

**Universidade Federal do Paraná
Setor de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica**

Previsão do Empuxo de Motor-Foguete a Propelente Sólido

Trabalho de Graduação do curso de Engenharia Mecânica, orientado pelo professor Carlos Henrique Marchi do Departamento de Engenharia Mecânica, realizado pelo aluno:

Rafael Adriano Kuche Sanches
RA: GRR20023284

Curitiba, 1 de julho de 2005.

RESUMO

A proposta do trabalho é um estudo dos motores-foguete a propelente sólido em regime transiente, buscando obter as curvas de empuxo, pressão e massa em função do tempo. Primeiramente estuda-se o caso simplificado do foguete ideal, para então realizar uma análise mais fiel à realidade. Este relatório final concentra-se em introduzir a necessidade do estudo, definir o problema, fazer a revisão bibliográfica, detalhar a importância do grão propelente para o projeto de motores foguete a propelente sólido e por fim introduz um modelo numérico de simulação que é de certa forma versátil e preciso. São expostos resultados de simulação e estes são brevemente comentados.

SUMÁRIO

RESUMO	i
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	iii
LISTA DE SÍMBOLOS	iv
1 INTRODUÇÃO	1
2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	2
2.1 PRINCÍPIOS DE FUNCIONAMENTO	2
2.2 DESCRIÇÃO DO SISTEMA FÍSICO	3
3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
3.1 ESCOAMENTO ISENTRÓPICO (EQUACIONAMENTO).....	7
4 GRÃO PROPELENTE	11
4.1 COMBUSTÃO DO PROPELENTE SÓLIDO	11
4.2 TAXA DE QUEIMA DO PROPELENTE	12
4.3 VARIAÇÃO DA ÁREA DE QUEIMA	14
5 ANÁLISE DAS PRESSÕES	17
6 EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS	19
7 CRIAÇÃO E DESENVOLVIMENTO DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA	23
7.1 FUNCIONAMENTO DO PROGRAMA	25
7.2 ALGORÍTMOS	26
8 RESULTADOS	30
9 DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO	32
10 CONCLUSÃO	33
11 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	34
ANEXO 1 – PROGRAMA EM MATLAB	35
ANEXO 2 – DADOS DA SIMULAÇÃO	36
ANEXO 3 – PROGRAMA EM FORTRAN (ARQUIVO ‘PRINCIPAL.F90’)	37

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 2.1 – MODELO DE UM MOTOR-FOGUETE A PROPELENTE SÓLIDO EM CORTE.....	3
QUADRO 2.1 – GEOMETRIA DE BOCAIS E DIFUSORES CONFORME O NÚMERO DE MACH.....	4
TABELA 4.1 – CARACTERÍSTICAS DOS COMPOSTOS DA REAÇÃO (KNSB).....	12
GRÁFICO 4.1 – TAXA DE QUEIMA DO KNSB EM FUNÇÃO DA PRESSÃO.....	13
QUADRO 4.1 – MÉTODO GRÁFICO PARA A ÁREA DE QUEIMA.....	15
GRÁFICO 4.2 – VARIAÇÃO DA ÁREA DE QUEIMA EM FUNÇÃO DO CONSUMO DO GRÃO.....	16
QUADRO 5.1 – TIPOS DE EXPANSÃO PARA A RELAÇÃO ENTRE P_2 E P_3	17
FIGURA 6.1 – DEFINIÇÃO DO VOLUME E DAS SUPERFÍCIES DE CONTROLE.....	20
GRÁFICO 7.1 – REGIMES DE PRESSÃO.....	23
GRÁFICO 7.2 – RESULTADOS DA SIMULAÇÃO DE DESPRESSURIZAÇÃO.....	24
GRÁFICO 8.1 – RESULTADOS: FORÇA DE EMPUXO PELO TEMPO.....	30
GRÁFICO 8.2 – RESULTADOS: PRESSÃO NA CÂMARA DE COMBUSTÃO PELO TEMPO.....	30
GRÁFICO 8.3 – RESULTADOS: FLUXO DE MASSA PELO TEMPO.....	31
GRÁFICO 8.4 – RESULTADOS: MASSA DE PROPELENTE PELO TEMPO.....	31

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos:

A	Área da seção transversal (m^2)
A_q	Área de queima (m^2)
a	Coefficiente de pressão
b	Expoente de pressão
c	Velocidade de propagação do som no fluido (m/s)
c_p	Calor específico a pressão constante (J/kg·K)
c_v	Calor específico a volume constante (J/kg·K)
e	Energia específica (J/kg)
F	Força (N)
g	Aceleração gravitacional (m/s^2)
H_p	Poder energético do propelente (J/kg)
h	Entalpia específica (J/kg)
h_f^0	Entalpia de formação (J/kg)
k	Razão de calores específicos
M	Número de Mach
\dot{m}	Vazão mássica (kg/s)
n	Número de mols (mol)
P	Pressão (N/m^2)
Q	Calor (J)
\dot{Q}	Taxa de transferência de calor (J/s)
R	Constante do gás (J/kg·K)
R'	Constante universal dos gases (J/kmol·K)
r	Taxa de queima do propelente (m/s)
T	Temperatura (K)
u	Energia interna específica (J/kg)
V	Velocidade (m/s)
\forall	Volume (m^3)
v	Volume específico (m^3/kg)

W	Trabalho (J)
\dot{W}	Potência (J/s)
z	Posição vertical (m)
ϵ	Taxa de expansão de áreas
ρ	Massa específica (kg/m ³)
M	Massa molecular (g/mol)

Índices (subscritos):

0	Condição de estagnação
1	Câmara de combustão ou entrada da tubeira
2	Saída da tubeira
3	Ambiente
g	Garganta da tubeira
p	Propriedade do propelente

1 INTRODUÇÃO

Em nossos dias a tecnologia aeroespacial se faz presente de forma extremamente significativa, mesmo que indiretamente. Os meios de comunicação, transferência de dados e sistemas de posicionamento global valem-se de satélites que orbitam a terra para obter e repetir informações. Estes satélites são colocados em órbita por foguetes, que podem utilizar diversos tipos de propulsão. Para esta aplicação é necessária uma força grande suficiente para vencer a atmosfera e o campo gravitacional terrestre, sendo assim, a propulsão mais adequada é a combustão direta de um combustível com um oxidante, que podem ser sólidos ou líquidos. Em geral, os motores-foguete a propelente sólido são menos complexos de serem fabricados e conseqüentemente mais baratos. O projeto VLS brasileiro é um exemplo de aplicação de motores-foguete de propelente sólido.

Os motores de propelente sólido têm a desvantagem de que, após a ignição, não há como parar a combustão, e conseqüentemente a força e desempenho do motor dependem exclusivamente das definições de projeto e construção do motor, tanto da estrutura quanto do grão propelente. Sendo assim, é extremamente importante conhecer como se comporta um motor de foguete, sabendo projetar o motor de acordo com os parâmetros desejados.

Para poder prever a cinemática de um foguete, é necessário conhecer quais as forças envolvidas no movimento do foguete. Podemos definir um caso durante a combustão, onde estão envolvidos: a força de empuxo dada pelo motor, a força de arrasto aerodinâmico, e a massa do foguete que varia durante a combustão.

Através deste trabalho, propõe-se um estudo dos parâmetros de motores-foguete, principalmente da massa e da força de empuxo em regime transiente, ou seja, o propósito final é obter as curvas que representem a variação dessas grandezas com o tempo, utilizando as variáveis relacionadas.

2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Supondo a necessidade de projetar um motor-foguete para uma aplicação específica, que pode ser para um estágio de um veículo lançador de satélites, um míssil de longo ou curto alcance, um foguete de sondagem, etc. Para cada aplicação, são definidos parâmetros como velocidade, aceleração, impulso, que aliados às demais condições ambientes de utilização, serão as condições de contorno do projeto.

O projeto do motor-foguete deve estimar a força de empuxo e sua variação como o tempo de forma a satisfazer as necessidades da aplicação. Proporcional à força de empuxo é a pressão na câmara de combustão, que é de essencial importância no dimensionamento estrutural do motor. Na análise cinética, faz-se necessário conhecer também a variação de massa do foguete, que é aquela ejetada após a queima do propelente.

Neste estudo considera-se o caso de motores-foguete a propelente sólido, desenvolvendo o equacionamento através das leis físicas que regem os fenômenos envolvidos.

2.1 PRINCÍPIOS DE FUNCIONAMENTO

A propulsão de foguetes decorre da lei de conservação da quantidade de movimento linear, ou seja, partículas são aceleradas e ejetadas em altas velocidades pelo motor-foguete, e este conseqüentemente será forçado na mesma direção e em sentido contrário ao movimento das partículas.

Para acelerar as partículas, os motores podem usar métodos nucleares, elétricos ou químicos, além de outras possibilidades em estudo. A propulsão mais utilizada, na qual está incluído o presente estudo, é a propulsão química, na qual o motor funciona como um vaso de pressão (alta pressão), que provoca o fluxo em direção ao ambiente (baixa pressão).

A pressão elevada no interior do motor-foguete é provocada por uma reação química de oxidação (combustão), onde um oxidante e um combustível reagem

diretamente liberando produtos gasosos (não somente) e energia, que provoca aquecimento e aumento de pressão.

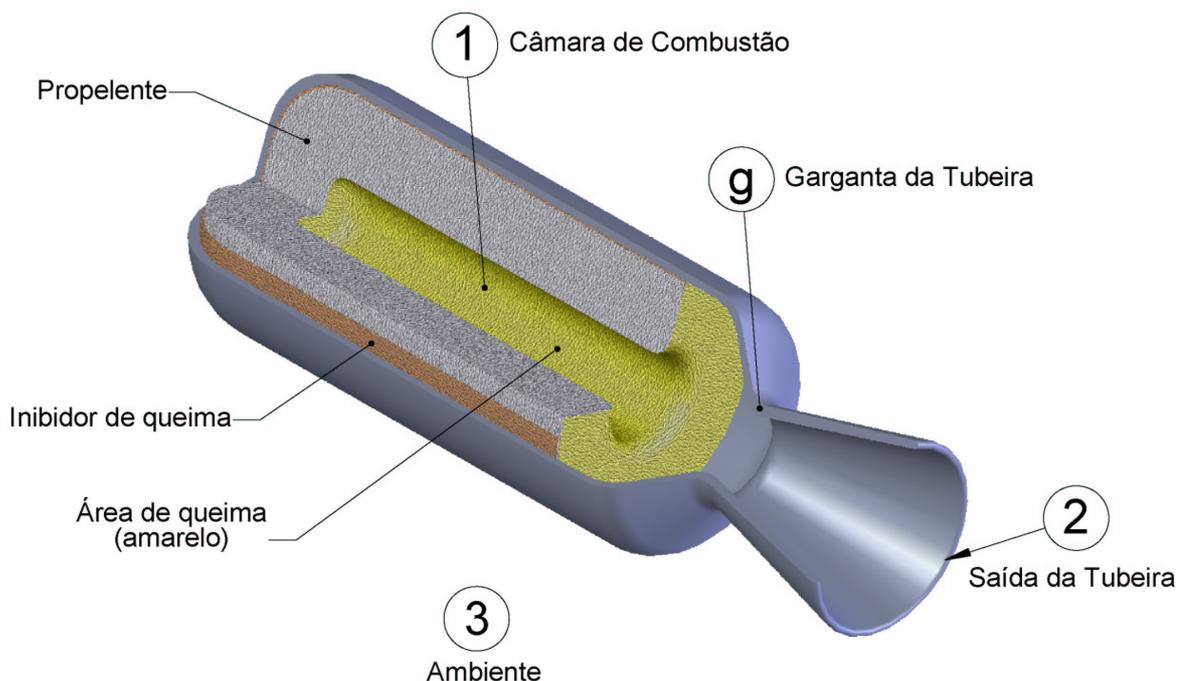
Podemos classificar os motores-foguete também pela natureza do estado físico dos reagentes químicos (propelente): líquido, quando combustível e oxidante são armazenados líquidos separadamente; sólido, quando combustível e oxidante são misturados para formar o grão propelente (figura 2.1), e necessitam de uma energia inicial para começar a reação; híbrido, quando um reagente é armazenado líquido e o outro sólido.

