

MAYKEL ALEXANDRE HOBMEIR

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA EM TROCADORES DE
CALOR DE TUBOS CIRCULARES E ELÍPTICOS**

Relatório II do Trabalho de Graduação,
orientado pelo Prof. Dr. Carlos Henrique
Marchi, referente ao segundo semestre de
2003.

**Curitiba
2004**

SIMULAÇÃO NUMÉRICA EM TROCADORES DE CALOR DE TUBOS CIRCULARES E ELÍPTICOS

Nome do Aluno:	Maykel Alexandre Hobmeir
Nome do Orientador:	Prof. Dr. Carlos Henrique Marchi
Departamento:	Engenharia Mecânica
Setor:	Tecnologia

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS.....	ii
LISTA DE TABELAS.....	iii
LISTA DE GRÁFICOS.....	iv
RESUMO.....	v
1. INTRODUÇÃO.....	6
1.1. MOTIVAÇÃO.....	6
1.2. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E OBJETIVOS.....	7
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	7
3. METODOLOGIA E PLANO DE TRABALHO.....	9
4. CRONOGRAMA DAS ATIVIDADES.....	11
5. SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO ENTRE PLACAS PLANAS E PARALELAS (VERIFICAÇÃO).....	12
6. PROBLEMA FÍSICO.....	19
7. MODELAMENTO MATEMÁTICO.....	22
7.1. EQUAÇÕES GOVERNANTES.....	23
8. METODOLOGIA E PARÂMETROS EMPREGADOS.....	25
9. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	30
10. CONCLUSÃO.....	37
11. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	38

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Ilustração da malha mista obtida.....	15
Figura 2 - Representação das condições de contornos do problema de placas planas, por motivos de visualização se encontra fora de escala.	16
Figura 3 - Modelo físico com tubos circulares dispostos de maneira triangular eqüilateral ($S/D=1$).....	20
Figura 4 - Modelo físico com tubos elípticos ($e=0.65$) dispostos de maneira triangular eqüilateral ($S/2b=1$).	20
Figura 5 - Canal elementar com 4 tubos elípticos.	21
Figura 6 - Superfície de troca de calor.....	21
Figura 7 - Condições de contorno	24
Figura 8 - Malha grosseira obtida para o arranjo de tubos circulares com $S/D=1$, a malha apresenta 106.276 elementos e 29.693 nós.	27
Figura 9 - Malha refinada obtida para o arranjo de tubos circulares com $S/D=1$, a malha apresenta 233.580 elementos e 57.374 nós.	28
Figura 10 - Malha obtida para um arranjo de tubos elípticos com $e=0.8$ e $S/2b=1$, a malha apresenta 319.267 elementos e 83.059 nós.....	28
Figura 11 - Malha obtida para um arranjo de tubos elípticos com $e=0.65$ e $S/2b=1$, a malha apresenta 331.228 elementos e 85.325 nós.....	29
Figura 12 - Temperatura ao longo do domínio computacional, os tubos circulares estão espaçados de maneira triangular eqüilateral com $S/D=1$	36
Figura 13 - Temperatura ao longo do domínio computacional, os tubos circulares estão espaçados de maneira triangular eqüilateral com $S/D=0.2$	36
Figura 14 - Temperatura ao longo do domínio computacional, os tubos elípticos ($e=0.65$) estão espaçados de maneira que $S/2b=1$	37

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros do Inflation para o caso de placas planas	15
Tabela 2 - Número de nós e elementos da malha não estruturada para o caso de placas planas.....	16
Tabela 3 - Propriedades do ar atmosférico adotadas para a simulação numérica das placas planas.	17
Tabela 4 - Parâmetros do Solver para o caso de placas planas.	17
Tabela 5 - Comparação entre as diferentes simulações utilizando a velocidade máxima encontrada analiticamente, para o caso de placas planas.	18
Tabela 6 - Propriedades do ar atmosférico a 25°C.....	22
Tabela 7 - Parametros do controle de malha empregados em cada malha.	26
Tabela 8 - Parâmetros adotados para o inflation.....	27
Tabela 9 - Parâmetros do Solver adotados.	29

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Perfil de velocidades plenamente desenvolvido, determinado analiticamente.	14
Gráfico 2 - Comparação entre os resultados numéricos e o encontrado analiticamente para o caso de placas planas.	18
Gráfico 3 - Resultado numérico para diferentes esquemas de discretização dos termos advectivos, para trocador de calor de tubos circulares com arranjo triangular eqüilateral ($Re_D=50$).	31
Gráfico 4 - Comparação dos resultado numérico para trocadores de calor de tubos circulares com arranjo triangular eqüilateral ($Re_D=50$).....	31
Gráfico 5 - Resultado numérico para trocadores de calor de tubos circulares com arranjo triangular eqüilateral ($Re_D = 100$).....	32
Gráfico 6 - Resultado para trocadores de calor de tubos elípticos com excentricidade de 0.8 ($Re_{2b}=50$).	32
Gráfico 7 - Resultado para trocadores de calor de tubos elípticos com excentricidade de 0.8 ($Re_{2b}=100$).	33
Gráfico 8 - Resultado para trocadores de calor de tubos elípticos com excentricidade de 0.65 ($Re_{2b}=50$).	33
Gráfico 9 - Resultado para trocadores de calor de tubos elípticos com excentricidade de 0.65 ($Re_{2b}=100$).	34

RESUMO

Devido à necessidade atual por equipamentos cada vez mais eficientes e relativamente de baixo custo, a engenharia se depara com o dilema de obter bons resultados com pequenos investimentos. Desta maneira surge a necessidade do emprego das simulações numéricas, sendo estas de custo relativamente menores comparando-se com processos convencionais, tais como a análise experimental onde se vê a necessidade da confecção de vários protótipos, sendo estes em muitos casos de custo elevado. Através das simulações numéricas podem ser levantados fatores globais do projeto ou até mesmo obter dados impossíveis de serem medidos experimentalmente ou determinados analiticamente. Dentro deste enfoque este trabalho irá simular numericamente o escoamento em trocadores de calor de tubos circulares e elípticos não aletados. Utilizaremos como ferramenta de simulação o software CFX-5, o qual trabalha com conceitos da dinâmica dos fluidos computacional (CFD), tornando-se assim uma excelente opção para simular escoamentos com troca de calor envolvida. A escolha de simular o escoamento em trocadores de calor deu-se pela sua ampla utilização nas indústrias de processos, em componentes eletrônicos, sistemas de ar condicionado, etc. Tornando-se assim um equipamento interessantíssimo de ser estudado e otimizado. Simularam-se neste trabalho alguns casos de espaçamento entre tubos, a fim de se observar o comportamento da transferência de calor. Outro fator observado foi a alteração na transferência de calor gerada pela variação da excentricidade. Conclui-se neste trabalho que a transferência de calor em trocadores de tubos elípticos é maior quando comparada ao uso de tubos circulares. A maior transferência de calor encontrada foi quando a excentricidade era de 0.65, sendo esta a maior excentricidade simulada neste trabalho.

1. INTRODUÇÃO

1.1. MOTIVAÇÃO

Temos assistido atualmente através dos meios de comunicação, no nosso ambiente de trabalho ou até mesmo em nossas casas uma constante busca em desempenhar tarefas ou trabalhos, seja eles quais forem, de maneira rápida, eficiente e sem dúvida com qualidade. Isso caracteriza o aparecimento da otimização como fator decisivo no desenvolvimento de qualquer produto ou serviço, tendo em vista a crescente necessidade atual de minimização de custos.

Através desta procura por processos ou produtos mais eficientes, o homem, mais especificamente os engenheiros necessitam de ferramentas mais poderosas para projetar e avaliar prováveis soluções, em muitos casos antes mesmo da sua construção. Entretanto, sabemos que muitos problemas vivenciados por engenheiros não podem ser completamente representados por equações analíticas, então surge a necessidade de simplificações e considerações que levam a resultados aproximados, porém satisfatórios. Contudo em casos mais complexos esta tática se torna muito imprecisa, não satisfatória ou até mesmo impossível.

Surge então a necessidade da utilização de métodos numéricos, comumente desempenhados por pacotes comerciais ou mesmo por códigos abertos. Estes resolvem o problema de forma aproximada, permitindo obter informações mais detalhadas e compreensíveis, com tempo de projeto reduzido, além de possibilitar a simulação de situações impossíveis de serem obtidas de forma experimental, sem se quer ter a necessidade de construir um protótipo.

Dentro deste âmbito este trabalho busca através de um método numérico apropriado realizar a simulação do escoamento de um fluido em um trocador de calor inicialmente de tubos circulares e posteriormente de tubos elípticos. Utilizaremos o trocador de calor, pois se trata de um equipamento

muito utilizado em processos químicos ou até mesmo em componentes mecânicos, elétricos e eletrônicos. Observa-se que a utilização de um método numérico no projeto de um trocador de calor é de grande valia, pois através disso pode-se minimizar seu tamanho, maximizar sua troca de calor ou eficiência, fatores importantíssimos para se obter um produto com grandes vantagens competitivas.

1.2. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA E OBJETIVOS

Este trabalho tem por objetivo utilizar o pacote numérico do software CFX-5 para simular o escoamento em trocadores de calor de tubos circulares e elípticos não aletados. Empregaremos o CFX-5, pois se trata de um programa de CFD (Computational Fluid Dynamics) completo, onde é possível gerar geometrias, malhas e análises por meio da técnica de volumes finitos. Outro fator decisivo na escolha do software é sua ampla utilização em instituições de engenharia, caracterizando assim uma excelente confiabilidade.

A dinâmica dos fluidos computacional (CFD) é uma ferramenta baseada em computação para simular o comportamento de sistemas envolvendo escoamento de fluido, transferência de calor e outros processos físicos relacionados, tornando assim uma excelente alternativa para as simulações proposta neste trabalho.

Enfocaremos neste estudo a simulação numérica do escoamento bidimensional (2D), completamente desenvolvido, regime permanente, escoamento laminar e incompressível, propriedades constantes do fluido.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O estudo dos trocadores de calor já vem há muito tempo despertando interesse de inúmeros estudiosos desta área, pois se trata de um equipamento largamente utilizado desde a revolução industrial. Boa parte das pesquisas realizadas visou à obtenção de fatores dimensionais otimizados

assim como perfis mais eficientes com relação à transferência de calor. Estudos de Bar-Cohen e Rohsenow [1], Bejan [2], Kim et al. [3] e Anand et al. [4], para convecção natural e de Knight et al. [5],[6], Bejan e Morega [7], Hirata et al. [8]; Nakayama et al. [9], Matsushima et al. [10], Bejan e Sciubba [11] para convecção forçada, reportaram espaçamentos ótimos entre os componentes de um equipamento de volume fixo para várias geometrias, visando à máxima condução térmica entre o equipamento e o fluido refrigerante. Shepherd [12] analisou tubos circulares com uma fileira e trocadores de calor com aletas determinando o coeficiente global de transferência de calor como uma função do número de Reynolds, presumindo aletas isotérmicas.

A primeira pesquisa comparando arranjos de tubos elípticos e circulares para transferência de calor e perda de carga, foi realizada por Brauer [13], sendo esta concluída puramente com resultados experimentais. Schulemberg [14] analisou o potencial de aplicação de tubos elípticos em trocadores de calor na indústria, apresentando resultados também experimentais. Saboya [15] obteve experimentalmente os coeficientes de transferência de calor locais para trocadores de calor de uma e duas fileiras de tubos circulares aletados. Posteriormente Saboya e Sparrow [16] estenderam o estudo para trocadores de calor de tubos circulares de três fileiras. Já Ximenes [17] através de resultados experimentais avaliou trocadores de calor de uma e duas fileiras de tubos elípticos aletados. Neste estudo observa-se que a queda do coeficiente de transferência de massa foi menos acentuada atrás dos tubos comparando-se com a configuração de tubos circulares.

