

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

TOBIAS PINHEIRO QUELUZ

CÁLCULO E VALIDAÇÃO DO COEFICIENTE DE ARRASTO ATRAVÉS DE CFD

CURITIBA

2016

TOBIAS PINHEIRO QUELUZ

CÁLCULO E VALIDAÇÃO DO COEFICIENTE DE ARRASTO ATRAVÉS DE CFD

Trabalho apresentado como requisito parcial para a obtenção do grau de bacharel em Engenharia Mecânica no curso de Engenharia Mecânica, Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná.
Orientador: Prof Carlos Henrique Marchi, DEng
Coorientador: Prof Guilherme Bertoldo, DEng

CURITIBA

2016

RESUMO

O objetivo deste trabalho é apresentar as soluções obtidas pelo código computacional Mach2D-r732 e compará-las com os resultados fornecidos pelo ensaio no Túnel de Vento Transônico do Instituto de Aeronáutica e Espaço. Os resultados do código também foram comparados com resultados gerados pelo Ansys e por aplicativos da área do espaçomodelismo. O código Mach2D permite resolver escoamentos invíscidos ou laminares, bidimensionais axissimétricos ou planos. Ele também emprega sistema de coordenadas não ortogonais e permite simular escoamentos em qualquer regime de velocidade. Para os testes foi utilizada uma geometria de cone-cilindro presente na literatura com diâmetro externo de 27,3 mm, comprimento total de 277,8 mm e nariz com ângulo de cone de 10° . As soluções numéricas foram obtidas para a variável de interesse coeficiente de arrasto (C_d). Para o estudo apenas da parte cônica da geometria, foram empregadas oito malhas para obter as soluções e estimar o erro numérico associado, desde 10×20 até 1280×2560 volumes. Já para o estudo da geometria completa foram empregadas 7 malhas, desde 20×15 até 1280×960 volumes. O escoamento foi considerado tanto invíscido quanto laminar. O fluido admitido foi ar seco e limpo, a temperatura de corrente livre empregada foi de 256,75 K, a pressão de corrente livre foi de 38,28 kPa e o número de Mach igual a 1,0857. O código Richardson 4.1 foi utilizado posteriormente para realizar extrapolações dos resultados obtidos e também estimar os seus erros numéricos. Os valores calculados, com e sem extrapolações, foram, então, comparados com valores experimentais, com valores numéricos da literatura e com os valores obtidos por programas computacionais já consolidados. Observou-se que o erro entre as soluções numéricas e a experimental para a variável de interesse C_d diminuiu com o refinamento da malha. O menor erro obtido, para as soluções sem extrapolação, foi de 38,70% para o escoamento laminar. O valor numérico obtido para a malha mais fina da geometria cônica, considerando escoamento invíscido, foi semelhante à solução da equação de Taylor-Maccoll, com uma diferença de 0,12%. Com o valor extrapolado essa diferença diminuiu para 0,11%. Os menores erros em relação aos dados experimentais foram obtidos pelos programas CD 2.1 e Ansys (1,06% e 2,53%), considerando o escoamento turbulento e a presença de um suporte do tipo sting. Os outros programas de espaçomodelismo apresentaram erros entre 15,16% e 58,71% do resultado experimental. O código Mach2D apresentou valores coerentes com a solução de Taylor-Maccoll e com as simulações feitas no Ansys. No entanto, os valores numéricos diferenciaram-se substancialmente dos resultados experimentais. Isso provavelmente se deve ao fato do modelo de escoamento e do domínio empregados não serem suficientes para representar completamente o escoamento ocorrido no túnel de vento.

Palavras-chave: aerodinâmica. foguete. CFD.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – Contornos do domínio	23
FIGURA 2 – Geração das coordenadas ξ (à esquerda) e η (à direita)	26
FIGURA 3 – Indexação no sistema cartesiano	26
FIGURA 4 – Indexação no sistema transformado	27
FIGURA 5 – Volume de controle genérico P e seus vizinhos	28
FIGURA 6 – Forças de arrasto atuantes em um minifoguete	30
FIGURA 7 – Ângulo da junta do nariz	32
FIGURA 8 – Efeito do sting sobre o escoamento na base	33
FIGURA 9 – Exemplo de malha não estruturada	39
FIGURA 10 – Exemplo de volume de controle 2d e seu vizinho	40
FIGURA 11 – Detalhe da subcamada viscosa na camada limite turbulenta	41
FIGURA 12 – Escoamento sobre cone	42
FIGURA 13 – Vista do túnel aberto	45
FIGURA 14 – Envelope de Operação do TTP relativo às condições na seção de testes .	46
FIGURA 15 – Geometria do cone-cilindro (mm)	47
FIGURA 16 – Detalhe da faixa de transição	47
FIGURA 17 – Detalhe do suporte sting	48
FIGURA 18 – Exemplo de funcionamento da técnica PSP	49
FIGURA 19 – Detalhe da balança utilizada	50
FIGURA 20 – Cone-cilindro desmontado	50
FIGURA 21 – Modelo antes (acima) e após (abaixo) a inclusão da extensão	51
FIGURA 22 – Transdutor de pressão	51
FIGURA 23 – Domínio de cálculo do cone	53
FIGURA 24 – Malha base com 10x20 volumes	54
FIGURA 25 – Domínio de cálculo do cone-cilindro	55
FIGURA 26 – Malha base utilizada	55
FIGURA 27 – Visão geral e detalhada da malha utilizada na simulação 2D do cone . .	57
FIGURA 28 – Visão geral e detalhada da malha utilizada na simulação 3D do cone . .	58
FIGURA 29 – Visão geral e detalhada da malha gerada para o cone-cilindro sem arrasto de base	59
FIGURA 30 – Visão geral e detalhada da malha gerada para o cone-cilindro com arrasto de base	59
FIGURA 31 – Visão geral e detalhada da malha gerada para o cone-cilindro com sting .	59
FIGURA 32 – Detalhe da concentração da adição das camadas de inflação	60
FIGURA 33 – Exemplo da interface do <i>Aerolab</i>	61

FIGURA 34 – Exemplo da interface do <i>CD 2.1</i>	61
FIGURA 35 – Exemplo da interface do <i>OpenRocket</i>	62
FIGURA 36 – Exemplo da interface do <i>Rocksim</i>	62
FIGURA 37 – Comparação entre as pressões para o escoamento sobre o cone	66
FIGURA 38 – Distribuição da pressão sobre a superfície do cone-cilindro	68
FIGURA 39 – Comparação entre as pressões para o escoamento sobre o cone-cilindro	69
FIGURA 40 – Detalhe da parte dianteira do cone-cilindro	77
FIGURA 41 – Detalhe da parte traseira do cone-cilindro	78
FIGURA 42 – Opções do modo <i>face meshing</i>	79
FIGURA 43 – Opções do modo <i>body sizing</i>	79
FIGURA 44 – Opções do modo <i>sizing</i>	80
FIGURA 45 – Opções do modo <i>refinement</i> para a geometria do cone	80
FIGURA 46 – Opções gerais do modo <i>inflation</i>	80
FIGURA 47 – Opções avançadas do modo <i>inflation</i>	81
FIGURA 48 – Comparação entre as soluções dos programas e a solução de Taylor-Maccoll	82
FIGURA 49 – Comparação entre os valores numéricos e experimental sem o arrasto de base	82
FIGURA 50 – Comparação entre os valores numéricos e experimental considerando o sting	83
FIGURA 51 – Valores numéricos considerando o arrasto de base total	83

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Características principais do Túnel Transônico Piloto	46
TABELA 2 – Especificações do computador	52
TABELA 3 – Constantes físicas	52
TABELA 4 – Características gerais das simulações do <i>Mach2D</i> para o cone	54
TABELA 5 – Características gerais das simulações do <i>Mach2D</i> para o cone-cilindro	56
TABELA 6 – Características gerais das simulações do <i>Ansys</i> para o cone	58
TABELA 7 – Características gerais das simulações do <i>Ansys</i> para o cone-cilindro	60
TABELA 8 – Grandezas medidas durante o ensaio	63
TABELA 9 – Grandezas calculadas com base no ensaio	63
TABELA 10 – Coeficientes de arrasto calculados para a parte cônica	64
TABELA 11 – Coeficientes de arrasto calculados para o cone-cilindro completo	64
TABELA 12 – Valores obtidos pelo programa <i>Richardson 4.1</i>	65
TABELA 13 – Comparação entre as soluções dos programas e a solução de Taylor-Maccoll	65
TABELA 14 – Comparação entre os valores numéricos e experimental sem o arrasto de base	67
TABELA 15 – Comparação entres os valores numéricos e experimental considerando o sting	67
TABELA 16 – Valores numéricos considerando o arrasto de base total	67

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CDS	Central Differencing Scheme
CFD	Computational Fluid Dynamics
GCI	Grid Convergence Index
GFCS	Grupo de Foguetes Carl Sagan
IAE	Instituto de Aeronáutica e Espaço
MSI	Modified Strongly Implicit Procedure
PSP	Pressure Sensitive Paint
RANS	Reynolds-Averaged Navier Stokes
SIMPLE	Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations
SIMPLEC	SIMPLE-Consistent
TTP	Túnel Transônico Piloto
UDS	Upstream Differencing Scheme
UFPR	Universidade Federal do Paraná

LISTA DE SÍMBOLOS

\vec{A}	Área
A^ϕ	Coefficientes dos sistemas lineares obtidos das equações de transporte
a	Coefficiente para cálculo de Cd_p
\vec{a}	Vetor direção da força de arrasto, no contexto do item 2.5
b	Coefficiente para cálculo de Cd_p
b_p^ϕ	Termo fonte dos sistemas lineares obtidos das equações de transporte
c	Velocidade do som
c_p	Calor específico à pressão constante
C	Fator de correção de compressibilidade
C^ϕ	Função genérica presente nas equações de transporte do item 2.1.2.1
C_{b1}	Constante para cálculo de G_ν
C_{b2}	Constante da equação de transporte para modelagem da turbulência
Cd	Coefficiente de arrasto
Cd_a	Coefficiente de arrasto de atrito
Cd_b	Coefficiente de arrasto de base
Cd_p	Coefficiente de arrasto de pressão
Cd^p	Componente do coeficiente de arrasto dependente da pressão
Cd^μ	Componente do coeficiente de arrasto dependente da viscosidade
C_f	Coefficiente de atrito
C_{v1}	Constante para cálculo de f_{v1}
C_{w1}	Constante para cálculo de Y_ν
C_{w2}	Constante para cálculo de g_1
C_{w3}	Constante para cálculo de f_w
C_i	Nó de um volume de controle i , no contexto da seção 2.5

d	Diâmetro do objeto estudado
dl	Distância até a parede (superfície do corpo)
E	Energia interna
F	Força de arrasto
F_a	Força de arrasto axial
F_{ac}	Força de arrasto axial corrigida
F_p	Força de arrasto dependente da pressão
F_v	Força de arrasto dependente da viscosidade
f_{v1}	Coefficiente para cálculo da viscosidade turbulenta
F_s	Fator de segurança do estimador GCI
f_w	Coefficiente para cálculo de Y_ν
G_ν	Produção de viscosidade turbulenta
g_1	Coefficiente para cálculo de f_w
\vec{g}	Vetor gravidade
h	Entalpia sensível
I	Matriz identidade
J	Jacobiano da transformação $xy \rightarrow \xi\eta$
\vec{J}_j	Fluxo difusivo das espécies j
K	Coefficiente para cálculo de S^ϕ
k	Condutividade térmica
k_{eff}	Condutividade térmica efetiva
k_t	Condutividade térmica turbulenta
k_1	Constante para cálculo de \tilde{S}
l	Comprimento característico
l_c	Comprimento do cilindro
l_r	Comprimento do nariz

M	Número de Mach
N_T	Número total de nós ou de volumes de controle
n_x	Número de volumes reais na direção axial
n_y	Número de volumes reais na direção radial
\hat{n}	Vetor unitário normal ao contorno da geometria estudada
P^ϕ	Função genérica presente nas equações de transporte do item 2.1.2.1
p'	Desvio da pressão
p^*	Valor estimado da pressão
p_b	Pressão medida na base do cone-cilindro
p_m	Valor médio da pressão
p_L	Ordem de acurácia assintótica
p_U	Ordem de acurácia aparente
q_∞	Pressão dinâmica
Re	Número de Reynolds
R_g	Constante dos gases ideais
R_s	Rugosidade
R_{crit}	Número de Reynolds crítico
R_{et}	Número de Reynolds de transição
$R_{p'}$	Parâmetro de convergência do sistema linear para p'
R_{L1}	Soma do resíduo dos sistemas lineares obtidos das equações de transporte
R_{L1}^ϕ	Resíduo do sistema linear obtido da equação de transporte do item 2.1.2.1 para a variável ϕ
R_ϕ	Resíduo do sistema linear obtido das equações de transporte da seção 2.5 para a variável ϕ
r_f	Razão de refino da malha
r	Variável independente da equação de Taylor-Maccoll
r_1	Coefficiente para cálculo de g_1

r_b	Raio da base do minifoguete ou cone-cilindro
r_i	Distância de um nó i até a face f , no contexto da seção 2.5
S^ϕ	Função genérica presente nas equações de transporte do item 2.1.2.1
S	Medida escalar do tensor de transformação
\tilde{S}	Coeficiente para cálculo de G_ν
S_{ref}	Área de referência da geometria estudada
S_b	Área da base do objeto estudado
S_{bs}	Área da base do suporte do tipo sting
S_h	Calor adicional na equação de conservação da energia do item 2.5.2.1
S_m	Quantidade de massa adicional na equação de conservação da massa do item 2.5.2.1
S_{wet}	Área superficial em contato com o ar
S_{wetl}	Área superficial em contato com o escoamento laminar
T	Temperatura absoluta
t	Tempo
U	Componente contravariante sem normalização métrica do vetor velocidade u
U_{GCI}	Incerteza numérica através do estimador GCI
u	Vetor velocidade
u	Componente axial do vetor velocidade u
V	Velocidade do escoamento
V^*	Componente contravariante sem normalização métrica do vetor velocidade u
V'	Velocidade adimensional
V	Volume de uma célula da malha
\vec{v}	Vetor de velocidades, no contexto da seção 2.5
v	Componente radial do vetor velocidade u

x	Coordenada axial
Y_j	Fração de massa das espécies j
Y_ν	Destruição da viscosidade turbulenta
y	Coordenada radial
y_l	Distância da primeira camada de elementos da malha até a parede
y^+	Valor adimensionalizado da distância normal à parede

SÍMBOLOS GREGOS

α	Métrica da transformação $xy \rightarrow \xi\eta$
β	Métrica da transformação $xy \rightarrow \xi\eta$
γ	Razão entre calores específicos
γ^*	Métrica da transformação $xy \rightarrow \xi\eta$
Γ^ϕ	Função genérica presente nas equações de transporte do item 2.1.2.1
Δ_t	Incremento de tempo
$\delta_{i,j}$	Delta de Kronecker
ϵ	Ângulo da junta do nariz
η	Coordenada curvilínea
θ	Variável independente da equação de Taylor-Maccoll
μ	Viscosidade
ν	Viscosidade cinemática
ξ	Coordenada curvilínea
$\tilde{\nu}$	Variável da equação de transporte de Spalart-Allmaras
ρ	Massa específica
$\sigma_{i,j}$	Componentes do tensor tensão viscoso
$\sigma_{\tilde{\nu}}$	Constante da equação de transporte de Spalart-Allmaras

$\bar{\tau}$	Tensor de tensões
$\bar{\tau}_o$	Tensão de cisalhamento na superfície da geometria estudada
ϕ	Função genérica
Φ	Solução exata de um modelo matemático
ϕ_C	Solução extrapolada com estimador convergente
ϕ_{Ri}	Solução extrapolada com o estimador de Richardson
χ	Coefficiente para cálculo de f_{v1}
$\Omega_{i,j}$	Tensor de rotação

ÍNDICES

i, j, P	Índices inteiros
f	Indica que a variável é referente à face do volume de controle
ref	Indica um valor de referência
$n, s, e,$	Pontos cardeais do método dos volumes finitos
$w, sw, se,$	
nw, ne, p	
$N, S, E,$	Pontos cardeais do método dos volumes finitos
$W, SW, SE,$	
NW, NE, P	
nb, NB	Indicam pontos cardeais vizinhos ao ponto de referência
∞	Indica o valor da propriedade no escoamento não perturbado
0	Indica o valor da propriedade no escoamento estagnado

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA	16
1.2 OBJETIVOS	17
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO	18
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DOS PROGRAMAS UTILIZADOS	19
2.1 MACH2D-R732	19
2.1.1 Modelo Físico	19
2.1.2 Modelo Matemático	19
2.1.2.1 Equações de transporte	19
2.1.2.2 Condições de contorno	23
2.1.2.3 Coeficiente de arrasto	24
2.1.3 Modelo Numérico	25
2.1.3.1 Geração e indexação da malha	25
2.1.3.2 Discretização do modelo matemático	27
2.1.3.3 Equação para a correção de pressão	28
2.1.3.4 Resolução dos sistemas lineares	29
2.2 CD 2.1	30
2.2.1 Coeficiente de arrasto de atrito (Cd_a)	30
2.2.2 Coeficiente de arrasto de pressão (Cd_p)	31
2.2.3 Coeficiente de arrasto de base (Cd_b)	32
2.2.4 Coeficiente de arrasto total	33
2.3 OPENROCKET 15.03	33
2.3.1 Coeficiente de arrasto de atrito (Cd_a)	33
2.3.2 Coeficientes de arrasto de pressão (Cd_p) e de base (Cd_b)	34
2.3.3 Coeficiente de arrasto total	34
2.4 ROCKSIM E AEROLAB	35
2.5 ANSYS 14.0	35
2.5.1 Modelo Físico	35
2.5.2 Modelo Matemático	35
2.5.2.1 Equações de transporte	35
2.5.2.2 Modelo de turbulência de Spalart-Allmaras	37
2.5.2.3 Coeficiente de arrasto	39
2.5.3 Modelo Numérico	39
2.6 TM-r750	42