Neste estudo, considera-se especificamente o caso de motores-foguete a propelente sólido.

2.2 DESCRIÇÃO DO SISTEMA FÍSICO

Um motor-foguete a propelente sólido (MFPS) apresenta uma configuração conforme exemplificado na figura 2.1. O grão propelente é armazenado e protegido dentro do próprio recipiente do motor, além de que o grão geralmente é modelado com uma geometria que favoreça a formação de uma câmara de combustão.

FIGURA 2.1 – MODELO DE UM MOTOR-FOGUETE A PROPELENTE SÓLIDO EM CORTE

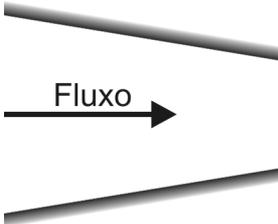
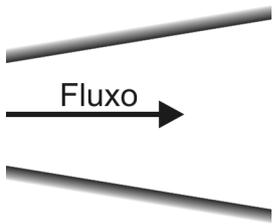
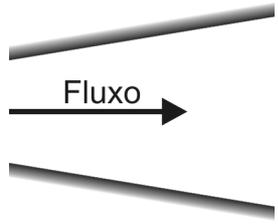
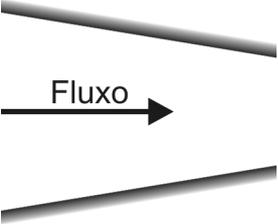


A câmara de combustão é a região onde irá ocorrer a reação química, liberando energia através dos gases a elevadas temperaturas e atingindo uma pressão elevada. A área de queima (A_q) é dada pela soma das áreas de todas as superfícies do grão expostas à câmara de combustão, onde conseqüentemente estará ocorrendo a reação. Conforme o grão é consumido, A_q pode variar de acordo com a geometria do grão, sendo que, quanto maior for A_q , maior a quantidade de propelente reagindo simultaneamente, liberando mais energia e conseqüentemente, incrementando a força de empuxo do motor.

O inibidor é um composto químico que não reage e é utilizado em algumas partes de interesse do grão propelente para evitar que ocorra uma propagação da combustão e aumento excessivo e descontrolado da área de queima.

O número de Mach (M) é dado pela razão entre a velocidade do escoamento e a velocidade de propagação do som no fluido. Pela variação da área da seção transversal ao escoamento podemos acelerar o escoamento (bocal) ou desacelerar o escoamento (difusor). Os bocais e difusores têm geometrias diferentes conforme a velocidade do escoamento é superior ou inferior à velocidade do som no fluido (subsônico ou supersônico). O quadro 2.1 a seguir mostra as geometrias conforme o escoamento.

QUADRO 2.1 – GEOMETRIA DE BOCAIS E DIFUSORES CONFORME O NÚMERO DE MACH

	$M < 1$	$M > 1$
Bocal		
Difusor		

A tubeira é a região de saída e trata-se de um bocal que tem por função acelerar as partículas em consequência da redução da pressão (conservação da energia). O formato convergente-divergente deve-se ao fato de ocorrer aceleração subsônica ($M < 1$) na porção convergente, até atingir a velocidade do som ($M = 1$) na garganta da tubeira, que é a região de menor área de seção transversal da tubeira (A_g), e a partir da garganta o bocal é divergente para provocar aceleração supersônica ($M > 1$) conforme mostrado no quadro 2.1.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Inicialmente, procura-se estudar o caso simplificado (fogete ideal), com o intuito de facilitar a compreensão dos fenômenos envolvidos e então adaptar as condições de forma mais fiel ao caso real.

Em geral, para equacionar o escoamento através da tubeira, a literatura faz algumas simplificações, de modo a aproximar este caso a um escoamento isentrópico, especialmente segundo Sutton em [1] temos as seguintes considerações:

- A substância de trabalho é homogênea;
- Todos os elementos do fluido de trabalho são gasosos, de modo que qualquer fase líquida ou sólida tem massa desprezível;
- A substância de trabalho obedece às leis do gás perfeito;
- Não há transferência de calor através das paredes do motor-fogete, ou seja, o escoamento é adiabático;
- O escoamento do propelente é estável e constante. A expansão do fluido de trabalho toma espaço de uma forma uniforme e constante, sem vibrações. Os efeitos transientes (ignição e fim de queima) são de muito curta duração e podem ser desprezados;
- Todos os gases de exaustão que deixam a tubeira têm velocidade axialmente direcionada;
- A velocidade, pressão e temperatura ou densidade do gás são uniformes através de qualquer seção transversal do motor;
- O equilíbrio químico é estabelecido no interior da câmara de combustão e a composição não se altera na tubeira;
- Não há atrito e efeitos de borda são desprezados;
- Não há ondas de choque ou descontinuidades no escoamento na tubeira;

Sendo assim, o sistema pode ser modelado através das relações isentrópicas da termodinâmica e as equações da continuidade, da energia, e da quantidade de movimento.

3.1 ESCOAMENTO ISENTRÓPICO (EQUACIONAMENTO)

É importante encontrar uma referência para as grandezas a serem consideradas, neste caso, toma-se como referência as propriedades do estado de estagnação isentrópico do fluido, que é o estado de um fluido desacelerado de forma adiabática reversível até a velocidade nula. Vamos utilizar o índice 0 (subscrito) para referenciar este estado. Da primeira lei da termodinâmica, tem-se que a entalpia de estagnação (h_0) é dada por:

$$h_0 = h + \frac{V^2}{2} \quad (3.1)$$

onde h é a entalpia do fluido e V a sua velocidade.

A vazão mássica (\dot{m}), em qualquer seção transversal de área A da tubeira, deve ser constante e pode ser calculada por:

$$\dot{m} = \frac{A \cdot V}{v} = \rho \cdot V \cdot A \quad (3.2)$$

onde v e ρ são o volume específico e a massa específica respectivamente.

Da lei dos gases perfeitos, temos que:

$$P \cdot v = R \cdot T \quad (3.3)$$

onde P é a pressão, T é a temperatura absoluta e R é a constante do gás, definida pela divisão da constante universal dos gases $R' = 8314,3$ (J/kmol·K) pela massa molecular \mathfrak{M} (kg/kmol) do gás. Sobre os calores específicos é importante lembrar:

$$k = c_p / c_v \quad (3.4)$$

$$R = c_p - c_v \quad (3.5)$$

onde c_p é o calor específico a pressão constante e c_v a volume constante, k é a razão dos calores específicos.

Aplicando as equações 3.3, 3.4 e 3.5 a duas seções quaisquer x e y , pode-se relacionar temperatura, pressão e volume específico da seguinte forma:

$$\frac{T_x}{T_y} = \left(\frac{P_x}{P_y} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{v_y}{v_x} \right)^{k-1} \quad (3.6)$$

A velocidade de propagação do som (c) em gases ideais independe da pressão, e é dada por:

$$c = \sqrt{k \cdot R \cdot T} \quad (3.7)$$

Como no estado de estagnação a velocidade do fluido é nula, toma-se como referência justamente a velocidade crítica (velocidade do som). Define-se então o número de Mach (M) como a razão entre a velocidade do fluido e a velocidade de propagação do som no fluido:

$$M = V / c = V / \sqrt{k \cdot R \cdot T} \quad (3.8)$$

Podemos definir a temperatura de estagnação e a pressão de estagnação em função do número de Mach:

$$T_0 = T \left[1 + \frac{1}{2} (k - 1) \cdot M^2 \right] \quad (3.9)$$

$$P_0 = P \left[1 + \frac{1}{2} (k - 1) \cdot M^2 \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (3.10)$$

Assim, manipulando a equação 3.2 aplicada a duas seções quaisquer x e y , encontra-se a relação entre as áreas da seção e o número de Mach na seção:

$$\frac{A_y}{A_x} = \frac{M_x}{M_y} \sqrt{\frac{\left\{ 1 + \frac{(k-1)}{2} \cdot M_x^2 \right\}^{\frac{k+1}{k-1}}}{\left\{ 1 + \frac{(k-1)}{2} \cdot M_y^2 \right\}^{\frac{k+1}{k-1}}}} \quad (3.11)$$

A partir das entalpias, podemos relacionar as velocidades na saída (V_2) e entrada (V_1) da tubeira, arranjando em função das pressões e da temperatura na câmara de combustão:

$$V_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot k}{k-1} R \cdot T_1 \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} + V_1^2 \quad (3.12)$$

Já foi comentado que a câmara de combustão se porta como um vaso de pressão, neste caso a velocidade do fluido na câmara de combustão é muito pequena, de forma que podemos considerar que o fluido está no estado de estagnação. Como a velocidade V_1 é muito pequena, é insignificante no cálculo de V_2 , sendo assim pode-se desconsiderar o termo de V_1 na equação 3.12. Aplicando a equação da velocidade e as relações isentrópicas à equação da continuidade entre a entrada da tubeira (1) e uma seção qualquer (x), obtém-se a seguinte relação para a vazão:

$$\dot{m} = \frac{A_x \cdot P_1}{R} \sqrt{\frac{2 \cdot c_p}{T_1} \left[\left(\frac{P_x}{P_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_x}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \quad (3.13)$$

A pressão na garganta (pressão crítica P_g) é relacionada com a pressão na câmara de combustão (pressão de estagnação P_1) particularizando a equação 3.10 para $M_g = 1$, obtém-se:

$$\frac{P_g}{P_1} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (3.14)$$

Para o cálculo da força de empuxo (F) do motor-foguete, temos uma parcela de força dada pela conservação do momento linear associada a outra parcela devida à diferença entre as pressões da saída da tubeira e do ambiente. Assim sendo escreve-se:

$$F = V_2 \cdot \dot{m} + (P_2 - P_3)A_2 \quad (3.15)$$

De outra forma podemos relacionar a força diretamente à pressão interna da câmara de combustão e à área da garganta, inserindo um coeficiente de empuxo C_F :

$$F = C_F \cdot A_g \cdot P_1 \quad (3.16)$$

onde o coeficiente de empuxo é deduzido das equações 3.14 e 3.15, dado por:

$$C_F = \sqrt{\frac{2 \cdot k^2}{k-1} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} + \frac{P_2 - P_3}{P_1} \frac{A_2}{A_g} \quad (3.17)$$

Sendo conhecidas as propriedades do escoamento, faz-se necessário conhecer o comportamento do propelente durante a combustão, que será estudado a seguir.