Bordalo e Saboya [18] relataram medições da perda de carga comparando arranjos com configurações de uma, duas e três fileiras. Concluíram que a configuração de tubos elípticos tem melhor performance comparando-se com tubos circulares. Stanescu et al. [19] determinaram o espaçamento ótimo de tubos circulares em escoamento livre e convecção forçada, e Bejan et al. [20] desenvolveu estudos similares em convecção natural. Rocha et al. [21] estudaram trocadores de calor de tubos elípticos aletados para configurações de uma e duas fileiras de tubos, compararam os resultados de eficiência com trocadores de calor que utilizavam tubos

circulares. Obtiveram ganhos de 18% para transferência de calor e de até 25% para perda de carga para a configuração de tubos elípticos.

Outro estudo similar foi realizado por Matos et al. [22], onde foi analisada a transferência de calor em trocadores de calor de tubos circulares e elípticos, em duas dimensões. Utilizou-se o método de elementos finitos para obter a otimização numérica da geometria, visando maximizar a taxa total de transferência de calor. Concluiu-se neste estudo que o ganho relativo na transferência de calor pode chegar até 13% no arranjo de tubos elípticos ótimo, comparando-se com arranjo de tubos circulares ótimo.

Neste trabalho utilizaremos o método de volumes finitos, através do software CFX-5, para simular numericamente o escoamento em trocadores de calor de tubos circulares e elípticos, o qual será de grande valia para verificar estudos anteriores.

3. METODOLOGIA E PLANO DE TRABALHO

Tendo em vista a utilização do software CFX-5 para a simulação numérica, inicialmente deve-se aprender a metodologia de geração de geometrias e malhas do programa, assim como verificar a maneira mais correta de entrar com condições de contornos, parâmetros do fluido e do solver. Desta maneira vamos gradativamente amadurecendo os conhecimentos e experiências relativas ao software. Em um segundo momento desenvolver simulações simples sem troca de calor, como o caso do escoamento em placas planas e paralelas, com intuito verificar resultados analíticos já conhecidos e se adaptar com o método de aquisição e representação dos resultados encontrados pelo software. Posteriormente estender as análises para condições de troca de calor no escoamento.

Após esta etapa, enfocando agora o objetivo do trabalho, desenvolver a geometria apropriada para simular o escoamento no trocador de calor de tubos circulares, bem como determinar fatores geométricos. Essa geometria poderá ser desenvolvida tanto em softwares CAD como o Inventor ou Mechanical Desktop, ambos da Autodesk, desde que ocorra uma posterior

importação para o CFX-5, quanto no próprio ambiente do Build do CFX-5. De forma tão importante quanto modelar fisicamente o problema vem a geração da malha apropriada, seja esta estruturada ou não, no qual devem ser observados cuidadosamente o nível de refinamento e fatores de controle da malha. Já no caso de emprego de malha não estruturada os parâmetros do "inflation" devem ser cuidadosamente avaliados. Inicialmente trabalharemos com malhas mais grosseiras, mas medida da necessidade de maiores aproximações, utilizaremos o recurso de refinar a malha e/ou utilizar volumes inflados nas fronteiras mais interessantes. Tendo em vista a elaboração final da geometria e malha do problema, partiremos para a determinação das condições de contorno de maneira correta e confiável. Definidas as condições de contornos avaliar e determinar fatores do solver do programa, tais como erro residual máximo e número de interações, etc, visando uma simulação otimizada tanto na questão do tempo de simulação quanto nos benefícios inerentes a esta.

Partindo para a simulação numérica propriamente dita, obter resultados puramente fluidodinâmicos, tais como perda de carga e distribuição de velocidades. Posteriormente entender a simulação para condições de troca de calor devidamente especificadas nas condições de contorno, comparando os resultados obtidos com dados oferecidos pela literatura.

Continuando o estudo, simular da mesma maneira citada anteriormente para trocadores de calor de tubos circulares, a configuração empregando-se tubos elípticos, sendo essa intuitivamente mais trabalhosa, devido à necessidade da geração da geometria, Porém em virtude da posterior comparação com as configurações se torna mais interessante.

Finalmente promover o confronto entre os resultados das simulações numéricas aqui realizadas como estudos já relatados, e observar as vantagens econômicas entre trocadores de tubos circulares e elípticos.

4. CRONOGRAMA DAS ATIVIDADES

1. Primeiros contatos com o software CFX-5;
 - Realizado no período de 22 de abril a 9 maio de 2003.
2. Estudo da documentação do software CFX-5 tais como tutoriais, lectures e ajudas. Visando avaliar todo potencial do programa e permitir a aprendizagem de toda a metodologia inerente ao modelamento de um problema.
 - Realizado no período de 12 de maio a 18 junho de 2003.
3. Elaborar simulações simples utilizando malhas estruturadas e não estruturadas, para verificação do andamento do aprendizado e acostumar-se com a maneira de saída dos resultados encontrados pelo programa.
 - Realizado no período de 23 de junho a 1 agosto de 2003.
4. Modelar adequadamente a geometria do trocador de calor de tubos circulares e inferir ao modelo geométrico malhamento, neste primeiro momento utilizar malha grosseira.
 - Realizado no período de 15 á 26 de setembro de 2003.
5. Estabelecer no modelo das condições de contornos e propriedades do fluido e estrutura, assim como os parâmetros do solver. Encontrar a solução numérica nesta primeira aproximação. Avaliar os resultados obtidos e possíveis erros, se houver corrigi-los.
 - Realizado no período de 29 de setembro a 10 de outubro de 2003.
6. Refinar a malha inicial e/ou utilizar o recurso de "inflation" no malhamento. Obter os resultados e comparar com os anteriores e com situações já estudadas. Avaliar a possibilidade de melhoramentos na malha, levando em consideração tempo e benefício. Se houver necessidade de melhoramento na malha fazê-lo e avaliar os resultados obtidos.
 - Realizado no período de 13 á 17 de outubro de 2003.

7. Modelar adequadamente a geometria do trocador de calor de tubos elípticos e inferir ao modelo geométrico malhamento, nesta etapa utilizar malha grosseira.
 - Realizado no período de 20 a 31 de outubro de 2003.
8. Estabelecer no modelo as condições de contorno e propriedades do fluido e estrutura, assim como os parâmetros do solver. Encontrar a solução numérica nesta primeira aproximação. Avaliar os resultados obtidos e possíveis erros, se houver corrigi-los.
 - Realizado no período de 3 a 21 de novembro de 2003.
9. Refinar a malha inicial e/ou utilizar o recurso de "inflation" no malhamento. Obter os resultados e comparar com os anteriores e com situações já estudadas. Avaliar a possibilidade de melhoramentos na malha, levando em consideração tempo e benefício. Se houver necessidade de melhoramento na malha, fazê-lo e avaliar os resultados obtidos.
 - Realizado no período de 24 de novembro á 5 de dezembro de 2003.
10. Comparação final dos resultados globais do trabalho.
 - Realizado no período de 8 de dezembro á 6 de fevereiro de 2003.

5. SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO ENTRE PLACAS PLANAS E PARALELAS (VERIFICAÇÃO)

Neste tópico realizaremos uma simulação numérica simples mas didática, com o intuito de verificar soluções analíticas utilizando o software CFX-5. Utilizaremos como estudo a configuração de escoamento laminar entre duas placas planas e paralelas.

Inicialmente podemos estimar o comprimento de entrada através da equação (50) exposta no capítulo 4 da referência [24], sendo esta dada por.

$$\frac{L}{D} \cong 0,0065 \text{Re}_D \quad (1)$$

Onde:

L = comprimento de entrada (m);

D = Distância entre as placas planas paralelas (m)

Re_D = Número de Reynolds baseado na distância entre as placas.

O número de Reynolds baseado na distância entre as placas é dado pela relação a seguir.

$$Re_D = \frac{\bar{V}D}{\nu} \quad (2)$$

Onde:

\bar{V} = Velocidade média (m/s);

ν = Viscosidade cinemática do fluido (m^2/s);

Adotando os seguintes dados para as placas planas e utilizando o ar como fluido de trabalho tem-se:

- Distância entre as placas: $D = 0.01 \text{ mm}$
- Largura das placas: $W = 0,001 \text{ mm}$
- Velocidade média: $\bar{V} = 10 \text{ m/s}$
- Viscosidade Cinemática do Ar: $\nu = 1,545 \times 10^{-5} m^2 / s$

Substituindo estes dados nas equações 1 e 2 pode-se encontrar que:

$$Re_D = 6.471876$$

$$L = 4.206720 \times 10^{-4} \text{ mm}$$

Pode-se observar através do tópico relativo a escoamentos laminares em [23] que se trata de um escoamento laminar pois o número de Reynolds é bem menor que $Re_{D_{crítico}} \cong 1400$.

O perfil de velocidades na direção u para o escoamento completamente desenvolvido é determinado analiticamente através da seguinte equação, obtida pelas equações (8.5) e (8.6d) apresentadas na referência [23].

$$u = 6\bar{V} \left[\left(\frac{Y}{D} \right) - \left(\frac{Y}{D} \right)^2 \right] \quad (3)$$

Substituindo os valores na equação 3 pode-se chegar ao seguinte gráfico.

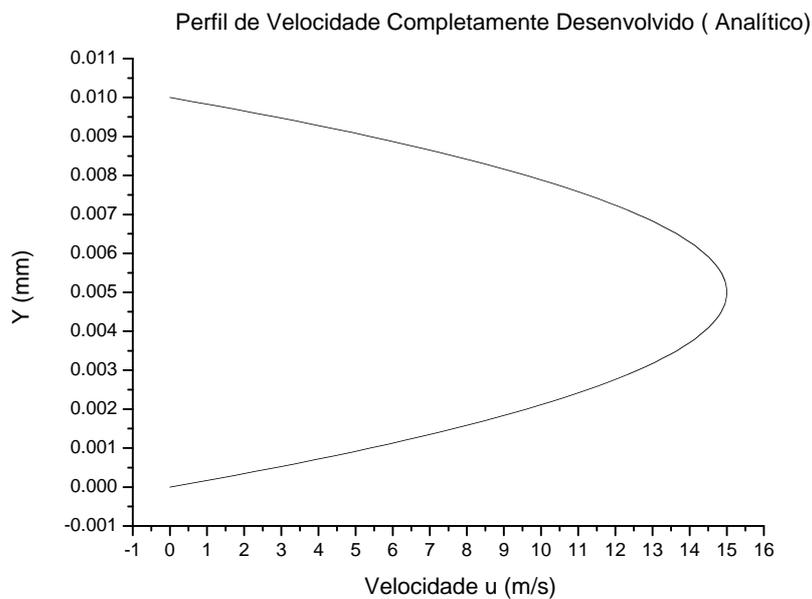


Gráfico 1 - Perfil de velocidades plenamente desenvolvido, determinado analiticamente.

A velocidade u máxima pode ser dada analiticamente pela equação (8.6e), exposta na referência [23].

$$u_{\max} = \frac{3}{2} \bar{V} \quad (4)$$

Através da equação 4 ou até mesmo por meio do gráfico chega-se que $u_{\max} = 15 \text{ m/s}$.

Voltando-se agora a simulação numérica, utilizando o CFX-Build foi construído um paralelepípedo representando o domínio das placas planas, sendo este de comprimento 0.1 mm (dez vezes à distância entre as placas), largura de 0,001 mm e altura de 0,01 mm. Observa-se que o comprimento das placas definido é muito maior que o comprimento da região de entrada previamente calculado, garantindo assim escoamento completamente desenvolvido na região de análise.

