de regime permanente. O  $C_f$  ideal para o mesmo motor seria em torno de 1,65. Uma grande fração da perda é devido a ineficiências do escoamento bifásico.

Como uma nota final, ressalta-se que as equações para o empuxo e  $C_f$  (Equações 6.3 e 6.5) precisam que o  $k$  seja corrigido para escoamento bifásico.

# Web site de foguetaria experimental de Richard Nakka



## Teoria de motor-foguete sólido

Tradução: Carlos Henrique Marchi

Revisão: Gustavo Cirelli Santos

### 7 Impulso e C-Estrela

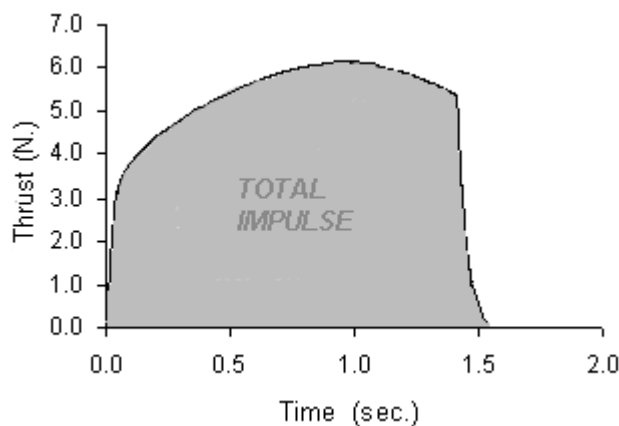
#### Impulso Total

Embora o *empuxo* seja um critério importante para caracterizar a *capacidade de sustentação* de um motor-foguete, ele não fornece indicação do quão alto o foguete será propelido. Para isto, precisa-se de uma medida da *energia total* em termos de capacidade de propulsão. A medida essencial para isto é o **Impulso Total** do motor-foguete, que incorpora o elemento essencial do tempo, ou a duração do empuxo.

O Impulso Total é definido como a integral no tempo do empuxo sobre a duração de operação do motor:

$$I_t = \int_0^{t_b} F dt \quad (7.1)$$

e é representado pela área sob a curva empuxo-tempo da Figura 7.1.



Tradução:

Thrust: empuxo

N.: newton

TOTAL IMPULSE: impulso total

Time: tempo

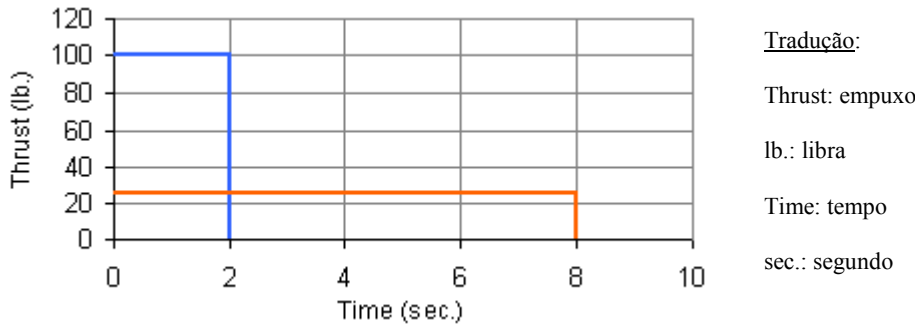
sec.: segundo

Figura 7.1 Curva empuxo-tempo para um motor típico.

As unidades são aquelas de força multiplicada pelo tempo, tipicamente libra-segundo (lb.s) ou Newton-segundo (N.s).

É importante notar que o Impulso Total diz somente uma parte da estória quanto a capacidade de um motor propelir um foguete em direção ao céu. Por exemplo, um motor que produz um Impulso Total de 200 lb.s pode fornecer um empuxo médio de 100 lb por 2 segundos ( $100 \text{ lb.s} \times 2 \text{ s} = 200$

lb.s), ou pode produzir um empuxo de 25 lb por 8 segundos ( $25 \text{ lb.s} \times 8 \text{ s} = 200 \text{ lb.s}$ ), como mostrado na Figura 7.2. Ambos produzem o mesmo Impulso Total, que é geralmente abreviado por  $I_t$ .



**Figura 7.2 Curva empuxo-tempo e impulso total.**

A altitude obtida diferirá de algum valor, com este efeito sendo mais significativo com a redução da razão empuxo/massa. A diferença mais pronunciada será com a aceleração do foguete, já que a aceleração inicial ( $a$ ) é dada por:

$$a = \frac{F}{m} - g \quad (7.2)$$

Onde  $F$  = empuxo,  $m$  = massa de decolagem do foguete, e  $g$  = aceleração da gravidade. Com aceleração menor, maior o tempo que o foguete leva para obter uma velocidade na qual as empenas fornecem estabilidade efetiva. E no caso extremo, se o empuxo é menor do que o peso de decolagem, o foguete nem mesmo deixará a rampa de lançamento, independentemente do Impulso Total do motor!

### Velocidade Característica

A *velocidade característica*, também chamada *c-estrela* ou simplesmente  $c^*$ , é uma figura de mérito termoquímica para um propelente particular e pode ser considerado um indicativo da eficiência da combustão. A expressão para *c-estrela* ideal é dada na Equação (7.3), e é visto ser uma função só dos produtos da combustão ( $k, M, T_o$ ).

$$c^* = \sqrt{\frac{T_o R' / M}{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \quad (7.3)$$

O valor usado para  $k$  deve ser aquele para a mistura de gases e fase condensada, como mostrado na [Web Page Bloco de Notas Técnico](#).

O Impulso Específico produzido está relacionado a *c-estrela* como segue:

$$I_{sp} = \frac{c^* C_f}{g} \quad (7.4)$$

Onde  $c^*$  estima a influência da combustão e  $C_f$  (coeficiente de empuxo) estima a influência da tubeira. Assim,  $c^*$  pode ser considerado análogo ao impulso específico com  $C_f = 1$ .

O *c-estrela* resultante pode ser obtido de uma curva pressão-tempo do motor-foguete, sendo dado pela integral no tempo da pressão de câmara sobre a queima, multiplicada pela razão entre a área da garganta e a massa de propelente, como mostrado na Equação (7.5).

$$c^* = \frac{A_t}{m_p} \int_0^{t_b} P(t) dt \quad (7.5)$$

Para motores com KN/Açúcar, o *c-estrela* resultante concorda bem com o valor calculado, indicando alta eficiência da combustão.

### **Impulso Específico**

O **Impulso Específico** que um propelente é capaz de produzir (teórico ou “resultante”) é o “critério” chave do desempenho potencial. Em sua forma básica, o Impulso Específico pode ser considerado relacionar o *empuxo produzido* por uma *unidade de massa* (por exemplo, 1 lb ou kg) de propelente sobre o *tempo de queima de um segundo*. Assim, as unidades de Impulso Específico seriam lb.s/lb ou N.s/kg. No primeiro conjunto de unidades, “lb” se cancela, dando a unidade mais convencional de “segundos”. Para o último conjunto de unidades, a divisão de Impulso Específico em N.s/kg pela aceleração gravitacional  $g$  (9,806 m/s<sup>2</sup>) resulta no mais convencional “segundos”.

O Impulso Específico *resultante* produzido por um motor, por exemplo, de medidas de teste estático, é obtido da expressão:

$$I_{sp} = \frac{I_t}{w_p} \quad (7.6)$$

Onde  $w_p$  é o peso do propelente (lb ou kg x g)

O impulso específico tem uma dependência de:

- fluxo de massa, e então do tamanho do motor
- energia disponível da combustão do propelente
- eficiência da tubeira
- condições de pressão ambiente
- perda de calor para a estrutura do motor
- perdas de escoamento bifásico
- eficiência da combustão

Estes fatores são discutidos em detalhe na *Web Page Correções para Motores-Foguete “Reais”*.

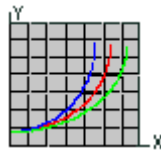
O **Impulso Específico Ideal** de um propelente de foguete é calculado usando a Equação (5.15) da *Web Page Teoria de Tubeira*, que expressa a velocidade de exaustão  $v_e$  em termos das propriedades do escoamento e a razão de pressão. Como  $v_e = c^* C_f$ , o  $I_{sp}$  ideal pode ser determinado da Equação (7.4):

$$I_{sp} = \frac{1}{g} \sqrt{\frac{2kT_o}{k-1} \left(\frac{R'}{M}\right) \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_o}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} \quad (7.7)$$



Onde  $k$ ,  $M$ ,  $T_o$ ,  $P_e$  e  $P_o$  são todos definidos na *Web Page Teoria de Tubeira*. Esta equação é utilizada para calcular o Impulso Específico Ideal para propelentes KN/Açúcar, como mostrado nas *Web Pages Bloco de Notas Técnico*.