2.7 RICHARDSON 4.1	43
2.7.1 Estimador GCI	44
2.7.2 Estimador convergente	44
3 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	45
3.1 TÚNEL TRANSÔNICO PILOTO	45
3.2 CARACTERÍSTICAS DO MODELO DE ENSAIO	46
3.3 MEDIDA DAS GRANDEZAS DE INTERESSE	47
3.3.1 Força axial e Coeficiente de arrasto	47
3.3.2 Distribuição de pressão	49
3.4 APARATO EXPERIMENTAL	50
3.4.1 Balança interna	50
3.4.2 Sistema de aquisição de pressão via tomada de pressão	51
4 SIMULAÇÕES	52
4.1 SIMULAÇÕES COM O MACH2D	52
4.1.1 Cone	53
4.1.2 Cone-cilindro	54
4.2 SIMULAÇÕES COM O ANSYS	56
4.2.1 Cone	57
4.2.2 Cone-cilindro	58
4.3 SIMULAÇÕES COM OS PROGRAMAS DE ESPAÇOMODELISMO	60
5 RESULTADOS	63
5.1 RESULTADOS EXPERIMENTAIS	63
5.2 RESULTADOS MACH2D	63
5.3 COMPARAÇÕES CONE	65
5.4 COMPARAÇÕES CONE-CILINDRO	66
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	70
6.1 CONCLUSÃO	70
6.2 CONTRIBUIÇÕES DESTE TRABALHO	71
6.3 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	72
REFERÊNCIAS	73

APÊNDICES	76
APÊNDICE A DETALHES DO PROJETO DO CONE-CILINDRO	77
APÊNDICE B DETALHES DAS MALHAS UTILIZADAS NO ANSYS	79
B.1 CONE BIDIMENSIONAL	79
B.2 GEOMETRIAS TRIDIMENSIONAIS	80
APÊNDICE C GRÁFICOS DOS RESULTADOS NUMÉRICOS	82

1 INTRODUÇÃO

1.1 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

Um veículo aeroespacial é submetido a vários tipos de força durante a sua trajetória, entre elas a força de arrasto. O estudo e cálculo dessa força é essencial na otimização de perfis aerodinâmicos, podendo reduzir os esforços gerados sobre o veículo durante o voo. A força de arrasto está intimamente relacionada com uma variável adimensional chamada de coeficiente de arrasto (Cd).

O Cd pode ser matematicamente definido como o mostrado na Eq. (1.1), onde F é a força de arrasto, ρ é a massa específica do ar, V é a velocidade do escoamento do fluido e S_{ref} é a área de referência (HOERNER, 1965).

$$Cd = \frac{2F}{\rho V^2 S_{ref}} \quad (1.1)$$

A força de arrasto pode ser obtida experimentalmente através de ensaios em túneis de vento. Neles, o objeto de estudo (um modelo em escala reduzida, por exemplo) é submetido a condições próximas à situação real, sendo acompanhado por instrumentos de medidas que obtêm as características do escoamento e da sua interação com o objeto. Entretanto, o planejamento e a execução de um ensaio experimental são processos relativamente caros e demorados. Além disso, em várias ocasiões não é possível obter resultados experimentais, seja por falta de recursos ou por causa de características específicas do escoamento ou do objeto que se deseja estudar. Torna-se necessário, então, utilizar outros meios para calcular o coeficiente de arrasto.

Uma das formas de obter-se essa propriedade é calculando-a através de equações semi-empíricas presentes na literatura. Na área do espaçomodelismo, em que as geometrias são normalmente simplificadas e o escoamento é comumente subsônico, existem programas computacionais que usam essas equações e conseguem prever o Cd de maneira satisfatória. No entanto, à medida que o escoamento se torna mais complexo, com geometrias mais elaboradas e regimes de velocidades maiores, a precisão e confiabilidade desses programas tende a decrescer significativamente.

Outra forma de estimar as forças geradas durante o escoamento é fazer uso da teoria da dinâmica dos fluidos computacional ou CFD (*Computational Fluid Dynamics*). Em CFD, as equações governantes que representam o fenômeno real, na maioria das vezes muito complexas para serem resolvidas analiticamente, são resolvidas numericamente. Vários programas comerciais, especializados em simulações na área da engenharia, aplicam esse conceito e conseguem resolver problemas extremamente elaborados, mas exigem altos recursos

computacionais e suas licenças costumam ser caras.

Assim, a existência de programas de código aberto, capazes de calcular o coeficiente de arrasto de forma precisa e otimizada (baixa exigência computacional) é de grande interesse na área acadêmica e científica.

Nesse contexto, o escoamento de ar sobre um cone-cilindro foi simulado por meio de um código computacional baseado em CFD, o *Mach2D*, para o número de Mach igual à 1,0857. O número de Mach é uma propriedade muito utilizada para caracterizar escoamentos (HOERNER, 1965), definida pela equação (1.2).

$$M = \frac{V}{c} \quad (1.2)$$

Na equação, a velocidade do som c pode ser expressa por:

$$c = \sqrt{\gamma R_g T} \quad (1.3)$$

onde γ é a razão entre calores específicos, R_g é a constante dos gases e T é a temperatura absoluta.

Os valores de Cd obtidos para o regime transônico foram comparados com os valores de um experimento realizado no Túnel Transônico Piloto (TTP) do Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE) e com os valores de outros programas da área aerodinâmica, no intuito de observar uma melhoria na precisão dos resultados e o modelo matemático utilizado.

1.2 OBJETIVOS

Este trabalho tem o objetivo principal de analisar os resultados numéricos obtidos pelo *Mach2D* e por outros programas computacionais da área da Engenharia Aeroespacial, além de apresentar e discutir os resultados experimentais obtidos no ensaio do túnel de vento transônico. Já os objetivos específicos podem ser elencados como:

- Apresentar a teoria empregada pelos programas computacionais utilizados.
- Analisar o comportamento do escoamento desenvolvido dentro do túnel de vento.
- Analisar a influência da utilização do suporte do tipo sting na obtenção do coeficiente de arrasto experimental.
- Verificar a confiabilidade de programas desenvolvidos para o espaçomodelismo em aplicações mais complexas, como regimes transônicos.
- Verificar as soluções numéricas e validar os modelos matemáticos utilizados pelo *Mach2D*, contribuindo com o seu desenvolvimento.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

O trabalho é estruturado da seguinte forma. No capítulo 2 são apresentadas informações sobre todos os programas utilizados, além da descrição da teoria empregada em seus códigos. O capítulo 3 detalha todo o procedimento experimental, fornecendo as características do túnel de vento, da geometria do modelo de testes e do aparato experimental. Já o capítulo 4 explica de que forma as simulações foram executadas e as condições em que os resultados numéricos foram adquiridos. No capítulo 5 estão contidos todos os resultados obtidos por esse trabalho, sendo feitas comparações e comentários a partir dos mesmos. Finalmente, o capítulo 6 contém as considerações finais sobre o estudo, apontando as contribuições geradas por este trabalho e sugestões para trabalhos futuros na área.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA DOS PROGRAMAS UTILIZADOS

2.1 MACH2D-R732

O programa *Mach2D* foi desenvolvido pelo grupo de pesquisa *CFD, propulsão e aerodinâmicas de foguetes*, da Universidade Federal do Paraná (UFPR). Toda a teoria e modelos base utilizados pelo código podem ser vistos em Marchi e Araki (2009). Várias versões do código estão disponíveis no site do grupo: <<http://servidor.demec.ufpr.br/CFD/Mach2D7/>>.

A versão utilizada neste trabalho, denominada de *Mach2D-r732*, permite simular escoamentos bidimensionais externos. A teoria envolvida nessa versão do programa será descrita resumidamente nas subseções seguintes. Uma descrição detalhada dos modelos físico, matemático e numérico pode ser encontrada em Bertoldo (2014, 2015).

2.1.1 Modelo Físico

O primeiro passo para o cálculo do coeficiente de arrasto é determinar o fenômeno físico que se deseja representar. Para isso, são feitas algumas considerações sobre o comportamento do gás, sobre o escoamento e sobre a interação entre gás e corpo.

Para esse trabalho foi pressuposto que o gás comporta-se como um meio contínuo, obedece à lei dos gases ideais, é compressível e também termicamente perfeito, isto é, a sua energia interna e entalpia são funções apenas da temperatura. As propriedades termofísicas do gás (calor específico à pressão constante, viscosidade e condutividade térmica) são consideradas uniformes e iguais aos seus valores de corrente livre. Ainda, não são consideradas reações químicas e forças de campo.

Já o escoamento, transônico e axissimétrico, foi considerado estacionário (não varia com o tempo), podendo ser invíscido ou viscoso. No caso viscoso, o escoamento foi considerado totalmente laminar (sem turbulência).

Por fim, em relação à interação do gás com a superfície do corpo, considerou-se a parede do modelo como adiabática e impermeável. A condição de deslizamento foi aplicada para o caso de escoamento invíscido e a condição de não deslizamento foi aplicada para o caso de escoamento viscoso.

2.1.2 Modelo Matemático

2.1.2.1 Equações de transporte

O escoamento descrito no item anterior pode ser modelado através das equações de Navier-Stokes para escoamentos bidimensionais axissimétricos (BIRD; STEWART; LIGHT-FOOT, 2002). O modelo de Euler (invíscido) pode ser obtido ao serem desprezados os efeitos

da viscosidade e da condutividade térmica. No intuito de facilitar a discretização, as equações de transporte podem ser transformadas do sistema de coordenadas cilíndricas (x, y) para o sistema de coordenadas curvilíneas (ξ, η) com base no procedimento descrito por Maliska (2004), tornando-se:

$$C^\phi \left[\frac{1}{J} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \frac{1}{y} \frac{\partial(\rho y U \phi)}{\partial \xi} + \frac{1}{y} \frac{\partial(\rho y V^* \phi)}{\partial \eta} \right] = P^\phi + S^\phi + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\Gamma^\phi y J \left(\alpha \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - \beta \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) \right] + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[\Gamma^\phi y J \left(\gamma^* \frac{\partial \phi}{\partial \eta} - \beta \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) \right] \quad (2.1)$$

onde t é o tempo e ρ é a massa específica do gás. Já T é a temperatura e u e v são as componentes do vetor velocidade \mathbf{u} nas direções axial (x) e radial (y), respectivamente. Dependendo da escolha da variável genérica ϕ , a Eq.(2.1) pode representar a equação de conservação de massa ($\phi = 1$), a equação de conservação da quantidade de movimento na direção x ($\phi = u$), a equação de conservação da quantidade de movimento na direção y ($\phi = v$) ou a equação de conservação de energia térmica ($\phi = T$).

Os símbolos restantes da Eq.(2.1) são as componentes contravariantes do vetor velocidade U e V^* ,

$$U = uy_\eta - vx_\eta, \quad V^* = vx_\xi - uy_x, \quad (2.2)$$

o jacobiano da transformação J ,

$$J = [x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi]^{-1}, \quad (2.3)$$

e as componentes do tensor métrico α, β, γ^* .

$$\alpha = x_\eta^2 + y_\eta^2, \quad \beta = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta, \quad \gamma^* = x_\xi^2 + y_\xi^2. \quad (2.4)$$

Os índices η e ξ , utilizados pelas equações anteriores, denotam as seguintes derivadas parciais:

$$x_\xi = \frac{\partial x}{\partial \xi}, \quad y_\xi = \frac{\partial y}{\partial \xi}, \quad x_\eta = \frac{\partial x}{\partial \eta}, \quad y_\eta = \frac{\partial y}{\partial \eta} \quad (2.5)$$

Os termos $C^\phi, \Gamma^\phi, P^\phi, S^\phi$ da Eq.(2.1) são dados por:

- Conservação da massa ($\phi = 1$)

$$C^\phi = 0, \quad \Gamma^\phi = 0, \quad P^\phi = 0, \quad S^\phi = 0 \quad (2.6)$$

- Conservação da quantidade de movimento axial ($\phi = u$)

$$C^\phi = 1, \quad \Gamma^\phi = \mu, \quad P^\phi = \frac{\partial (py_\xi)}{\partial \eta} - \frac{\partial (py_\eta)}{\partial \xi}, \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} S^\phi &= \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[J\mu \left(y_\eta^2 \frac{\partial u}{\partial \xi} - y_\xi y_\eta \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right] + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[J\mu \left(y_\xi^2 \frac{\partial u}{\partial \eta} - y_\xi y_\eta \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \right] \\ &+ \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[Jy\mu x_\eta \left(y_\xi \frac{\partial v}{\partial \eta} - y_\eta \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) \right] + \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[Jy\mu x_\xi \left(y_\eta \frac{\partial v}{\partial \xi} - y_\xi \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \right] \\ &- \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[J \frac{\mu}{y} y_\eta \left(x_\xi \frac{\partial (yv)}{\partial \eta} - x_\eta \frac{\partial (yv)}{\partial \xi} \right) \right] \\ &- \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[J \frac{\mu}{y} y_\xi \left(x_\eta \frac{\partial (yv)}{\partial \xi} - x_\xi \frac{\partial (yv)}{\partial \eta} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.8)$$

Nas equações, p é a pressão e μ é a viscosidade.

- Conservação da quantidade de movimento radial ($\phi = v$)

$$C^\phi = 1, \quad \Gamma^\phi = \mu, \quad P^\phi = \frac{\partial (px_\eta)}{\partial \xi} - \frac{\partial (px_\xi)}{\partial \eta}, \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} S^\phi &= \frac{1}{3y} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[J\mu \left(x_\eta^2 \frac{\partial v}{\partial \xi} - x_\xi x_\eta \frac{\partial v}{\partial \eta} \right) \right] + \frac{1}{3y} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[J\mu y \left(x_\xi^2 \frac{\partial v}{\partial \eta} - x_\xi x_\eta \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial \xi} \left[J\mu y_\eta \left(x_\xi \frac{\partial u}{\partial \eta} - x_\eta \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[J\mu y_\xi \left(x_\eta \frac{\partial u}{\partial \xi} - x_\xi \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right] \\ &- \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[J\mu x_\eta \left(y_\xi \frac{\partial u}{\partial \eta} - y_\eta \frac{\partial u}{\partial \xi} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial \eta} \left[J\mu x_\xi \left(y_\eta \frac{\partial u}{\partial \xi} - y_\xi \frac{\partial u}{\partial \eta} \right) \right] \\ &- \frac{4}{3} \frac{\mu v}{y^2 J} - \frac{2v}{3y} \left[\frac{\partial}{\partial \eta} (x_\xi \mu) - \frac{\partial}{\partial \xi} (x_\eta \mu) \right] \end{aligned} \quad (2.10)$$

- Conservação da energia térmica ($\phi = T$)

$$C^\phi = c_p, \quad \Gamma^\phi = \kappa, \quad P^\phi = \frac{1}{J} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} S^\phi &= -\frac{1}{y} \left[\frac{1}{J} \frac{\partial (\rho y K)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho y U K)}{\partial \xi} + \frac{\partial (\rho y V^* K)}{\partial \eta} \right] \\ &+ \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \xi} \{ y [(v\sigma_{xy} + u\sigma_{xx}) y_\eta - (v\sigma_{yy} + u\sigma_{xy}) x_\eta] \} \\ &+ \frac{1}{y} \frac{\partial}{\partial \eta} \{ y [(v\sigma_{yy} + u\sigma_{xy}) x_\xi - (v\sigma_{xy} + u\sigma_{xx}) y_\xi] \}, \end{aligned} \quad (2.12)$$

onde

$$K = \frac{u^2 + v^2}{2} \quad (2.13)$$

e c_p é o calor específico à pressão constante, k é a condutividade térmica e σ_{xx} , σ_{xy} , σ_{yy} são as componentes do tensor tensão viscoso:

$$\sigma_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (2.14)$$

$$\sigma_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (2.15)$$

$$\sigma_{xy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2.16)$$

onde

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{y} \quad (2.17)$$

As derivadas de u e v , com respeito a x e y , são dadas por:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = J \left(y_\eta \frac{\partial \phi}{\partial \xi} - y_\xi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right), \quad \phi \in \{u, v\} \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = J \left(x_\xi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} - x_\eta \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right), \quad \phi \in \{u, v\} \quad (2.19)$$

Para relacionar pressão, massa específica e temperatura e fechar o sistema de equações, iniciado pela Eq.(2.1), é utilizada a equação dos gases ideais, representada na Eq. (2.20).

$$p = \rho R_g T \quad (2.20)$$

No caso do escoamento invíscido, o campo de temperaturas estacionário é obtido através da conservação total de entalpia. Na equação, o índice ∞ representa o valor de corrente livre da variável:

$$T = \frac{1}{(c_p)_\infty} \left[(c_p)_\infty T_\infty + \frac{u_\infty^2 - u^2 - v^2}{2} \right] \quad (2.21)$$

2.1.2.2 Condições de contorno

Para solucionar o sistema de equações diferenciais apresentado na seção anterior é preciso definir as características do escoamento nos limites do domínio de cálculo, ou seja, as condições de contorno. O domínio e os contornos do problema são apresentados na Figura 1. O contorno norte N é definido pela parte mais externa do domínio, o contorno leste E é definido pela linha vertical acima da base do corpo, o contorno oeste W é definido pela linha de simetria e o contorno sul S é definido pelo perfil da geometria estudada.