Utilizou-se malha mista com elementos tetraédricos, prismáticos e piramidais, onde localizamos o "inflation" nas regiões de contato do fluido com as placas. Os parâmetros do "inflation" estão mostrados na tabela 1. Com relação a parâmetros da malha limitamos o comprimento das arestas do volume em 0,001 mm.

Parâmetro do Inflation	Valor
Nº of Layers	5
Geometric Expansion Factor	1,3
Inflation Thickness Multiplier	1,0
Maximum Thickness	0.001

Tabela 1 - Parâmetros do Inflation para o caso de placas planas.

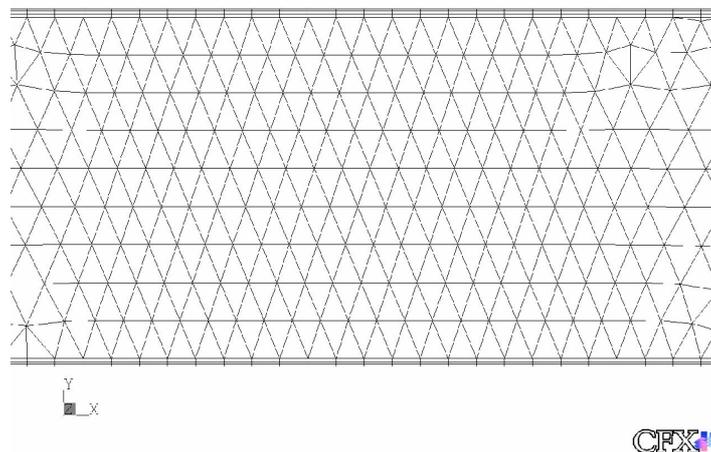


Figura 1 - Ilustração da malha mista obtida.

Número de nós	4.135
Número de elementos	8.332

Tabela 2 - Número de nós e elementos da malha não estruturada para o caso de placas planas.

Após a construção da geometria e malha, no CFX-Pre foram especificadas as condições de contornos do problema. Como pode ser observado na figura 2. Nota-se que a condição de contorno utilizada nas paredes laterais foi a de simetria, proporcionando assim a configuração de placas planas de largura infinita. A condição de entrada do fluido nas placas foi de “inlet” definida pela velocidade normal na face sendo de 10 m/s. A condição das placas superior e inferior foram de parede sem deslizamento. Já a região de saída de fluido foi definida como aberta com pressão atmosférica. Utilizou-se como fluido o ar atmosférico, propriedades apresentadas na tabela 3. Como a simulação é simples os parâmetros do solver foram deixados no default, como mostrados na tabela 4.

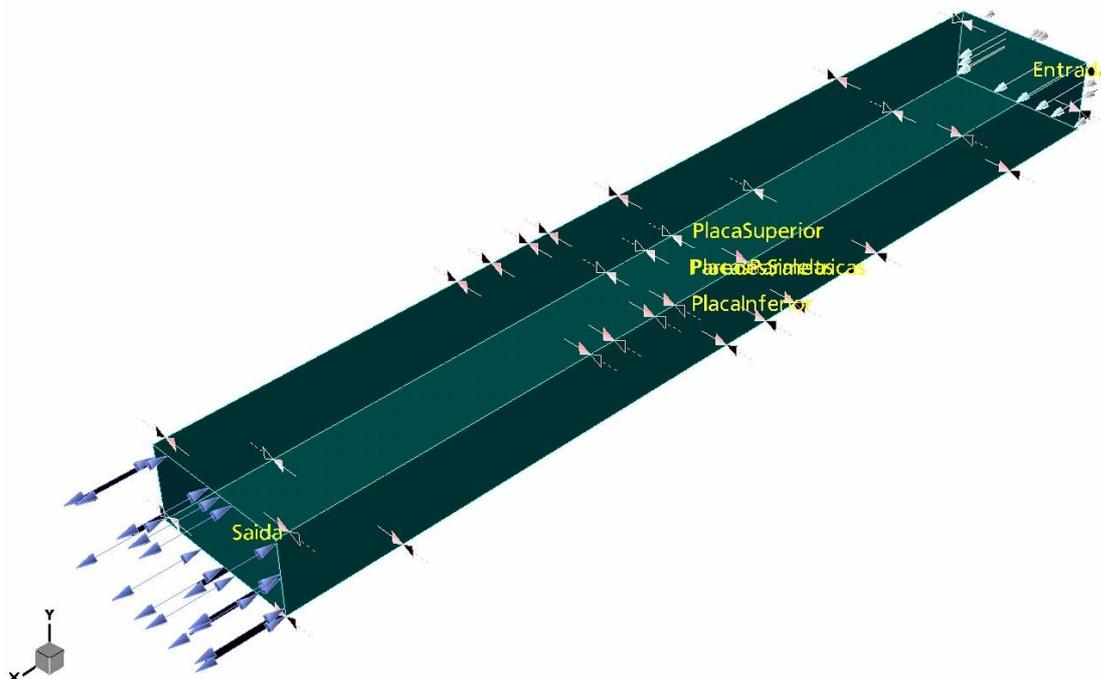


Figura 2 - Representação das condições de contornos do problema de placas planas, por motivos de visualização se encontra fora de escala.

Propriedade do Ar	Valor
Viscosidade cinemática	$1,5545147 \times 10^{-5} m^2 / s$
Massa específica	$1,186 kg/m^3$

Tabela 3 - Propriedades do ar atmosférico adotadas para a simulação numérica das placas planas.

Parâmetro do Solver	Valor
Timescale Control	Auto Timescale
Max. Iterations	100
Residual Target	10^{-4}

Tabela 4 - Parâmetros do Solver para o caso de placas planas.

Entretanto, com o intuito de uma posterior comparação entre os diferentes esquemas de discretização dos termos advectivos, realizaremos três simulação variando apenas o esquema de discretização dos termos advectivos. Será empregado no CFX os três seguintes esquemas Upwind, High Resolution e Specified Blend Factor sendo este último especificado como 1.

A seguir seguem os resultados obtidos nas simulações numéricas utilizando a malha mista. Observa-se que o perfil completamente desenvolvido foi avaliado no meio do comprimento adotado, ou seja, $x = 0,05$ mm.

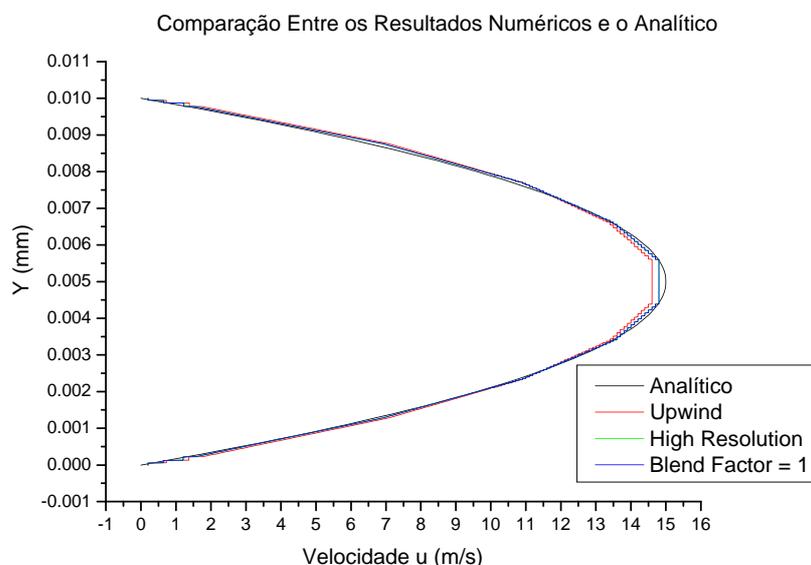


Gráfico 2 - Comparação entre os resultados numéricos e o encontrado analiticamente para o caso de placas planas.

Observa-se através do gráfico 2 que a solução numérica obtida utilizando o esquema High Resolution e Specified Blend Factor igual a 1 foram praticamente a mesma. Como era de se esperar a solução obtida pelo esquema Upwind foi a que mais se afastou da solução analítica. A velocidade máxima encontrada em cada simulação assim como os erros em relação à solução analítica estão apresentados na tabela 5.

Esquema de discretização dos termos advectivos	Velocidade Máxima (m/s) (em $y = 0,005$ mm)	Erro em relação à solução analítica (%)
Upwind	14,617539	2,549740
High Resolution	14,800241	1,331727
Specified Blend Factor	14,815100	1,232667

Tabela 5 - Comparação entre as diferentes simulações utilizando a velocidade máxima encontrada analiticamente, para o caso de placas planas.

Há de se perceber que a malha adotada é relativamente grosseira na direção Y, poderíamos diminuir o erro refinando a malha nesta direção. Entretanto como o erro já é relativamente baixo pode-se concluir que o resultado é satisfatório.

6. PROBLEMA FÍSICO

Como já abordado anteriormente este trabalho tem como objetivo simular através do software CFX-5 o escoamento e a transferência de calor em trocadores de calor de tubos circulares e elípticos não aletados. Trataremos então o problema físico tal como exposto por Matos et al. [22]. O modelo físico consiste num conjunto de 12 tubos elípticos ou circulares, dentro do qual circula um fluido. Os tubos estão dispostos em um volume preestabelecido, sendo L o comprimento na direção do fluxo, a altura H perpendicular à direção do fluxo e dos tubos, e a largura W perpendicular à direção do fluxo e paralela aos tubos, tal como ilustrado nas figuras 3 e 4. Todos os tubos do arranjo são idênticos, onde cada tubo elíptico é dimensionado pelos semi-eixos maior, a , e menor, b , sendo o comprimento do tubo igual à largura W do modelo geométrico. Já os tubos circulares são caracterizados dimensionalmente pelo diâmetro D .

A disposição dos tubos no volume do trocador de calor (LHW) é a triangular equilátera, observada na figura 3. Os tubos estão na condição de paralelismo. Adotou-se que as componentes da velocidade, u e v , estão alinhadas com os eixos, X e Y , respectivamente.

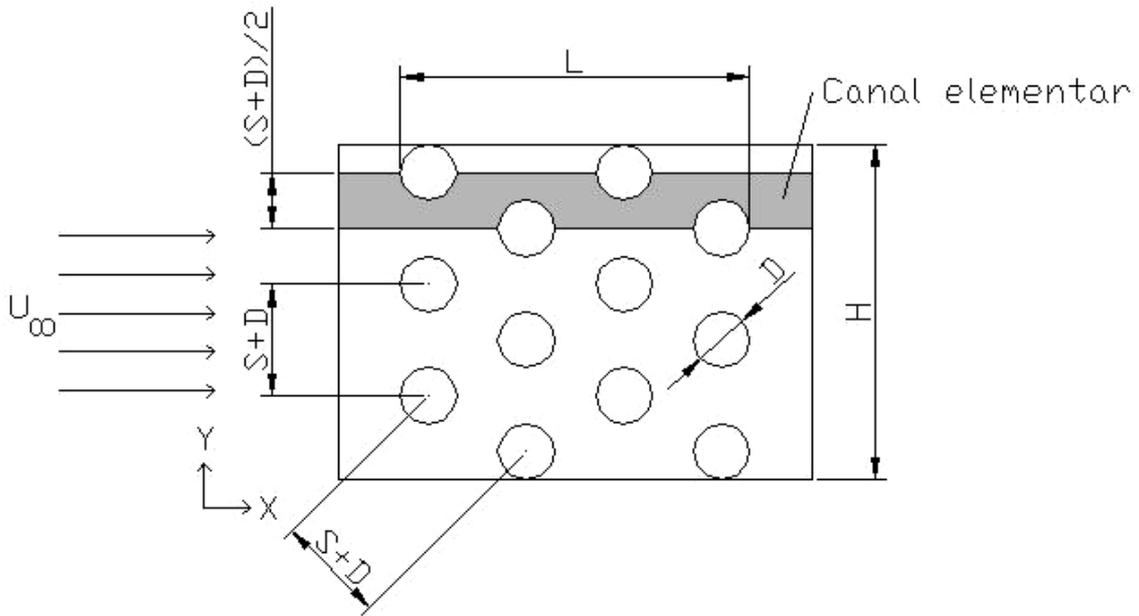


Figura 3 - Modelo físico com tubos circulares dispostos de maneira triangular equilateral ($S/D=1$).