# Web site de foguetaria experimental de Richard Nakka



## Teoria de motor-foguete sólido

Tradução: Carlos Henrique Marchi

Revisão: Gustavo Cirelli Santos

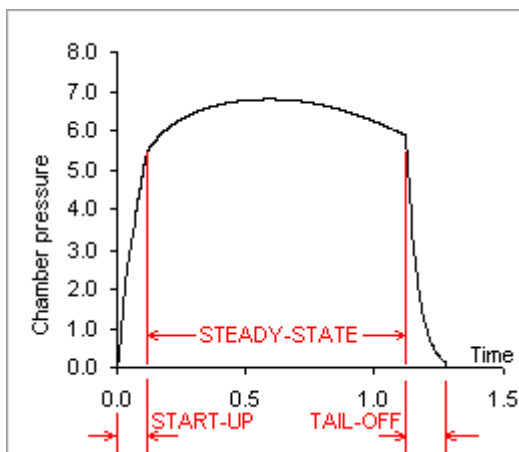
### 8 Pressão na Câmara

A Pressão na Câmara que um motor-foguete desenvolve é de importância crucial em relação à operação bem-sucedida de um motor-foguete. Não somente a Pressão na Câmara influencia fortemente a taxa de queima do propelente, a eficiência termodinâmica e o empuxo, a Pressão na Câmara carrega estruturalmente toda a estrutura do motor-foguete a um nível crítico. Entendendo a natureza da geração da Pressão na Câmara, e a predição acurada de tal, é uma das chaves para o projeto bem-sucedido de um motor-foguete.

O que causa pressão dentro da câmara de um motor-foguete? O que determina a magnitude desta pressão? Intuitivamente, a pressão estabelecida é um resultado da combustão do grão-propelente, por meio do qual os gases produzidos aceleram para escapar através da garganta da tubeira. Se a garganta é suficientemente pequena, os gases não podem escapar rapidamente o suficiente e a acumulação de gases na câmara resulta em pressurização.

Na realidade, a explicação intuitiva é essencialmente correta. Contudo, um fator importante que determina a *magnitude* da pressão na câmara não é totalmente intuitivo – o conceito de *escoamento bloqueado*. Este conceito fornece um significado conveniente para calcular a pressão na câmara, e é válido para ambos os modos transientes e regime permanente da operação do motor, como discutido abaixo.

Olhando em um gráfico da Pressão na Câmara sobre a duração da operação de um motor-foguete (Figura 8.1), pode-se ver que há três fases distintas e importantes da operação.



Tradução:

Chamber pressure: pressão na câmara

STEADY-STATE: regime permanente

START-UP: pressurização

TAIL-OFF: despressurização

Time: tempo

Figura 8.1 Pressão na câmara do motor.

A curva de pressão do motor-foguete exibe comportamentos *transientes* e de *regime permanente*. As fases transientes são quando a pressão varia substancialmente com o tempo – durante a ignição e a fase de *pressurização*, e seguindo o consumo do grão completo (ou quase completo), quando a pressão cai ao nível ambiente durante a fase de *despressurização*. A variação da pressão na câmara durante a fase de queima de regime permanente é devido principalmente à variação da geometria do grão (área da superfície de queima) com a variação da taxa de queima associada. Contudo, outros fatores podem influenciar, como a erosão da garganta da tubeira e o aumento da taxa de queima erosiva.

Para começar, as fases de pressurização e de regime permanente serão consideradas. A fase de pressurização é hipoteticamente muito breve, embora na realidade, a ignição do grão completo não ocorre instantaneamente. A duração real da fase de pressurização é fortemente dependente da efetividade do sistema de ignição empregado.

A fase de regime permanente claramente domina o desempenho global do motor, e como tal, constitui a **condição de projeto**.

Na determinação do crescimento da pressão na pressurização, e o nível de pressão de regime permanente, nota-se primeiro que a taxa de *geração dos produtos da combustão* é igual à *taxa de consumo do grão-propelente*, dado por:

$$\dot{m}_g = A_b \rho_p r \quad (8.1)$$

Onde  $\rho_p$  é a massa específica do propelente,  $A_b$  é a área de queima do grão, e  $r$  é a taxa de queima do propelente (taxa de regressão da superfície).

É importante notar que os produtos da combustão podem consistir de ambas as massas de gases e fase condensada. A fase condensada, que se manifesta como fumaça, pode ser partículas sólidas ou líquidas. Somente os produtos gasosos contribuem para desenvolver pressão. A fase condensada certamente, contudo, contribui para o empuxo (desempenho global) do motor-foguete, devido a sua massa e velocidade, como mostrado na **Equação (6.1)** da *Web page* sobre o **Capítulo 6 Empuxo**.

A taxa na qual os produtos da combustão são armazenados crescentemente dentro da câmara de combustão é dada por:

$$\frac{dM_s}{dt} = \frac{d}{dt}(\rho_o V_o) = \rho_o \frac{dV_o}{dt} + V_o \frac{d\rho_o}{dt} \quad (8.2)$$

Onde [ $M_s$  é a massa instantânea dos gases dentro da câmara,  $t$  é o tempo,]  $\rho_o$  é a massa específica instantânea dos gases na câmara, e  $V_o$  é o volume instantâneo dos gases (que é igual ao volume livre dentro da câmara).

A variação do volume de gás em relação ao tempo é igual à variação do volume devido ao consumo de propelente, dado por  $dV_o/dt = A_b r$ . Isto resulta em

$$\frac{dM_s}{dt} = \rho_o A_b r + V_o \frac{d\rho_o}{dt} \quad (8.3)$$

A taxa na qual os produtos da combustão escoam através da garganta da tubeira é limitada pela condição de *escoamento bloqueado*. Como descrito na *Web Page* do **Capítulo 5 Teoria de Tubeira**, o escoamento atinge velocidade **sônica** (Mach 1) na porção mais estreita (garganta) da

tubeira convergente-divergente. A velocidade do escoamento, neste local, nunca pode exceder a velocidade local do som, e é dito estar em uma condição *bloqueada*. Isto nos permite determinar a taxa na qual os produtos da combustão escoam através da tubeira, que é dada por (a dedução é mostrada no [Apêndice D](#))

$$\dot{m}_n = P_o A^* \sqrt{\frac{k}{RT_o}} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (8.4)$$

Notar que  $R = R'/M$ , onde  $R'$  é a *constante universal dos gases*, e  $M$  é a *massa molecular efetiva* dos produtos da combustão. A taxa de escoamento de massa através da tubeira é visto ser uma função da pressão na câmara (que determina a massa específica do escoamento), a área da garganta, e as propriedades do gás (que estabelece a velocidade sônica).

O princípio de conservação da massa requer um balanço entre a *taxa de geração de massa* e a soma das taxas nas quais *armazena massa* na câmara e o *escoamento que sai através da tubeira*:

$$\dot{m}_g = \frac{dM_s}{dt} + \dot{m}_n \quad (8.5)$$

Substituindo as Equações (8.1) e (8.3) na (8.5) obtém-se

$$A_b \rho_p r = \rho_o A_b r + V_o \frac{d\rho_o}{dt} + \dot{m}_n \quad (8.6)$$

A taxa de queima do propelente pode ser expressa em termos da pressão na câmara pela lei de Saint Robert (ver a [Web Page Taxa de Queima de Propelente](#)):

$$r = a P_o^n \quad (8.7)$$

Onde  $a$  e  $n$  são o coeficiente da taxa de queima e o expoente da pressão, respectivamente.

Substituindo as Equações (8.4) (fluxo de massa através da tubeira) e (8.7) na Equação (8.6) tem-se a seguinte equação:

$$A_b \rho_p a P_o^n = \rho_o A_b a P_o^n + V_o \frac{d\rho_o}{dt} + P_o A^* \sqrt{\frac{k}{RT_o}} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (8.8)$$

Da *lei dos gases perfeitos*, a derivada da massa específica na equação acima pode ser expressa como:

$$\frac{d\rho_o}{dt} = \frac{1}{RT_o} \frac{dP_o}{dt} \quad (8.9)$$

Também, considerando que a temperatura na câmara  $T_o$  é essencialmente independente da pressão na câmara, a Equação (8.8) pode ser reescrita como:

$$\frac{V_o}{RT_o} \frac{dP_o}{dt} = A_b a P_o^n (\rho_p - \rho_o) - P_o A^* \sqrt{\frac{k}{RT_o}} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (8.10)$$

Esta é uma equação particularmente útil, já que ela nos permite determinar a taxa de variação da pressão na câmara ( $dP_o/dt$ ) durante a **fase transiente de pressurização** de operação do motor, onde a pressão na câmara sobe rapidamente até o nível de operação de regime permanente.

Uma vez que a fase de regime permanente é alcançada, quando a saída dos gases de combustão está em equilíbrio com a produção de gases do propelente consumido,  $dP_o/dt = 0$ , e o primeiro membro da Equação (8.10) torna-se nulo. A pressão na câmara de regime permanente pode então ser expressa por

$$P_o = \left[ \frac{A_b}{A^*} \frac{a \rho_p}{\sqrt{\frac{k}{RT_o} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}} \right]^{\frac{1}{(1-n)}} \quad (8.11)$$

Notar que o termo da massa específica dos produtos da combustão foi desconsiderado, já que ele é pequeno em comparação à massa específica do propelente.