4 GRÃO PROPELENTE

Como já citado, o grão propelente é de extrema importância no projeto de MFPS. Neste item procura-se estudar melhor as características do grão propelente, dentre as quais as principais são: a reação de combustão do propelente e a energia liberada; a velocidade de queima do propelente e a sua variação; e a geometria do grão propelente com sua área exposta à combustão.

4.1 COMBUSTÃO DO PROPELENTE SÓLIDO

A combustão do propelente sólido é uma reação química que, a partir de uma energia inicial fornecida por um ignitor, torna-se auto sustentada e se mantém enquanto houver combustível e oxidante. A reação libera uma quantidade de energia por unidade de massa consumida, esta quantidade é característica para cada mistura de reagentes, ou seja, cada propelente tem um poder energético (poder calorífico) característico. Este poder calorífico pode ser estimado pelo balanço termodinâmico da equação da reação química de combustão, através das entalpias de formação de cada um dos reagentes e produtos e da variação de entalpia dos produtos devida à variação de temperatura e pressão.

Para exemplificar, eis uma equação química da reação de combustão do propelente sólido KNSB (oxidante nitrato de potássio 65% e combustível sorbitol 35%) utilizado em foguetes experimentais e espaçomodelos, inclusive utilizado pelo realizador do trabalho. A reação é dada por Nakka em [7]:



Para fazer o balanço energético desta reação, Wylen, em [3], aplica a primeira lei da termodinâmica na entrada (e) e na saída (s) de um processo com reação química obtendo:

$$Q + \sum_R n_e (h_f^0 + \Delta h)_e = W + \sum_P n_s (h_f^0 + \Delta h)_s \quad (4.1)$$

onde Q e W são as energias, em forma de calor e trabalho respectivamente, que estejam envolvidas no processo, n é o número de mols de cada composto, h_f^0 é a entalpia de formação de cada composto e Δh é a variação de entalpia.

Realizando o balanço termodinâmico da reação encontra-se o poder calorífico do propelente. Neste caso será feita apenas uma estimativa do poder energético do propelente, desconsiderando a variação de entalpia com a temperatura e pressão, pois não foi possível encontrar estes dados de entalpia para todos os compostos. A tabela 4.1 a seguir detalha as características dos compostos envolvidos na reação.

TABELA 4.1 – CARACTERÍSTICAS DOS COMPOSTOS DA REAÇÃO (KNSB)

Composto		Estado	h_f^0 (kJ/mol)	n (mol)	\mathfrak{M} (kg/kmol)
Sorbitol	$C_6H_{14}O_6$	sólido	-1353,70	1,000	342,30
Nitrato de Potássio	KNO_3	sólido	-495,00	3,345	101,10
Dióxido de carbono	CO_2	gás	-393,52	1,870	44,01
Monóxido de carbono	CO	gás	-110,53	2,490	28,01
Vapor d'água	H_2O	gás	-241,83	4,828	18,02
Hidrogênio	H_2	gás	0,00	2,145	2,02
Nitrogênio	N_2	gás	0,00	1,672	28,02
Carbonato de potássio	K_2CO_3	líquido	-1123,00	1,644	138,21
Hidróxido de potássio	KOH	gás	-232,63	0,057	56,11

Sendo assim calcula-se que a variação da entalpia na reação será $\Delta h = -1028,7$ kJ/mol de sorbitol, o sinal negativo significa que a reação é exotérmica, ou seja, libera energia. Dividindo a variação de entalpia pela massa molecular do sorbitol encontramos o poder calorífico do propelente $H_p = 3005,6$ kJ/kg de sorbitol.

4.2 TAXA DE QUEIMA DO PROPELENTE

Uma das características mais importantes do propelente é a velocidade de combustão, aqui denominada por taxa de queima. A quantidade de propelente

queimada instantaneamente é aproximadamente igual à vazão mássica na saída da tubeira. Sendo r a taxa de queima do propelente em m/s, ρ_p a massa específica do grão propelente e A_q a área instantânea de queima, define-se:

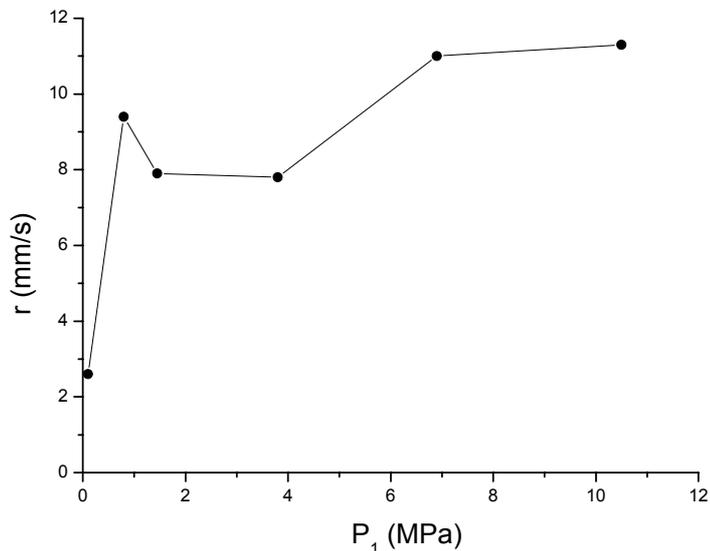
$$\dot{m} = r \cdot \rho_p \cdot A_q \quad (4.2)$$

Em geral, a taxa de queima dos propelentes é significativamente afetada pela pressão na câmara de combustão. Realizar a combustão de uma amostra ao ar livre é muito mais lento que a combustão de uma amostra idêntica em confinamento. Em geral a curva de taxa de combustão em função da pressão pode ser ajustada por uma equação exponencial:

$$r = a \cdot P_1^b \quad (4.3)$$

No entanto, o comportamento de vários propelentes não é linear, conforme dados experimentais de Nakka em [7], pôde-se plotar o gráfico 4.1 a seguir, que caracteriza o KNSB.

GRÁFICO 4.1 – TAXA DE QUEIMA DO KNSB EM FUNÇÃO DA PRESSÃO



A taxa de queima também varia com a temperatura inicial do grão, mas isto não será considerado neste trabalho, considera-se que a temperatura inicial do grão propelente é igual à temperatura ambiente (25 °C).

4.3 VARIAÇÃO DA ÁREA DE QUEIMA

A área de queima é um dos principais parâmetros de projeto de MFPS. De acordo com a geometria projetada para o grão propelente, haverá variação da área de queima, afetando diretamente a força de empuxo do motor. A geometria do grão irá definir o tipo da curva de força, podendo ser: progressiva, quando A_q aumenta e também a força com o tempo; neutra, quando A_q permanece constante, não alterando a força; regressiva, quando se tem um pico de força no início quando A_q é máxima, e decresce com o tempo, devido à redução de A_q . A curva de força pode também ter as mais diversas formas de acordo com o projeto, por isso é importante saber avaliar a variação da área de queima.

Para geometrias simples do grão é fácil avaliar a área matematicamente, mas para geometrias mais complexas existem outros métodos além dos modelos matemáticos, dentre eles o método gráfico, que será detalhado logo adiante (quadro 4.1).

Um pouco mais complicado é associar a área de queima ao tempo, pois esta vai depender da taxa de queima, que por sua vez é atrelada à pressão na câmara de combustão, que depende da área de queima. Percebe-se que as grandezas são todas interdependentes e o método numérico é o mais indicado para a solução deste tipo de problema.

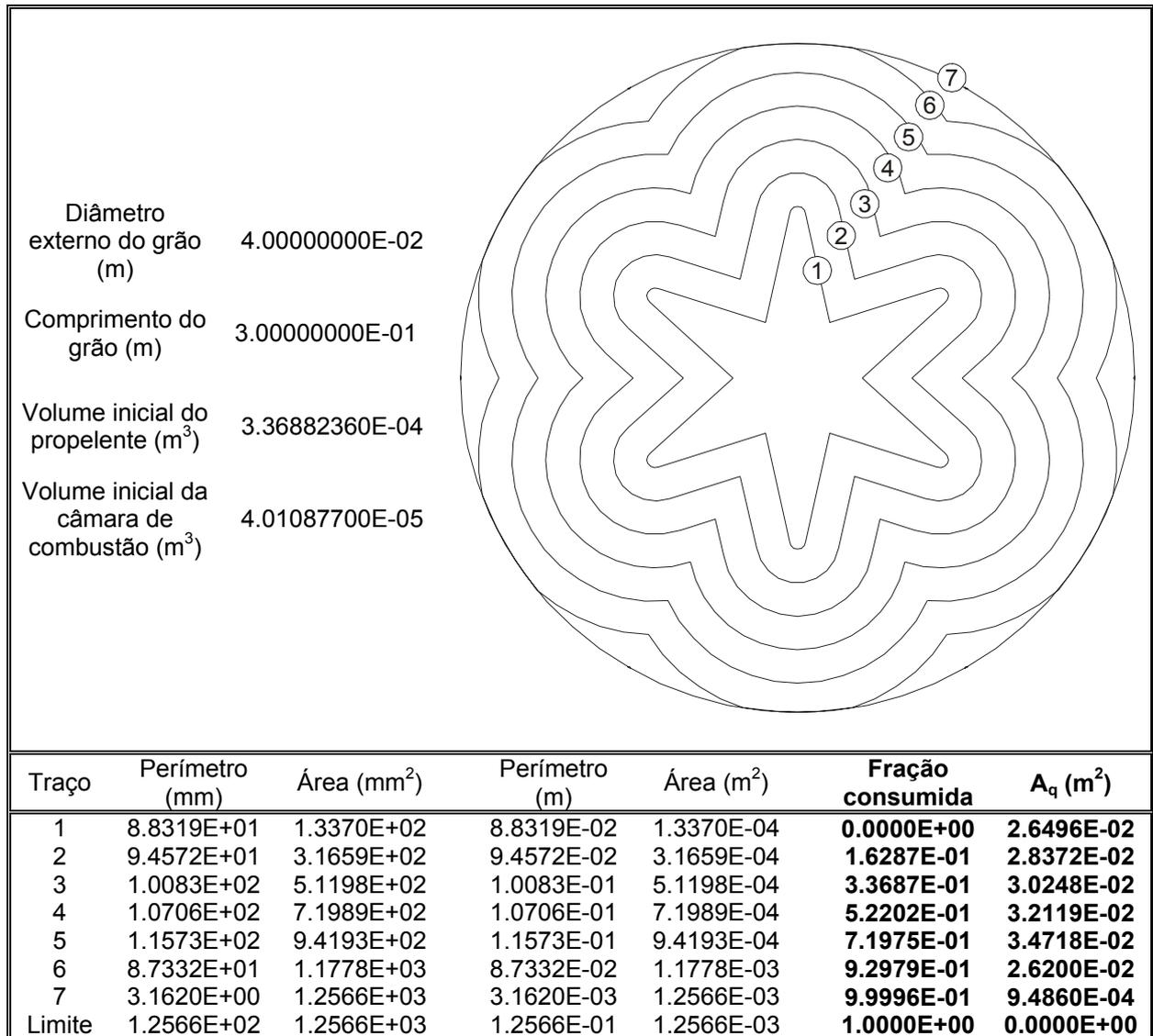
Para que seja possível uma simulação mais interessante, propõe-se o uso da curva de área de queima em função da porcentagem do grão propelente que foi consumido. Sendo assim propõe-se uma metodologia simples para grãos que possuam uma seção transversal constante e as extremidades estejam inibidas, de modo que a queima do grão propelente seja somente radial.