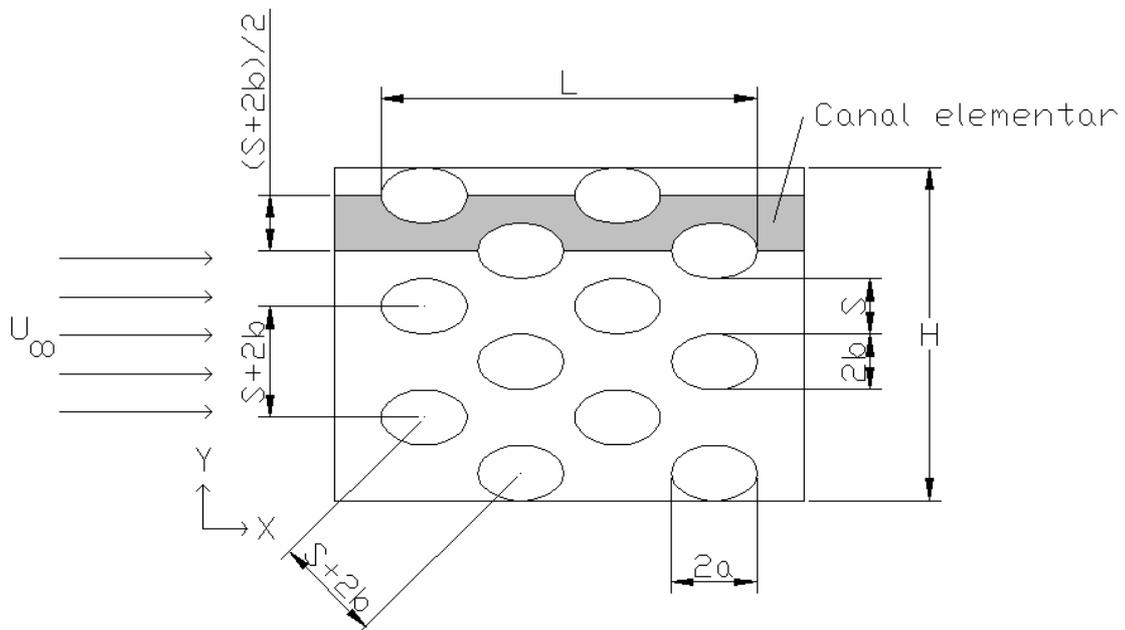


Figura 4 - Modelo físico com tubos elípticos ($e=0.65$) dispostos de maneira triangular equilateral ($S/2b=1$).

Devido à simetria observada no modelo geométrico figura 3, achou-se conveniente adotarmos como o domínio computacional um canal elementar, observado na figura 5. Este canal elementar tem seu comprimento definido

como $4L$, sendo acrescido de um comprimento L na entrada e um comprimento $2L$ na saída do arranjo, tal como se observa na figura 5. O comprimento L adicionado na entrada do canal elementar visa à obtenção de um escoamento completamente desenvolvido na entrada da região dos tubos. Entretanto a comprimento $2L$ estendido na saída do canal elementar tem por finalidade eliminar possíveis influências do meio externo na troca de calor entre o fluido que entra no canal e os tubos.

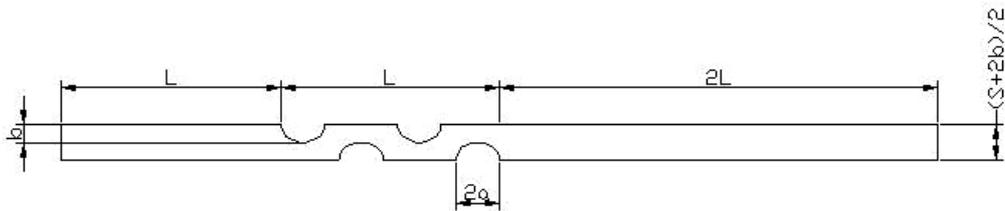


Figura 5 - Canal elementar com 4 tubos elípticos.

Visando uma posterior comparação entre trocadores de calor com tubos circulares e elípticos, adotou-se o critério de manter a mesma seção dos tubos na direção do escoamento, ou seja, o eixo menor $2b$ dos tubos elípticos é igual ao diâmetro D relativo aos tubos circulares. Desta maneira, todos os arranjos sob comparação tiveram a mesma área de obstrução do escoamento livre.

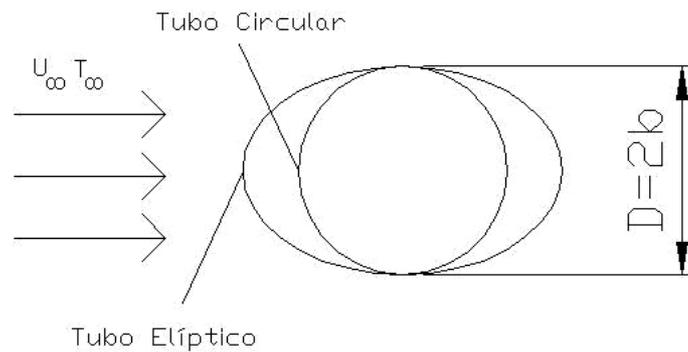


Figura 6 - Superfície de troca de calor.

7. MODELAMENTO MATEMÁTICO

Tendo em vista a abordagem do problema ser de caráter acadêmico, trataremos o problema físico assumindo as seguintes hipóteses.

- O Fluido é newtoniano;
- O escoamento é incompressível;
- 2-D (bi-dimensional);
- Regime permanente;
- O escoamento é laminar;
- As propriedades do fluido são constantes em toda a extensão do domínio computacional;
- A dissipação viscosa é desprezível.

Adotou-se como fluido de trabalho o ar atmosférico com suas propriedades avaliadas na temperatura de 25°C, exposto na tabela 6.

Propriedade do Ar	Valor
Viscosidade cinemática	$1,5545147 \times 10^{-5} m^2 / s$
Massa específica	$1,186 kg / m^3$
Condutibilidade Térmica	$0,0261 W / mK$

Tabela 6 - Propriedades do ar atmosférico a 25°C.

O ar se comporta como um fluido newtoniano, e devido à pequena variação de temperatura pode-se considerar que suas propriedades são constantes e a dissipação viscosa é desprezível. Levando em consideração que o escoamento é laminar, ou seja, escoamento em baixas velocidades pode-se adotar que o ar se comporta como um fluido incompressível.

Nessa abordagem do problema não foi considerada a influência das superfícies das extremidades do volume LHW. Trataremos o problema bi-dimensional, pois se observou no problema físico simetria na direção Z relativa a dimensão W do volume LHW.

Com relação à caracterização do escoamento tal como o número de Reynolds, empregou-se nas simulações dois casos $Re_D=50$ ($Re_L=310$) e $Re_D=100$ ($Re_L=620$) em todas as situações de tubos circulares e elípticos.

7.1. EQUAÇÕES GOVERNANTES

O conjunto de equações que são resolvidas numericamente pelo código computacional do CFX-5, para um escoamento laminar com troca de calor são as equações de conservação do momento, conservação de massa ou da continuidade assim como a equação da conservação da energia. Todo o equacionamento apresentado neste tópico foi obtido dos manuais do CFX-5.

7.1.1. EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{U}) = 0 \quad (5)$$

7.1.2. EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DO MOMENTO

$$\frac{\partial \rho \vec{U}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{U} \otimes \vec{U}) = \vec{\nabla} \cdot (-p \delta + \mu (\nabla \vec{U} + (\nabla \vec{U})^T)) + S_M \quad (6)$$

7.1.3. EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DA ENERGIA

$$\frac{\partial \rho h_{tot}}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{U} h_{tot}) = \vec{\nabla} \cdot (\lambda \nabla T) + S_E \quad (7)$$

h_{tot} é definido como a entalpia específica total, a qual em muitos casos onde a variação de propriedades e compressibilidade do fluido é dada em termos da entalpia específica estática (termodinâmica), h , por:

$$h_{tot} = h + \frac{1}{2}|\vec{U}|^2 \quad (8)$$

onde, $h = h(p, T)$.

Foi utilizado no CFX-5 o modo de transferência de calor *Thermal Energy*. Esse modelo transporta a entalpia através do domínio do fluido. A diferença entre este modelo e o modelo *Total Energy* é que o primeiro despreza os efeitos da dissipação viscosa, ou seja, como adotamos que a dissipação viscosa é desprezível e estamos trabalhando com escoamento de baixa velocidade este modelo é o mais indicado.

7.1.1. CONDIÇÕES DE CONTORNO

As condições de contorno expostas neste item foram utilizadas em todas as simulações realizadas, tanto com tubos circulares como elípticos.

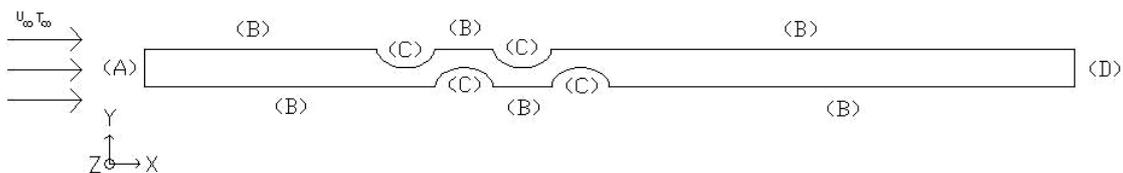


Figura 7 - Condições de contorno

(A) INLET, com as componentes cartesianas da velocidade especificadas, assim como a temperatura de entrada do fluido prescrita:

Para Re_D ou $Re_{2b}=50$, temos que $u = 0,12166$ m/s, $v = 0$ m/s, $T_\infty = 25^\circ\text{C}$;

Para Re_D ou $Re_{2b}=100$, temos que $u = 0,243329$ m/s, $v = 0$ m/s, $T_\infty = 25^\circ\text{C}$;

- (B) SYMMETRY, ou seja, $\frac{\partial u}{\partial Y} = 0$; $v = 0$; $\frac{\partial T}{\partial Y} = 0$;
- (C) WALL, sem deslizamento e com a temperatura da parede constante e prescrita $T_{\text{TUBO}} = 37,7 \text{ }^\circ\text{C}$;
- (D) OUTLET, com a pressão de saída prescrita e igual à atmosférica (1 atm);

A de se observar que devido à indisponibilidade de se trabalhar somente bi-dimensionalmente no CFX-5, e com o intuito de contornar este problema foi criado um canal unitário com espessura de 0,5 mm na direção Z (figura 5) em todas as situações de configuração do trocador de calor apresentado neste trabalho. Entretanto para tornar este modelo bi-dimensional foi atribuída a condição de simetria em ambas as faces extremas da direção Z.