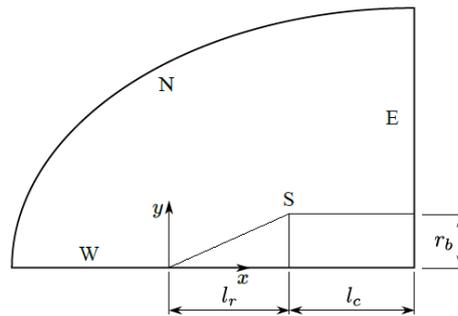


Figura 1 – Contornos do domínio
Fonte: adaptado de Bertoldo (2014)

Na figura, l_r é o comprimento do nariz, l_c é o comprimento do cilindro e r_b é o raio do corpo.

As condições de cada contorno podem ser especificadas como:

- Contorno leste

O escoamento na saída é considerado localmente parabólico (as propriedades não variam ao longo da linha de corrente):

$$(\vec{u} \cdot \nabla) \phi = cte, \quad \phi \in \{u, v, T, p\} \quad (2.22)$$

- Contorno oeste

No contorno oeste são aplicadas condições de simetria. Na equação (2.23), \hat{n} é o vetor unitário normal ao contorno.

$$(\hat{n} \cdot \nabla) u = 0, \quad v = 0, \quad (\hat{n} \cdot \nabla) T = 0, \quad (\hat{n} \cdot \nabla) p = 0 \quad (2.23)$$

- Contorno norte

Na fronteira norte, o escoamento é considerado não perturbado e as propriedades do gás são as mesmas da corrente-livre:

$$u = u_\infty, \quad v = 0, \quad p = p_\infty, \quad T = T_\infty, \quad \rho = \frac{p_\infty}{R_g T_\infty} \quad (2.24)$$

- Contorno sul

No caso da fronteira sul, os gradientes de pressão e temperatura são nulos e suas condições de contorno variam de acordo com o modelo de viscosidade empregado. No escoamento invíscido, considera-se o deslizamento do fluido sobre a superfície:

$$\hat{n} \cdot \vec{u} = 0, \quad (\hat{n} \cdot \nabla) T = 0, \quad (\hat{n} \cdot \nabla) p = 0 \quad (2.25)$$

Já no escoamento viscoso, a condição de não-deslizamento é aplicada:

$$u = 0, \quad v = 0, \quad (\hat{n} \cdot \nabla) T = 0, \quad (\hat{n} \cdot \nabla) p = 0 \quad (2.26)$$

2.1.2.3 Coeficiente de arrasto

Resolvido o sistema de equações, pode-se então calcular o coeficiente de arrasto frontal, a principal variável de interesse neste trabalho. A equação (1.1) pode ser expressa em função da pressão dinâmica q_∞ , como apresentado em Eq.(2.27). Nessa equação, o índice x representa a componente da força do fluido sobre a superfície frontal do corpo na direção axial do escoamento.

$$C_d = \frac{F_x}{S_{ref} q_\infty} \quad (2.27)$$

A pressão dinâmica pode ser definida por

$$q_\infty = \frac{\rho_\infty u_\infty^2}{2} \quad (2.28)$$

Já a componente F_i da força de um fluido sobre o corpo pode ser definida, em coordenadas cartesianas, pela Eq.(2.29). Na equação, δ_{ij} é o Delta de Kronecker (se $i = j$, então $\delta = 1$, do contrário $\delta = 0$) e σ_{ij} é a componente ij do tensor tensão viscoso.

$$F_i = \int_S (p\delta_{ij} - \sigma_{ij}) dA_{ij} \quad (2.29)$$

Para o cálculo numérico é conveniente escrever o coeficiente de arrasto como uma soma de componentes, com uma componente dependente da pressão (C_d^p) e outra componente dependente da viscosidade (C_d^μ):

$$C_d = C_d^p + C_d^\mu \quad (2.30)$$

Após realizar simplificações devido à simetria axial e considerando as equações (2.27), (2.28), (2.29), as componentes do coeficiente de arrasto frontal podem ser expressas em coordenadas curvilíneas por:

$$C_d^p = \frac{2}{q_\infty r_b^2} \int_{\xi_i}^{\xi_f} (p - p_\infty) y y_\xi d\xi \quad (2.31)$$

$$C_d^\mu = \frac{2}{q_\infty r_b^2} \int_{\xi_i}^{\xi_f} \left(\sigma_{xy} x_\xi - \sigma_{xx} y_\xi \frac{dy}{dx} \right) y d\xi \quad (2.32)$$

2.1.3 Modelo Numérico

Não é conhecido um método para resolver analiticamente as equações diferenciais apresentadas na seção anterior. Sendo assim, é necessária a utilização de um método numérico.

Um método numérico resolve o sistema de equações por expressões algébricas envolvendo a variável dependente ou incógnita (MALISKA, 2004). O valor da variável é calculado de forma discreta, ou seja, para um número finito de pontos no domínio de cálculo. Existem vários tipos de métodos numéricos, como o Método das Diferenças Finitas, o Método dos Elementos Finitos, o Método dos Volumes Finitos, o Método Espectral, entre outros.

No Método dos Volumes Finitos (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995), utilizado no programa, o domínio e o modelo matemático são discretizados em volumes elementares de modo que, ao final do processo, um sistema acoplado de sistemas lineares tenha sido obtido. Esses sistemas são, geralmente, resolvidos iterativamente até que algum critério de convergência seja atingido. O modo como cada etapa é executada no programa *Mach2D* é descrito, de maneira breve, nos itens a seguir.

2.1.3.1 Geração e indexação da malha

A geração da malha foi feita com base no método algébrico (FARRASHKHALVAT; MILES, 2003). Nesse método, os contornos norte e sul são discretizados primeiramente, tendo os seus pontos unidos por segmentos de reta (linhas com ξ constante). Esses segmentos de reta também são discretizados e unidos através de novos segmentos de reta (linhas com η constante). A distribuição de pontos nas linhas ξ é feita de modo que a distância entre pontos sucessivos seja uma progressão geométrica. Esse tipo de distribuição permite que os pontos sejam concentrados próximos ao contorno sul, onde se espera uma maior variação dos campos de pressão, velocidade e temperatura devido à interação entre fluido e superfície do modelo. A Figura 2 exemplifica o processo de criação da malha.

Após a malha ser gerada é preciso fazer a sua indexação para que cada volume de controle do domínio possa ser identificado. As Figuras 3 e 4 exemplificam como a indexação é feita no programa.

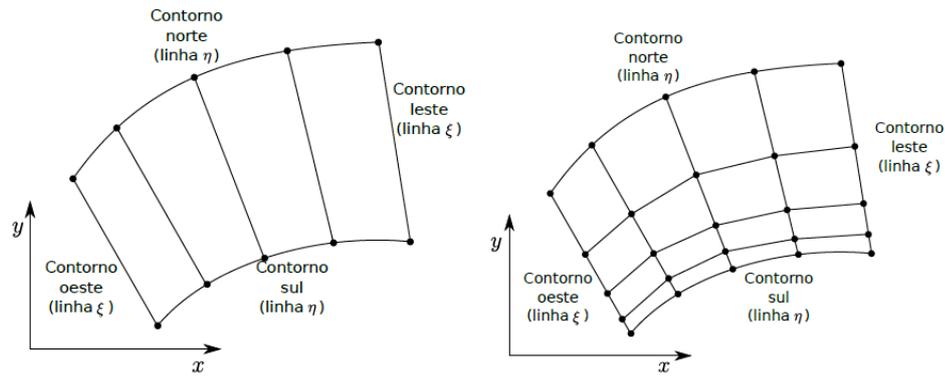


Figura 2 – Geração das coordenadas ξ (à esquerda) e η (à direita)
 Fonte: Bertoldo (2014, p.66)

A Figura 3 apresenta uma malha no sistema de coordenadas cartesiano, com 4 partições sobre as linhas ξ e 4 partições sobre as linhas η , totalizando 16 volumes de controle. Essa malha é transformada para o sistema de coordenadas curvilíneo, tornando-se uniforme, ortogonal e com volumes adicionais (Fig. 4). Esses volumes são denominados volumes fictícios e são utilizados para a aplicação das condições de contorno descritas em 2.1.2.2.

Cada volume da malha pode ser identificado através de um par de índices (i, j) ou através de um único índice P , descrito em função de i e j como:

$$P = (n_x + 2)(j - 1) + i \quad (2.33)$$

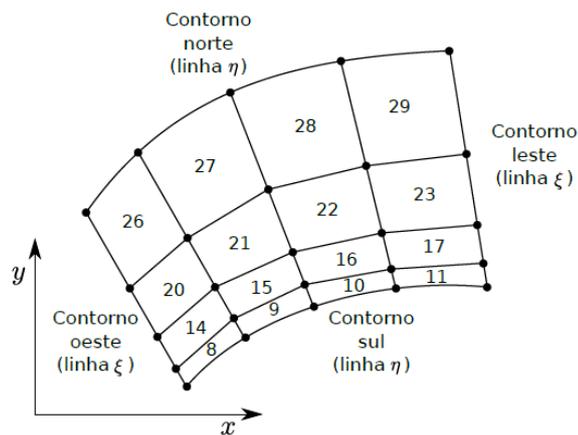


Figura 3 – Indexação no sistema cartesiano
 Fonte: Bertoldo (2014, p.69)

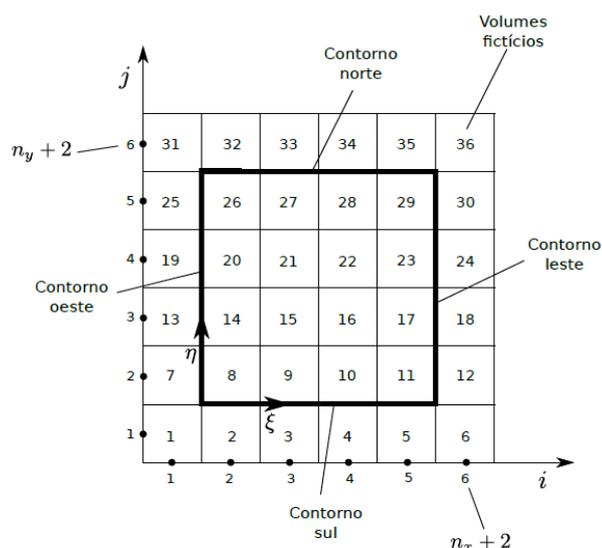


Figura 4 – Indexação no sistema transformado

Fonte: Bertoldo (2014, p.69)

2.1.3.2 Discretização do modelo matemático

Após a geração da malha, as equações diferenciais do modelo matemático precisam ser discretizadas, ou seja, é preciso escrever as equações em função dos pontos da malha nos quais o problema será resolvido. Para que isso ocorra, as equações de transporte devem ser integradas em cada volume elementar do domínio de cálculo e em um intervalo de tempo $[t - \Delta t, t]$.

Esse modo de integração e discretização permite que as variáveis principais do problema sejam calculadas sobre o mesmo ponto em cada volume, que, no caso, é o centro de cada volume no sistema de coordenadas curvilíneas ξ, η . Essa forma de organizar o cálculo das variáveis principais é chamada de arranjo colocalizado (MALISKA, 2004). A Figura 5 representa o ponto central de um volume elementar P e seus vizinhos no sistema de coordenadas transformado. Na figura, a notação utilizada é a empregada normalmente no método dos volumes finitos, onde as letras minúsculas representam as faces do volume e as maiúsculas o seu nó (ponto nodal).

Se for preciso calcular as variáveis em outros pontos, como nas faces, então a aplicação de algum esquema de interpolação é necessária. No programa utilizado nesse trabalho foram aplicados os esquemas UDS (*Upstream Differencing Scheme*) com correção adiada para o CDS (*Central Differencing Scheme*) e CDS puro (VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995). O primeiro é aplicado nos termos advectivos (termos ao lado esquerdo da igualdade) das equações discretizadas e o segundo é aplicado nos termos difusivos (termos ao lado direito da igualdade).

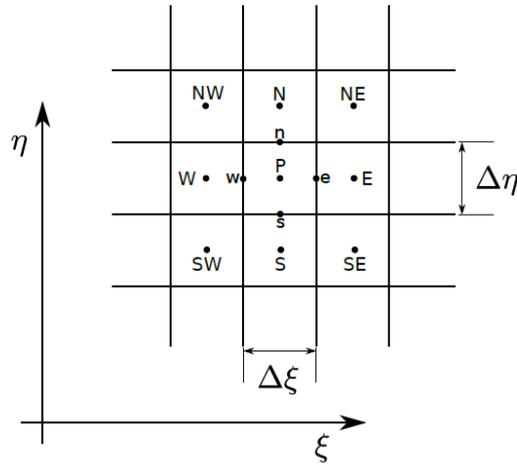


Figura 5 – Volume de controle genérico P e seus vizinhos
Fonte: Bertoldo (2014, p.70)

Ao final do processo de discretização, gera-se um conjunto de equações discretizadas em relação a um ponto nodal P na forma:

$$A_{sw}^{\phi} \phi_{SW} + A_s^{\phi} \phi_S + A_{se}^{\phi} \phi_{SE} + A_w^{\phi} \phi_W + A_p^{\phi} \phi_P + A_e^{\phi} \phi_E + A_{nw}^{\phi} \phi_{NW} + A_n^{\phi} \phi_N + A_{ne}^{\phi} \phi_{NE} = b_p^{\phi} \quad (2.34)$$

onde A^{ϕ} e b^{ϕ} são os coeficientes e termo fonte, respectivamente, que variam de acordo com ϕ (para $\phi \in \{1, u, v, T\}$).

2.1.3.3 Equação para a correção de pressão

As equações representadas pela Eq. (2.34) aliadas à equação de estado (Eq. (2.20)) formam um conjunto não linear e acoplado. Por isso, elas precisam ser resolvidas iterativamente. No entanto, o problema não pode ser resolvido, ainda, de maneira satisfatória. A equação discretizada da conservação de massa, geralmente, não pode ser usada como equação evolutiva de ρ , diferente das equações de conservação da quantidade de movimento axial e radial e da equação de conservação de energia térmica, que podem ser utilizadas como equações evolutivas para u, v e T . A utilização desse procedimento levaria a instabilidades numéricas em escoamentos com baixa compressibilidade. A equação de conservação da massa pode, então, ser considerada como um vínculo que deve ser satisfeito ao se resolverem as outras equações. Sendo assim, ela é transformada em uma equação para correção de pressão, em que o campo de pressão é ajustado em cada iteração para satisfazer a conservação de massa.

A transformação para a equação de correção da pressão é baseada no algoritmo *Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations-Consistent* ou SIMPLEC (DOORMAAL; RAITHBY, 1984). A forma final da equação transformada é descrita na Eq.(2.35):

$$A'_P p'_P + A'_w p'_W + A'_e p'_E + A'_s p'_S + A'_n p'_N = b'_P \quad (2.35)$$

Na equação, $A^{p'}$ e $b^{p'}$ são os coeficientes e termo fonte, respectivamente. Já p' é o desvio de pressão, dado pela subtração entre a pressão p e a pressão estimada p^* .

$$p' = p - p^* \quad (2.36)$$

2.1.3.4 Resolução dos sistemas lineares

O problema do escoamento pode, finalmente, ser solucionado resolvendo os quatro sistemas lineares obtidos. Três deles associados a u , v e T na forma apresentada pela Eq. (2.34) e o quarto associado a p' na forma apresentada pela Eq. (2.35). A resolução desses sistemas é feita através do método iterativo MSI ou *Modified Strongly Implicit Procedure* (SCHNEIDER; ZEDAN, 1981).

Como o processo de resolução das equações é iterativo, é preciso estabelecer critérios para avaliar a convergência dos sistemas lineares. O primeiro é analisar o resíduo total dos sistemas, dado pela Eq. (2.37). A soma dos resíduos deve ser feita sobre todos os volumes reais.

$$R_{L_1} = R_{L_1}^u + R_{L_1}^v + R_{L_1}^T + R_{L_1}^{p'} \quad (2.37)$$

onde

$$R_{L_1}^\phi = \frac{\sum_P |A_P^\phi \phi_P + \sum_{nP} A_{nP}^\phi \phi_{nb} - b_P^\phi|}{\sum_P |b_P^\phi|}, \quad \phi \in \{T, u, v\} \quad (2.38)$$

e

$$R_{L_1}^{p'} = \sum_P \left| A_P^{p'} p'_P + \sum_{nb} A_{nb}^{p'} p'_{nb} - b_P^{p'} \right| \quad (2.39)$$

O segundo critério leva em consideração o desvio da pressão, que deve tender a zero:

$$R_{p'} = \max_P |p'_P| / p_m \quad (2.40)$$

onde

$$p_m = \frac{1}{n_x n_y} \sum_P p_P \quad (2.41)$$

A multiplicação de n_x (número de volumes reais na direção axial) por n_y (número de volumes reais na direção radial) representa o número total de volumes reais. Novamente, a soma da Eq. (2.41) deve ser feita sobre todos os volumes reais.