A Equação (8.11) pode ser grandemente simplificada pelo uso da Equação (8.7), fazendo  $K_n = A_b/A^*$  e notando que a velocidade de exaustão característica (*c-estrela*) é dada por (Equação 7.3)

$$c^* = \sqrt{\frac{T_o R}{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}} \quad (8.12)$$

Isto leva a uma expressão simplificada para a pressão na câmara de regime permanente, dada por:

$$P_o = K_n \rho_p r c^* \quad (8.13)$$

Onde  $r$  é a taxa de queima na pressão da câmara  $P_o$ .

A terceira e fase final da curva de pressão, a fase de despressurização, idealmente ocorre imediatamente após o grão-propelente ter sido completamente consumido. Na realidade, sobram camadas residuais ou fragmentos do grão-propelente assim que a maioria do grão tenha sido consumida. Isto resulta em uma pressão na despressurização que é mais gradual do que a do caso ideal. Contudo, não é prático considerar este efeito, e a pressão na despressurização é determinada sobre a hipótese de que o grão tem sido totalmente esgotado. Depois do fim da queima, quando  $A_b = 0$ , a Equação (8.10) resulta em

$$\frac{V_o}{RT_o} \frac{dP_o}{dt} = - \frac{P_o A^*}{c^*} \quad (8.14)$$

Esta equação diferencial pode então ser resolvida para expressar a **pressão na câmara durante a despressurização** como uma função do tempo de despressurização para escoamento bloqueado, através de:

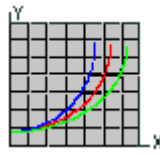
$$P_o = P_{bo} \exp\left(\frac{RT_o A^*}{V_o c^*} t\right) \quad (8.15)$$

Onde  $P_{bo}$  é a pressão na câmara no fim da queima e  $t$  é o tempo a partir do fim da queima. A pressão é vista exibir um decaimento exponencial.

Em adição a consequência da queima de resíduos durante a despressurização, a *formação de escória na tubeira* tenderá a fazer a pressão decair mais gradualmente do que predito pela Equação (8.15). A formação de escória na tubeira é a tendência da fase condensada (em particular matéria líquida) acumular em torno da garganta, reduzindo efetivamente o diâmetro. A formação de escória é mais significativa durante a despressurização devido à queda do nível de pressão e à velocidade de exaustão mais baixa.

Um exemplo de cálculo de pressão na câmara em regime permanente, para o motor Kappa-DX, é fornecido no [Apêndice E da Teoria](#).

# Web site de foguetaria experimental de Richard Nakka



## Teoria de motor-foguete sólido

Tradução: Carlos Henrique Marchi

Revisão: Gustavo Cirelli Santos

### 9 Escoamento Bifásico

A maioria dos propelentes de foguetes sólidos produz produtos de combustão que são uma mistura de gases e partículas na fase condensada (líquido ou sólido) que é evidente como fumaça visível na pluma de exaustão. Estes propelentes contêm metais, tais como alumínio e magnésio, gerando óxidos de metais como produtos de combustão na fase condensada. Oxidantes compostos por metais tais como nitrato de potássio (KN) ou perclorato de potássio (KP), geram produtos na fase condensada de massa molecular particularmente alta, que é preferivelmente indesejável. Os propelentes KN-açúcar produzem uma nuvem branca densa de fumaça de carbonato de potássio. De fato, aproximadamente 44% da massa de exaustão é matéria sólida.

A ocorrência de sólidos e líquidos na exaustão leva a uma redução no desempenho por diversas razões:

- Esta porção da massa de combustão não pode promover qualquer trabalho de expansão e, portanto não contribue para acelerar o escoamento de exaustão.
- Quanto mais alta a massa molecular efetiva destes produtos, mais baixa a Velocidade Característica ( $c^*$ ).
- Devido à inércia térmica, o calor da fase condensada é parcialmente ejetado para fora da tubeira antes de transferir este calor para os gases vizinhos, e é, portanto não convertido em energia cinética. Isto é conhecido como **atraso térmico de partícula**.
- Além disso, devido a relativamente grande massa de partículas (comparada aos gases), estes não podem acelerar tão rapidamente quanto os gases vizinhos, especialmente naquela porção da tubeira onde a aceleração do escoamento é extremamente alta (região da garganta). A aceleração das partículas depende do arrasto de fricção no escoamento do gás, que necessita uma velocidade diferencial. O resultado líquido é que as partículas na fase condensada saem da tubeira em uma velocidade mais baixa do que os gases. Isto é referido como **atraso de velocidade da partícula**.

Em termos dos parâmetros de desempenho do foguete, a presença de produtos na fase condensada é refletida em uma Velocidade Característica reduzida, devido à massa molecular efetiva mais alta da mistura gás/partícula. O Coeficiente de Empuxo  $C_f$ , por outro lado, é aumentada com o aumento da fração de partícula, uma consequência de um valor reduzido de  $k$ . Contudo, o  $C_f$  produzido sofre significativamente, devido ao atraso térmico e ao atraso de velocidade. Isto é provavelmente a maior perda específica de eficiência sofrida por um motor com uma fração significativa de partículas na exaustão. Como é especialmente verdade com uma tubeira subexpandida (isto é, a porção divergente subdimensionada). A importância aparente de ter uma boa porção divergente da tubeira é clara pelo exame da Figura 9.1, que mostra a variação do Coeficiente de Empuxo ideal para o escoamento através da tubeira do motor-foguete Kappa. A tubeira é projetada com uma razão

de expansão quase ideal de  $A_e/A_t = 11,4$ , que resulta em um Coeficiente de Empuxo ideal de 1,69. Contudo, se a tubeira fosse truncada na garganta (linha tracejada vermelha), o coeficiente seria somente de 0,62. Portanto o divergente amplia o empuxo ideal por um fator de 2,73! Claro que os valores “reais” são provavelmente menos pronunciados do que os valores ideais. O Coeficiente de Empuxo real para este motor é aproximadamente 1,5. É desconhecido qual é o Coeficiente de Empuxo real para uma tubeira truncada, já que esta configuração não foi testada.

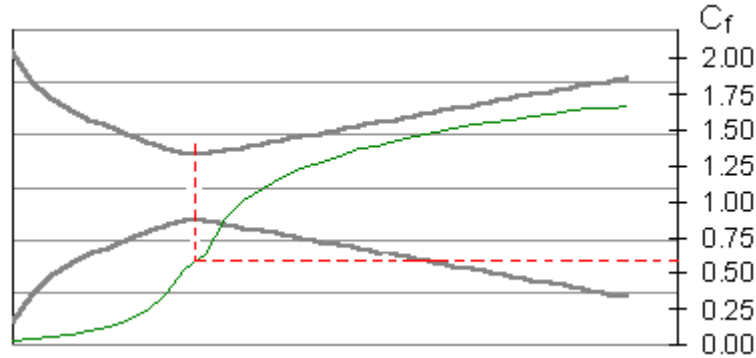


Figura 9.1  $C_f$  ideal para escoamento bifásico através da tubeira Kappa.

Outro fator que é importante com relação às perdas de escoamento bifásico é o *contorno da tubeira*, especialmente na região da garganta. A Figura 9.2 ilustra a aceleração do escoamento para a tubeira Kappa. A aceleração na região da garganta (linha tracejada vermelha) é extremamente alta, especialmente logo após, onde ela é máxima. Muito do atraso de partícula, que é uma função forte da aceleração, ocorre nesta região, por isso a importância de projetar uma tubeira com um contorno bem arredondado na garganta, sem qualquer variação abrupta na seção transversal.

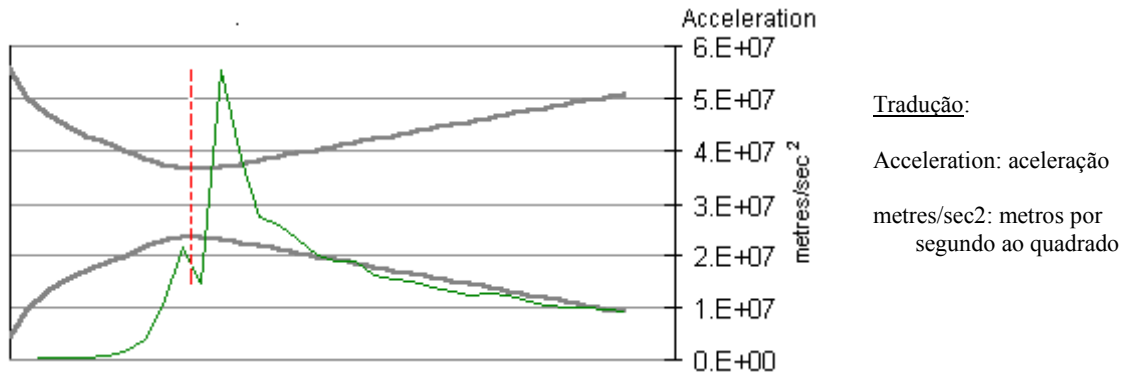


Figura 9.2 Aceleração gás/partícula para escoamento bifásico através da tubeira Kappa.