Primeiramente faz-se o desenho da seção transversal do grão propelente e representa-se os traços do progresso da queima (quadro 4.1).

Conhecendo o progresso da queima, para cada posição mede-se o perímetro e a área da figura. De posse destes dados e conhecendo-se o comprimento do grão propelente: calcula-se a área de queima para cada posição, multiplicando-se o perímetro da figura pelo comprimento do grão; calcula-se o volume do grão, para cada posição, multiplicando a área de propelente da posição (calculada pela área do perímetro externo do propelente menos a área da posição de queima) pelo

comprimento do grão propelente. A fração consumida do propelente em cada posição é calculada em relação ao volume inicial e associada à área de queima.

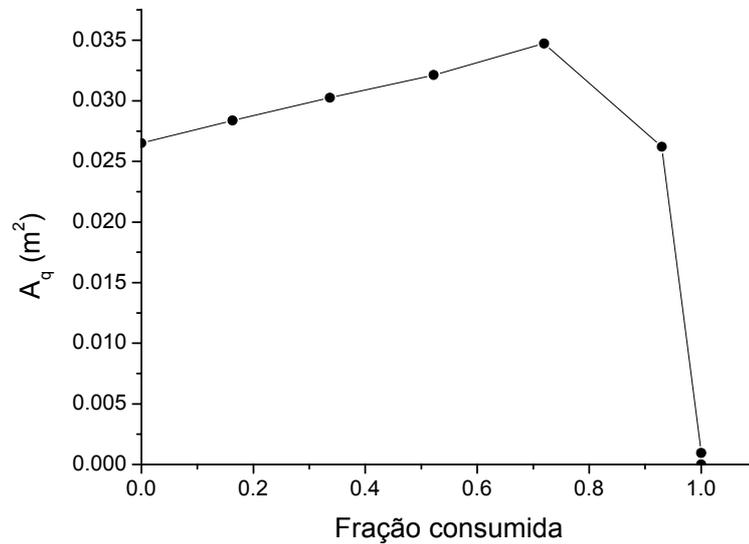
QUADRO 4.1 – MÉTODO GRÁFICO PARA A ÁREA DE QUEIMA



A partir dos dados em negrito do quadro 4.1 foi possível plotar o gráfico 4.2 que representa a variação da área de queima em função da fração consumida. A importância deste método é de poder estimar com facilidade a área de queima num dado instante através de interpolação. O uso desta curva em simulação numérica é extremamente interessante por não tornar a simulação limitada a uma geometria, podendo inserir qualquer geometria na entrada de dados do problema, desde que o

propelente seja um composto único de propriedades constantes (composição e massa específica).

GRÁFICO 4.2 – VARIAÇÃO DA ÁREA DE QUEIMA EM FUNÇÃO DO CONSUMO DO GRÃO



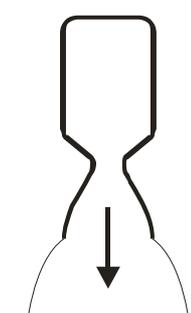
Quanto mais dados da área de queima, melhor será a precisão da simulação. Esta curva é apenas fictícia, criada para exemplificar a simulação, por isso o número de pontos não é muito grande e a precisão da interpolação não será tão boa, por exemplo, no final da queima, onde a variação de área é muito brusca.

5 ANÁLISE DAS PRESSÕES

Um MFPS, em geral, possui uma tubeira de geometria definida e invariável, com exceção das partes críticas onde há desgaste erosivo (principalmente a garganta). O desenvolvimento do escoamento através da tubeira será dependente da geometria da tubeira e das pressões da câmara de combustão e do meio externo.

Conforme mostrado pela equação 3.15, a força de empuxo do motor é influenciada pela diferença entre a pressão na saída da tubeira e a pressão ambiente ($P_2 - P_3$). Podemos analisar várias situações, por exemplo: no vácuo a pressão ambiente é nula; num lançamento vertical a partir do solo, a pressão atmosférica diminui com a altitude (grandes altitudes); se a taxa de expansão de áreas for muito pequena para uma dada pressão da câmara de combustão, ocorre uma sub-expansão, ou seja, a expansão não foi suficiente. A expansão é ótima quando a pressão na saída da tubeira é igual à pressão ambiente. O quadro 5.1 apresenta simplificadaamente os tipos de expansão em relação às pressões.

QUADRO 5.1 – TIPOS DE EXPANSÃO PARA A RELAÇÃO ENTRE P_2 E P_3

Condição	$P_2 < P_3$	$P_2 = P_3$	$P_2 > P_3$
Expansão	 <p>Superexpansão</p>	 <p>Ótima</p>	 <p>Subexpansão</p>

Para uma tubeira de geometria definida, é importante encontrar um modo de calcular a pressão na câmara de combustão necessária para obter uma expansão ótima. Para isto toma-se a equação 3.11 aplicada ao caso onde são consideradas as seções 2 e g:

$$\varepsilon = \frac{1}{M_2} \sqrt{\left\{ \frac{1 + [(k-1)/2] \cdot M_2^2}{1 + [(k-1)/2]} \right\}^{\frac{k+1}{k-1}}} \quad (5.1)$$

onde ε é a taxa de expansão de áreas, dada pela razão entre A_2 e A_g .

Conhecemos a taxa de expansão de áreas (ε) da geometria do motor e a razão dos calores específicos k , característica do propelente, logo podemos resolver a equação 5.1 numericamente e encontrar M_2 , o número de Mach na saída da tubeira.

Utilizando então a equação 3.10 para $P_2=P_3$, calcula-se a pressão de estagnação, que é uma ótima aproximação da pressão na câmara de combustão para a qual a expansão é ótima.

Com os mesmos passos, invertendo a seqüência, podemos partir de P_1 e encontrar a relação de expansão ótima para a tubeira.

6 EQUAÇÕES FUNDAMENTAIS

O trabalho desenvolvido por Tinaztepe em [5] sugere montar o sistema de equações diferenciais a partir das equações fundamentais. De Fox [4] temos:

Da continuidade:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho \cdot dV + \int_{SC} \rho \cdot \vec{V} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (6.1)$$

Da conservação do momento:

$$\vec{F} = \vec{F}_S + \vec{F}_B = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{V} \cdot \rho \cdot dV + \int_{SC} \vec{V} \cdot \rho \cdot \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (6.2)$$

onde \vec{F}_S e \vec{F}_B são as resultantes das forças de superfície e de campo respectivamente.

Da conservação da energia:

$$\dot{Q} - \dot{W} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} e \cdot \rho \cdot dV + \int_{SC} e \cdot \rho \cdot \vec{V} \cdot d\vec{A} \quad (6.3)$$

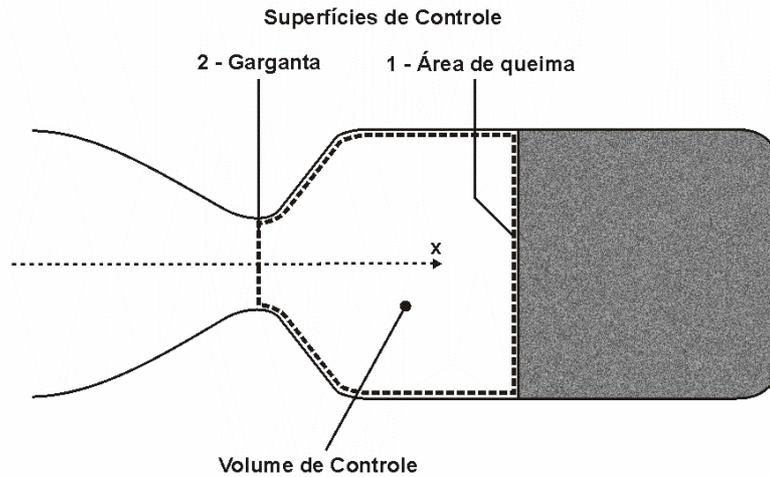
onde \dot{Q} é a transferência de calor, \dot{W} é a potência do trabalho realizado, 'e' é a energia total específica (J/kg) e u é a energia interna específica (J/kg), definidos por:

$$e = u + \frac{V^2}{2} + g \cdot z \quad (6.4)$$

$$u = h - P \cdot v = h - R \cdot T \quad (6.5)$$

Propõe-se a resolução do sistema de equações com o volume e as superfícies de controle definidos da forma como está representado na figura 6.1 a seguir.

FIGURA 6.1 – DEFINIÇÃO DO VOLUME E DAS SUPERFÍCIES DE CONTROLE



O caso é tratado como sendo unidimensional transiente, ou seja, considera-se que as propriedades são constantes numa seção transversal qualquer do motor, e que o escoamento é todo axialmente direcionado.

Detalhando a equação da continuidade, os termos podem ser estudados da seguinte maneira: O primeiro termo representa a variação de massa no tempo dentro do volume de controle ($\dot{m}_{\text{gás}}$), e pode ser escrito da seguinte maneira:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho \cdot dV = \dot{m}_{\text{gás}} \quad (6.6)$$

Já o segundo termo refere-se à vazão mássica nas superfícies de controle, no nosso caso nomeiam-se as superfícies de controle 1 e 2, que são as únicas por onde há fluxo de massa. Pode-se reescrever este termo da seguinte forma:

$$\int_{SC} \rho \cdot \vec{V} \cdot d\vec{A} = \int_{SC1} \rho \cdot \vec{V} \cdot d\vec{A} + \int_{SC2} \rho \cdot \vec{V} \cdot d\vec{A} = \dot{m}_1 - \dot{m}_2 \quad (6.7)$$

O sinal negativo de \dot{m}_2 deve-se ao fato de que este fluxo está saindo do volume de controle.