2.2 CD 2.1

O aplicativo computacional *CD 2.1* foi desenvolvido pelo *Grupo de Foguetes Carl Sagan* (GFCS) da Universidade Federal do Paraná. O GFCS é um grupo formado por alunos e professores que desenvolve espaçomodelos, propelentes e aplicativos computacionais com objetivo de estudar a aerodinâmica e propulsão de foguetes de maneira geral. ¹

O aplicativo computacional foi escrito em linguagem Fortran 90 e a sua versão 2.1 permite o cálculo do coeficiente de arrasto de espaçomodelos em escoamentos subsônicos ou transônicos com base em equações semi-empíricas retiradas da literatura. Uma versão anterior do aplicativo, a 2.0, está disponível no endereço virtual: <<http://servidor.demec.ufpr.br/foguete/Aplicativos/>>.

Como exemplificado pela Figura 6, um minifoguete está sujeito a diferentes forças de arrasto durante a sua trajetória. Para cada força envolvida existe um coeficiente de arrasto relacionado. Neste trabalho, considerando o escoamento transônico e a geometria do cone-cilindro, o coeficiente de arrasto pode ser dividido em: coeficiente de arrasto de atrito, coeficiente de arrasto de base e coeficiente de arrasto de pressão. O modo como cada um desses coeficientes é obtido será descrito a seguir. A descrição do modelo matemático completo pode ser encontrada em Queluz (2015).

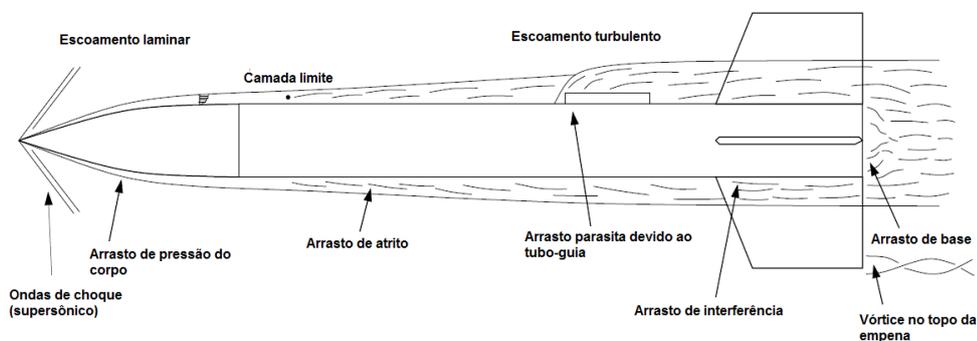


Figura 6 – Forças de arrasto atuantes em um minifoguete

Fonte: adaptado de Niskanen (2013, p.42)

2.2.1 Coeficiente de arrasto de atrito (Cd_a)

A força de arrasto que ocorre devido ao atrito entre o fluido e a superfície do modelo é chamada de força de arrasto de atrito. O cálculo do seu coeficiente depende da rugosidade dos componentes do minifoguete, do tipo de escoamento e do número de Reynolds, definido pela equação (2.42). Nela, l é o comprimento característico do espaçomodelo.

$$Re = \frac{V\rho l}{\mu} \quad (2.42)$$

¹ Informações adicionais sobre o grupo podem ser encontradas nos endereços: <<http://servidor.demec.ufpr.br/foguete/>> e <<http://fogueteufpr.blogspot.com.br/>>.

O coeficiente de arrasto de atrito, segundo Hoult (2013), pode ser expresso por:

$$Cd_a = \frac{C_f S_{wet} C}{S_{ref}}, \quad (2.43)$$

onde C_f é o coeficiente de atrito, S_{wet} é a área em contato com o ar, C é o fator de correção de compressibilidade. O fator de correção, para escoamentos transônicos, é definido pela equação (2.44).

$$C = \frac{1}{(1 + 0,15M^2)^{0,58}} \quad (2.44)$$

Já o coeficiente de atrito pode ser obtido pela equação (2.45), considerando que a superfície do cone-cilindro seja inteiramente lisa e sem variações. Pode-se notar que o coeficiente é uma soma de dois termos, o primeiro referente à parte laminar do escoamento e o segundo referente à parte turbulenta.

$$C_f = \left(\frac{1,38}{\sqrt{Re_t}} \right) \cdot \frac{S_{wetl}}{S_{wet}} + \left(\frac{0,427}{(\log(Re_t) - 0,407)^{2,64}} \right) \cdot \left(1 - \frac{S_{wetl}}{S_{wet}} \right) \quad (2.45)$$

Na equação, S_{wetl} é a área superficial do componente em contato com o escoamento laminar do ar, Re_l é o número de Reynolds considerando l e Re_t é o número de Reynolds de transição. Como será explicado na seção 3, uma faixa de transição foi implementada no cone-cilindro para forçar a turbulência. Assim, Re_t pode ser encontrado através da Eq. (2.42), substituindo o comprimento l pela posição da faixa de transição no modelo.

2.2.2 Coeficiente de arrasto de pressão (Cd_p)

O arrasto devido à pressão é gerado principalmente por causa da geometria do nariz e da forma como o escoamento interage com ela. No caso de velocidades transônicas e supersônicas, as ondas de choque geradas durante o escoamento aumentam o arrasto de forma significativa. É possível calcular o Cd_p através das equações semi-empíricas apresentadas no livro de Hoerner (1965). No entanto, o autor só apresenta equações para número de Mach igual à 1 (Eq. (2.46)) e número de Mach maior ou igual a 1,3 (Eq. (2.47)). O coeficiente de arrasto entre essas regiões pode ser encontrado realizando uma interpolação entre os valores de Cd obtidos para essas duas equações. No programa *CD 2.1*, a função interpoladora é linear, conforme apresentado na Eq. (2.48).

- Coeficiente de arrasto para $M = 1$

$$Cd_p = \sin \epsilon, \quad (2.46)$$

onde ϵ é o ângulo da junta do nariz (Fig. 7) com o cilindro

- Coeficiente de arrasto para $M \geq 1,3$

$$Cd_p = 2,1 \sin^2 \epsilon + 0,5 \frac{\sin \epsilon}{\sqrt{M^2 - 1}} \quad (2.47)$$

- Coeficiente de arrasto para $1,0 < M < 1,3$

$$Cd_p = aM + b, \quad (2.48)$$

onde

$$a = -\frac{2,1}{0,3} \sin^2 \epsilon - \frac{0,5}{0,3} \frac{\sin \epsilon}{\sqrt{1,3^2 - 1}} + \frac{\sin \epsilon}{0,3}, \quad e \quad b = a - \sin \epsilon \quad (2.49)$$

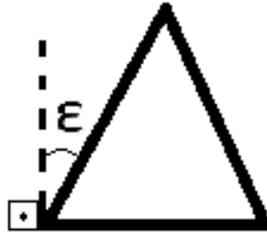


Figura 7 – Ângulo da junta do nariz
Fonte: O autor (2016)

2.2.3 Coeficiente de arrasto de base (Cd_b)

O arrasto de base é ocasionado pela queda de pressão na traseira do modelo. No caso da geometria em estudo, o Cd_b do cone é considerado nulo por estar encaixado no cilindro. Já o coeficiente de arrasto do cilindro pode ser calculado pela fórmula proposta por Niskanen (2013) para escoamentos com número de Mach maior do que 1, apresentada na Eq.(2.50):

$$Cd_b = \left(\frac{0,25}{M} \right) \cdot \frac{S_b}{S_{ref}} \quad (2.50)$$

onde, S_b é a área da base do cilindro.

Durante a fase propulsada de um espaçomodelo, o escape dos gases pela tubeira tem influência direta no arrasto de base. O efeito da presença de um suporte do tipo sting (Fig. 8), utilizado no experimento deste trabalho, pode ser representado pelo efeito do escoamento dos gases de acordo com Pope e Goin (1978). Nesse caso, o termo S_b é subtraído pela área da seção transversal do sting S_{b_s} .

$$Cd_b = \left(\frac{0,25}{M} \right) \cdot \frac{(S_b - S_{b_s})}{S_{ref}} \quad (2.51)$$

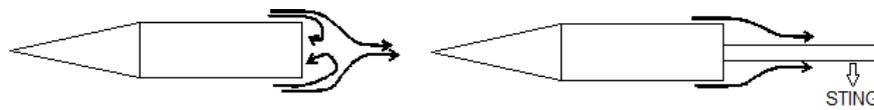


Figura 8 – Efeito do sting sobre o escoamento na base
 Fonte: adaptado de Falcão Filho e Silva (2015, p.6)

2.2.4 Coeficiente de arrasto total

O coeficiente de arrasto total nada mais é do que a soma de todos os Cd s individuais. Para compensar o fato da rugosidade e de outros possíveis efeitos do escoamento terem sido desconsiderados, é aconselhável acrescentar ao Cd total 5% do seu valor (HOULT, 2013). No entanto, no caso específico do cone-cilindro, de geometria simples e que teve a posição da transição fixada, esse acréscimo não é necessário. Sendo assim, o coeficiente de arrasto total será dado por

$$Cd = Cd_a + Cd_p + Cd_b \quad (2.52)$$

2.3 OPENROCKET 15.03

O programa *OpenRocket* é um programa de código aberto e foi escrito em linguagem Java. Sua primeira versão foi baseada na dissertação do professor Sampo Niskanen e o programa vem sendo constantemente aprimorado por contribuintes independentes. Maiores informações sobre o programa estão disponíveis no endereço virtual: <<http://openrocket.sourceforge.net/>>, incluindo o relatório técnico escrito por Niskanen (2013) que contém uma descrição detalhada de todo o modelo matemático empregado. A versão atual do software (15.03) permite calcular o coeficiente de arrasto de espaçomodelos para os regimes subsônico, transônico e supersônico.

Como já mencionado, uma das bases teóricas para o desenvolvimento do programa *CD 2.1* foi o próprio trabalho de Niskanen. Portanto, algumas das equações utilizadas são as mesmas. Os itens a seguir, além de apresentarem a forma como o Cd é obtido no *OpenRocket*, também apontam as semelhanças e diferenças entre os modelos matemáticos dos dois programas.

2.3.1 Coeficiente de arrasto de atrito (Cd_a)

O Cd_a é calculado do modo mostrado pela equação (2.53).

$$Cd_f = C_f C \frac{\left(1 + \frac{d}{2l}\right) \cdot S_{wet}}{S_{ref}} \quad (2.53)$$

Na equação d é o diâmetro do minifoguete e o fator de correção da compressibilidade é o mesmo que o apresentado em (2.35). Entretanto, o coeficiente de atrito é obtido de forma diferente a do *CD 2.1*.

O modelo de arrasto de atrito do *OpenRocket* considera o escoamento como totalmente turbulento e também considera a rugosidade do material. Sendo assim, ao invés de um número de Reynolds de transição, o coeficiente de atrito depende de um número de Reynolds denominado crítico, definido pela Eq. (2.54).

$$R_{crit} = 51 \left(\frac{R_s}{l} \right)^{-1,039}, \quad (2.54)$$

onde R_s é a altura média da rugosidade na superfície.

Dependendo do valor do número de Reynolds, obtido na equação (2.42), a forma de se obter o coeficiente de atrito varia.

- Coeficiente de atrito para $Re \leq 10^4$

$$C_f = 1,48 \cdot 10^{-2} \quad (2.55)$$

- Coeficiente de atrito para $10^4 < Re \leq R_{crit}$

$$C_f = \frac{1}{(1,5 \ln Re - 5,6)^2} \quad (2.56)$$

- Coeficiente de atrito para $Re > R_{crit}$

$$C_f = 0,032 \left(\frac{R_s}{L} \right)^{0,2} \quad (2.57)$$

2.3.2 Coeficientes de arrasto de pressão (Cd_p) e de base (Cd_b)

Para a geometria do cone-cilindro especificamente, o Cd_p é determinado de maneira semelhante ao item 2.2.2. A única mudança está na função interpoladora que, no caso do *OpenRocket*, é polinomial. No entanto, o autor não apresentou mais detalhes de como a interpolação é feita.

Já o coeficiente de base é obtido do mesmo modo que o apresentado nas equações (2.50) e (2.51).

2.3.3 Coeficiente de arrasto total

O coeficiente de arrasto total é obtido através da soma de todos os coeficientes individuais, como mostrado na Eq. (2.52).

2.4 ROCKSIM E AEROLAB

O programa *Rocksim* é um software comercial, disponibilizado pela empresa americana *Apogee*. A versão utilizada neste trabalho é a 7.04 e permite calcular o coeficiente de arrasto em todos os regimes de velocidade (subsônico, transônico e supersônico). Infelizmente, a empresa não disponibiliza a forma como o Cd é obtido, impossibilitando uma descrição mais detalhada sobre o modelo matemático empregado. Mais informações sobre o software podem ser encontradas no endereço virtual <<http://www.apogeerockets.com/rocksim.asp>>.

O programa *Aerolab*, programado por Hans Olaf Toft, também não apresenta nenhuma informação sobre o seu embasamento teórico. O software é gratuito e pode ser adquirido no endereço: <<http://www.nakka-rocketry.net/softw.html#AeroLab>>. Mais informações sobre o autor e o programa estão disponíveis no site: <<http://dark.dk/>>.

2.5 ANSYS 14.0

O *Ansys* é um software comercial desenvolvido pela empresa de mesmo nome que permite resolver diversos problemas de engenharia, desde resistência dos materiais até dinâmica dos fluidos. Ele inclui programas para gerar a geometria do problema, gerar a malha e resolver o problema de acordo com o caso e teoria em estudo. A versão utilizada no desenvolvimento desse trabalho foi a 14.0.

Uma versão acadêmica (gratuita) do programa computacional *Ansys*, na sua versão mais atual (17.0), pode ser encontrada no endereço virtual <www.ansys.com/Product/Academic>. A página possui, ainda, informações e tutoriais sobre o programa. A teoria utilizada pelo solver do programa, o *Ansys Fluent*, é apresentada em *Ansys (2013)*.

As subseções a seguir descrevem, de forma breve, a base teórica utilizada pelo programa.

2.5.1 Modelo Físico

As considerações apresentadas no item 2.1.1 para o comportamento do gás e a sua interação com a superfície do corpo também são aplicadas no modelo do *Ansys*. Já o escoamento, neste caso, foi considerado tanto bidimensional axissimétrico como tridimensional. Ele pode ser invíscido ou viscoso, sendo que, para a segunda hipótese, a turbulência pode ou não ser considerada. O regime utilizado, assim como no *Mach2D*, é permanente.

2.5.2 Modelo Matemático

2.5.2.1 Equações de transporte

O escoamento, assim como no item 2.1.2, também pode ser modelado por meio das equações de transporte. Como o *Ansys* é capaz de resolver problemas muito mais complexos (tridimensionais e turbulentos, por exemplo), a forma apresentada pela equação (2.1) não é

suficiente. É mais apropriado apresentar as equações na sua forma geral, de maneira semelhante à apresentada no guia teórico do programa (ANSYS, 2013):

- Equação geral de Conservação da Massa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = S_m \quad (2.58)$$

onde \vec{v} é o vetor de velocidades e S_m é uma quantidade de massa adicionada na fase contínua ou determinada pelo usuário.

- Equação geral de Conservação da Quantidade de Movimento

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\bar{\tau}) + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (2.59)$$

onde $\rho \vec{g}$ é a força gravitacional, F é uma força externa e tensor tensão $\bar{\tau}$ é dado por:

$$\bar{\tau} = \mu \left[(\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v} I \right], \quad (2.60)$$

onde I é a matriz identidade.

- Equação geral de Conservação da Energia Térmica

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho E) + \nabla \cdot (\vec{v} (\rho E + p)) = \nabla \cdot \left(k_{eff} \nabla T - \sum_j h_j \vec{J}_j + (\bar{\tau}_{eff} \cdot \vec{v}) \right) + S_h \quad (2.61)$$

onde k_{eff} é a condutividade térmica efetiva ($k + k_t$, sendo k_t a condutividade térmica turbulenta, definida pelo modelo de turbulência empregado), \vec{J}_j é o fluxo difusivo das espécies j presentes no gás utilizado. O termo S_h inclui o calor gerado por reações químicas e qualquer outra fonte definida pelo usuário.

Na equação (2.61) a energia interna E é definida por

$$E = h - \frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2}, \quad (2.62)$$

onde h é a entalpia sensível que, para um gás ideal, é expressa por:

$$h = \sum_j Y_j h_j, \quad (2.63)$$

sendo Y_j é a fração de massa das espécies j e a entalpia de cada espécie (h_j) é calculada por:

$$h_j = \int_{T_{ref}}^T c_{p,j} dT. \quad (2.64)$$

Na Eq. (2.64), $c_{p,j}$ é o calor específico de cada espécie e T_{ref} é a temperatura de referência.