O *tamanho do motor-foguete* bem como o *tamanho das partículas na fase condensada* ambos tem uma papel importante em relação à influência dos efeitos do escoamento bifásico. Isto é ilustrado na Figura 9.3, que plota a fração da perda de Velocidade Característica em relação ao:

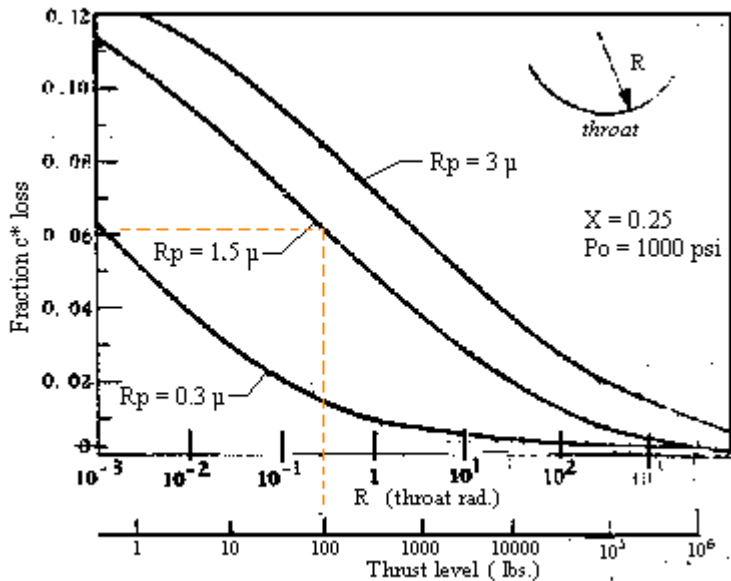
- Tamanho do motor (empuxo)
- Tamanho da partícula

Notar que a fração mássica de partículas na exaustão para este estudo era  $X = 0,25$ . Para propelentes KN-açúcar padrão,  $X = 0,44$ .

Por exemplo, para um motor com empuxo de 100 libras-força [45,36 newtons], o motor sofre uma perda de 6% na Velocidade Característica se o tamanho médio das partículas é 1,5 micrometros [ $1,5 \times 10^{-3}$  mm], como mostrado pela linha tracejada vermelha.



Fica claro deste gráfico que para motores experimentais amadores, que são tipicamente de 1000 libras-força [453,6 newtons] de empuxo ou menos, que as perdas de escoamento bifásico podem ser significativas, mas provavelmente podem ser desconsideradas para motores “profissionais” grandes.



Tradução:

Fraction  $c^*$  loss: fração de perda de  $c^*$

throat: garganta

Thrust level (lbs.): nível de empuxo (libra-força)

throat rad.: raio de curvatura na garganta

Figura 9.3 Influência do tamanho do motor e do tamanho da partícula sobre  $c^*$ .  
Referência: *Dynamics of Two-Phase Flow in Rocket Nozzles, ARS Journal, Dec. 1962.*

Como o escoamento bifásico é levado em conta em relação aos cálculos de desempenho do motor, tais como aqueles apresentados nos capítulos anteriores? Eu me perguntei sobre esta questão muito boa quando eu comecei a pesquisar o propelente KN-açúcar de um aspecto de desempenho teórico, em 1983 quando eu comecei a fazer o meu trabalho de graduação **Projeto e Teste de Motor-Foguete a Propelente Sólido**. Todas as equações no Sutton e outros livros-texto pareciam ignorar a existência de partículas na exaustão, mas eu sabia que eu não poderia ignorá-las, não quando a exaustão do propelente contém 44% de matéria sólida! Depois de muita consternação, eu achei dois livros, e em particular, artigos no *ARS Journal*, que tocavam neste tópico. Eu acabei re-derivando todas as equações de desempenho pertinente dos princípios básicos, então fiz as modificações necessárias para considerar a presença de fase condensada. A hipótese chave necessária foi que as partículas escoam na mesma velocidade do gás (isto é, sem atraso na velocidade), assim as equações modificadas representam um limite superior do desempenho. Os detalhes são muito complicados para apresentar aqui, então eu apresentarei somente o resultado final, que felizmente, é muito simples. Com esta alteração, a mistura gás-partícula comporta-se como um gás com um expoente isentrópico  $k$  modificado. Todas as equações fundamentais permanecem as mesmas e são totalmente aplicáveis ao escoamento bifásico, com as únicas modificações sendo:

- A **Massa Molecular**  $M$  deve levar em conta a presença da fase condensada no cálculo da *Massa Molecular efetiva*, que é obtida pela divisão da massa do sistema pelo número de moles do gás no sistema. Por exemplo, se a massa do sistema é 100 gramas e o número de moles do gás é 2,3819, então:

$$M = \frac{100}{2,3819} = 41,98 \text{ g/mol} \quad (9.1)$$

- O **expoente isentrópico** modificado tem duas formas, uma para condições onde a velocidade do escoamento (ou realmente, aceleração) é baixa, e a outra para condições de escoamento com alta aceleração. Onde a aceleração do escoamento é baixa, tal como na câmara de combustão,

$$k = \frac{C_{p-mix}}{C_{p-mix} - R'} \quad (9.2)$$

Onde  $C_{p-mix}$  é o *calor específico efetivo da mistura gás e sólido* e  $R'$  é a constante universal dos gases. O método de calcular  $C_{p-mix}$  é fornecido na *Web Page Bloco de Notas Técnico*.

Esta é a forma de  $k$  para ser usada, portanto, quando calcular a **pressão na câmara** e a **Velocidade Característica**.

Onde a velocidade do escoamento e a aceleração são altas, isto é, na tubeira:

$$k = k' \left[ \frac{1 + \psi \frac{C_S}{C_{p-gas}}}{1 + k' \psi \frac{C_S}{C_{p-gas}}} \right] \quad (9.3)$$

Onde  $k'$  é o expoente isentrópico para *somente a mistura de gases*,

$$\psi = \frac{X}{1 - X} \quad (9.4)$$

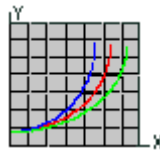
Onde  $X$  é a fração mássica de partículas na exaustão.  $C_S$  é o calor específico para a mistura sólida (ou líquida) na exaustão, e  $C_{p-gas}$  é o calor específico para somente a mistura de gases.

Esta é a forma de  $k$  para ser usada, portanto, quando calcular a **Velocidade de Exaustão**, **Empuxo**, **Coefficiente de Empuxo** e outros parâmetros de escoamento em tubeira.

A derivação desta forma do expoente isentrópico modificado assume condição de escoamento congelado onde nenhum atraso térmico ou de velocidade é assumido existir, e é baseado nas equações de quantidade de movimento linear e energia para escoamento isentrópico permanente. Detalhes adicionais sobre o cálculo deste expoente isentrópico modificado pode ser encontrado na *Web Page Bloco de Notas Técnico* e no periódico *ARS Journal*, artigo “*Recent Advances in Gas-Particle Nozzle Flows*”, R. F. Hoglund, maio de 1962.

Para aqueles interessados em mais sobre tratamento teórico do escoamento bifásico, eu sugeriria ler com atenção *Solid Propellant Rocket Motor Design and Testing* que está disponível para *download* no formato PDF.

# Web site de foguetaria experimental de Richard Nakka



## Teoria de motor-foguete sólido

Tradução: Carlos Henrique Marchi

Revisão: Gustavo Cirelli Santos

### 10 CORREÇÕES PARA MOTORES-FOGUETE REAIS

As *Webs Pages* anteriores tratando com teoria de motor-foguete sólido consideram a análise de um *foguete ideal* que, claro, não existe. O foguete ideal representa a condição de desempenho máximo que seria obtido se não fossem por fatores do mundo real e outras aproximações que levam a reduções de desempenho em motores-foguete *reais*. Estas são consideradas pelo uso de vários **fatores de correção** no projeto e análise de um motor-foguete.

#### 10.1 Condições na Câmara

A eficiência da combustão e perdas de calor através das paredes da câmara tende a produzir uma pressão na câmara mais baixa do que a predita pela teoria. Os propelentes sólidos, contudo, tipicamente tem uma eficiência alta de combustão se bem-misturados e o tamanho das partículas do oxidante é muito fino. Uma medida da eficiência da combustão de um propelente pode ser obtida pela comparação do valor medido (produzido) da velocidade característica (*c-estrela*) e o valor ideal:

$$\eta^* = \frac{\bar{c}^*}{c^*} \quad (10.1)$$

O valor produzido de *c-estrela* pode ser obtido de medidas de pressão de resultados de testes estáticos:

$$\bar{c}^* = \frac{A_t}{m_p} \int_0^{t_b} P(t) dt \quad (10.2)$$

ou medido pela combustão em “vaso fechado” de amostras de propelente.

Para propelentes bem-preparados baseados em açúcar, a eficiência medida da combustão tem estado entre 98 e 99%. Em algum grau, a eficiência da combustão é uma função do tamanho do motor. Motores com câmara de combustão maior fornecem mais tempo para as reações químicas ocorrerem antes de dispersarem-se através da tubeira.