A superfície de controle 1 trata-se de uma superfície móvel, acompanhando sempre a superfície de combustão, desta forma o fluxo é considerado normal à superfície, e é descrito pela equação 4.2, que é reescrita por:

$$\dot{m}_1 = r \cdot \rho_p \cdot A_q \quad (6.8)$$

A superfície de controle 2 é a garganta da tubeira. Sendo assim, define-se o fluxo na superfície de controle 2, considerando que todo o fluxo é normal à superfície, através da equação 3.13 aplicada à garganta da tubeira, que quando organizada aplicando as relações 3.4, 3.5 e 3.14 obtém-se:

$$\dot{m}_2 = \frac{A_g \cdot (P_1 - P_3) \cdot k}{\sqrt{k \cdot R \cdot T_1}} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (6.9)$$

Assim sendo, pode-se reescrever a equação da continuidade como sendo:

$$\dot{m}_{\text{gás}} + \dot{m}_1 - \dot{m}_2 = 0 \quad (6.10)$$

Sabe-se que a massa dos gases pode ser calculada conhecendo-se o volume do volume de controle e seu volume específico.

Da equação de conservação do momento pode-se encontrar a força de empuxo do motor. Primeiramente as forças de campo \vec{F}_B podem ser e são desprezadas, pois a única força de campo atuante é a gravitacional, porém a massa dos gases é muito pequena para se levar em consideração seu peso.

A força de superfície é avaliada incluindo-se todas as forças de superfície atuando sobre o volume de controle. Estas forças serão as forças devido à pressão e devido à força do suporte (estrutura) sobre o volume de controle. No interior do motor estas forças se anulam, restando apenas a extremidade aberta a ser considerada. Considera-se que todo o fluxo é axialmente direcionado em x:

$$F_{S_x} = (P_3 - P_2)A_2 - R_x \quad (6.11)$$

Pode-se dizer que a força do suporte sobre o volume de controle R_x é a reação à força de empuxo do motor, sendo de igual módulo, porém em sentido contrário. Pode-se então reescrever a equação da continuidade na direção x:

$$F = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{V} \cdot \rho \cdot dV + \int_{SC} \vec{V} \cdot \rho \cdot \vec{V} \cdot dA + (P_2 - P_3)A_2 \quad (6.12)$$

Como a massa dos gases no volume de controle é muito pequena em relação ao fluxo de gases através deste, pode-se desprezar a variação de momento linear no volume de controle:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \vec{V} \cdot \rho \cdot dV = \frac{d}{dt} (V_{mgás} \cdot m_{gás}) \approx 0 \quad (6.13)$$

O termo da superfície de controle pode ser reduzido a:

$$\int_{SC} \vec{V} \cdot \rho \cdot \vec{V} \cdot d\vec{A} = \int_{A_2} \rho \cdot V^2 \cdot dA = \dot{m}_2 \cdot V_2 \quad (6.14)$$

Finalmente chega-se à equação 3.15 já citada no embasamento teórico, que aplicada a este caso escreve-se:

$$F = \dot{m}_2 \cdot V_2 + (P_2 - P_3)A_2 \quad (6.15)$$

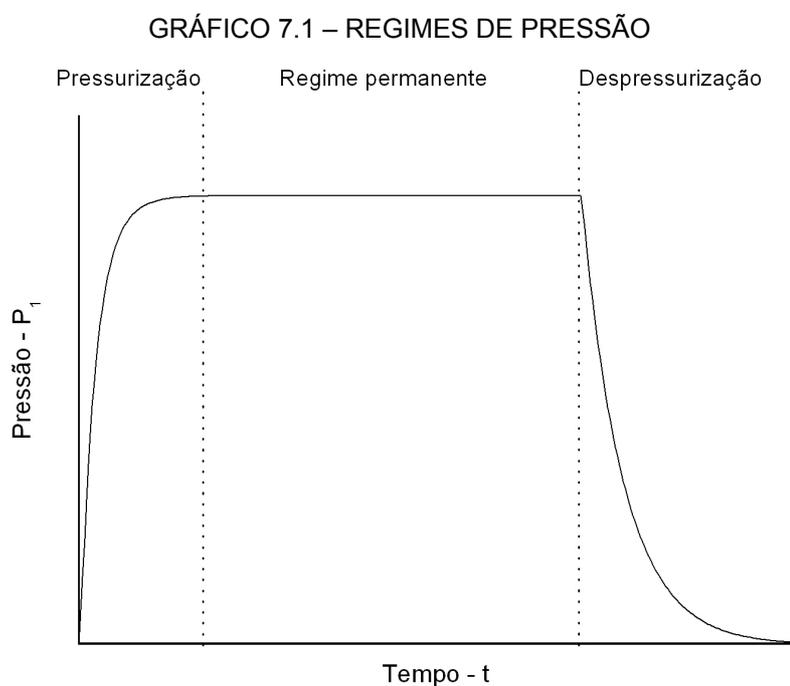
Com relação à energia, por tratar-se de um trabalho ao nível de graduação, infelizmente não se tem tanto conhecimento para se fazer uma análise muito complexa e o tempo também não foi suficiente para que se pudesse estudar profundamente todos os fatores envolvidos no caso. Sendo assim partiu-se para algumas simplificações que mesmo assim permitissem uma análise coerente e uma boa aproximação da realidade.

A principal simplificação é: considera-se a temperatura da câmara de combustão constante e igual à temperatura de combustão do propelente e qualquer perda de calor é desprezível. Desta forma torna-se desnecessário realizar a análise das transformações de energia que ocorrem durante a combustão do MFPS, que seria útil na determinação da temperatura da câmara de combustão. Porém, é do interesse do aluno continuar desenvolvendo a simulação, futuramente incluindo o estudo de conservação da energia.

7 CRIAÇÃO E DESENVOLVIMENTO DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA

A intenção ao construir o programa de simulação, era de obter um programa versátil, que possa ser utilizado para simular diversas configurações distintas de MFPS, porém dentro das possibilidades de tempo e conhecimento. Sendo assim, como não há muita experiência com solução de equações diferenciais, decidiu-se por soluções intuitivas, desenvolvendo métodos de iteração.

O processo de combustão de um MFPS pode ser descrito em 3 fases principais, que não são necessariamente bem definidas, mas podem ser caracterizadas pela pressão na câmara de combustão como mostra o gráfico 7.1:



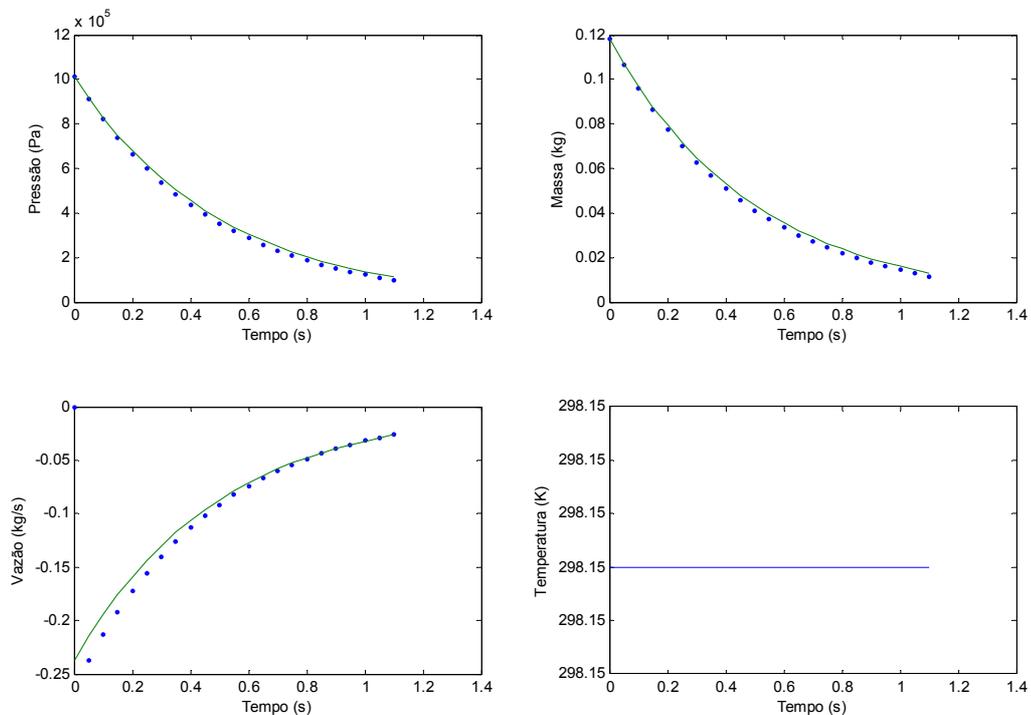
Para iniciar uma simulação, optou-se por implementar primeiramente o caso de despressurização, que pode ser representado por um vaso de pressão com um bocal, este no instante inicial está cheio de gás a uma pressão elevada, então o bocal é aberto e ocorre a despressurização. De forma intuitiva pôde-se criar um modelo de simulação simples para este caso.

Sendo conhecidos a pressão, o volume, a área do bocal e as características do gás (massa molar e razão de calores específicos) do vaso de pressão, calcula-se o volume específico inicial pela lei dos gases perfeitos (equação 3.3). Conhecendo o volume específico calcula-se a massa de gás inicial no vaso, em seguida calcula-se

o fluxo através do bocal utilizando a equação 6.9. Conhecendo o fluxo de massa, calcula-se a quantidade de massa que deixa o vaso de pressão em um tempo diferencial. Em seqüência calcula-se a massa que resta no vaso após este tempo diferencial e o novo volume específico do gás. Sendo assim, considerando que a temperatura se mantenha constante, calcula-se qual será a nova pressão no vaso de pressão a partir da lei dos gases perfeitos (equação 3.3) e reinicia-se o ciclo até que a pressão interna se iguale à ambiente.

O programa para esta simulação foi aplicado em linguagem para matlab e está em anexo 1.

GRÁFICO 7.2 – RESULTADOS DA SIMULAÇÃO DE DESPRESSURIZAÇÃO



No gráfico 7.2, as linhas plotadas em verde são as soluções analíticas exatas para cada grandeza, enquanto que os pontos plotados em azul foram calculados pelo método desenvolvido. Os resultados plotados mostram a qualidade do método criado, pois apresenta uma boa aproximação para um incremento de tempo (diferencial de tempo) relativamente grande ($\Delta t = 0.05$ s)

Partindo do mesmo princípio foi elaborada a simulação que considera as demais variáveis para poder simular o caso de MFPS.

7.1 FUNCIONAMENTO DO PROGRAMA

O programa necessita de entradas de dados sobre as condições da simulação (Condicoes.txt), sobre o propelente utilizado (Propelente.txt), sobre o grão propelente (Propelente.txt) e sobre a geometria do motor (Motor.txt). Os arquivos de entrada de dados estão dentro da pasta Dados. Estes dados serão lidos e armazenados pelo programa para realizar a simulação.