Dependendo das escolhas feitas durante a execução do programa, as equações apresentadas são simplificadas e têm alguns de seus termos desconsiderados. No caso do cone-cilindro, por exemplo, os termos S_m , $\rho\vec{g}$, \vec{F} e S_h são sempre nulos, devido ao discutido no item 2.5.1

2.5.2.2 Modelo de turbulência de Spalart-Allmaras

A turbulência é um fenômeno essencialmente aleatório e, portanto, não pode ser determinada precisamente em uma simulação de CFD. É preciso escolher um modelo de turbulência que melhor represente a situação estudada e que seja adequado aos recursos computacionais disponíveis. Diante disso, para a execução desse trabalho, foi escolhido o modelo de Spalart-Allmaras (SPALART; ALLMARAS, 1992).

Esse modelo é baseado na aproximação RANS (*Reynolds-Averaged Navier Stokes*) e no conceito do modelo de viscosidade Eddy. Na aproximação RANS, ao invés de se tentar prever a evolução temporal do escoamento, realiza-se uma média temporal ou estatística (chamada média de Reynolds) sobre as equações originalmente transientes, o que lhes confere um caráter estacionário. Deste modo, as variáveis resolvidas, ao invés de serem campos instantâneos, são definidas como uma soma dos campos médios com as suas respectivas magnitudes das flutuações turbulentas. Já o modelo de viscosidade de Eddy assume que a tensão é proporcional aos gradientes de velocidade e adiciona uma única variável ao problema do escoamento, a chamada viscosidade Eddy ou viscosidade turbulenta (HENKES, 1998).

O modelo de Spalart-Allmaras foi escolhido por ser considerado de baixo custo computacional e por ser muito utilizado em aplicações aerodinâmicas em que a principal região de interesse é próxima à parede.

Os itens a seguir descrevem o modelo utilizado no *Ansys*.

- Equação de transporte

A Eq.(2.65) expressa a equação do transporte para o modelo em função da variável $\tilde{\nu}$, que é idêntica à viscosidade cinemática turbulenta exceto na região próxima à parede.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\tilde{\nu}) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho\tilde{\nu}u_i) = G_\nu + \frac{1}{\sigma_\nu} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\mu + p\tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right\} + C_{b2\rho} \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 \right] - Y_\nu + S_{\tilde{\nu}}, \quad (2.65)$$

onde G_ν é a produção de viscosidade turbulenta e Y_ν é a destruição da viscosidade turbulenta que ocorre na região próxima à parede devido ao bloqueio de parede e ao amortecimento viscoso. Os termos C_{b2} e σ_ν são constantes e ν é a viscosidade cinemática molecular. A equação está na forma tensorial.

- Viscosidade turbulenta

A viscosidade turbulenta é dada por:

$$\mu_t = \rho \tilde{\nu} f_{\nu 1}, \quad (2.66)$$

onde

$$f_{\nu 1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{\nu 1}}, \quad \chi \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\nu} \quad e \quad C_{\nu 1} = cte. \quad (2.67)$$

- Produção turbulenta

O termo de produção G_ν é descrito por:

$$G_\nu = C_{b1} \rho \tilde{S} \tilde{\nu}, \quad (2.68)$$

onde

$$\tilde{S} \equiv S + \frac{\tilde{\nu}}{k_1^2 dl^2} f_{\nu 2} \quad e \quad f_{\nu 2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{\nu 1}}. \quad (2.69)$$

Nas equações (2.68) e (2.69) C_{b1} e k_1 são constantes, dl é a distância da parede e S é a medida escalar do tensor de deformação, baseada na magnitude da vorticidade:

$$S \equiv \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}, \quad (2.70)$$

onde

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (2.71)$$

- Destruição turbulenta

A destruição turbulenta é dada pela equação (2.72)

$$Y_\nu = C_{w1} \rho f_w \frac{\tilde{\nu}^2}{dl}, \quad (2.72)$$

em que

$$f_w = g_1 \left[\frac{1 + C_{w3}^6}{g_1^6 + C_{w3}^3} \right]^2, \quad g_1 = r_1 + C_{w2} (r_1^6 - r_1) \quad e \quad r_1 \equiv \frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S} k_1^2 dl^2}. \quad (2.73)$$

Nas equações, C_{w1} , C_{w2} , C_{w3} são constantes.

- Valores das constantes

Os valores das constantes utilizadas na modelagem turbulenta são os valores padrão (SPALART; ALLMARAS, 1992) e são apresentados a seguir:

$$C_{b1} = 0,1355, \quad C_{b2} = 0,622, \quad \sigma_{\tilde{\nu}} = \frac{2}{3}, \quad C_{\nu 1} = 7,1, \quad (2.74)$$

$$C_{w1} = \frac{C_{b1}}{k_1^2} + \frac{(1 + C_{b2})}{\sigma_{\tilde{\nu}}}, \quad C_{w2} = 0,3, \quad C_{w3} = 2, \quad k_1 = 0,4187.$$

2.5.2.3 Coeficiente de arrasto

O coeficiente de arrasto, no *Ansys*, é determinado de modo parecido ao item 2.1.2.3. A força de arrasto total é dada pela soma das forças causadas pela pressão (\vec{F}_p) e das forças causadas pelas tensões viscosas (\vec{F}_v) na direção desejada (\vec{a}). Os vetores de força são obtidos através da soma das forças calculadas em cada face que compõe o contorno da superfície do modelo estudado.

$$F = \vec{a} \cdot \vec{F}_p + \vec{a} \cdot \vec{F}_v \quad (2.75)$$

2.5.3 Modelo Numérico

Para a resolução de problemas relacionados à dinâmica dos fluidos, o *Ansys* apresenta duas opções de solvers: o *Fluent*, que foi o utilizado neste trabalho, e o *CFX*. O *Fluent* utiliza o Método dos Volumes Finitos, da mesma forma que o *Mach2D*. Os itens a seguir apresentam resumidamente as características do modelo numérico utilizado.

- Geração da malha

Diferentemente da malha estruturada apresentada em 2.1.3.1, o *Ansys* utiliza, de maneira padrão, malhas não estruturadas, como a apresentada na Figura 9. Esse tipo de malha não segue um padrão fixo, mas consegue se adaptar melhor a geometrias complexas e tridimensionais. Normalmente, volumes de controle tridimensionais apresentam a forma de um tetraedro ou hexaedro nesse tipo de malha.

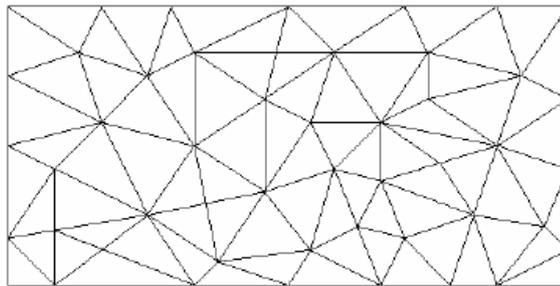


Figura 9 – Exemplo de malha não estruturada
Fonte: Joeckel (2010, p.16)

A Figura 10 exemplifica como esses volumes são organizados, apresentando dois volumes de controle vizinhos de uma malha bidimensional com os seus nós C_0 e C_1 e as suas respectivas distâncias r_0 e r_1 até a face f .

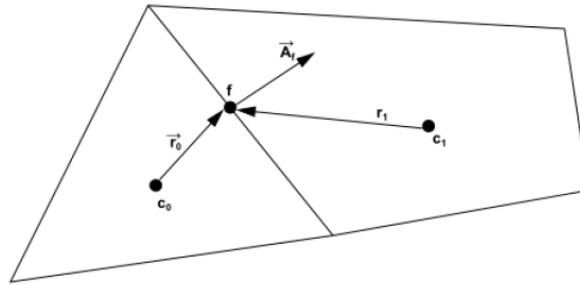


Figura 10 – Exemplo de volume de controle 2d e seu vizinho
 Fonte: ANSYS Fluent Theory Guide (2013, p.632)

- Discretização das equações governantes

Dado um volume de controle (célula) como o apresentado na Figura 10, a discretização das equações governantes do problema pode ser representada de uma forma genérica como:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} \mathbf{V} + \sum_f^{N_{faces}} \rho_f \vec{v}_f \phi_f \cdot \vec{A}_f = \sum_f^{N_{faces}} \Gamma_\phi \nabla \phi_f \cdot \vec{A}_f + S_\phi \mathbf{V} \quad (2.76)$$

Na equação, N_{faces} é o número de faces do volume de controle, ϕ é o valor escalar da grandeza discretizada, ϕ_f é o valor da grandeza interpolado para uma face f , \vec{A}_f é a área da face f e \mathbf{V} é o volume da célula.

- Aproximação das faces

Como visto no item anterior, o valor na face de cada volume deve ser aproximado. Para isso, o *Fluent* apresenta uma série de opções de esquemas de aproximação. Nesse trabalho, foram utilizados os esquemas de primeira e segunda ordem *upwind* (ANSYS, 2013).

- Equação de correção para a pressão

Do mesmo modo que o *Mach2D*, o *Fluent* também transforma a equação de conservação da massa em uma equação para corrigir a pressão calculada. A única diferença foi que essa transformação foi feita com base no algoritmo SIMPLE (PATANKAR; SPALDING, 1972) ao invés do SIMPLEC.

- Resolução do sistemas lineares

Para resolver o escoamento, a equação (2.76) deve ser linearizada na forma

$$A_p \phi = \sum_{nb} A_{nb} \phi_{nb} + b_p, \quad (2.77)$$

onde o subscrito nb se refere aos volumes vizinhos, b_p é o termo fonte e A_p e A_{nb} são os coeficientes linearizados para ϕ e ϕ_{nb} . O número de volumes vizinhos depende da topologia da malha utilizada.

O conjunto de equações linearizadas forma um sistema que pode ser resolvido com o auxílio de algum método de resolução numérica. No caso do *Fluent*, o sistema é solucionado com o solver de Gauss-Seidel (JEFFREYS; JEFFREYS, 1999) em conjunto com um método multigrid algébrico (HUTCHINSON; RAITHBY, 1986).

A convergência da solução é avaliada através da análise do resíduo R de cada equação de transporte:

$$R_\phi = \frac{\sum_{N_T} [\sum_{nb} A_{nb} \phi_{nb} + b_p - A_p \phi]}{\sum_{N_T} [A_p \phi]}, \quad (2.78)$$

onde N_T é o número total de nós.

- Avaliação da qualidade da malha para escoamento turbulento

A maioria dos escoamentos viscosos pode ser dividida em duas regiões: uma próxima da superfície estudada e a outra cobrindo o restante do escoamento. Apenas na pequena região adjacente ao contorno, denominada camada limite, é que o efeito da viscosidade é predominante (SOUZA et al., 2011). Em escoamentos turbulentos, essa camada inicia-se laminar (forças viscosas maiores que as inerciais) e, por causa das instabilidades, torna-se turbulenta (forças viscosas menores que as inerciais). No entanto, mesmo na camada limite turbulenta existe uma subcamada muito fina, próxima à superfície do corpo, onde os efeitos viscosos prevalecem, a subcamada laminar (Fig. 11).

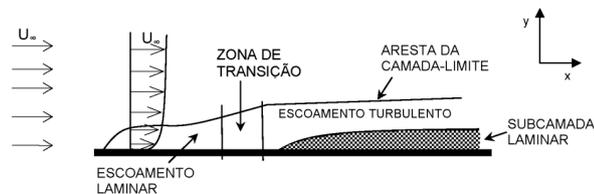


Figura 11 – Detalhe da subcamada viscosa na camada limite turbulenta

Fonte: Souza et al (2010, p.26)

Para resolver de forma apropriada um escoamento turbulento em que a região de interesse é exatamente a região próxima à superfície do corpo é preciso calcular as propriedades do escoamento dentro da subcamada laminar. Isso pode ser feito ao se garantir que a malha gerada possua elementos dentro dessa região.

A qualidade da malha gerada pode ser avaliada pelo valor adimensionalizado da distância normal à parede (y^+), definido pela equação (2.79). Para calcular os efeitos viscosos gerados pela subcamada laminar, sem o auxílio de funções de parede, o valor de y^+ deve

ser próximo de 1 para a primeira camada de elementos da malha ("Ansys Fluent Theory Guide", 2013).

$$y^+ = \frac{\sqrt{\tau_o/\rho}}{\nu} y_l \quad (2.79)$$

Na equação, τ_o é a tensão de cisalhamento na superfície e y_l é a distância até a parede.

2.6 TM-R750

Um dos modos de averiguar a solução numérica de um programa é compará-lo com soluções analíticas ou com soluções numéricas já consolidadas no meio acadêmico, como a solução para a equação de Taylor-Maccoll (TAYLOR; MACCOLL, 1933).

O programa TM-r750, programado em linguagem Fortran 90 e desenvolvido pelo já citado grupo de CFD da UFPR, resolve a equação (2.80) e calcula o coeficiente de arrasto a partir de relações isentrópicas (ANDERSON JR., 1982).

A equação (2.80) é a versão da equação de Taylor-Maccoll dada em função da velocidade adimensional V' (ANDERSON JR., 1982):

$$\frac{\gamma - 1}{2} \left[1 - V'_r{}^2 - \left(\frac{dV'_r}{d\theta} \right)^2 \right] \left[2V'_r + \frac{dV'_r}{d\theta} \cot \theta + \frac{d^2V'_r}{d\theta^2} \right] - \frac{dV'_r}{d\theta} \left[V'_r \frac{dV'_r}{d\theta} + \frac{dV'_r}{d\theta} \frac{d^2V'_r}{d\theta^2} \right] = 0 \quad (2.80)$$

onde r e θ são variáveis independentes (Fig.12) e V'_r é a componente da velocidade adimensionalizada na direção de r .

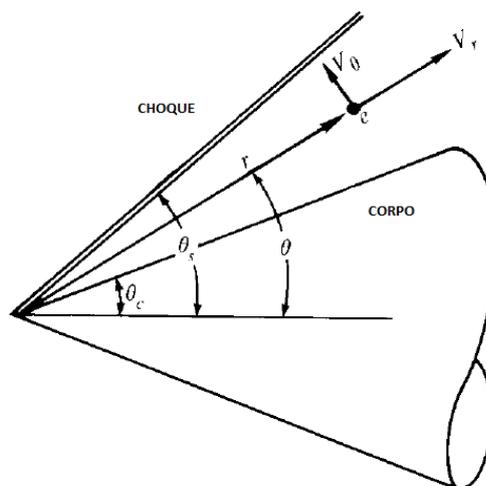


Figura 12 – Escoamento sobre cone
Fonte: adaptado de Anderson Jr. (1982, p.251)

É interessante observar que a velocidade V' depende apenas do número de mach:

$$V' = \left[\frac{2}{(\gamma - 1) M^2} + 1 \right]^{-1/2} \quad (2.81)$$

Para calcular as outras propriedades do escoamento sobre o cone, faz-se o uso das relações isentrópicas dadas pela equações 2.82, 2.83 e 2.84. O índice $(_0)$ representa as propriedades de estagnação.

$$\frac{p}{p_0} = \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \quad (2.82)$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right]^{\frac{1}{\gamma - 1}} \quad (2.83)$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \quad (2.84)$$

2.7 RICHARDSON 4.1

Quando se obtém uma solução numérica é interessante estimar o seu erro numérico para avaliar a sua confiabilidade. EM CFD existem três principais fontes de erros (BERTOLDO, 2014):

- Erro de arredondamento: É o erro causado pela limitação do computador em representar números reais.
- Erro de iteração: É a diferença entre a solução numérica em uma dada iteração e a solução numérica exata do modelo discretizado.
- Erro de discretização: É o erro resultante das aproximações realizadas durante a discretização do modelo matemático.

No caso do *Mach2D*, um programa constantemente aprimorado, em que a solução é obtida com precisão dupla (16 algarismos significativos) e em que a iteração é feita até o erro de máquina ser atingido, a fonte de erro predominante é o erro de discretização. As estimativas desse erro foram obtidas com o programa *Richardson 4.1*.

O aplicativo *Richardson* foi desenvolvido pelo já mencionado grupo *CFD, propulsão e aerodinâmica de foguetes*. Ele foi feito em linguagem Fortran 90 e sua versão 4.1 permite realizar extrapolações simples e múltiplas das soluções numéricas. Além disso, o código também estima o erro de discretização dos valores com e sem extrapolação através de estimadores Richardson, *Grid Convergence Index* ou GCI (ROACHE, 1994), convergente (MARCHI, 2001)

e multicoeficiente (MARTINS, 2013). Nas subseções a seguir, os modelos dos estimadores utilizados nesse trabalho (convergente e GCI) são apresentados.