Outro ponto muito importante diz respeito à condição de contorno (D). Também devido à indisponibilidade de se adotar uma condição de saída adiabática, fazendo com que o fluido de trabalho não troque calor com o meio externo. Adotou-se a opção de ampliar em 2L o comprimento da saída minimizando ou eliminando erros na simulação, como será futuramente abordado.

8. METODOLOGIA E PARÂMETROS EMPREGADOS

Inicialmente foi definido para quais arranjos seriam realizadas as simulações, optamos no caso dos tubos circulares em simular arranjos de tubo dispostos na condição triangular equilátero, variando a relação S/D segundo a seqüência S/D=1, 0.5, 0.2. Já no caso dos tubos elípticos optou-se pela variação apenas da largura do canal elementar $(S+2b)/2$, adotando a seqüência S/2b=1, 0.5, 0.2. Com relação à excentricidade dos tubos elípticos simularemos apenas dois casos e=0.8 e 0.65.

Utilizou-se em todas os arranjos de tubos circulares $D=6.35$ mm e para arranjos de tubos elípticos $2b=D=6.35$ mm. As dimensões do volume LHW para a configuração triangular equilátera de tubos circulares são de $L=39.2$ mm; $H= 35.2$ mm e $W=0.5$ mm.

Estas definições foram fortemente influenciadas pelo trabalho de Matos et al. [22] e de Stanescu et al. [19], visando assim uma futura comparação dos resultados.

Numa etapa posterior, foi gerado com o emprego do software SolidWorks as geometrias dos canais elementares para os vários valores de S/D para tubos circulares e $S/2b$ para os tubos elípticos, assim como para $e=0.8$ e 0.65 . Foram obtidos ao término do processo um total de 9 geometrias.

A próxima etapa foi a importação das geometrias para o CFX-Build, a definição das regiões e a geração das malhas. Gerou-se neste processo para o caso dos tubos circulares dois tipos de malhas para cada valor de S/D , sendo uma denominada grosseira e outra refinada, o parâmetro tamanho máximo da aresta do elemento foi de 0.5 mm para ambas as malhas. Entretanto a malha refinada foi obtida através do refinamento local na superfície dos tubos, sendo este refinamento cinco vezes menor que o apresentado na malha grosseira, como está apresentado na tabela 7. Os parâmetros de malha adotados para cada tipo de malha se mantiveram constantes quando se variou o arranjo através de S/D . Para tubos elípticos geraram-se apenas malhas refinadas com os mesmos parâmetros da malha refinada para os tubos circulares.

Tipo da malha	Parâmetro do Controle de malha	Valor
Malha Grosseira	Tamanho do elemento	0,05 mm
	Fator de expansão	1,35
	Raio de ação	0,05 mm
Malha Refinada	Tamanho do elemento	0,01 mm
	Fator de expansão	1,35
	Raio de ação	0,05 mm

Tabela 7 - Parametros do controle de malha empregados em cada malha.

Todas as malhas são mistas, ou seja, empregou-se elementos tetraédricos, prismáticos, e piramidais. Foram utilizados elementos prismáticos juntos a superfície dos tubos sejam estes circulares ou elípticos, os parâmetros adotados estão expostos na tabela 8.

Parâmetro do Inflation	Valor
Nº of Layers	6
Geometric Expansion Factor	1,3
Inflation Thickness Multiplier	1,0

Tabela 8 - Parâmetros adotados para o inflation.

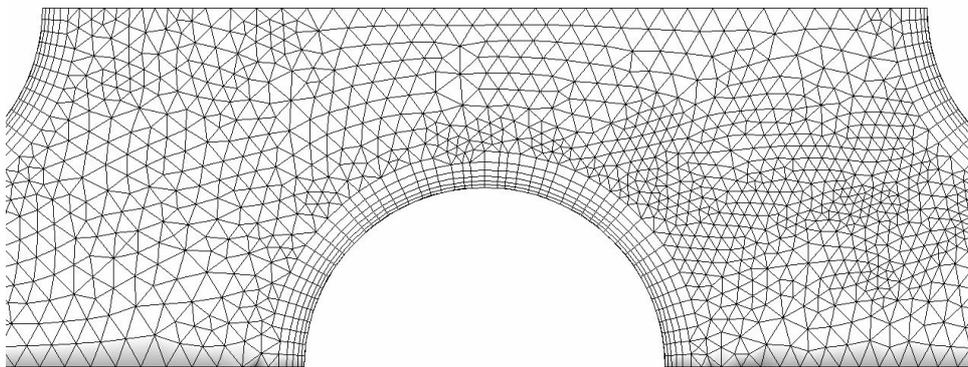


Figura 8 - Malha grosseira obtida para o arranjo de tubos circulares com $S/D=1$, a malha apresenta 106.276 elementos e 29.693 nós.

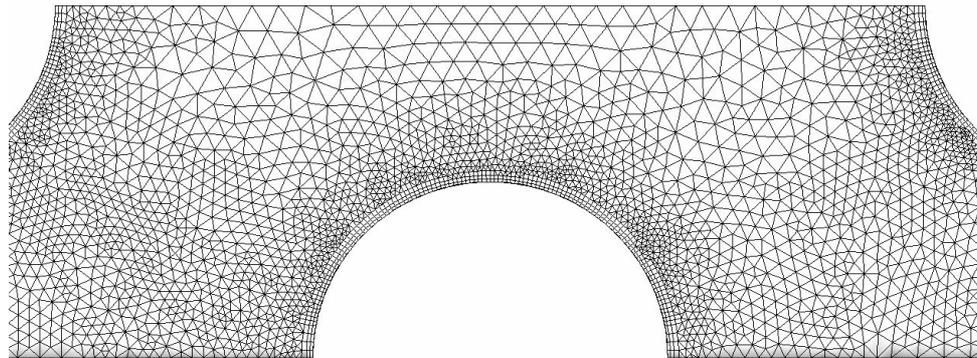


Figura 9 - Malha refinada obtida para o arranjo de tubos circulares com $S/D=1$, a malha apresenta 233.580 elementos e 57.374 nós.

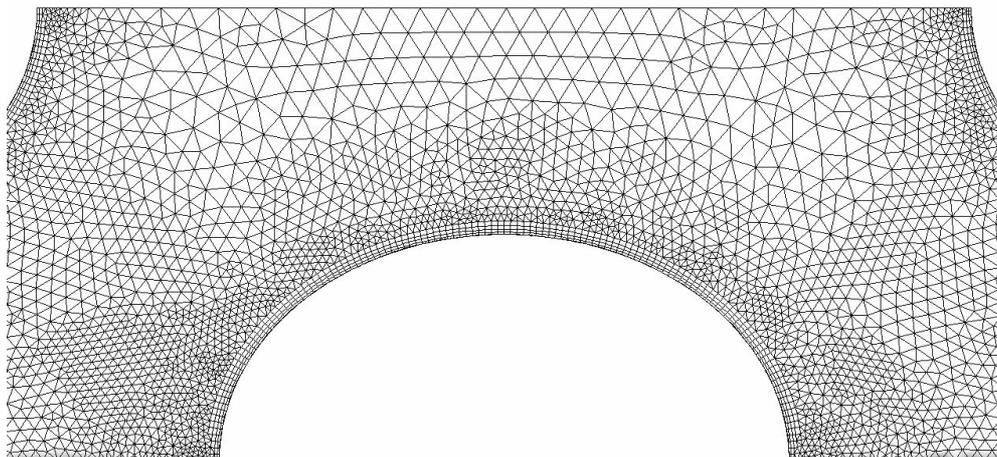


Figura 10 - Malha obtida para um arranjo de tubos elípticos com $e=0.8$ e $S/2b=1$, a malha apresenta 319.267 elementos e 83.059 nós.

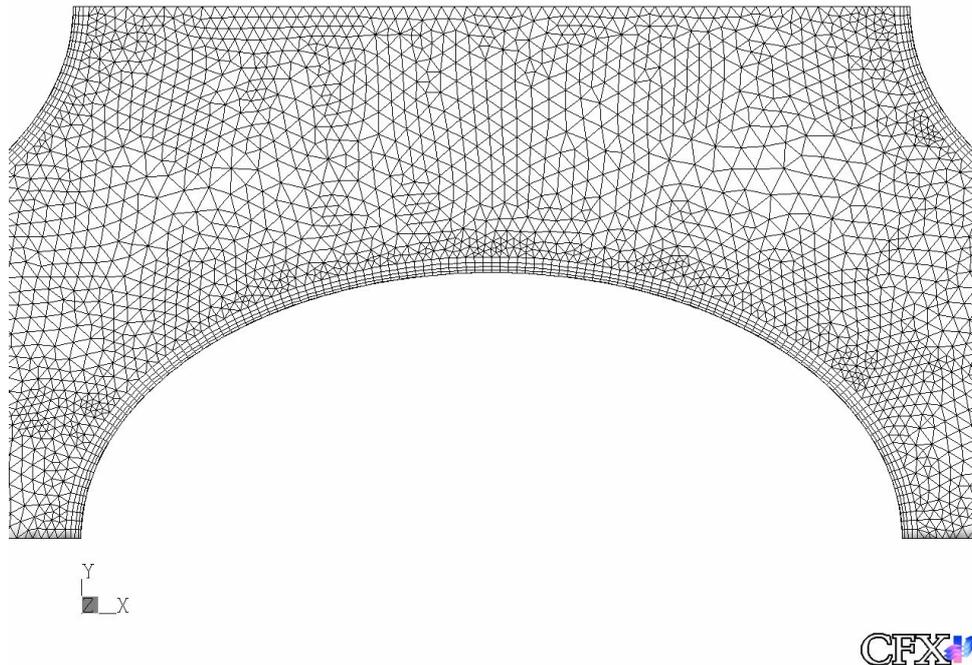


Figura 11 - Malha obtida para um arranjo de tubos elípticos com $e=0.65$ e $S/2b=1$, a malha apresenta 331.228 elementos e 85.325 nós.

Após esta etapa passou-se a malha para o CFX-Pre, onde foram aplicados ao modelo às condições de contorno, parâmetros de discretização dos termos advectivos, assim como o modelo de transferência de calor previamente estabelecido. Para o caso de tubos circulares ($Re_D=50$) foi simulado para cada valor de S/D três diferentes esquemas de discretização dos termos advectivos, sendo estes *Upwind*, *High Resolution* e *Specified Blend Factor* igual a 1. Já para tubos elípticos foi apenas simulado o caso *Specified Blend Factor* igual a 1. A tabela 9 apresenta os parâmetros do solver adotados para as simulações.

Parâmetro do Solver	Valor
Timescale Control	Auto Timescale
Max. Iterations	200
Residual Target	10^{-4}

Tabela 9 - Parâmetros do Solver adotados.

Depois de realizadas a simulação foi avaliada a transferência de calor volumétrica adimensional total no volume LHW para cada espaçamento S/D para tubos circulares e S/2b para tubos elípticos. Como exposta por Stanescu et al. [19] e por Matos et al. [22] a transferência de calor volumétrica adimensional é definida por:

$$q' = \frac{q_T}{k(T_{TUBO} - T_{\infty})} \frac{LHW}{D^2}, \text{ para tubos circulares, e} \quad (9)$$

$$q' = \frac{q_T}{k(T_{TUBO} - T_{\infty})} \frac{LHW}{(2b)^2}, \text{ para tubos elípticos.} \quad (10)$$

Onde q_T é o calor total trocado por todos os 12 tubos do arranjo do volume LHW.

9. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A seguir estão expostos gráficos dos resultados encontrados nas simulações realizadas neste trabalho, assim como as comparações com os resultados previamente encontrados por Matos et. al. [22].