A perda de calor através (ou dentro) das paredes da câmara também é dependente do tamanho do motor, assim como do material da estrutura e espessura das paredes. Por exemplo, um motor de dimensões maiores com uma estrutura de aço e parede fina teria muito menos perda de calor do que

um motor pequeno com estrutura de alumínio e parede grossa. Contudo, o efeito prejudicial global é provavelmente insignificante para ambos.

A pressão na câmara tem um efeito pronunciado sobre o impulso específico do propelente, particularmente no regime de pressão mais baixa, como mostrado na Figura 10.1, abaixo.

Como motores-foguete experimentais amadores tipicamente têm tempos de queima curtos, uma porção significativa do impulso total pode resultar das fases de *pressurização* e *despressurização* da queima, quando a pressão na câmara está bem abaixo do nível de pressão operando em regime permanente. Como resultado, o impulso específico total *produzido* sofre. Isto é uma razão pela qual o impulso específico produzido pode ser menor do que o ideal, que é baseado na pressão de regime permanente constante (geralmente referenciada a 1000 psi [ou 6,896 MPa]). A extensão da perda, designada por  $\zeta_p$ , é altamente dependente do tempo de queima do motor e do perfil pressão-tempo, mas pode ser de 5% ou maior. Então um fator de correção típico da pressão seria  $\zeta_p = 0,95$ .

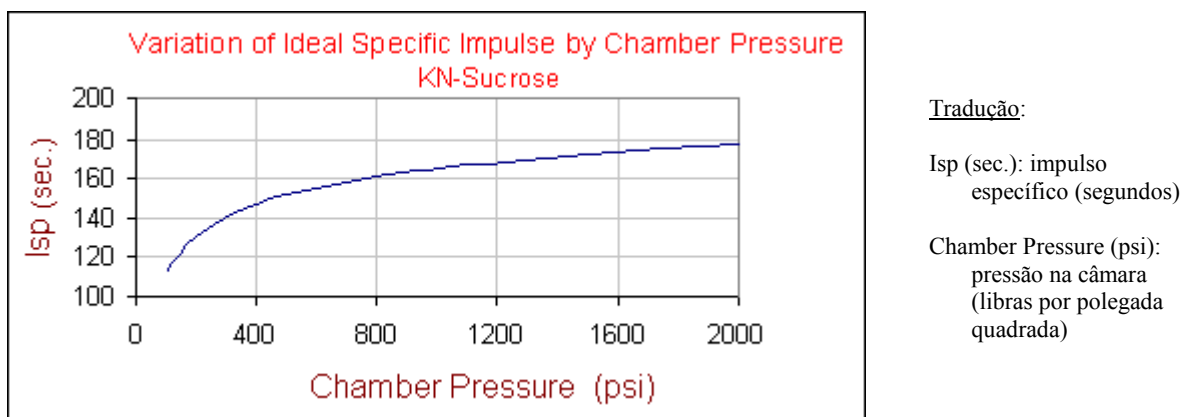


Figura 10.1 Variação do impulso específico ideal com a pressão na câmara para KN-açúcar.

## 10.2 Correções na Tubeira

O escoamento através de uma tubeira real difere daquela de uma tubeira ideal devido aos efeitos friccionais, transferência de calor (particularmente na garganta), gases imperfeitos e combustão incompleta, escoamento não axial, não uniformidade do fluido, e atrasos térmico e na velocidade da partícula.

Tubeiras *cônicas* são usadas quase exclusivamente em motores amadores, devido a simplicidade relativa na fabricação de tais tubeiras. Em teoria de tubeira, o escoamento é assumido ser unidimensional (axial). Em uma tubeira cônica, o escoamento é bidimensional, com a extensão da velocidade não axial dependente do semiângulo  $\alpha$  do cone divergente. O fator de correção para escoamento não axial é dado por

$$\lambda = \frac{1}{2}(1 + \cos \alpha) \quad (10.3)$$

Esta perda é geralmente muito pequena, com valores típicos sendo  $\lambda = 0,99$  para um semiângulo de 12 graus e  $\lambda = 0,97$  para um semiângulo de 20 graus.

O *fator de correção de descarga* é usado para expressar o quão bem o projeto da tubeira permite o fluxo de massa através da tubeira se aproximar do valor teórico, e é dado pela razão entre os fluxos de massa real e ideal:

$$\zeta_d = \frac{\dot{m}_{real}}{\dot{m}_{ideal}} \quad (10.4)$$

O parâmetro de projeto mais significativo que determina o fator de descarga é o contorno na região de entrada da garganta. Um contorno bem arredondado tende a maximizar o fluxo de massa real. Para propelentes que tem uma fração significativa de partículas na exaustão, um bom contorno minimiza a aceleração do escoamento na entrada, então minimiza a perda de escoamento bifásico associada com o atraso da velocidade de partícula.

Certos fatores tendem a aumentar o fluxo de massa real em comparação ao fluxo de massa idealizado. Estes fatores incluem:

- A transferência de calor do fluido para as paredes da tubeira, tendendo a diminuir a temperatura do escoamento, aumentando a densidade.
- A razão entre calores específicos e outras propriedades dos gás mudam através da tubeira de tal modo que aumentam o fator de descarga.

Consequentemente, para um motor-foguete que não tem produtos na fase condensada na exaustão, o fator de correção de descarga pode ser próximo da unidade. Contudo, para um motor-foguete que utiliza um propelente com uma fração grande de produtos na fase condensada (tal como KN-açúcar), as perdas podem ser muito significativas, mesmo em uma tubeira com entrada bem arredondada. O valor do fator de correção de descarga tipicamente seria  $\zeta_d = 0,90$  para este propelente com um tubeira bem projetada com superfícies arredondadas e perda mínima de calor.

### **10.3 Correções para o Impulso Específico**

O Impulso Específico Ideal deve ser corrigido para obter o Impulso Específico Produzido por um motor-foguete real, pela aplicação dos fatores de correção discutidos acima:

$$\bar{I}_{sp} = \eta^* \zeta_p \zeta_d \lambda I_{sp} \quad (10.5)$$

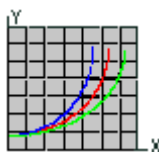
Como um exemplo, o motor-foguete **Kappa-DX**, propulsado pelo propelente KN/Dextrose, tem os seguintes fatores de correção:

- $\eta^* = 0,98$  : fator de correção da eficiência de combustão
- $\zeta_p = 0,95$  : fator de correção da pressão na câmara (estimado)
- $\zeta_d = 0,91$  : fator de correção da descarga na tubeira (estimado)
- $\lambda = 0,99$  : fator de correção da divergência da tubeira

Como o Impulso Específico Ideal é  $I_{sp} = 164$  segundos (a 1000 psi [ou 6,896 MPa]), o Impulso Específico Produzido é dado por:

$$\bar{I}_{sp} = 0,98 \times 0,95 \times 0,91 \times 0,99 \times 164 = 0,84 \times 164 = 138 \text{ segundos}$$

# Web site de foguetaria experimental de Richard Nakka



## Teoria de motor-foguete sólido

Tradução: Carlos Henrique Marchi

Revisão: Gustavo Cirelli Santos

### 11 GUIPEP

#### 11.1 Introdução

Esta Web Page é destinada a servir como uma introdução ao aplicativo **GUIPEP**, que é basicamente o aplicativo PROPEP (versão para computador pessoal do Programa de Avaliação de Propelente – *Propellant Evaluation Program*) com a inclusão de uma Interface Gráfica de Usuário (GUI – *Graphical User Interface*) para simplificar muito o uso do aplicativo. Este aplicativo termoquímico altamente útil permite ao usuário avaliar o desempenho teórico de um propelente sólido (ou líquido). Desta forma, ele é particularmente útil para conferir a viabilidade de possíveis formulações de propelente. Assim como, ele permite ao usuário determinar rapidamente as razões mais efetivas de ingredientes para obter o desempenho desejado, de uma perspectiva teórica.

O GUIPEP é basicamente um solucionador de *equilíbrio químico*, isto é, ele ajusta as equações químicas relacionando os reagentes e produtos do propelente por um método conhecido como “minimização da energia livre de Gibbs”. Os ingredientes (reagentes) que definem o propelente são transformados adiabaticamente e irreversivelmente nos constituintes dos produtos das reações em quantidades fixadas pelas relações de equilíbrio, pressão na câmara, e balanço de massa em uma temperatura de reação fixada pela energia de reação disponível. O conjunto resultante de produtos fornece as bases para calcular as propriedades termodinâmicas, a partir das quais os parâmetros de desempenho são determinados por um processo iterativo que considera as variações das propriedades e composição dos produtos.

A entrada é simplesmente uma lista dos ingredientes (e a massa de cada) do propelente, bem como a pressão na câmara e pressão na saída da tubeira. A saída do aplicativo inclui a temperatura de combustão, expoente isentrópico, massa molecular dos produtos, temperatura e composição na exaustão, impulso específico, e a razão ideal de expansão. Notar que os parâmetros da taxa de queima *não* são avaliados, já que a taxa de queima é um fenômeno complexo que envolve muitos outros processos físicos ao lado da combustão, tais como a transferência de calor e massa entre a chama da reação e a superfície de queima do propelente.