Duas matrizes de dados muito importantes na entrada dos dados são: a curva da taxa de queima do motor e a curva de área de queima do motor. Estes dados serão utilizados em interpolações durante a simulação. Para as interpolações, foi criado um algoritmo de interpolação que aproxima as curvas considerando os intervalos entre os pontos como segmentos de reta.

Os resultados mais importantes da simulação são impressos na tela do computador, com o objetivo de poder verificar visualmente a velocidade e o desenrolar da simulação, podendo perceber falhas ou problemas com a simulação, mas também serão gravados em arquivos de texto no disco rígido do computador, na pasta Resultados.

Não são impressos todos os pontos calculados nos resultados, pois não se faz necessário, deste modo torna-se a simulação mais rápida e o arquivo de resultados mais leve (ocupa menos memória). A maneira de imprimir os resultados é tal que, não importa qual seja o diferencial de tempo utilizado, os resultados só serão impressos a cada milésimo de segundo. Para isto foram inseridas variáveis do tipo inteiras para comparação.

Os resultados são impressos em vários arquivos, todas as variáveis juntas no arquivo Output.txt e cada uma separadamente em função do tempo para gerar o seu gráfico através do aplicativo Gnuplot.

As informações para geração dos gráficos estão no arquivo plot.gnu. Ao fim da simulação são gerados os gráficos de força, pressão, massa e vazão em função do tempo automaticamente. Além dos gráficos, outros resultados são impressos na tela ao final da simulação: tempo de queima, tempo de ação, força máxima e média, pressão máxima e média, impulso total, impulso específico e a porcentagem do grão consumido durante a simulação (caso a porcentagem seja diferente de 100% pode ter ocorrido algum problema com a simulação).

Toda a programação criada em código Fortran foi armazenada em um único arquivo (Principal.f90 que está em anexo 3). Este arquivo possui duas funções separadas, bissec e fMach, que foram criadas para poupar espaço, já que são utilizadas diversas vezes no cálculo do número de mach em função das áreas.

Como a equação do número de mach em função da área (equação 3.11) não possui solução analítica, optou-se por solucioná-la por método numérico, aplicando o método da bissecção (função bissec).

7.2 ALGORÍTMOS

Faz-se neste tópico uma descrição do algoritmo do programa criado. Como o programa é extenso, o algoritmo é simplificado.

- 1) Ler os dados a partir dos arquivos de dados:
 - Do arquivo Condicoes.txt: g, P3, inct e tol;
 - Do arquivo Propelente.txt: Tc, k, Mmol, rhop, n1 e Pc(n1,2);*
 - Do arquivo Motor.txt: d1, dg, d2, m0 e Volmax;
 - Do arquivo Grao.txt: Volgr, n2 e Aqm(n2,2).*

*Nota: Aqm e Pc são matrizes de dados (curvas de r versus P1 e Aq versus %grão consumido).

- 2) Calcular geometrias e definir condições iniciais:
 - Áreas da tubeira A1, Ag e A2 em função dos diâmetros;
 - Volume inicial da câmara de combustão Vol0;
 - Constante dos gases Rg da equação ;
 - Definir condições iniciais: P1=P3+1, P2=P3, T1=Tc, mp0=Volgr*rhop, mm=mp0+m0;
 - Calcular $P1_{min}=P3*((k+1)/2)^{k/(k-1)}$ que é a pressão mínima para atingir Mach=1 na garganta da tubeira;
 - Definir condições iniciais: It=0, mpc=0, mp=mp0, t=0, comp2=0.

- 3) Fazer os itens 4 a 10 enquanto P1 for maior que P3+100 ou P1 for igual a P3.

- 4) Imprimir os dados de tempo, pressão, força, massa, etc. em arquivos e na tela:
 - Fazer $comp1=t*1000$;
 - Se $comp1$ igual a $comp2$, imprimir os resultados e fazer $comp2=comp2+1$.

- 5) Variar o tempo adicionando um elemento diferencial: $t=t+inct$.

- 6) Encontrar por interpolação a taxa de queima (r) e a área de queima (Aq), a partir de $P1$ e de mpc (fração de propelente consumido).
 - Fazer $mpc=(mp0-mp)/mp0$;
 - Se mpc for maior ou igual a 1, então $r=0$, senão continua;
 - Calcular r por interpolação de $P1$;
 - Calcular Aq por interpolação de mpc ;

- 7) Calcular a queima durante o intervalo de tempo:
 - Calcular $mponto1$ pela equação 6.8;
 - Fazer $mp=mp-mponto1*inct$, $Volp=mp/rhop$, $Vol=(Volgr-Volp)+Vol0$;
 - Fazer $mgasaux=mgas$;
 - Fazer $mgas=mgas+mponto1*inct$ (esta é uma estimativa inicial, considerando que todo o propelente queimado neste instante seja convertido em massa de gás);
 - Fazer $mpontogaux=0$, $zero=1$.

- 8) Fazer enquanto o valor absoluto de zero for maior que a tolerância (tol):
 - Fazer $v1=Vol/mgas$ (volume específico);
 - Fazer $P1=Rg*T1/v1+P3$ (pressão na câmara de combustão);
 - Calcular $mponto2$ pela equação 6.9 (vazão na superfície de controle 2);
 - Calcular $mpontog$ pela equação 6.10 (variação da massa dos gases);
 - Fazer $mgas=mpontog*inct+mgasaux$;
 - Fazer $zero=mpontog-mpontogaux$;
 - Fazer $mpontogaux=mpontog$.

- 9) Calcular Mach2 (número de mach na saída da tubeira):
- Se P_1 for menor que P_{1min} , então fazer $Mach_1=0$, $Mach_{2max}=1$, $Mach_{2min}=1e-10$ e calcular
 $Mach_2=bissec(Mach_{2max},Mach_{2min},Mach_1,A_1,A_2,k,tol);**$
 - Senão, fazer $Mach_g=1$, $Mach_{2max}=30$, $Mach_{2min}=1$, e calcular
 $Mach_2=bissec(Mach_{2max},Mach_{2min},Mach_g,Ag,A_2,k,tol).**$
- **Nota: bissec é uma função do programa cujo algoritmo é exposto em seguida.
- 10) Calcular os parâmetros de força, massa, impulso e outros, a partir dos dados de número de mach e do fluxo de massa:
- Calcular P_2 da equação 3.10 (pressão na saída da tubeira);
 - Se P_2 for menor que P_3 , então fazer $P_2=P_3$ e calcular Mach2 a partir da equação 3.10;
 - Calcular T_2 pela equação 3.9 (temperature na saída da tubeira);
 - Calcular Vel_2 pela equação 3.8 (velocidade na saída da tubeira);
 - Calcular F pela equação 6.15 (força de empuxo);
 - Calcular $m_m=m_m-m_{ponto2} \cdot inct$ (massa do motor);
 - Calcular $I_t=I_t+F \cdot inct$ (impulso total calculado por integração numérica);
 - Fazer $P_{1m}=P_{1m}+P_1 \cdot inct$ (acessório para calcular a pressão média);
 - Se P_1 for maior que P_{1max} , então fazer $P_{1max}=P_1$ (acessório para encontrar a pressão máxima na câmara de combustão);
 - Se F for maior que F_{max} , então fazer $F_{max}=F$ (acessório para encontrar a máxima força de empuxo do motor);
- 11) Calcular parâmetros finais:
- Calcular $I_{sp}=I_t/(m_{p0} \cdot g)$ (impulso específico);
 - Calcular $F_m=I_t/t$ (força de empuxo médio);
 - Calcular $P_{1m}=P_{1m}/t$ (pressão média na câmara de combustão).
- 12) Exibir resultados e gráficos na tela.

Algoritmos das funções:

Função bissec(MachYmax, MachYmin, MachX, AX, AY, k, tol):

- Calcular MachAUX=fMach(MachX, MachYmin, AX, AY, k);
- Fazer MachY=(MachYmax+MachYmin)/2;
- Fazer os próximos 3 itens enquanto MachYmax-MachYmin for maior que tol:
- Se MachAUX*fMach(MachX, MachY, AX, AY, k) for maior que 0, então fazer MachYmin=MachY e MachAUX=fMach(MachX, MachY, AX, AY, k);
- Senão, fazer MachYmax=MachY;
- Fazer MachY=(MachYmax+MachYmin)/2;
- Fazer bissec=MachY.

Função fMach(MachX, MachY, AX, AY, k)

- Fazer fMach=MachX/MachY*sqrt(((1+((k-1)/2)*MachY**2)/(1+((k-1)/2)*MachX**2))**((k+1)/(k-1)))-AY/AX

Os algoritmos aqui expostos são simplificados, no programa são inseridos alguns controles para prevenir erros, estes e outros detalhes como o algoritmo de interpolação, podem ser analisados no programa em anexo 3.

8 RESULTADOS

Os resultados aqui expostos foram obtidos aplicando-se os dados do propelente KNSB e os dados do grão em estrela, detalhados no item 4.3, além dos dados do motor e condições para a simulação exibidos no anexo 2.