2.7.1 Estimador GCI

A incerteza numérica através do estimador GCI é definida pela Eq. (2.85). Nela, para uma confiança de 95%, o fator de segurança F_s é igual a 3.

$$U_{GCI} = F_s \frac{|\phi_1 - \phi_2|}{r_f^{p_L} - 1} \quad (2.85)$$

2.7.2 Estimador convergente

De acordo com o método do estimador convergente, a solução exata Φ do modelo matemático é expressa em termos da solução numérica extrapolada ϕ_C e a sua estimativa de erro U_C :

$$\Phi = \phi_C \pm U_C \quad (2.86)$$

onde

$$\phi_C = \frac{\phi_{Ri}(p_L) + \phi_{Ri}(p_U)}{2} \quad (2.87)$$

e

$$U_C = \frac{|\phi_{Ri}(p_L) - \phi_{Ri}(p_U)|}{2} \quad (2.88)$$

Nas equações (2.87) e (2.88), o termo ϕ_{Ri} representa a extrapolação de Richardson para a ordem assintótica p_L ou para a ordem aparente p_U . A ordem assintótica é a ordem de acurácia dominante obtida do erro de truncamento para uma malha suficientemente refinada (Neste trabalho, $p_L = 1$). Já a ordem aparente pode ser determinada por:

$$p_U = \frac{\log\left(\frac{\phi_2 - \phi_3}{\phi_1 - \phi_2}\right)}{\log r_f} \quad (2.89)$$

onde r_f é a razão de refino da malha e os índices 1, 2, e 3 referem-se ao refino da malha. Quanto menor o índice, mais refinada é a malha.

A extrapolação de Richardson, baseada em uma ordem de acurácia qualquer p_A , é dada pela Eq.(2.90). O índice 1 presente na equação é relativo à malha mais fina e o índice 2 à malha mais grossa.

$$\phi_{Ri}(p_A) = \phi_1 + \frac{\phi_1 - \phi_2}{r_f^{p_A} - 1} \quad (2.90)$$

3 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Quando não existe uma solução analítica correspondente ao problema estudado, uma das possibilidades para avaliar a qualidade de um resultado numérico é compará-lo a soluções experimentais obtidas em condições próximas das simuladas. Os valores experimentais apresentados nesse trabalho foram resultantes do ensaio feito no Túnel Transônico Piloto (TTP). As seções a seguir descrevem as características do túnel de vento, do modelo e do experimento realizado.

3.1 TÚNEL TRANSÔNICO PILOTO

O TTP (Figura 13) é uma instalação moderna, localizada na cidade de São José dos Campos-SP no Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE). Ele foi construído em 1997 e operacionalizado em 2002. O túnel é de grande importância no desenvolvimento de pesquisas científicas por permitir ensaios aerodinâmicos em altas velocidades que podem validar resultados numéricos e auxiliar na compreensão de fenômenos físicos. Ainda, a realização de ensaios com modelos reduzidos pode prever o comportamento do escoamento sobre o real modelo que se deseja construir ou estudar, tornando o processo de desenvolvimento mais econômico e eficiente. Também é interessante ressaltar que o TTP é o único túnel transônico da América do Sul (ROMERO, 2016). A Tabela 1 descreve as suas principais características.



Figura 13 – Vista do túnel aberto
Fonte: O autor (2016)

Tabela 1 – Características principais do Túnel Transônico Piloto

Dimensões da seção de testes:	0,25 x 0,30 x 0,81 m
Pressurização do circuito:	50 kPa a 125 kPa
Faixa de número de Mach:	0,3 a 1,2
<ul style="list-style-type: none"> • Circuito fechado; • Operação contínua por compressor axial de 830 kW de potência; • Operação intermitente com uso de injeção por 30 segundos (mínimo); • Seção de testes com paredes fendidas com até 11% de área aberta; • Seção de testes com sistema de evacuação da câmara Plena; • Controle e aquisição de dados via plataforma <i>LabView</i>. 	

Fonte: O autor (2016)

O túnel ainda possui sistemas automáticos de controle de pressão total, temperatura total (da condição ambiente a 45 °C) e umidade (até ponto de orvalho – 40 °C) para simular condições estáveis de número de Mach e número de Reynolds, relativos às condições na seção de testes (FALCÃO FILHO; MELLO, 2002).

A Figura 14 mostra o envelope operacional do TTP com sua capacidade em termos do número de Reynolds relativo a uma corda típica de 0,027 m. Observando a curva limite de potência, verifica-se que a potência instalada do compressor principal é suficiente para atingir praticamente todo o envelope continuamente.

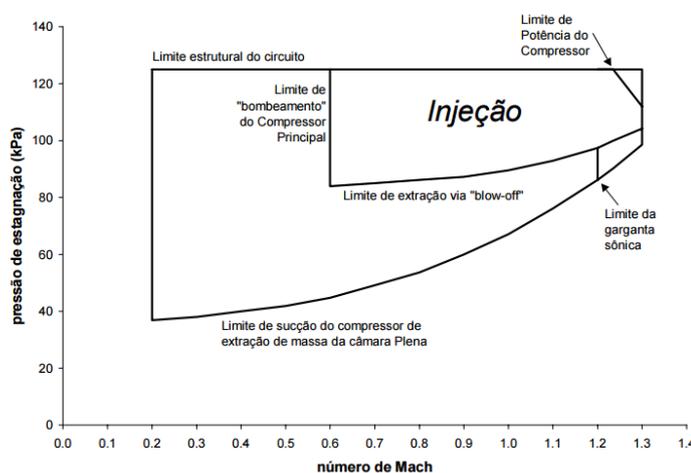


Figura 14 – Envelope de Operação do TTP relativo às condições na seção de testes

Fonte: Falcão Filho e Mello (2002, p.2)

3.2 CARACTERÍSTICAS DO MODELO DE ENSAIO

A geometria escolhida para o ensaio foi a de um cone-cilindro. A Figura 15 apresenta as dimensões do modelo utilizado. Todas as dimensões estão em milímetros. O modelo possui um diâmetro externo de 27,3 mm e o nariz é cônico com ângulo de cone total de 20°. O comprimento total é de 277,8 mm, já considerando o comprimento da extensão (o motivo de

seu uso será esclarecido posteriormente). O projeto detalhado do modelo pode ser visto no Apêndice A.

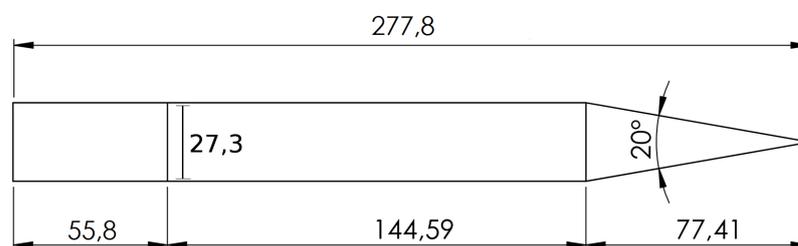


Figura 15 – Geometria do cone-cilindro (mm)
Fonte: O autor (2016)

Uma faixa de transição, com tamanho de grão GRIT 120, foi posicionada aproximadamente a 10% do comprimento do cone-cilindro (Fig. 16), seguindo recomendação de Pope e Goin (1978). A inclusão dessa faixa tem o objetivo de forçar a turbulência, reproduzindo uma condição mais próxima de um veículo em larga escala (alto número de Reynolds).



Figura 16 – Detalhe da faixa de transição
Fonte: O autor (2016)

3.3 MEDIDA DAS GRANDEZAS DE INTERESSE

A comparação entre o teste experimental e os resultados numéricos foi feita através do valor do coeficiente de arrasto e da distribuição de pressão ao longo do modelo. Os itens a seguir explicam como cada uma dessas propriedades foi obtida durante o ensaio.

3.3.1 Força axial e Coeficiente de arrasto

A força de arrasto foi medida com a utilização de uma balança interna de *strain-gages*, medindo-se a força axial (F_a) resultante sobre o modelo. Com o valor da força determinado, a

medida do coeficiente de arrasto é obtida relacionando a Eq. (2.27) com as relações isentrópicas apresentadas em 2.6:

$$Cd = \frac{2F_a}{S_{ref}p_\infty M^2 \gamma} \quad (3.1)$$

Na equação, M é o número de Mach calculado em função da pressão de estagnação (p_0) e da pressão estática (p) medidas no túnel:

$$M = \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1} \left[\left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right]} \quad (3.2)$$

Para posicionar e suspender o modelo no interior do túnel de vento é necessário o uso de um suporte do tipo sting, como o mostrado na Figura 17. A presença do suporte sting altera as características do arrasto de base do modelo em estudo, influenciando as medições feitas pela balança. O suporte utilizado no ensaio possui um diâmetro aproximado de 10 milímetros.

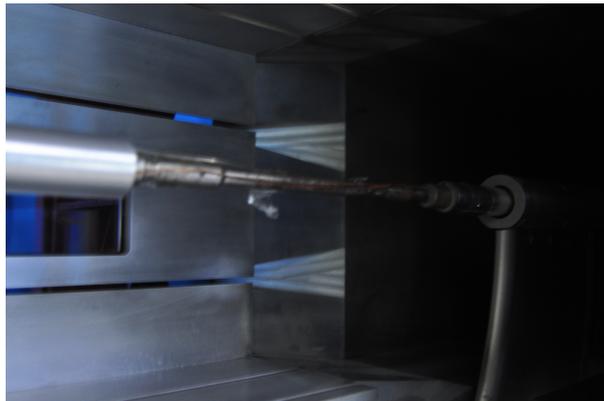


Figura 17 – Detalhe do suporte sting
Fonte: O autor (2016)

Para eliminar o efeito do suporte na apresentação dos resultados, a força medida pode ser corrigida, desconsiderando a força de arrasto da base. A correção é feita pela Eq. (3.3), proposta por Pope e Goin (1978). Na equação, F_{ac} é o valor da força corrigida (ajustada para arrasto de base nulo), S_b é a área da base do modelo e $(p_\infty - p_b)$ é a diferença entre a pressão do escoamento não perturbado e a pressão na medida na base.

$$F_{ac} = F_a - S_b (p_\infty - p_b) \quad (3.3)$$

A medida de pressão na base é obtida através da tomada de pressão feita por um transdutor, descrito mais detalhadamente na seção 3.4.

3.3.2 Distribuição de pressão

A distribuição de pressão na superfície do cone-cilindro foi medida com o auxílio da técnica *Pressure Sensitive Paint* ou tinta sensível à pressão (PSP), que se baseia na desativação da luminescência pelo oxigênio (*oxygen quenching*).

A técnica PSP consiste na utilização de uma tinta especial, composta por moléculas denominadas luminóforos que, ao serem iluminadas por uma fonte de radiação de determinado comprimento de onda, absorvem os fótons originados da fonte e saem de seu estado eletrônico fundamental para um estado eletrônico excitado. O retorno do luminóforo ao estado fundamental ocorre por processos radioativos ou não radioativos.

Os processos radioativos são denominados luminescência (um termo geral para a fluorescência e a fosforescência) que são fótons emitidos pelos luminóforos e caracterizados por comprimento de onda maior do que os fótons da fonte de radiação. Já os processos não radioativos são caracterizados pela interação entre os luminóforos e as moléculas de oxigênio. Nesse caso, o luminóforo, ao invés de emitir um fóton, perde o excesso de energia através de interações com as moléculas de oxigênio presentes na matriz da tinta PSP. As medidas de pressão pela técnica PSP são feitas através do balanço que ocorre entre esses processos. Isso porque a velocidade com que os dois processos ocorrem é totalmente dependente da pressão parcial do oxigênio: quanto maior a pressão do oxigênio, mais intenso é o processo de desativação, o que resulta em uma menor intensidade de luminescência (PEDRASSI, 2009).

A Figura 18 mostra, de maneira esquemática, o funcionamento da técnica PSP. No caso da figura, a radiação com comprimento de onda de 400 nm é absorvida pela tinta que emite, conseqüentemente, radiação com outro comprimento de onda (650 nm, no caso). Essa segunda radiação é captada pela câmera CCD e apresentada na forma de imagens.

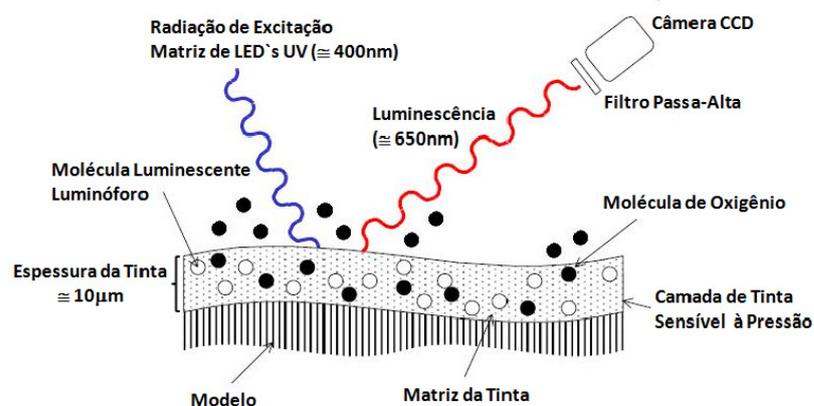


Figura 18 – Exemplo de funcionamento da técnica PSP

Fonte: Pedrassi (2009, p.36)

A técnica possui muitas vantagens em relação aos métodos tradicionais de tomada de pressão, pois realiza as medições de forma não intrusiva, com alta resolução espacial e de forma mais simples e mais econômica.

A medida do perfil de pressão foi obtida em um ensaio diferente ao da determinação da força axial, mas para as mesmas condições iniciais. Detalhes sobre o experimento e os seus resultados podem ser encontrados em Silva, Falcão Filho e Avelar (2016).

3.4 APARATO EXPERIMENTAL

3.4.1 Balança interna

A balança (Fig.19) utilizada na medição das forças é uma balança interna de strain-gages de 5 componentes (3 forças e 3 momentos) com carga máxima admissível de arrasto de 16N.



Figura 19 – Detalhe da balança utilizada
Fonte: O autor (2016)

Balanças do tipo internas são projetadas para serem encaixadas dentro de uma cavidade oca do modelo. No modelo do trabalho a junção entre a ogiva e o cilindro é feita por encaixe em uma peça intermediária, sendo fixada por três parafusos distribuídos circunferencialmente a 120° . O encaixe do instrumento de medida dentro do modelo também é feito na peça intermediária. A Fig.20 mostra o cone-cilindro desmontado com o detalhe da peça adicional.



Figura 20 – Cone-cilindro desmontado
Fonte: Falcão Filho e Silva (2015, p.2)

A utilização desse tipo de balança na geometria do cone-cilindro, descrita anteriormente, gerou dificuldades. O instrumento não coube totalmente no comprimento original do modelo. Isso fez com que uma pequena parte do instrumento ficasse para fora e interferisse na medida de tomada de pressão na base. A solução para esse problema foi acoplar ao cone-cilindro uma extensão, aumentando o seu comprimento. Os modelos sem e com a extensão, respectivamente, podem ser vistos na Figura 21.

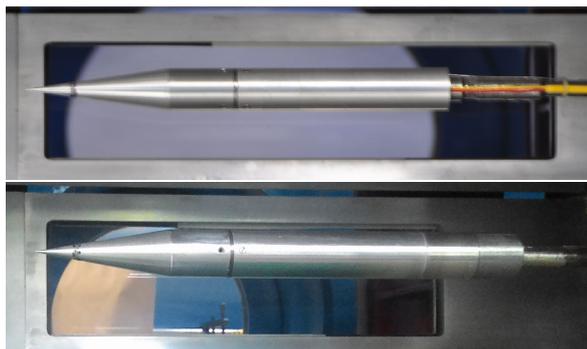


Figura 21 – Modelo antes (acima) e após (abaixo) a inclusão da extensão
Fonte: O autor (2016)

3.4.2 Sistema de aquisição de pressão via tomada de pressão

Para a medição da tomada de pressão na base do modelo durante o ensaio foi utilizado um dispositivo piezo-elétrico ESP-16BP com 16 canais de pressão, fabricado pela empresa *Esterline Pressure Systems* (ESTERLINE, 2000). Este dispositivo é um transdutor que converte os sinais informados em volts para valores em unidades de pressão a partir de uma curva de calibração (Fig. 22).



Figura 22 – Transdutor de pressão
Fonte: O autor (2016)

A tomada de pressão foi feita em apenas um ponto da base. Para uma maior confiabilidade, a saída da tomada de pressão é conectada a três dos canais do aparelho mostrados na figura Fig. 22.

4 SIMULAÇÕES

Após o ensaio no TTP, foram realizadas diversas simulações numéricas com o intuito de comparar e analisar os resultados experimentais obtidos. As especificações do computador utilizado para executar os códigos estão contidas na Tabela 2. Os códigos *Mach2D-r732*, *Richardson 4.1* e *TM-r750* foram executados no sistema operacional 1 descrito na tabela. O restante dos programas foi utilizado no sistema operacional 2.

Tabela 2 – Especificações do computador

Descrição	Características
Processador	AMD FX-6300
Frequência do clock	3.5 GHz
Número de núcleos	6
Memória RAM	8 Gb
Placa-Mãe	Gygabite 78LMT-S2
Sistema operacional 1	Linux Mint 17.2 Cinnamon 64bit
Sistema operacional 2	Windows 10 Profissional 64bit

Fonte: O autor (2016)

4.1 SIMULAÇÕES COM O MACH2D

Nesse trabalho, o *Mach2D* foi utilizado para simular o escoamento de ar sobre o cone-cilindro, considerando o modelo de Euler (escoamento invíscido) e também modelo de Navier-Stokes (escoamento laminar). Os valores das constantes físicas utilizadas pelo código foram os mesmos obtidos pelo ensaio no TTP e apresentados pela Tabela 3.