Outro aplicativo termoquímico similar é o CET (Equilíbrio Químico com Propriedades de Transporte – *Chemical Equilibrium with Transport Properties*, NASA TM 4557), mas até agora, que eu saiba, nenhum GUI está disponível para este aplicativo. Desta forma, ele é incômodo para usar. As predições são quase idênticas àquelas do GUIPEP, baseadas em minhas experiências limitadas com o uso deste aplicativo.

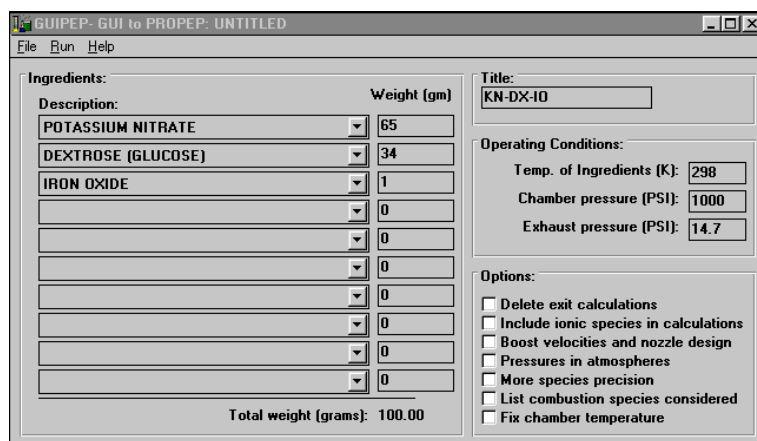
#### 11.2 Hipóteses de Análise

Muitas das hipóteses básicas empregadas pelo solucionador são aquelas descritas no Capítulo 2 Hipóteses Básicas:

- Escoamento unidimensional em relação às equações da massa, energia e quantidade de movimento.
- Velocidade do escoamento nula na entrada da tubeira
- Combustão completa e adiabática
- Expansão isentrópica na tubeira
- Mistura homogênea dos reagentes e produtos
- Aplica-se a lei do gás ideal
- Atraso nulo da temperatura e velocidade dos produtos da fase condensada

### 11.3 Usando o GUIPEP

O GUIPEP (Figura 11.1) é muito fácil de usar. Até 10 ingredientes do propelente são escolhidos em caixas com listas, e a massa (em gramas) é entrada. A massa total não precisa ser adicionada até 100 gramas, mas isto é a forma mais conveniente de entrar os dados, já que então a massa representa a *percentagem* daquele constituinte particular. Para eliminar qualquer ingrediente indesejado, zero é entrado como a massa.



Tradução:  
 File: arquivo  
 Run: executar a simulação  
 Help: ajuda  
 Ingredientes: ingredientes  
 Description: descrição  
 POTASSIUM NITRATE: nitrato de potássio  
 Weight (gm): massa em gramas  
 Total weight (grams): massa total em gramas  
 Title: título  
 Operating Conditions: condições de operação  
 Temp. of Ingredients (K): temperatura dos ingredientes em Kelvin  
 Chamber pressure (PSI): pressão na câmara em PSI  
 Exhaust pressure (PSI): pressão na saída da tubeira em PSI

Figura 11.1 Janela principal do aplicativo GUIPEP com um exemplo de dados de entrada.

Um **Título** para a execução da simulação é então entrado, e pode ser de até 10 caracteres de extensão. As **Condições de Operação** são geralmente deixadas com os valores *default*, a menos que haja alguma razão particular para modificá-las:

- Temperatura dos ingredientes = 298 K (que é a temperatura ambiente de 25 °C)
- Pressão na câmara = 1000 psi (que é a pressão de referência na qual o  $I_{sp}$  é citado)
- Pressão de exaustão = 14,7 psi (que é uma atmosfera, a condição de expansão ideal ao nível do mar)

Em relação às **Opções**, nenhuma precisa ser escolhida para avaliação básica de propelente. Contudo, se o projeto da tubeira está sendo estudado, selecione a caixa *Boost Velocities and Nozzle Design*.

O passo final é executar o aplicativo pela seleção de *Run* (executar), e então *Single Run* (execução única). Uma janela DOS então aparece para permitir a execução do aplicativo, que é iniciado ao clicar na tecla *Enter*. O aplicativo Notepad (bloco de notas) da MicroSoft então aparece, no qual a saída é mostrada.

A janela de um exemplo de entrada no GUIPEP é mostrada na Figura 11.1.

## 11.4 Resultados do GUIPEP

A porção inicial da saída é basicamente um eco dos dados completos de entrada, como mostrado na Figura 11.2. Alguns dos dados de entrada são automaticamente extraídos do arquivo *pepcoded.daf*, que é um arquivo texto que contém os seguintes dados de ingredientes:

- [Código do ingrediente]
- Nome do ingrediente
- Fórmula química
- “Calor de formação” (que é realmente a variação da entalpia de formação), em calorias/grama.
- Massa específica, em libras/polegada cúbica [e gramas/centímetro cúbico]

```
File Edit Search Help
■ KN-DX-ID Run using June 1988 Version of PEP,
Case 1 of 1 11 Aug 2001 at 9:14:10.68 pm

CODE WEIGHT D-H DENS COMPOSITION
821 POTASSIUM NITRATE 65.000 -1169 0.07670 1N 30 1K
1093 DEXTROSE (GLUCOSE) 34.000 -1689 0.05670 6C 12H 6O
541 IRON OXIDE 1.000 -1230 0.18400 3O 2FE

THE PROPELLANT DENSITY IS 0.06884 LB/CU-IN OR 1.9056 GM/CC
THE TOTAL PROPELLANT WEIGHT IS 100.0000 GRAMS

NUMBER OF GRAM ATOMS OF EACH ELEMENT PRESENT IN INGREDIENTS
2.264628 H 1.132314 C 0.642877 N 3.079730 O
0.642877 K 0.012523 FE
```

Tradução:

Figura 11.2 Exemplo de dados do aplicativo GUIPEP no arquivo de saída.

Estes dados estão refletidos na Figura 11.2 acima, onde D-H é a “variação da entalpia de formação”, DENS é a massa específica de cada ingrediente, e COMPOSITION é a fórmula química. A massa específica ideal resultante do propelente também é fornecida, e é calculada de acordo com a seguinte equação:

$$\rho_p = \frac{1}{\frac{f_a}{\rho_a} + \frac{f_b}{\rho_b} + \frac{f_c}{\rho_c} + \dots} \quad (11.1)$$

Como detalhado no Capítulo 3 Grão-Propelente.

Por exemplo:  $DENS = 1 / (0,65/0,0767 + 0,34/0,0567 + 0,01/0,184) = 0,06884 \text{ lb/in}^3 = 1,9056 \text{ g/cm}^3$

O número de átomos-grama de cada elemento presente nos ingredientes é então listado. Basicamente, isto indica relativamente quantos *átomos* de cada elemento estão presentes no caldeirão de ingredientes que são combinados para formar os produtos da combustão. Embora isto é a informação chave para o solucionador, para o usuário ele não tem utilidade. Para referência, isto é calculado como a razão entre a massa e a massa molecular para um ingrediente particular, multiplicado pelo número de moles de um elemento particular, somado para cada ingrediente.

A porção seguinte dos resultados apresenta as **condições na câmara de combustão**, como mostrado na Figura 11.3.

A primeira linha indica a **temperatura de combustão** (em Kelvin e graus F), a **pressão na câmara** (em atm e psi) como especificado, a **entalpia** total da mistura (kcal/massa do sistema), a **entropia** total do sistema (cal/K/massa do sistema), **CP/CV**, que é a razão entre os calores específicos, **GAS**



(número de moles do gás na mistura), e  $RT/V$  (um fator de conversão que normalmente não é usado). Notar que a massa do sistema neste exemplo é 100 gramas.

```
*****CHAMBER RESULTS FOLLOW*****
T(K) T(F) P(ATM) P(P(SI) ENTHALPY ENTROPY CP/CV GAS RT/U
1733. 2659. 68.02 1000.00 -134.64 163.44 1.1280 2.297 29.614

SPECIFIC HEAT (MOLAR) OF GAS AND TOTAL= 10.801 15.381
NUMBER MOLS GAS AND CONDENSED= 2.2970 0.3179

0.87508 H2O 0.41818 CO2 0.40865 CO 0.32138 N2
0.30541 K2CO3* 0.24164 H2 0.03037 KHO 0.01242 FeO*
1.30E-03 K 1.70E-04 K2H2O2 8.55E-05 FeH2O2 6.85E-05 NH3
1.80E-05 H 1.05E-05 KH 4.87E-06 KCN 3.75E-06 HO
2.13E-06 CH2O 2.12E-06 CH4 1.63E-06 CNH

THE MOLECULAR WEIGHT OF THE MIXTURE IS 38.243
```

Tradução:

Figura 11.3 Exemplo de resultados do aplicativo GUIPEP para a câmara de combustão.