GRÁFICO 8.1 – RESULTADOS: FORÇA DE EMPUXO PELO TEMPO

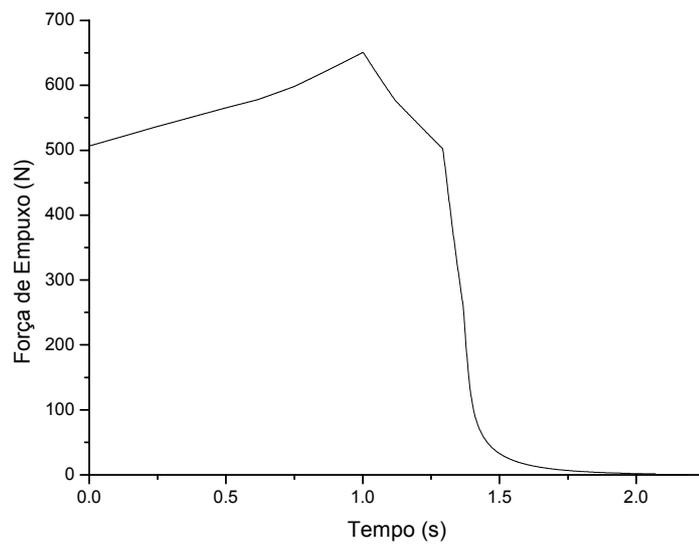


GRÁFICO 8.2 – RESULTADOS: PRESSÃO NA CÂMARA DE COMBUSTÃO PELO TEMPO

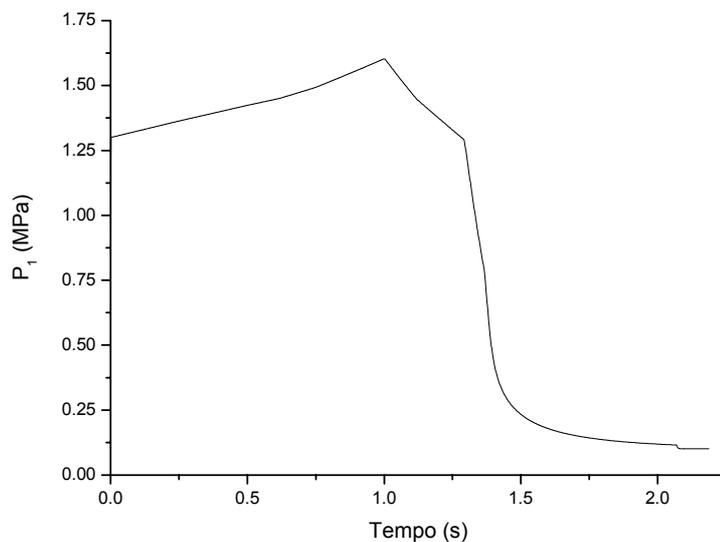
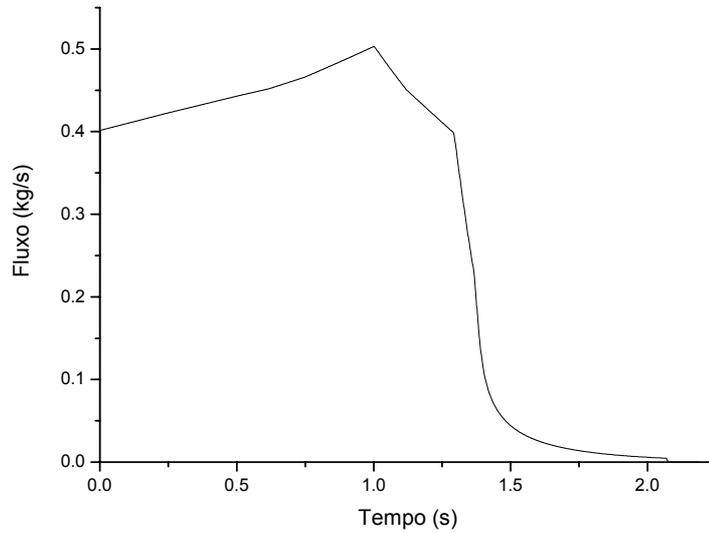
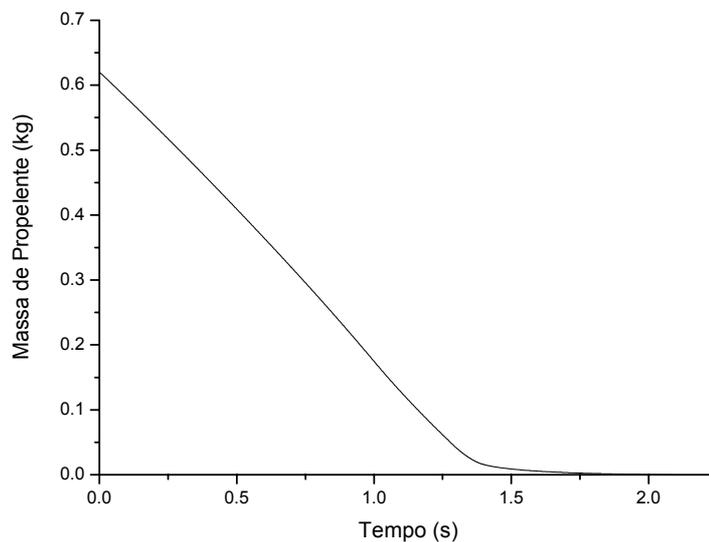


GRÁFICO 8.3 – RESULTADOS: FLUXO DE MASSA PELO TEMPO



Analisando os gráficos 8.1, 8.2, e 8.3 percebe-se um mesmo padrão no perfil e comprova-se a dependência que o fluxo de massa e a força de empuxo têm da pressão na câmara de combustão.

GRÁFICO 8.4 – RESULTADOS: MASSA DE PROPELENTE PELO TEMPO



Percebe-se através do gráfico 8.4 que a massa do grão propelente decresce quase que linearmente com o tempo, e é suavizada após 1.25 segundos de queima devido à queda de pressão e de área de queima (gráfico 4.2).

9 DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

Das etapas:

- Definição do tema: Tema definido em conjunto com o professor orientador em setembro de 2004;
- Revisão bibliográfica: Foram estudados diversos artigos e livros recomendados pelo professor orientador além de outras fontes pesquisadas na biblioteca e na Internet.
- Definição do modelo teórico: A definição do modelo teórico foi realizada logo após a pesquisa bibliográfica;
- Adaptação do modelo teórico aos métodos numéricos e implementação: A adaptação foi sendo realizada simultaneamente à implementação numérica, que foi iniciada em maio de 2005 e sofreu várias modificações, chegando a uma versão final em junho de 2005;
- Realização de simulações e análise dos resultados: Simulações foram realizadas desde o início da implementação numérica, porém os resultados finais contidos neste trabalho foram obtidos no final de junho.
- Confecção do relatório final: O relatório final foi elaborado em junho de 2005.

Durante o semestre foram realizadas reuniões com o professor orientador para fazer definições sobre o rumo do trabalho, indicações de bibliografia, tirar dúvidas e receber sugestões. Ressalta-se também a realização da disciplina optativa de foguetes, em paralelo com a segunda parte do trabalho de graduação. Esta disciplina foi ministrada pelo próprio professor Carlos Henrique Marchi, orientador deste trabalho, e foi de grande ajuda no desenvolvimento e aprendizado dos conceitos da engenharia aeroespacial.

10 CONCLUSÃO

A realização do trabalho foi bastante cansativa, porém muito empolgante. Apesar de alguns objetivos pessoais para o trabalho não terem sido alcançados, pode-se dizer que o resultado foi muito interessante. E a partir dos resultados do trabalho, pode-se fazer algumas colocações a seguir.

Apesar da complexidade do caso em estudo, fazendo-se algumas simplificações consegue-se criar um modelo de simulação que se aproxima da realidade. Apesar da vontade de obter um modelo amplo e versátil, deve-se iniciar o desenvolvimento a partir de casos simplificados, que são posteriormente melhorados.

Todo e qualquer modelo de simulação trata-se de uma mera aproximação da realidade, e está sujeito a falhar quando utilizado em determinadas condições. Assim sendo, o modelo recém-criado deve ser testado de diversas formas, de modo que sejam percebidas falhas para que o método possa ser corrigido e aprimorado.

Conhecer as características do propelente e de sua combustão é fundamental para a simulação. A geometria do grão-propelente está diretamente ligada à forma da curva de empuxo de um motor-foguete a propelente sólido. Isto é comprovado comparando-se as curvas dos gráficos 8.1 e 4.2.

Propõe-se como continuidade ao trabalho o desenvolvimento do modelo, incluindo a análise da conservação da energia e aprimorando com estudos de ondas de choques, eficiência térmica, os efeitos da geometria da tubeira incluindo os ângulos de convergência e divergência, os efeitos de escoamento bifásico, etc. Ainda há muito o que se estudar.

Nem sempre o que se imagina a principio torna-se realidade. Isto é o que faz o aprendizado, fazer previsões e posteriormente perceber e aceitar a necessidade de mudar os caminhos.

11 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Livros consultados:

1. SUTTON, G. P. **Rocket Propulsion Elements, An Introduction to the Engineering of Rockets**. 6^a edição, New York: Editora John Wiley & Sons, Inc, United States, 1992.
2. BROWN, C. D. **Spacecraft Propulsion**. Washington, DC: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc, United States, 1995.
3. WYLEN, G. V.; SONNTAG, R.; BORGNAKKE, C. **Fundamentos da Termodinâmica Clássica**. 4^a edição, Editora Edgard Blücher Ltda, São Paulo – SP, 1994.
4. FOX, R. W.; MCDONALD A. T. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. 5^a edição, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro – RJ, 2001.

Artigos consultados:

5. TINAZTEPE, H.T.; AKMADOR, S.; ÜÇER, A. Ş. **Unsteady Internal Ballistic Calculations of Solid Rocket Motors**. Journal of Propulsion and Power, 8(5): 1125-1128, 1992.
6. STANCATO, F.; MIRAGLIA, J. **Princípios de Balística Interna: Uma Metodologia e Aplicação Experimental Didática**. International Mobility Technology Conference and Exhibits. São Paulo, october 27-29, 1997. SAE.

Arquivo eletrônico consultado:

7. RICHARD NAKKA'S WEB SITE, R. N. **Experimental Rocketry**. Disponível em <<http://www.nakka-rocketry.net/>> Acesso em 2 out. 2004.

ANEXO 1 – PROGRAMA EM MATLAB

```

clear all
% Constantes:
At=1e-4; %m2
Vol=1e-2; %m3

% Ar:
k=1.400;
R=8314.5/28.97; %J/kg.K

% Valores Iniciais:
P0=10*101325; %Pa
T0=25+273.15; %K
v0=R*T0/P0; %m3/kg
m0=Vol/v0; %kg

% Solução numérica
dt=5e-2;

T=T0;
P=P0;
m=m0;
tp=0;
RES=[tp T P m 0];
i=0;
while norm(P)>101325
    i=i+1;
    tp=tp+dt;
    mponto=-At*P*k*sqrt((2/(k+1))^(k+1)/(k-1)))/sqrt(k*R*T);
    m=m+mponto*dt;
    v=Vol/m;

    dif=1;
    j=0;
    while dif>1e-10
        j=j+1;
        P0=P;
        P=R*T/v;
        T=P*v/R;
        dif=norm(P0-P);
        if j>999
            '!!!não convergiu j !!!!'
            break
        end
    end

    end

    if i>2000
        '!!!não convergiu i !!!!'
        break
    end

    RES=[RES;tp T P m mponto];
end

% Solução exata
C1=-At/Vol*sqrt(k*R*T0*(2/(k+1))^(k+1)/(k-1));
m=m0*exp(C1*RES(:,1));
mponto=C1*m;
P=m/Vol*R*T;

figure(1)
subplot(221),plot(RES(:,1),RES(:,3),'.',RES(:,1),P)
xlabel('Tempo (s)')
ylabel('Pressão (Pa)')

subplot(222),plot(RES(:,1),RES(:,4),'.',RES(:,1),m)
xlabel('Tempo (s)')
ylabel('Massa (kg)')

subplot(224),plot(RES(:,1),RES(:,2))
xlabel('Tempo (s)')
ylabel('Temperatura (K)')

subplot(223),plot(RES(:,1),RES(:,5),'.',RES(:,1),mponto)
xlabel('Tempo (s)')
ylabel('Vazão (kg/s)')

```

ANEXO 2 – DADOS DA SIMULAÇÃO

Arquivo 'Condicoes.txt':

```
9.81 !aceleração gravitacional (m/s2)
101325 !pressão atmosférica (Pa)
1e-4 !diferencial de tempo (s) -> recomendado 1e-4 p/ simulação rápida
1e-15 !tolerância para cálculos iterativos -> recomendado 1e-15 p/ boa
precisão sem muita carga computacional
```