Tabela 3 – Constantes físicas

Constante	Valor
Razão de calores específicos	1,400
Constante do gás perfeito	287,00 J/(kg.K)
Pressão de corrente livre	38,280 kPa
Temperatura de corrente livre	256,75 K
Número de Mach	1,0857

Fonte: O autor (2016)

O número de Mach presente na tabela é igual ao número de Mach (Eq.(3.2)) calculado para o valor nominal de 1,1, o mesmo valor utilizado no ensaio do túnel de vento.

Para avaliar o programa e analisar os seus resultados foram feitas simulações tanto para a geometria apenas da parte cônica do modelo quanto para a geometria inteira. Em

todas as simulações, o critério de convergência (descrito no item 2.1.3.4) estabelecido foi de $R_\phi < 10^{-15}$ ou 80000 iterações.

4.1.1 Cone

A primeira análise foi realizada apenas para a geometria da parte cônica do modelo do experimento. A presença do cone gera uma grande interferência no escoamento de ar, sendo a principal responsável pelas alterações nas características do fluido e pela intensidade da força de arrasto. O estudo dessa parte isolada também é importante para verificar se a teoria e o modelo utilizados pelo código *Mach2D* são coerentes com resultados de métodos já consolidados, como no caso da equação de Taylor-Maccoll.

Para as simulações com o cone, o domínio de cálculo utilizado foi o mostrado pela Figura 23. Ele apresenta um comprimento frontal de 0,2 m e um comprimento de base equivalente a 0,25 m.

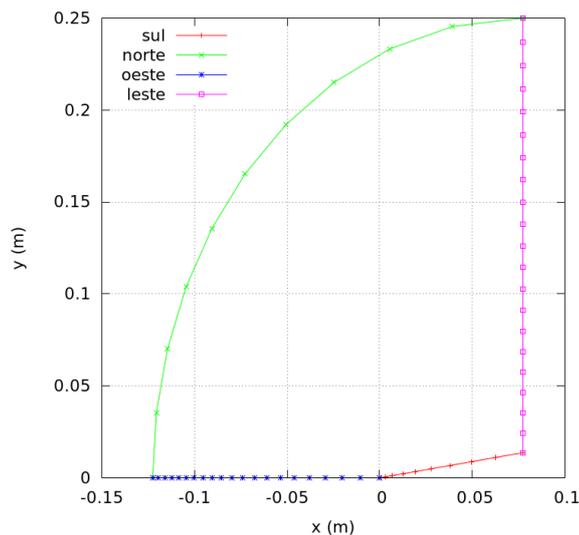


Figura 23 – Domínio de cálculo do cone

Fonte: O autor (2016)

O código utilizou a malha base, de distribuição geométrica, que está representada pela Figura 24. O domínio de cálculo foi dividido em 10 volumes na direção axial e 20 volumes na direção transversal. A razão de refino de malha (r_f) utilizada foi constante e igual a 2.

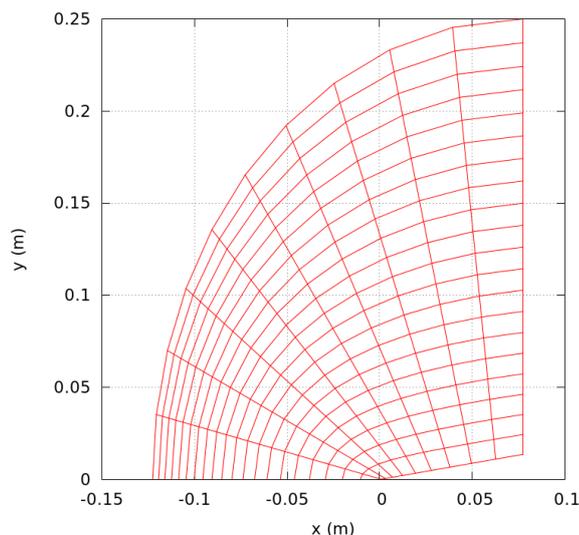


Figura 24 – Malha base com 10x20 volumes
Fonte: O autor (2016)

A Tabela 4 refere-se às características gerais das simulações. Ela apresenta, para cada malha simulada, o número de volumes na direção axial (n_x), o número de volumes na direção transversal (n_y), a memória RAM utilizada pelo computador durante a execução do *Mach2D*, o número de iterações realizadas e o tempo de CPU utilizado pelo programa para resolver o problema (tCPU). Ao todo, obteve-se convergência do processo iterativo para oito malhas com soluções numéricas de primeira ordem de acurácia.

Tabela 4 – Características gerais das simulações do *Mach2D* para o cone

Invíscido					
Malha	n_x	n_y	Memória RAM	Iterações	tCPU
1	10	20	444 kb	1513	0,46 s
2	20	40	1,1 Mb	2241	2,26 s
3	40	80	3,4 Mb	3311	12,89 s
4	80	160	12,5 Mb	5191	87,50 s
5	160	320	48,3 Mb	8637	13,03 min
6	320	640	190,0 Mb	14709	1,64 h
7	640	1280	754,7 Mb	26131	12,39 h
8	1280	2560	2,9 Gb	48285	4,60 dias

Fonte: O autor (2016)

4.1.2 Cone-cilindro

Após a análise do cone, passou-se a simular a geometria completa do cone-cilindro. A inclusão de um cilindro logo após o cone não deveria, a princípio, modificar o escoamento significativamente em relação ao cone, principalmente utilizando o modelo invíscido. No entanto, esse estudo é necessário para se obter a distribuição de pressão sobre toda a superfície do

modelo, que será comparada com a distribuição experimental obtida no artigo de Silva, Falcão Filho e Avelar (2016).

A convergência e o tempo de processamento foram extremamente prejudicados pela modificação da geometria do problema no *Mach2D*. Sendo assim, visando melhorar as características das simulações, o domínio e o número de volumes das malhas foram modificados. O novo domínio de cálculo utilizado foi o mostrado pela Figura 25. Ele apresenta um comprimento frontal de 0,222 m e um comprimento de base equivalente a 1,1 m.

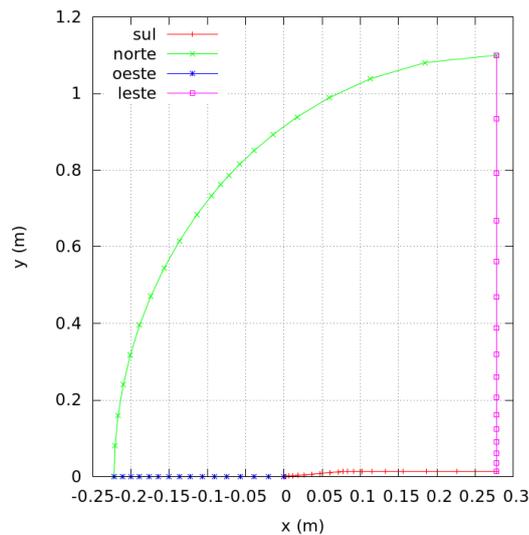


Figura 25 – Domínio de cálculo do cone-cilindro
Fonte: O autor (2016)

A malha base, uniforme por direção, está representada pela Figura 26. O domínio foi dividido em 20 volumes na direção axial e 15 volumes na direção transversal. A razão de refino de malha utilizada foi constante e igual a 2.

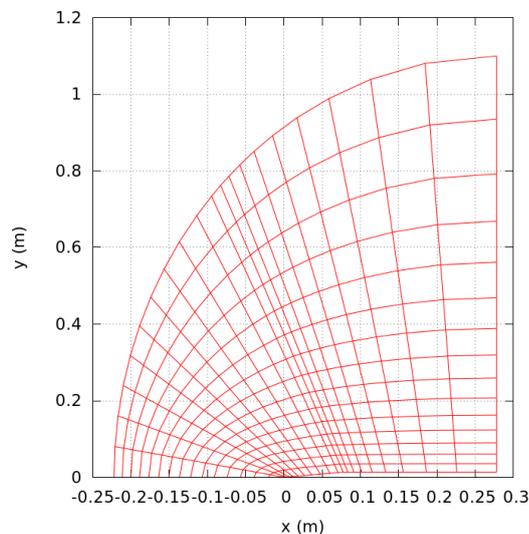


Figura 26 – Malha base utilizada
Fonte: O autor (2016)

A Tabela 5 refere-se às características gerais das simulações. Do mesmo modo que a Tabela 4, ela apresenta, para cada malha simulada, o número de volumes na direção axial (n_x), o número de volumes na direção transversal (n_y), a memória RAM utilizada pelo computador durante a execução do *Mach2D*, o número de iterações realizadas e o tempo de CPU utilizado pelo programa para resolver o problema (tCPU). Ao todo, obteve-se convergência do processo iterativo para sete malhas com soluções numéricas de primeira ordem de acurácia. A memória RAM apresentou pequenas variações durante a execução do código para os dois modelos de escoamento e foi, portanto, considerada igual para os dois casos da tabela.

Tabela 5 – Características gerais das simulações do *Mach2D* para o cone-cilindro

Malha	n_x	n_y	Memória RAM	Invíscido		Laminar	
				Iterações	tCPU	Iterações	tCPU (s)
1	20	15	1,0 Mb	2185	0,70 s	1945	0,88 s
2	40	30	2,3 Mb	4235	4,44 s	3767	5,91 s
3	80	60	5,0 Mb	7963	29,39 s	7111	42,39 s
4	160	120	18,8 Mb	13535	5,12 min	12105	7,76 min
5	320	240	72,1 Mb	20883	33,17 min	18683	49,58 min
6	640	480	284,2 Mb	31029	3,42 h	27757	4,89 h
7	1280	960	1,1 Gb	50947	21,77 h	45717	31,77 h

Fonte: O autor (2016)

4.2 SIMULAÇÕES COM O ANSYS

Com o auxílio do *Ansys*, foram feitas diversas análises para estudar o caso do escoamento de ar sobre o modelo do IAE. Primeiramente, simulou-se o escoamento de ar (bidimensional e tridimensional) apenas sobre a parte cônica da geometria. Depois, as análises para a geometria completa foram feitas considerando o arrasto de base, não considerando o arrasto de base e considerando a presença do sting. As simulações foram realizadas com as mesmas constantes físicas da Tabela 3.

As malhas do programa foram geradas automaticamente com o auxílio da ferramenta *Mesh*, própria do *Ansys*, de acordo com o formato da geometria em estudo. Nas simulações tridimensionais optou-se por uma distribuição de elementos baseada na curvatura do objeto e por um refino considerado alto. Todas as opções consideradas para a formação da malha em cada caso estudado estão dispostas no apêndice B.

Em todas as simulações o critério de convergência (definido no item 2.5.3) estabelecido foi de $R_\phi < 10^{-5}$ ou 4500 iterações.

Os itens subsequentes descrevem, com maiores detalhes, os casos simulados pelo *Ansys*.

4.2.1 Cone

O escoamento foi simulado, primeiramente, apenas sobre a parte cônica da geometria. Ele foi considerado invíscido, podendo ser tanto bidimensional axissimétrico como tridimensional.

A Figura 27 apresenta a malha utilizada no escoamento bidimensional. O tamanho de domínio utilizado foi 0,7741 m (dez vezes o valor do comprimento do cone) nas duas direções. A malha gerada é uniforme nas duas direções com volumes de controle de comprimento igual a 0,005m.

Nos contornos leste, norte e oeste foram aplicadas condições de contorno para escoamento não-perturbado (corrente livre). No contorno sul foram aplicadas condição de simetria para o eixo axial e condição de não deslizamento e parede adiabática na superfície do corpo.

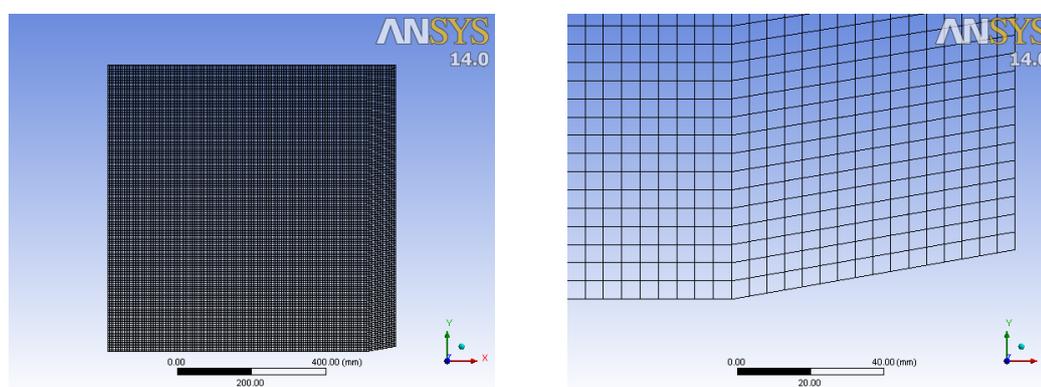


Figura 27 – Visão geral e detalhada da malha utilizada na simulação 2D do cone
Fonte: O autor (2016)

Já a Figura 28 mostra a malha utilizada no escoamento tridimensional. Para poupar recursos computacionais e possibilitar um maior refinamento da malha, o escoamento foi simulado apenas sobre metade do cone, aplicando uma condição de simetria na fronteira definida pela seção de corte. Nas outras faces do domínio a condição de escoamento não perturbado foi utilizada. A superfície do corpo foi considerada não deslizante. O domínio possui comprimento e altura de 0,7741 m (eixos z e y, respectivamente) e largura de 0,38705 m (cinco vezes o comprimento do cone).

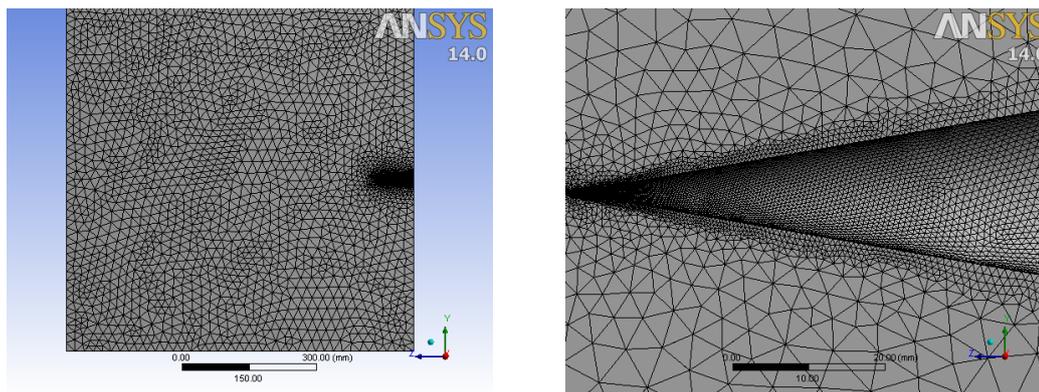


Figura 28 – Visão geral e detalhada da malha utilizada na simulação 3D do cone
Fonte: O autor (2016)

A Tabela 6 contém as principais características das simulações sobre a parte cônica do modelo. Na tabela, N_t é o número de elementos (volumes de controle) total da malha.

Tabela 6 – Características gerais das simulações do *Ansys* para o cone

Escoamento	Memória RAM	N_t	Iterações	tCPU (s)
2D axissimétrico	75 Mb	23870	1770	45 min
3D	450 Mb	271493	2289	13,48 h

Fonte: O autor (2016)

4.2.2 Cone-cilindro

Após os estudos do escoamento sobre o cone, iniciaram-se as análises para toda a geometria do cone-cilindro. Três modelos tridimensionais de superfície foram utilizados. O primeiro não considera nenhum tipo de arrasto de base, de modo parecido com as simulações feitas no *Mach2D*. O segundo considera o arrasto de base total, como se não houvesse nenhuma interferência (ausência de sting), e o terceiro considera a presença do suporte do tipo sting.

Em todos os modelos o escoamento foi considerado laminar, para que fosse possível uma comparação direta com o programa *Mach2D*, e também turbulento, para avaliar a diferença gerada nos resultados causada pela mudança de modelo físico e também para se aproximar do escoamento real desenvolvido no TTP. Além disso, o tamanho do domínio permaneceu o mesmo para todos os casos, apresentando comprimento e altura dez vezes maiores do que o comprimento do cone-cilindro (2,778 m) e largura cinco vezes maior do que o comprimento do mesmo (1,389 m).

Do mesmo modo que na simulação tridimensional do cone, o escoamento foi simulado apenas para metade do corpo, aplicando-se a condição de simetria na fronteira referente à seção de corte e condição de escoamento não perturbado nas demais fronteiras. A superfície do cone-cilindro foi considerada como não-deslizante. As Figuras 29, 30, 31 exemplificam as malhas utilizadas em cada situação.