Os únicos parâmetros importantes aqui são:

- **Temperatura de combustão** – Também denotada por *Temperatura Adiabática de Chama*, e determinada pelo método descrito no Capítulo 4 Combustão do Propelente. Geralmente, quanto maior é a temperatura, maior é o impulso específico. Contudo há dois fatores do “mundo real” a considerar. Maiores temperaturas requerem materiais mais robustos na estrutura e na tubeira, revestimentos isolantes ou ablativos. Notar que a temperatura na câmara é a *temperatura de estagnação* que a tubeira “verá” e deve ser projetada para. Temperaturas de combustão baixas, como previstas por este aplicativo, podem não ser autossustentáveis na realidade. Por exemplo, uma formulação com uma temperatura na câmara prevista de 1000 K provavelmente não queimará completamente.
- **CP/CV** - A razão entre os calores específicos ( $k$ ) para a mistura nas condições da câmara de combustão, este é o valor correto para usar quando calcular a *velocidade característica* ( $c$ -*estrela*) e a *pressão na câmara*, como descrito nos capítulos anteriores. O valor de CP/CV é calculado com as seguintes equações:

$$k = \frac{C_{p-mix}}{C_{p-mix} - R'} \quad (11.2)$$

Onde:

$$C_{p-mix} = \frac{1}{n} \sum_i (n_i C_{p-i} + n_s C_s) \quad (11.3)$$

Com os detalhes sobre a notação e o uso das equações dadas na *Web Page Bloco de Notas Técnico*.

- **GAS** – O número de moles dos produtos gasosos da combustão na mistura produzida (que também pode conter fase condensada). Este valor é usado para calcular a massa molecular efetiva  $M$  da mistura produzida, que é calculada pela razão entre a massa do sistema e o número de moles do gás. Para este exemplo,  $M = 100 / 2,297 = 43,54$  g/mol. Este é o valor da massa molecular adequado a usar nas equações da dinâmica dos gases descrito nos capítulos anteriores.

A linha seguinte fornece os valores do **calor específico molar** dos produtos gasosos e da mistura (cal/mol/K), e são fornecidos somente para referência.

A linha seguinte fornece os valores do número de **moles do gás** (repetido) e o número de **moles dos produtos na fase condensada**, que pode ser sólido ou líquido. Esta informação é de interesse, já que ela fornece a razão (molar) dos produtos gás/fase condensada.

As linhas seguintes dos resultados apresentam o número de **moles de cada constituinte dos produtos da combustão**. Os nomes dos produtos seguidos por \* são fase líquida, e & designa fase sólida; todos os outros estão na fase gasosa. Estes resultados permitem ao usuário calcular a *fração mássica de fase condensada*, que é dada pela massa total da fase condensada dividida pela massa do sistema, e onde a massa de cada constituinte é dada pelo número de moles multiplicado pela massa molecular daquele constituinte.

Por exemplo: fração mássica da fase condensada =  $(0,30541 \times 138,2 + 0,01242 \times 71,9) / 100 = \underline{0,422}$

Muitos dos produtos da combustão estão em quantidades muito pequenas, e tem uma importância insignificante no processo global. Do exemplo acima, os únicos produtos importantes são H2O, K2CO3, CO2, H2, CO, N2 e talvez KOH e FeO.

Para um melhor desempenho, são desejáveis produtos de baixa massa molecular, portanto a massa molecular efetiva da mistura deve ser minimizada. Produtos com baixa massa molecular no exemplo acima são H2O, H, H2, CH4, CO, NH3 e OH.

A linha seguinte na Figura 11.3 fornece a massa molecular da mistura (algumas vezes denotada por  $MW$ ), que é dada pela soma da fração molar de cada constituinte multiplicada pela sua massa molecular, como mostrado abaixo:

$$M_{mix} = \sum_i f_{m-i} M_i \quad (11.4)$$

Este valor da massa molecular deve ser desconsiderado já que ele não tem utilidade em relação ao desempenho do foguete.

A porção seguinte dos resultados apresenta as **condições na exaustão da tubeira**, como mostrado na Figura 11.4. O formato destes resultados é idêntico àqueles da câmara. Os valores representam as condições no *plano de saída* da tubeira.

```
*****EXHAUST RESULTS FOLLOW*****
T(K)  T(F)  P(ATM)  P(PST)  ENTHALPY  ENTROPY  CP/CV  GAS  RT/U
1169. 1646.  1.00   14.70  -161.60  163.44  1.1325  2.266  0.441

SPECIFIC HEAT (MOLAR) OF GAS AND TOTAL=  9.969  14.803
NUMBER MOLS GAS AND CONDENSED=  2.2656  0.3334

 0.77686 H2O      0.51521 CO2      0.35490 H2      0.32141 N2
 0.32890 K2CO3&  0.29614 CO      0.01250 FeO&    0.00101 KHO
 4.62E-05 K      1.17E-05 NH3     2.42E-06 CH4     1.75E-06 K2H2O2

THE MOLECULAR WEIGHT OF THE MIXTURE IS  38.475
```

Tradução:



Figura 11.4 Exemplo de resultados do aplicativo GUIPEP na saída da tubeira.

Alguns pontos são destacados:

- A temperatura dos produtos da combustão caiu significativamente, já que a energia térmica foi convertida em energia cinética. A temperatura na saída ( $T_e$ ) pode ser calculada com a Equação 5.7 do Capítulo 5 Teoria de Tubeira:

$$T_e = \frac{T_o}{1 + \frac{k-1}{2} M_e^2} \quad (11.5)$$

Onde

$$M_e = \sqrt{\frac{2}{k-1} \left[ \left( \frac{P_o}{P_e} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]} \quad (11.6)$$

Onde  $T_o$  é a temperatura na câmara,  $P_o/P_e$  é a razão entre a pressão na câmara e a pressão na saída da tubeira,  $M_e$  é o número de Mach do escoamento na saída, e  $k$  é o CP/CV para as condições de exaustão. Notar que o valor dado na saída é para as condições de *equilíbrio alterado* que é explicado posteriormente.

- A pressão da câmara caiu a uma atmosfera, a condição de projeto.
- Ambos CP/CV e o número de moles do gás mudaram levemente, refletindo a mudança de composição e a temperatura da exaustão com o escoamento através da tubeira.
- Igualmente, os calores específicos e o número de moles das espécies condensadas mudaram a partir das condições na câmara.
- A composição dos produtos mudou de uma forma interessante. Notar que há menos constituintes com *quantidades pequenas*. Isto acontece porque a temperatura é menor e ocorre menos dissociação (quebra em moléculas mais simples) dos compostos maiores. Também notar que os produtos líquidos mudaram para a fase sólida.

A porção seguinte dos resultados apresenta o **Desempenho** de um motor-foguete equipado com este propelente e tubeira como especificado, e mostrado na Figura 11.5. O desempenho é dado para ambas as condições de equilíbrio **Congelado** e **Alterado**. **O que estes termos significam?**

Equilíbrio congelado significa que a composição química da exaustão **não muda** com o escoamento através da tubeira (a composição dos produtos é estabelecida na câmara de combustão). O equilíbrio alterado assume que o equilíbrio químico instantâneo é estabelecido quando o gás expande através da tubeira, “mudando” continuamente a composição.

```
*****PERFORMANCE: FROZEN ON FIRST LINE, SHIFTING ON SECOND LINE*****
IMPULSE  IS EX  T*    P*    C*    ISP*  OPT-EX  D-ISP  A*M  EX-T
151.6    1.1326  1625.  39.31  2967.9  10.22  288.9  0.09227  1057.
153.2    1.1058  1647.  39.63  3025.2  114.3  10.82  291.9  0.09405  1169.
```

Tradução:

Figura 11.5 Exemplo de resultados do aplicativo GUIPEP para o desempenho do motor-foguete.

**Por que ambos os resultados são fornecidos?** Porque devido ao tempo de residência curto na tubeira, é incerto se há ou não tempo suficiente para as reações químicas realmente ocorrerem como predito pelo modelo de equilíbrio alterado. A geometria também tem sua importância, já que tubeiras mais compridas fornecem mais tempo de residência.

**Quais resultados a usar?** Para motores amadores, nos quais as tubeiras são muito pequenas em comparação com foguetes profissionais grandes, eu considero o modelo de escoamento congelado ser o mais realístico. Para a tubeira do motor-foguete Kappa, eu calculei em 430 microssegundos a duração do tempo para o escoamento passar através da tubeira!

Na Figura 11.5, a primeira linha apresenta o Impulso Específico ideal (IMPULSE), o expoente isentrópico (IS EX), a temperatura do escoamento na garganta ( $T^*$ ) e a pressão na garganta ( $P^*$ ), a velocidade característica ( $C^*$ ), o impulso no vácuo (ISP\*), a razão de expansão ótima (OPT-EX),  $I_{sp}$  de densidade (D-ISP), a razão entre a área da garganta e o fluxo de massa ( $A^*M$ ), e a temperatura no plano de saída (EX-T).