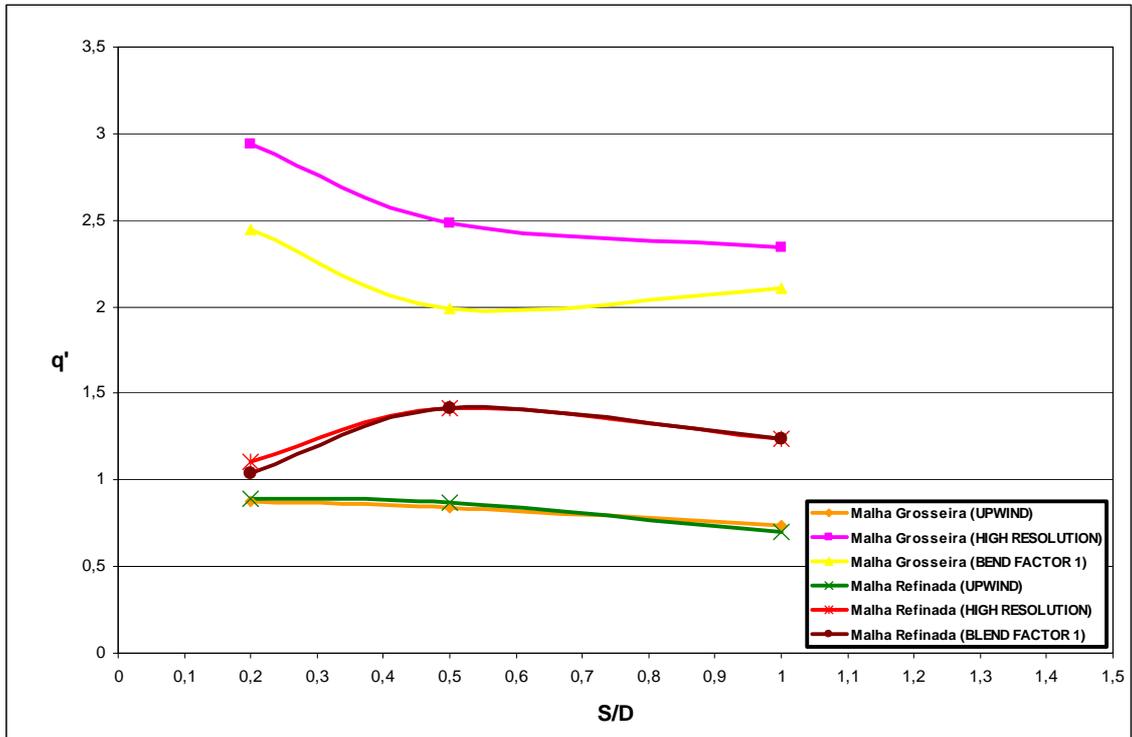


Gráfico 3 - Resultado numérico para diferentes esquemas de discretização dos termos advectivos, para trocador de calor de tubos circulares com arranjo triangular equilateral ($Re_D=50$).

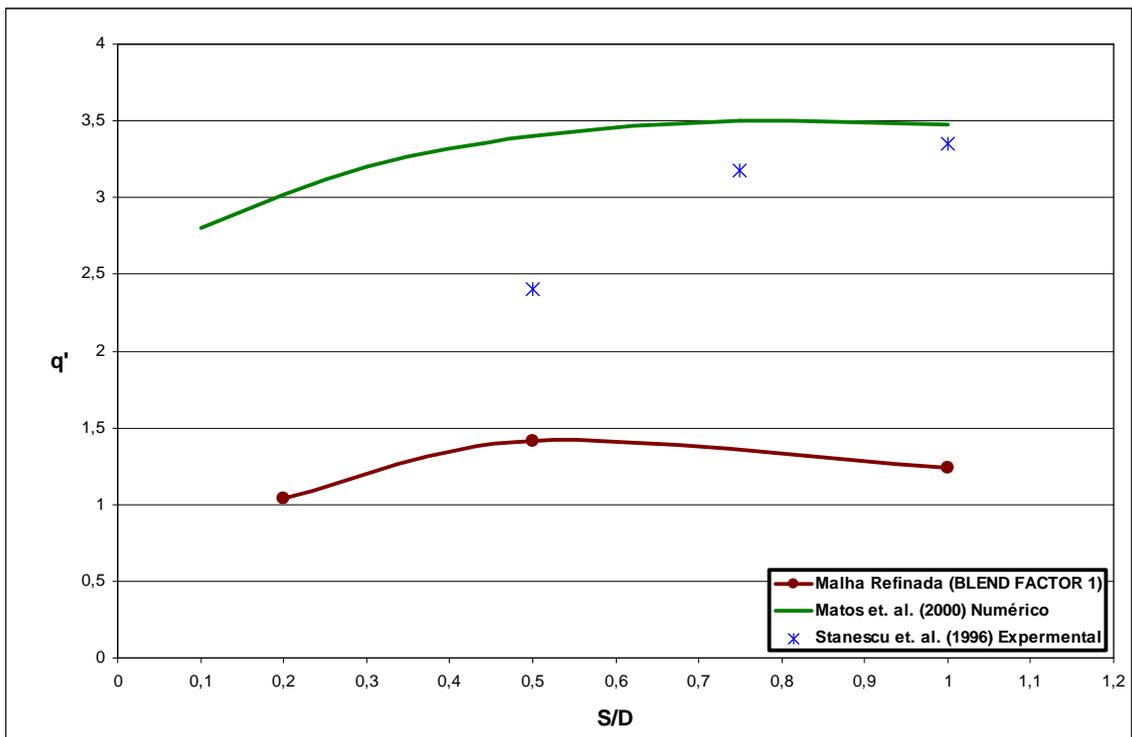


Gráfico 4 - Comparação dos resultados numéricos para trocadores de calor de tubos circulares com arranjo triangular equilateral ($Re_D=50$).

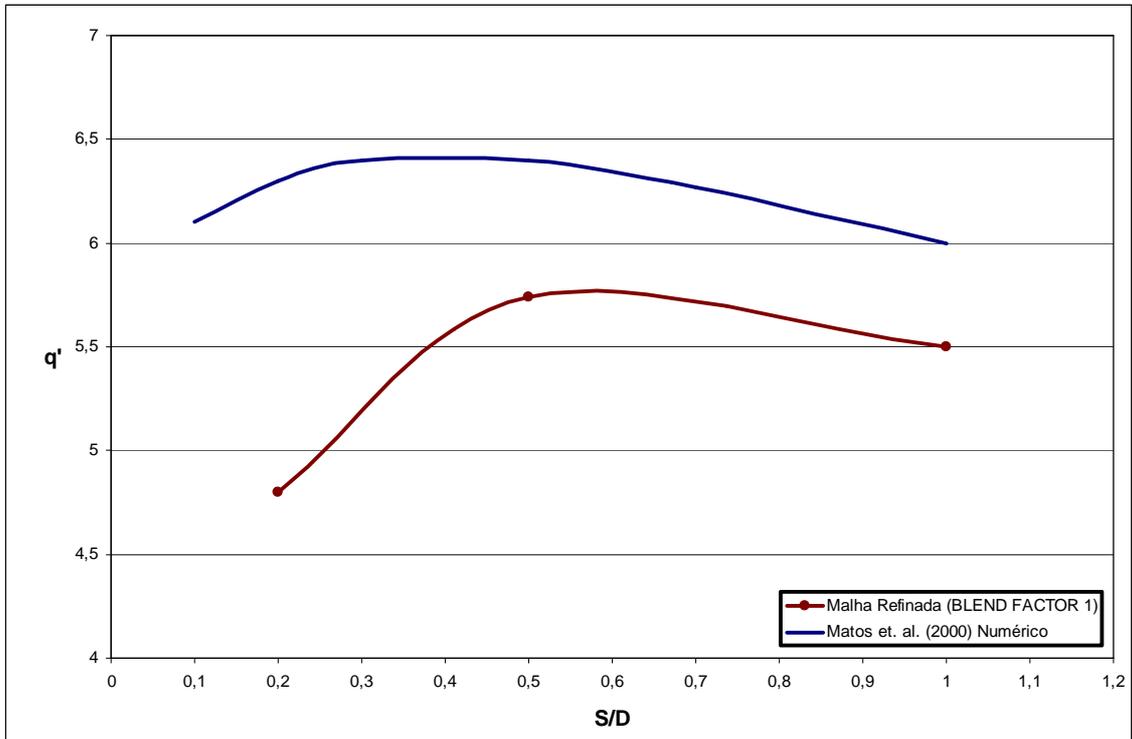


Gráfico 5 - Resultado numérico para trocadores de calor de tubos circulares com arranjo triangular equilateral ($Re_D = 100$).

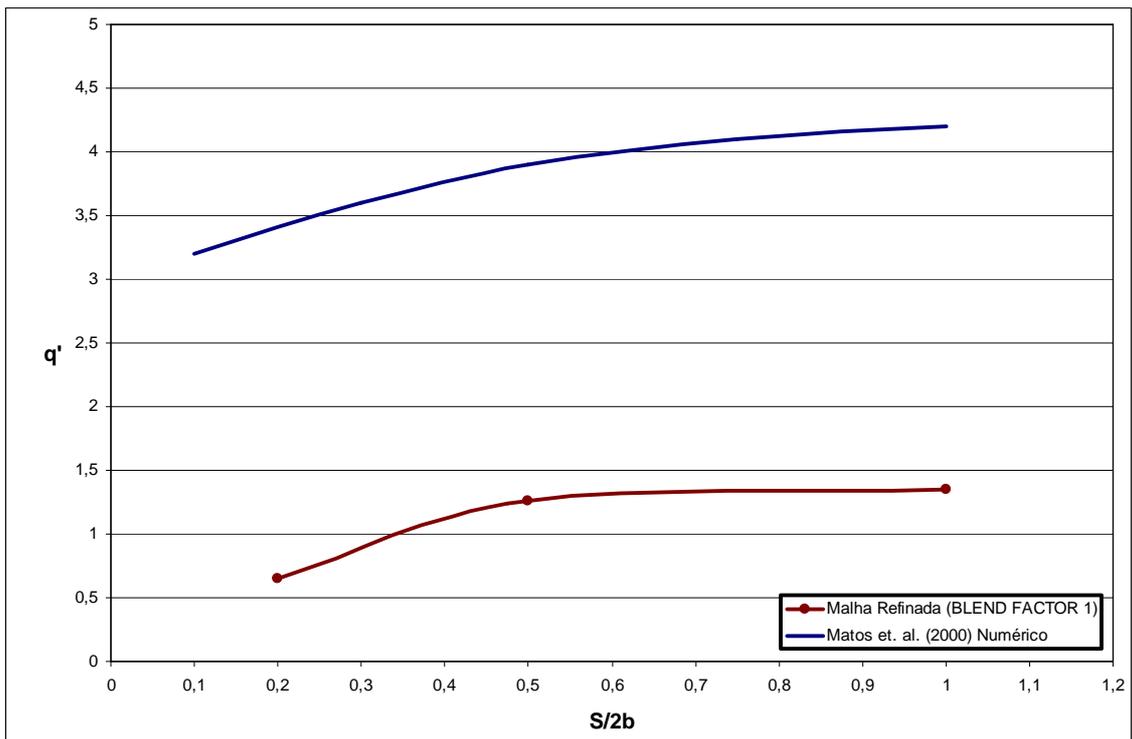


Gráfico 6 - Resultado para trocadores de calor de tubos elípticos com excentricidade de 0,8 ($Re_{2b} = 50$).