Arquivo 'Grao.txt':

```
0.0003368703 !Volume total do grão (m3)

7 !número de pontos (%consumido,Aq)

0.000000000E+00 2.64955800E-02 !%consumido Aq (m2)
1.62867299E-01 2.83716000E-02
3.36872759E-01 3.02478000E-02
5.22016647E-01 3.21190500E-02
7.19747748E-01 3.47182500E-02

9.29789111E-01 2.61997200E-02
9.99964201E-01 9.48600000E-04
1.00000000E+00 0.00000000E+00
```

Arquivo 'Motor.txt':

```
0.04 !Diâmetro interno do Motor (m)
0.02 !Diâmetro da garganta da tubeira (m)
0.03 !Diâmetro da saída da tubeira (m)
0.00 !Massa do motor descarregado (kg)
3.77E-04 !Volume da câmara de combustão vazia (após a queima) (m3)
```

Arquivo 'Propelente.txt':

```
1600 ! Tc - Temperatura da combustão (K)
1.042 ! k - razão dos calores específicos cp/cv
39.86 ! M - massa molar (kg/kmol)
1841 ! rhop - massa específica (kg/m3)

6 ! número de pontos (Pc,r)

0.10E6 2.60E-3 ! Pc (Pa) r (m/s)
0.80E6 9.40E-3
1.45E6 7.90E-3
3.80E6 7.80E-3
6.90E6 11.0E-3
10.5E6 11.3E-3
```

ANEXO 3 – PROGRAMA EM FORTRAN (ARQUIVO ‘PRINCIPAL.F90’)

! Programa para simulação de MFPS com geometria qualquer definida.

```
use msflib
implicit none
logical chamada
integer n1,n2,i,j,comp1,comp2
real*8 Tc,k,rhop,pi,Mmol,inct,tol,Ru,r,t,Vol0,Aq
real*8 T1,T2,P1,P2,P3,A1,Ag,A2,d1,dg,d2,Volp,Vol,v1,vel2,Rg
real*8 mpontol,mponto2,mpontog,mgas,m0,mp,mm,mpontogaux,mgasaux
real*8 Volgr,mp0,mpc,Mach1,Mach2,Machg,Volmax,P1max,F,Fmax
real*8 Mach2max,Mach2min,bissec,zero
real*8 It,Isp,g,Fm,P1min,tq,P1m
real*8,pointer :: Pc(:,:),Aqm(:,:)
parameter (pi=3.1415926535897932384626433832795,Ru=8314.5)

open(unit=10, file='Resultados/Output.txt')
open(unit=11, file='Resultados/Pressao.txt')
open(unit=12, file='Resultados/Taxa.txt')
open(unit=13, file='Resultados/Vazao.txt')
open(unit=14, file='Resultados/Forca.txt')
open(unit=15, file='Resultados/Massa.txt')
open(unit=16, file='Resultados/r.txt')
open(unit=20, file='Dados/Condicoes.txt')
open(unit=30, file='Dados/Propelente.txt')
open(unit=40, file='Dados/Motor.txt')
open(unit=50, file='Dados/Grao.txt')

100 format(a8,f10.3)

read(20,*) g
read(20,*) P3
read(20,*) inct
read(20,*) tol

read(30,*) Tc
read(30,*) k
read(30,*) Mmol
read(30,*) rhop
read(30,*) n1

allocate (Pc(n1,2))
do i=1,n1
    read(30,*) (Pc(i,j), j=1,2)
enddo

read(40,*) d1
read(40,*) dg
read(40,*) d2
read(40,*) m0
read(40,*) Volmax

read(50,*) Volgr
read(50,*) n2
allocate (Aqm(n2,2))
do i=1,n2
    read(50,*) (Aqm(i,j), j=1,2)
enddo

A1=pi*d1**2/4
Ag=pi*dg**2/4
A2=pi*d2**2/4
Vol0=Volmax-Volgr

Rg=Ru/Mmol

P1=P3
P2=P3
T1=Tc

mp0=Volgr*rhop
```

```

mm=mp0+m0

Plmin=P3*((k+1)/2)**(k/(k-1))

write(*,'(6a15)') 't','P1','F','mm','mponto2'
write(10,'(5a15)') 't','P1','F','mm','mponto2'

It=0
mpc=0
mp=mp0
t=0
comp2=0
do while (P1.gt.P3+100.or.P1.eq.P3)

    compl=t*1000
    if (compl.eq.comp2) then
        write(10,'(5e15.5)') t,P1,F,mm,mponto2
        write(11,'(f10.5,f15.5)') t,P1
        write(12,'(f10.5,e15.5)') t,r
        write(13,'(f10.5,e15.5)') t,mponto2
        write(14,'(f10.5,f15.5)') t,F
        write(15,'(f10.5,f15.5)') t,mm
        write(16,'(f15.5,f15.5)') P1,r
        write(*,'(6e15.5)') t,P1,F,mm,mponto2
        comp2=comp2+1
    endif

    t=t+inct

    !***Interpolações de r e Aq***

    mpc=(mp0-mp)/mp0
    if(mpc.ge.1) then
        r=0
    else

        do i=1,n1-1
            if (P1.ge.Pc(i,1).and.P1.le.Pc(i+1,1)) then
                r=Pc(i,2)+(P1-Pc(i,1))*(Pc(i+1,2)-Pc(i,2))/(Pc(i+1,1)-Pc(i,1))
            endif
        enddo
        if (P1.le.Pc(1,1)) then
            r=Pc(1,2)+(P1-Pc(1,1))*(Pc(1+1,2)-Pc(1,2))/(Pc(1+1,1)-Pc(1,1))
        endif
        if (P1.gt.Pc(n1,1)) then
            r=Pc(n1,2)+(P1-Pc(n1,1))*(Pc(n1+1,2)-Pc(n1,2))/(Pc(n1+1,1)-Pc(n1,1))
        endif
        tq=t
    endif

    do i=1,n2-1
        if (mpc.ge.Aqm(i,1).and.mpc.le.Aqm(i+1,1)) then
            Aq=Aqm(i,2)+(mpc-Aqm(i,1))*(Aqm(i+1,2)-Aqm(i,2))/(Aqm(i+1,1)-Aqm(i,1))
        endif
    enddo

    !***Cálculo dos fluxos e da pressão P1 através da equação da continuidade***

    mponto1=r*Aq*rhop
    mp=mp-mponto1*inct
    Volp=mp/rhop
    Vol=(Volgr-Volp)+Vol0
    mgasaux=mgas
    mgas=mgas+mponto1*inct !estimativa
    mpontogaux=0
    i=0
    zero=1
    do while (abs(zero).gt.tol)
        v1=Vol/mgas
        P1=Rg*T1/v1+P3

        mponto2=Aq*(P1-P3)*k*sqrt((2/(k+1))**((k+1)/(k-1)))/sqrt(k*Rg*T1)
        mpontog=mponto1-mponto2
    enddo

```

```

mgas=mpontog*inct+mgasaux
zero=mpontog-mpontogaux
mpontogaux=mpontog

i=i+1
if(i.gt.999999) then
    write(*,*) 'Problemas para encontrar P1.'
    write(*,*) i,' iteracoes realizadas'
    write(*,*) P1
    pause
    stop
endif

if (mgas.le.0) then
    if(P1.le.P3) then
        goto 111
    else
        write(*,*) 'Erro ao calcular a massa dos gases.'
        write(*,*) 'Talvez o "inct" seja muito grande.'
        write(*,*) P1,mgas
        pause 'Enter para sair'
    endif
endif

enddo

if(P1.lt.P1min) then

    Mach1=0
    Mach2max=1
    Mach2min=1e-10
    Mach2=bissec (Mach2max,Mach2min,Mach1,A1,A2,k,tol)

else

    Machg=1
    Mach2max=30
    Mach2min=1
    Mach2=bissec (Mach2max,Mach2min,Machg,Ag,A2,k,tol)

endif

P2=P1/(1+(k-1)/2*Mach2**2)**(k/(k-1))
if(P2.lt.P3) then
    P2=P3
    Mach2=sqrt(((P1/P2)**((k-1)/k)-1)*2/(k-1))
endif
T2=T1/(1+(k-1)/2*Mach2**2)
Vel2=Mach2*sqrt(k*Rg*T2)

F=mponto2*Vel2+(P2-P3)*A2
mm=mm-mponto2*inct

It=It+F*inct
P1m=P1m+P1*inct

if(P1.gt.P1max) then
    P1max=P1
endif

if(F.gt.Fmax) then
    Fmax=F
endif

111 enddo

Isp=It/(mp0*g)
Fm=It/t
P1m=P1m/t

write(*,*) ''
write(*,'(a25,2f20.10)') 'Tempo de queima (s):',tq

```

```

write(*,'(a25,2f20.10)') 'Tempo de acao (s):',t
write(*,'(a25,2f20.10)') 'Grao consumido (%)':,mpc*100
write(*,*) ''
write(*,'(a25,2f20.10)') 'Pressao maxima (MPa):',Plmax/1e6
write(*,'(a25,2f20.10)') 'Pressao media (MPa):',Plm/1e6
write(*,'(a25,2f20.10)') 'Forca maxima (N):',Fmax
write(*,'(a25,2f20.10)') 'Forca media (N):',Fm
write(*,'(a25,2f20.10)') 'Impulso total (N.s):',It
write(*,'(a25,2f20.10)') 'Impulso especifico (s):',Isp

close(10)
close(11)
close(12)
close(13)
close(14)
close(15)
close(16)
close(20)
close(30)
close(40)
close(50)

chamada=systemqq('wgnuplot plot.gnu') !gráficos

write(*,*) ''
pause 'Enter para sair'
end

!*****Funções*****

real*8 function bissec(MachYmax,MachYmin,MachX,AX,AY,k,tol)
implicit none
real*8 MachX,MachY,AX,AY,k,MachYmax,MachYmin,MachAUX,fMach,tol
integer i
i=0
MachAUX=fMach(MachX,MachYmin,AX,AY,k)
MachY=(MachYmax+MachYmin)/2
do while ((MachYmax-MachYmin).gt.tol)

    if((MachAUX*fMach(MachX,MachY,AX,AY,k)).gt.0) then

        MachYmin=MachY
        MachAUX=fMach(MachX,MachY,AX,AY,k)

    else

        MachYmax=MachY

    endif

    MachY=(MachYmax+MachYmin)/2

    i=i+1
    if(i.gt.9999999) then
        write(*,*) 'Problemas para encontrar MachY.'
        write(*,*) i,' iteracoes realizadas'
        write(*,*) MachY
        pause
        stop
    endif
enddo

bissec=MachY

end

real*8 function fMach(MachX,MachY,AX,AY,k)
implicit none
real*8 MachX,MachY,AX,AY,k

fMach=MachX/MachY*sqrt(((1+((k-1)/2)*MachY**2)/(1+((k-1)/2)*MachX**2))**((k+1)/(k-1))-
AY/AX

end

```