A seguir está uma breve discussão destes resultados:

- O **Impulso Específico Ideal** é a “régua” chave do desempenho potencial, e pode ser considerado relacionar o empuxo produzido *por unidade de massa* (por exemplo, 1 lb ou kg) de propelente sobre o *tempo de queima de um segundo*. O Impulso Específico ideal pode ser determinado com a Equação 7.7 do Capítulo 7 Impulso e C-Estrela:

$$I_{sp} = \frac{1}{g} \sqrt{\frac{2kT_o}{k-1} \left(\frac{R'}{M}\right) \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_o}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} \quad (11.7)$$

Onde  $k$  é considerado como a média do CP/CV para as condições na câmara e exaustão, e  $M$  como a média da massa molecular efetiva para as condições na câmara e exaustão.

- O **expoente isentrópico** é o mesmo que  $k$  ou CP/CV para um gás perfeito tal que  $PV^k =$  constante ( $P =$  pressão;  $V =$  volume). Como o gás não é perfeito, os valores de IS EX e CP/CV não são iguais.
- **$T^*$  e  $P^*$**  são os chamados valores *críticos* da temperatura e pressão do escoamento onde a velocidade do escoamento é Mach um, isto é, na garganta. Eles podem ser calculados com as Equações 5.7 e 5.9 do Capítulo 5 Teoria de Tubeira. As unidades são Kelvin e atmosferas, respectivamente.

$$T^* = \frac{T_o}{1 + \frac{k-1}{2}} \quad (11.8)$$

$$P^* = \frac{P_o}{\left(1 + \frac{k-1}{2}\right)^{\frac{k}{k-1}}} \quad (11.9)$$

- **$C^*$**  é a Velocidade de Exaustão Característica (*c-estrela*), com unidades de pés/segundo. Este parâmetro pode ser considerado uma figura de mérito termoquímica para um propelente particular, e é dado pela Equação 7.3 do Capítulo 7 Impulso e C-Estrela:

$$c^* = \sqrt{\frac{T_o R' / M}{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \quad (11.10)$$

- **ISP\*** é o impulso no vácuo que seria obtido por uma tubeira sônica funcionando em um motor aspirando ar, e, portanto pode ser ignorado.
- **OPT-EX**, a Razão de Expansão Ótima ( $A_e/A_t$ ) é um parâmetro importante no projeto de tubeira. Este valor define a razão entre a área de saída da tubeira e a área da garganta, e assim, dimensiona o diâmetro de saída do cone divergente, onde:

$$D_e = D_t \sqrt{\frac{A_e}{A_t}} \quad (11.11)$$

Esta razão [OPT-EX] pode ser determinada com a Equação 5.17 do Capítulo 5 Teoria de Tubeira:

$$\frac{A_e}{A^*} = \frac{1}{\left( \frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}} \left( \frac{P_e}{P_o} \right)^{\frac{1}{k}} \sqrt{\left( \frac{k+1}{k-1} \right) \left[ 1 - \left( \frac{P_e}{P_o} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}} \quad (11.12)$$

Onde  $k$  é o valor de CP/CV para as condições de exaustão.

- O Impulso Específico de Densidade (**D-ISP**) é um parâmetro interessante. Ele é definido como o produto do impulso específico pela gravidade específica do propelente, ou

$$I_d = I_{sp} \delta_p \quad (11.13)$$

Onde a gravidade específica é numericamente igual à massa específica, em  $\text{g/cm}^3$ . Um valor alto de  $I_{sp}$  de densidade seria importante para projetos de motores compactos, onde o volume é difícil de obter.

- **A\*M** (“A-estrela M”) é a razão entre a área da garganta da tubeira e o fluxo de massa expresso como polegada<sup>2</sup>-segundo/libra. I realmente não sei o que isto significa e para que usar ...!
- **EX-T** é a temperatura (Kelvin) no plano de saída da tubeira e pode ser determinada com a Equação 11.5.

## 11.5 Comparação das Equações de Desempenho com o GUIPEP

A Tabela 11.1 mostra uma comparação interessante entre os resultados apresentados pelo GUIPEP e os mesmos resultados calculados pelo uso das equações de desempenho apresentadas neste capítulo, que são consideradas “aproximadas”. Apesar disso, os resultados estão em concordância muito próxima.

## 11.6 Limitações do GUIPEP

Em alguma medida, a acurácia dos resultados é dependente do arquivo JANNAF.DAT que contém dados do calor de formação das espécies nas reações usadas pelo solucionador. A lista das espécies é limitada no escopo, e para combinações incomuns de propelentes, os produtos reais da reação podem não estar presentes na lista. O resultado é uma falha do solucionador, ou resultados errados. Um bom exemplo é o propelente Zinco-Enxofre, para o qual o GUIPEP não fornece qualquer solução. A razão disso é que o produto principal da combustão, sulfato de zinco, não está presente na lista de espécies de reação.

**Tabela 11.1 Comparação das equações de desempenho com o GUIPEP.**

| Parâmetro                     |           | Equação | Calculado | GUIPEP | Unidade |
|-------------------------------|-----------|---------|-----------|--------|---------|
| Velocidade característica     | $c^*$     | 11.10   | 2966      | 2968   | pés/s   |
| Impulso específico            | $I_{sp}$  | 11.7    | 151,1     | 151,6  | s       |
| Razão de expansão ótima       | $A_e/A_t$ | 11.12   | 10,22     | 10,22  | adim.   |
| Temperatura crítica           | $T^*$     | 11.8    | 1629      | 1625   | K       |
| Pressão crítica               | $P^*$     | 11.9    | 39,38     | 39,31  | atm     |
| Temperatura no plano de saída | $T_e$     | 11.5    | 1058      | 1057   | K       |

Como mencionado na introdução, a *taxa de queima* do propelente não é avaliado pelo GUIPEP, não há qualquer indicação fornecida como ou se o preparo de um propelente particular será *auto consumível*. Embora é óbvio que este tipo de avaliação está além do escopo ou pretensão do GUIPEP, isto de fato deve ser mantido em mente quando se avaliar um propelente. Os propelentes a base de nitrato de amônia são um bom exemplo. Embora o GUIPEP tipicamente apresente números intensos de desempenho, na realidade, a taxa de queima é geralmente tão baixa que o propelente se auto-extingue. Também, a adição de metais tais como alumínio melhora significativamente o desempenho para muitos propelentes, de acordo com os resultados do GUIPEP. Isto geralmente não é o caso na realidade, onde muitos dos metais ficam sem queimar exceto se a temperatura de reação do propelente é muito alta e o tamanho das partículas de metal é muito fina. Limitações físicas também podem anular um propelente potencialmente promissor. O carregamento de sólidos pesados frequentemente é predito melhorar o desempenho, mas na prática, é geralmente difícil obter devido às limitações de adesão dos aglomerantes.

Outra limitação, ou defeito, se relaciona à predição do desempenho de propelentes com percentagem significativa de partículas na fase condensada na exaustão (escoamento bifásico). O valor de CP/CV e o expoente isentrópico usado pelo solucionador do GUIPEP para determinar todos os parâmetros de desempenho são calculados para uma *mistura* gás-partícula, como mostrado na Equação 9.2 do Capítulo 9 Escoamento Bifásico. Contudo, para o escoamento através da tubeira, um expoente isentrópico modificado deve ser usado, como dado pela Equação 9.3. Para propelentes com uma fração mínima de fase condensada (digo, < 10%), o efeito global é provavelmente desprezível. Mas para um propelente como o KN-Açúcar, onde a fração de fase condensada é muito alta (44%), o efeito líquido é mais significativo. Como um exemplo, o valor na câmara do expoente isentrópico como calculado pela Equação 9.3 é  $k = 1,04$ , enquanto que o valor dado pela Equação 9.2 e GUIPEP é  $k = 1,13$ . A diferença no Impulso Específico Ideal é  $I_{sp} = 166$  s versus  $I_{sp} = 153$  s, respectivamente.

# ***Web site de foguetaria experimental de Richard Nakka***

## **Teoria de motor-foguete sólido**

Tradução: Carlos Henrique Marchi

Revisão: Gustavo Cirelli Santos

### **Notas do Tradutor**

*Rocketry* -> foguetaria: ciência ou prática de propulsão de foguetes; associado a este termo, tem-se fogueteiro (*rocketeer*): especialista ou entusiasta de foguetes.

Tentei ser o mais fiel possível na tradução mas às vezes houve uma certa adaptação.

Mantive os negritos de acordo com o original, no meio do texto.

Mantive os itálicos de acordo com o original, no meio do texto.

*Software, program* -> aplicativo computacional ou aplicativo.

Devido ao uso disseminado no Brasil, foram mantidos alguns termos em inglês, como *Web Site, Web Page*.

Foram numerados os capítulos e incluído um sumário; isso não existe na versão original em inglês, mas já foi usado na tradução para o espanhol.

*Core* -> alma.

*Casing* -> estrutura.

*Web* -> camada.

Alguns símbolos foram adaptados para manter coerência entre partes diferentes do texto.

Todos os símbolos foram grafados em itálico, para distinguir mais facilmente do texto.

As equações foram numeradas.

*Links* foram deixados em vermelho, por ora, sem *link* ativo.

Para não alterar as figuras originais, foram incluídas as traduções ao lado de cada figura.

Colchetes [ ] são usados para exprimir notas do tradutor no meio do texto.