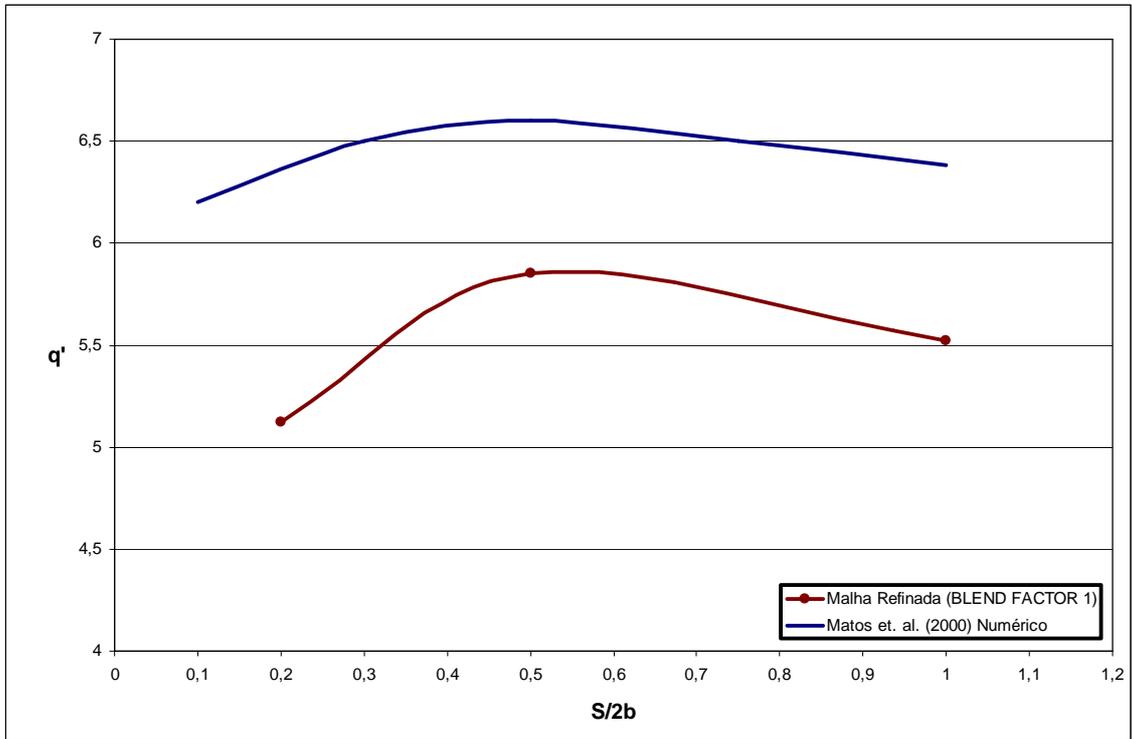


Gráfico 7 - Resultado para trocadores de calor de tubos elípticos com excentricidade de 0.8 ($Re_{2b}=100$).

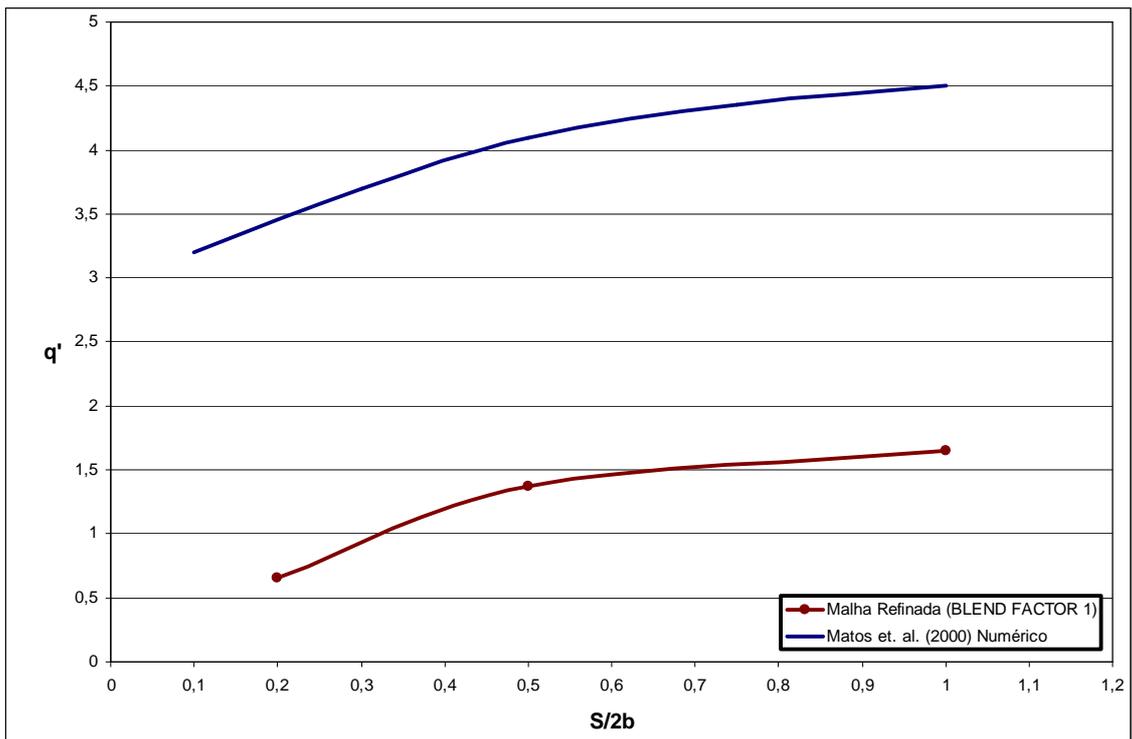


Gráfico 8 - Resultado para trocadores de calor de tubos elípticos com excentricidade de 0.65 ($Re_{2b}=50$).

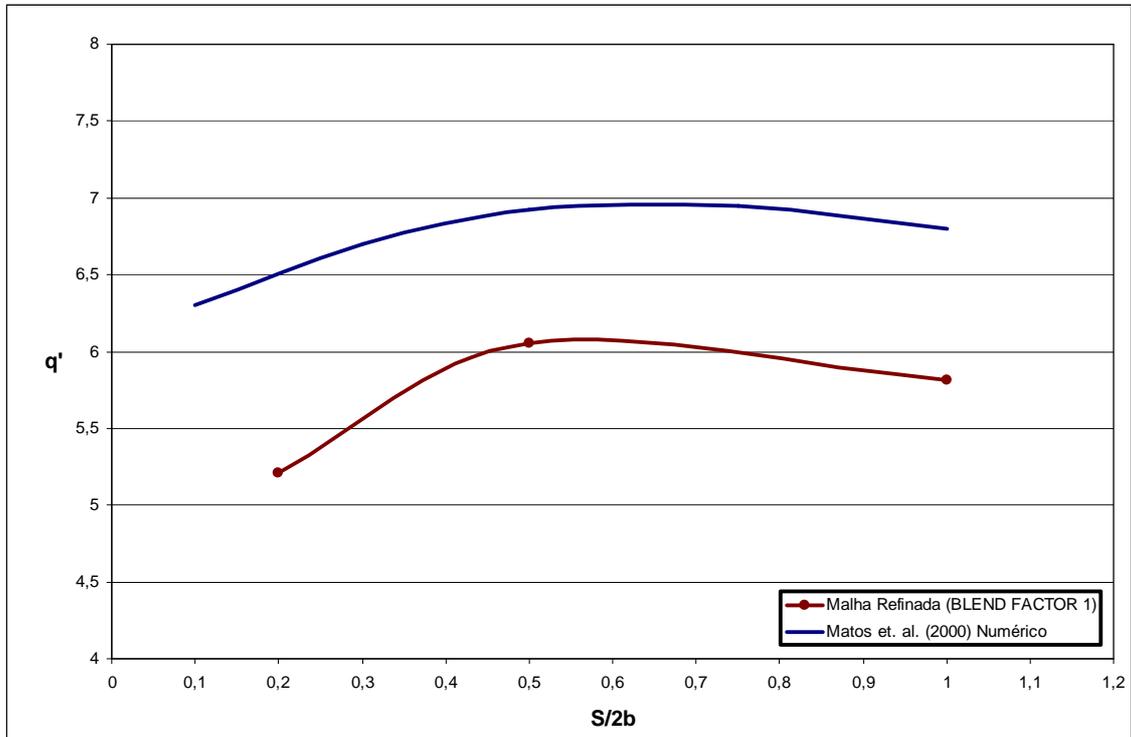


Gráfico 9 - Resultado para trocadores de calor de tubos elípticos com excentricidade de 0.65 ($Re_{2b}=100$).

Pode-se perceber pelo gráfico 3 que quase não há nenhuma diferença na solução obtida pela malha grosseira e pela refinada, quando foi utilizada em ambas as malhas o esquema *Upwind*. Haja vista que o erro proveniente do esquema de discretização dos termos advectivos é maior que o associado ao tamanho do elemento. Observa-se também que a solução das malhas refinadas obtidas utilizando o esquema *high resolution* e *blend factor* igual a 1 tiveram uma pequena diferença, isto porque o esquema *high resolution* aproxima-se do esquema *blend factor* igual a 1 (CDS - *Central Diffence Scheme*), quando há pequenos gradientes, por outro lado quando há grandes variações aproxima-se do esquema *upwind*. Como neste trabalho utilizamos um escoamento relativamente simples como foi exposto anteriormente pelas hipóteses assumidas, o esquema *high resolution* aproximou-se mais do esquema CDS.

Como o resultado obtido pelas malhas refinadas através do esquema *blend factor* igual a 1 foram os mais coerentes, simulou-se cada os

demais casos cujos resultados foram apresentados nos gráficos 5,6,7,8 e 9 somente as malhas refinadas utilizando esquema *blend factor* igual a 1.

Os resultados obtidos nos casos em que $Re_D=50$ e $Re_{2b}=50$ apresentaram uma grande diferença em relação aos resultados encontrados por Matos et. al. [22], já nos casos em que $Re_D=100$ e $Re_{2b}=100$ esta diferença diminuiu razoavelmente. Estas diferenças podem estar associadas ao método numérico utilizado, haja vista que no trabalho de Matos utilizou-se o método dos elementos finitos e neste trabalho empregou-se outro enfoque o método dos volumes finitos. Outro fator pode ser relativo à maneira adotada para se determinar a transferência de calor volumétrica adimensional. Pois neste trabalho adotamos a mesma definição empregada por Stanescu et. al. [19], já exposta anteriormente, devido à facilidade de se obter a transferência de calor em cada tubo no CFX. Com relação à definição adotada por Matos, utilizou-se outra abordagem empregando um balanço de energia no canal elementar, onde se usou a temperatura média na saída do canal elementar e o fluxo de massa através do canal elementar.

Como o esquema de discretização dos termos advectivos adotado por Matos foi o esquema *upwind*, e neste trabalho utilizamos preferencialmente o esquema CDS (*blend factor* igual a 1), gerou-se assim mais um fator de alteração que pode explicar as diferenças encontradas entre os dois trabalhos. Já na questão da malha empregada em cada trabalho, observa-se que a malha utilizada neste trabalho é mais refinada que a utilizada no trabalho de Matos. Porém não podemos esquecer que se tratam de métodos diferentes.

A seguir estão expostas algumas imagens do canal elementar quando se observa o comportamento global do escoamento.

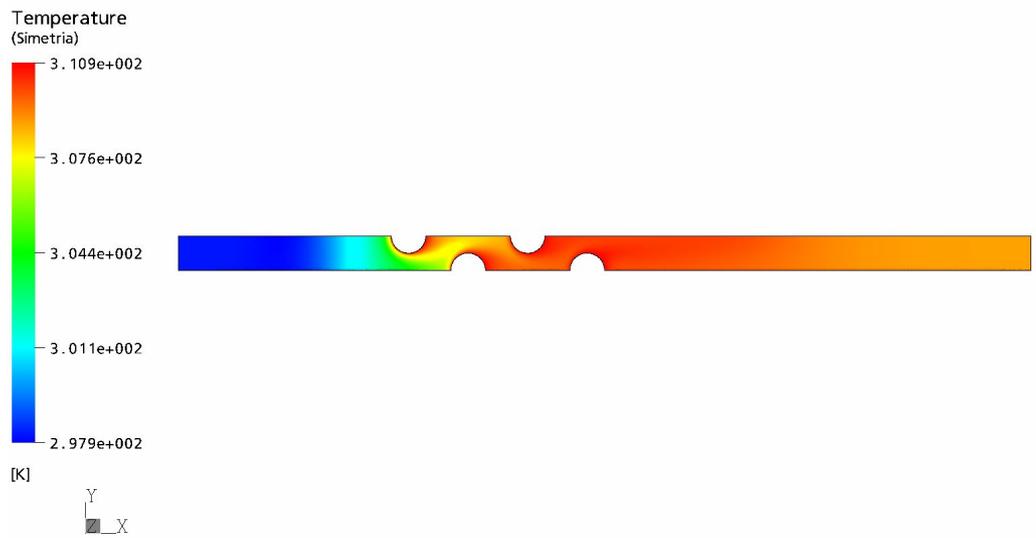


Figura 12 - Temperatura ao longo do domínio computacional, os tubos circulares estão espaçados de maneira triangular eqüilateral com $S/D=1$.

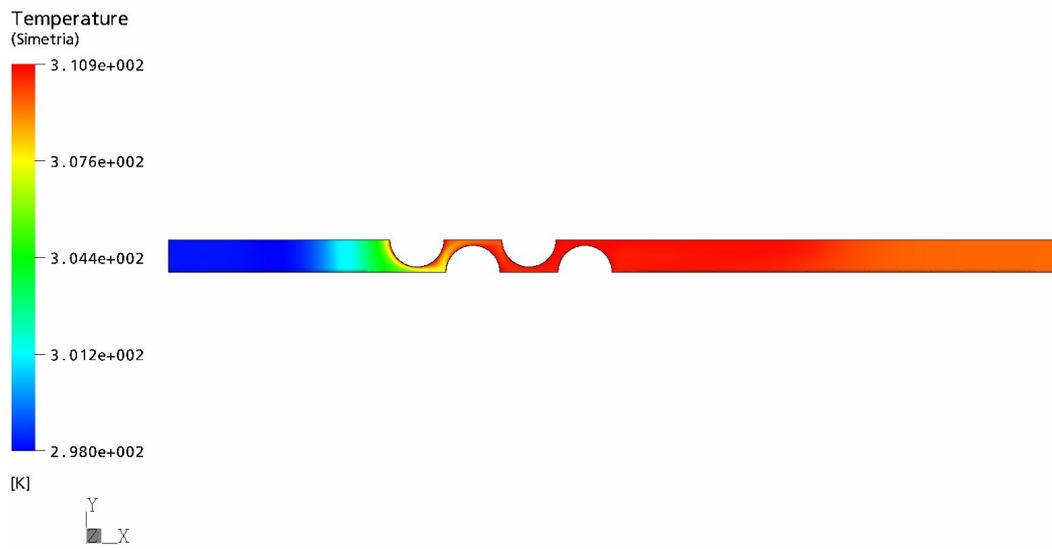


Figura 13 - Temperatura ao longo do domínio computacional, os tubos circulares estão espaçados de maneira triangular eqüilateral com $S/D=0.2$.

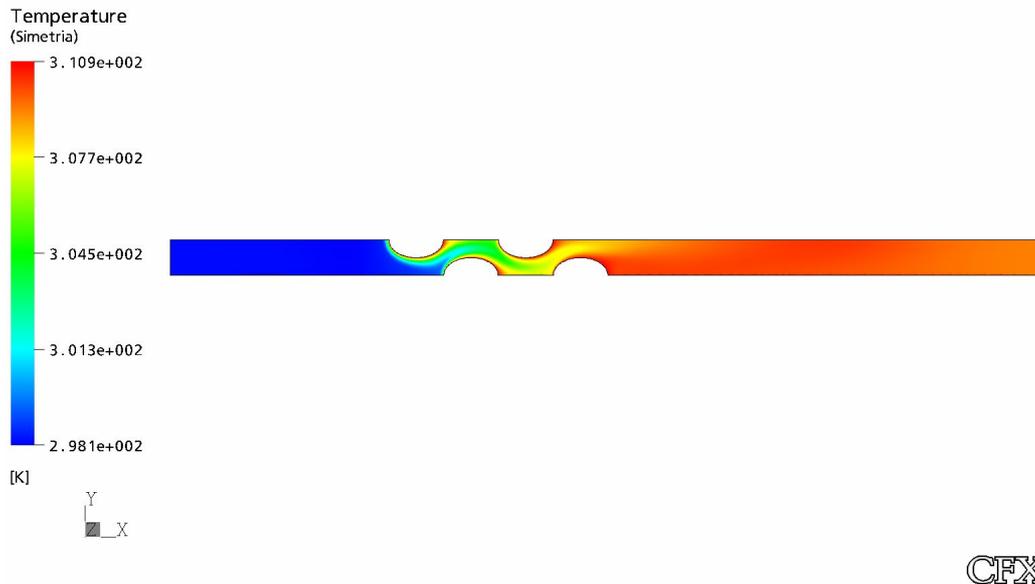


Figura 14 - Temperatura ao longo do domínio computacional, os tubos elípticos ($e=0.65$) estão espaçados de maneira que $S/2b=1$.

10. CONCLUSÃO

Pode-se destacar neste trabalho que a transferência de calor em trocadores de tubos elípticos é maior quando comparada ao uso de tubos circulares. Outro fator observado é a influência da excentricidade dos tubos elípticos, sendo que a maior transferência de calor encontrada foi quando $e=0.65$, sendo esta a maior excentricidade simulada neste trabalho. Em todos os casos simulados foi averiguada a existência de um ponto de máxima transferência de calor, o qual pode ser definido como ponto de espaçamento ideal, como já estudado por Matos et. al. [22]. Devido a limitação do tempo não pudemos avaliar mais casos de espaçamentos, simulando só casos em que S/D foi igual a 1, 0.5, 0.2 para tubos circulares e $S/2b$ igual a 1, 0.5, 0.2 para tubos elípticos e excentricidades de 0.8 e 0.65. Entretanto em trabalhos futuros estas limitações podem ser expandidas, tanto do ponto de vista do espaçamento, abordando mais casos, como do estudo quando se aumenta o número de Reynolds do escoamento.

11. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] BAR-COHEN, A.; KRAUS, A. D. Advances in Thermal Modeling of Electronics Components and Systems. Vol. 2 ASME Press, New York (1990).
- [2] BEJAN, A. *Convection Heat Transfer*. 2nd Edition, Wiley, New York (1995).
- [3] KIM, S. H.; ANAND, N. K.; FLETCHER, L. S. Free convection between series of vertical parallel plates with embedded line heat sources, *J. Heat Transfer*, 113: 108-115 (1991).
- [4] ANAND, N. K.; KIM, S. H.; FLETCHER, L. S. The effect of plates spacing on free convection between heated parallel plates. *J. Heat Transfer*, 114: 515-518 (1992).
- [5] KNIGHT, R. W.; GOODLING, J. S.; HALL, D. J. Optimal thermal design of forced convection heat sinks-analytical. *J. Electronic Packaging*, 113: 313-321 (1991).
- [6] KNIGHT, R. W.; GOODLING, J. S.; GROSS, B. E. Optimal thermal design of air cooled forced convection finned heat sinks-experimental verification, *IEEE Trans. Components, Hybrids Manufacturing Technol.* 15: 754-760 (1992).
- [7] BEJAN, A.; MOREGA, A. M. Optimal arrays of pin fins in laminar forced convection. *J. Heat Transfer*, 115: 75-81 (1993).
- [8] HIRATA, M.; KAKITA, Y.; YADA, Y.; HIROSE, Y.; MORIKAWA, T.; ECOMOTO, H. Temperature distribution of finned integrated circuits, *Fijitsu Sci. Technol. J.*, 6: 91-115 (1970).

- [10] NAKAYAMA, W.; MATSUSHIMA, H.; GOEL, P. Forced convective heat transfer from array of finned packages, *Em Cooling Technology for Electronic Equipment*, (Editado por W. Aung), pp. 195-210, Hemisphere, New York (1988).
- [11] BEJAN, A.; SCIUBBA, E. The optimal spacing of parallel plates cooled by forced convection, *Int. J. Heat Mass Transfer*, 35: 3259-3264 (1992).
- [12] SHEPHERD, D. G. Performance of one-row tube coils with thin, plate fins, low velocity forced convection. *Heating, Piping and Air Conditioning*, 28: 137-144 (1956).
- [13] BRAYER, H. Compact heat exchangers. *Chem. Process Eng.*, 451-460 (August 1964).
- [14] SCHULEMBERG, F. Finned elliptical tubes and their application in air-cooled heat exchangers. *J. Eng. Ind.*, 88: 179-190 (1966).
- [15] SABOYA, F. E. M. Local and average transfer coefficients in plate fin and tube configurations. Ph. D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, University of Minnesota, Minneapolis, MN. (1974).
- [16] SABOYA, F. E. M.; SPARROW, E. M. Experiments on a three-row fin and tube heat exchangers, *J. Heat Transfer*, 98: 520-522 (1976).
- [17] XIMENES, M. P. Heat and Mass transfer in elliptical tubes and plates fin heat exchangers. Ph. D. Thesis, Mechanical Engineering Division, Air Force Institute of Technology, São José dos Campos, Brasil, (1981).
- [18] BORDALO, S. N.; SABOYA, F. E. M. Determinação experimental dos coeficientes de perda de carga em trocadores de calor de tubos circulares e elípticos aletados. *Proc. 13º COBEM, Conferência Brasileira em Engenharia Mecânica*, Belo Horizonte, Brasil (1995).

- [19] STANESCU, G.; FOWLER, A. J.; BEJAN, A. The optimal spacing of cylinders in free-stream cross-flow forced convection, *Int, J. Heat Mass Transfer*, (1996)
- [20] BEJAN, A. FOWLER, A. J.; STANESCU, G. The optimal spacing between horizontal cylinders in a fixed volume cooled by natural convection. *Int, J. Heat Mass Transfer*, 38: 2047-2055 (1995).
- [21] ROCHA, L. A. O.; SABOYA, F. E. M.; VARGAS, J. V. C. A comparative study of elliptical and circular sections in one and two-row tubes and plate fin heat exchangers. *Int, J. Heat Fluid Flow*, 18: 247-252 (1997).
- [22] MATOS, R. S.; VARGAS, J. V. C.; LAURSEN, T. A., SABOYA, F. E. M. Optimization study and heat transfer comparison of staggered circular and elliptic tubes in forced convection. *Int, J. Heat Mass Transfer*, 44: 3953-3961 (2001).
- [23] FOX, ROBERT W.; MCDONALD, ALAN T. Introdução à Mecânica dos Fluidos. Rio de Janeiro. LTC. 1998.
- [24] MARCHI, C. H. Apostila Fundamentos de Mecânica dos Fluidos. Departamento de Mecânica da Universidade Federal do Paraná. Curitiba. 1995
- [25] “CFX Solver Theory”. Manual do software CFX 5.6. CFX Ltd. 2003.