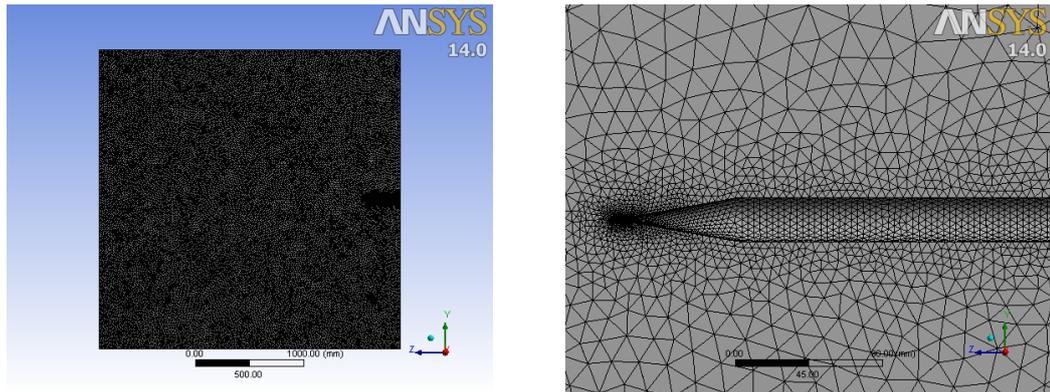


Figura 29 – Visão geral e detalhada da malha gerada para o cone-cilindro sem arrasto de base
Fonte: O autor (2016)

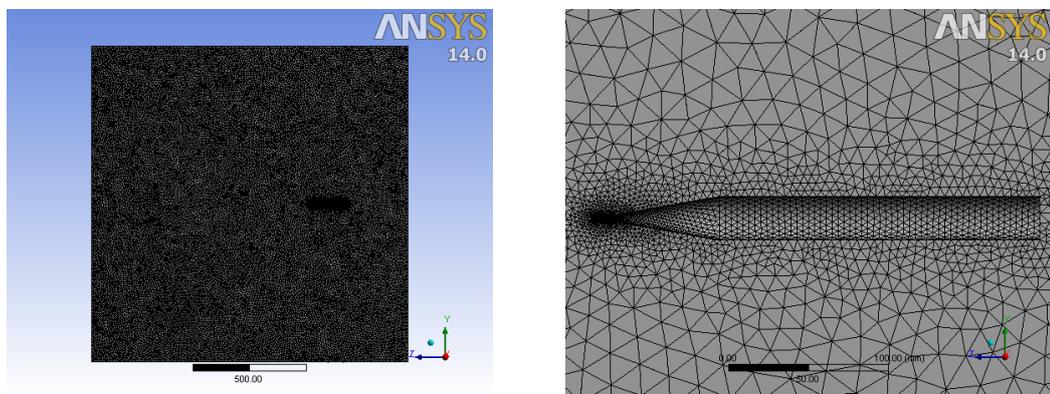


Figura 30 – Visão geral e detalhada da malha gerada para o cone-cilindro com arrasto de base
Fonte: O autor (2016)

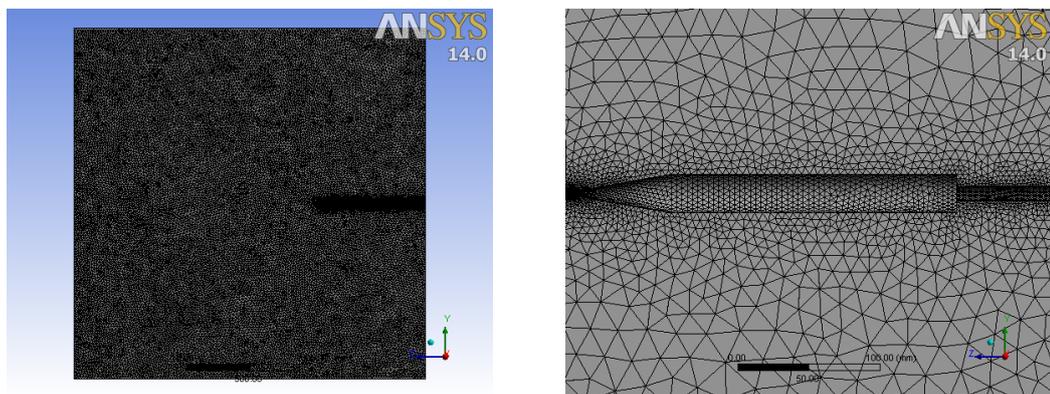


Figura 31 – Visão geral e detalhada da malha gerada para o cone-cilindro com sting
Fonte: O autor (2016)

Para simular um problema que envolve turbulência é importante garantir que a região próxima à superfície tenha uma boa resolução ($y^+ \sim 1$) para que a subcamada laminar seja resolvida de maneira satisfatória, como visto no item 2.5.3. Além de concentrar volumes de controle em regiões críticas, como a ponta do nariz, a região próxima à superfície do modelo foi refinada. Esse refino é feito adicionando-se finas camadas à malha (Fig. 32) através de uma técnica chamada de inflação. A altura da primeira camada adicionada foi fixada

como sendo igual a 0.002 m. Nas simulações realizadas, o valor de y^+ variou entre 1,2 e 0,1 aproximadamente.

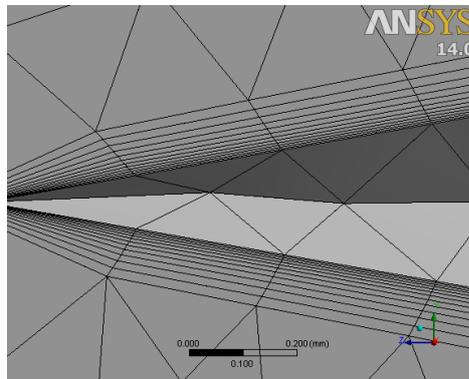


Figura 32 – Detalhe da concentração da adição das camadas de inflação
Fonte: O autor (2016)

A Tabela 7 mostra as principais características das simulações sobre a geometria completa do modelo. Na tabela, N_t é o número de elementos (volumes de controle) total da malha. O resíduo da equação da continuidade, para escoamento turbulento sem considerar o arrasto de base, não atingiu o primeiro critério de convergência estabelecido. O valor mínimo de resíduo obtido foi de, aproximadamente, $3 \cdot 10^{-4}$.

Tabela 7 – Características gerais das simulações do *Ansys* para o cone-cilindro

Escoamento	Memória RAM	N_t	Iterações	tCPU (s)
Sem base laminar	3,25 Gb	2899737	3992	16,5 h
Sem base turbulento	3,3 Gb	2999834	4500	16,9 h
Com base laminar	3,25 Gb	2881918	3621	13,5 h
Com base turbulento	3,4 Gb	2904781	3568	17,3 h
Com sting laminar	3,5 Gb	3058129	3815	12,3 h
Com sting turbulento	3,65 Gb	3183245	4361	18,0 h

Fonte: O autor (2016)

4.3 SIMULAÇÕES COM OS PROGRAMAS DE ESPAÇOMODELISMO

Os últimos coeficientes de arrasto utilizados no trabalho foram obtidos com os programas de espaçomodelismo. Esses softwares são normalmente utilizados para o regime subsônico, já que é a faixa de velocidade mais usual para a construção de minifoguetes e foguetes amadores. No entanto, todos eles apresentam a possibilidade de calcular o Cd para números de Mach maiores e, como são baseados em equações semi-empíricas, é interessante compará-los aos resultados experimentais e aos resultados numéricos produzidos por *Mach2D* e *Ansys*, visando verificar a sua confiabilidade e a possibilidade de utilizá-los como um tipo de referência em pesquisas científicas.

O coeficiente de arrasto foi obtido para três situações diferentes utilizando os programas *CD*, *Aerolab*, *OpenRocket* e *Rocksim*: sem considerar o arrasto de base, considerando o arrasto de base e considerando a presença do sting. Nos dois primeiros programas, a influência do sting foi considerada semelhante à influência de um escoamento de gases expelido para fora do tubo-foguete através de uma tubeira de mesmo diâmetro que o sting (como já discutido no item 2.2.3). O coeficiente de arrasto sem o arrasto de base foi gerado considerando o diâmetro da tubeira igual ao do cone-cilindro. As Figuras 33 e 34 mostram exemplos da interface de cada programa e como os seus resultados são apresentados.

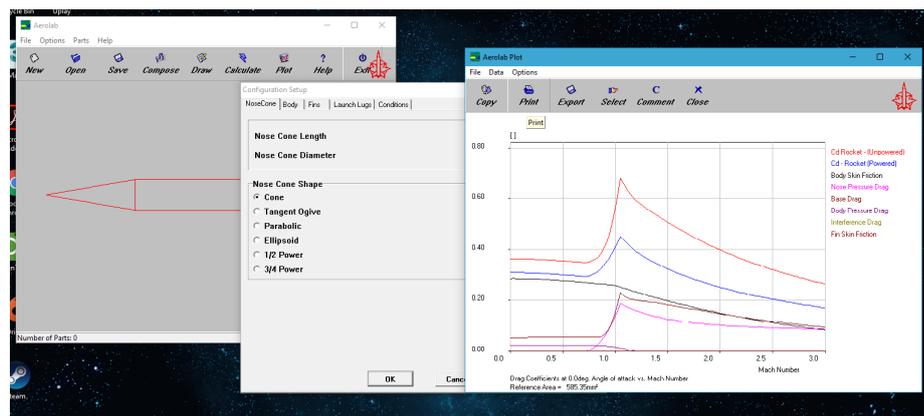


Figura 33 – Exemplo da interface do *Aerolab*
Fonte: O autor (2016)

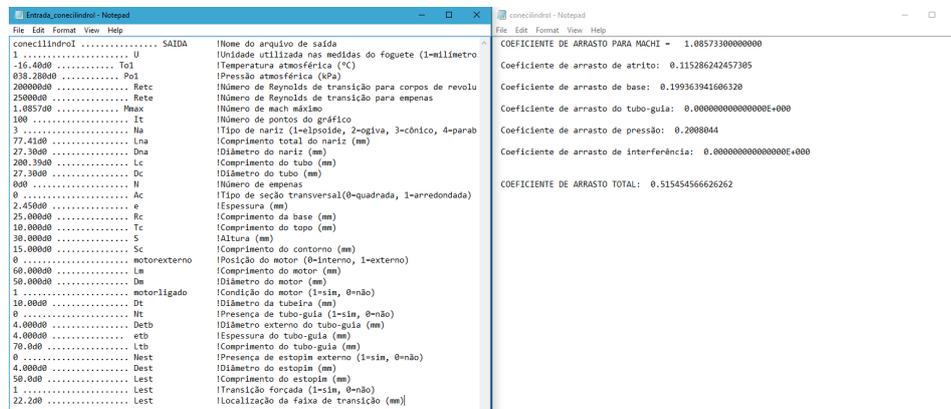


Figura 34 – Exemplo da interface do *CD 2.1*
Fonte: O autor (2016)

O cálculo do C_d através do programa *CD 2.1* depende de constantes físicas características do escoamento, como mostra a Figura 34. Os valores utilizados foram os mesmos da Tabela 3.

Já o *OpenRocket*, apesar de não possuir a opção de calcular o C_d com o modelo em fase propulsada, apresenta o coeficiente de arrasto de cada componente de forma separada. Portanto, o arrasto gerado apenas pelo sting, que não é de interesse desse estudo, pode ser eliminado. Do mesmo modo, o arrasto de base total também pode ser subtraído do resultado final. A Figura 35 exemplifica como as informações no *OpenRocket* estão dispostas.

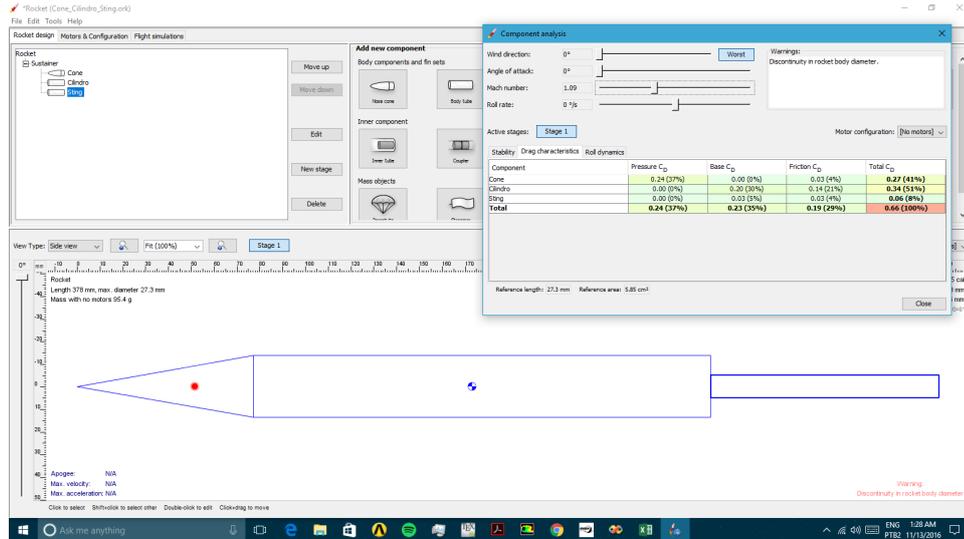


Figura 35 – Exemplo da interface do *OpenRocket*
Fonte: O autor (2016)

Infelizmente, o *Rocksim* não possui a opção de considerar o modelo em fase propulsada e tampouco apresenta a influência de todos os componentes de forma separada. Assim, apesar de ser possível subtrair o arrasto total de base do resultado final, não é possível eliminar o arrasto de atrito gerado pelo sting durante o escoamento. Essa impossibilidade precisa ser levada em consideração quando os resultados forem avaliados. Um exemplo da interface e apresentação dos resultados do *Rocksim* pode ser visto na Figura 36.

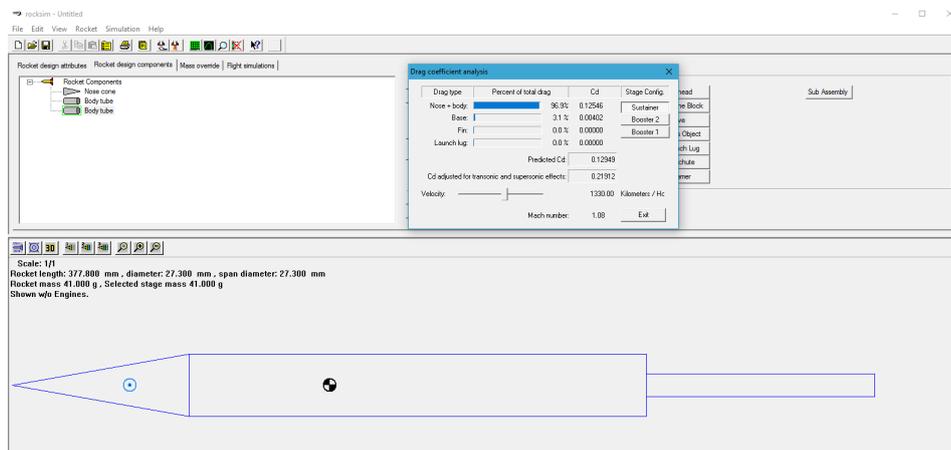


Figura 36 – Exemplo da interface do *Rocksim*
Fonte: O autor (2016)

5 RESULTADOS

Os coeficientes de arrasto e as distribuições de pressão obtidos são apresentados nesse capítulo. Primeiramente, são apresentados os resultados obtidos pelo experimento no IAE e os resultados obtidos pelo programa *Mach2D-r732* individualmente. Depois, são feitas comparações entre todos os valores calculados para a geometria do cone e para a geometria do cone-cilindro, no intuito de verificar a coerência dos resultados do *Mach2D* e também investigar o escoamento desenvolvido no túnel de vento.

5.1 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A Tabela 8 apresenta todas as grandezas medidas no túnel transônico. Nela, σ é o desvio padrão da grandeza obtida.

Tabela 8 – Grandezas medidas durante o ensaio

Grandeza	Valor	σ	Unidade
T_0	317,3	$\pm 0,2$	K
p_0	80,31	$\pm 0,07$	kPa
p_∞	38,28	$\pm 0,03$	kPa
F_a	9,63	$\pm 0,02$	N
p_b	32,27	$\pm 0,04$	kPa

Fonte: O autor (2016)

A Tabela 9 contém todas as grandezas calculadas a partir da teoria apresentada na seção 3.3. Na tabela, u é a incerteza dos valores, obtida através da aplicação da Lei de Propagação de Incerteza (MEDEIROS, 2015).

Tabela 9 – Grandezas calculadas com base no ensaio

Grandeza	Valor	u	Unidade
M	1,086	$\pm 0,0010$	—
T_∞	256,8	$\pm 0,1768$	K
Cd	0,5210	$\pm 0,0005$	—
F_{a_c}	6,12	$\pm 0,0512$	N
Cd_c	0,331	$\pm 0,0028$	—

Fonte: O autor (2016)

5.2 RESULTADOS MACH2D

A Tabela 10 mostra os valores de coeficiente de arrasto calculados pelo programa *Mach2D*, considerando o escoamento como invíscido. Na tabela, p_U é a ordem aparente

equivalente.

Tabela 10 – Coeficientes de arrasto calculados para a parte cônica

Malha	Cd invíscido	p_U
1	1,483375722593420E-01	—
2	1,629399450302597E-01	—
3	1,721572454662824E-01	6.64E-01
4	1,796725929029551E-01	2.91E-01
5	1,844479806471687E-01	6.54E-01
6	1,862447250475955E-01	1.41E+00
7	1,866098061532301E-01	2.30E+00
8	1,866244495395718E-01	4.64E+00

Fonte: O autor (2016)

Já a Tabela 11 dispõe os valores obtidos para a geometria do cone-cilindro completo, considerando os escoamentos invíscido e laminar. Na tabela, p_U é a ordem aparente equivalente.

Tabela 11 – Coeficientes de arrasto calculados para o cone-cilindro completo

Malha	Cd invíscido	p_U	Cd laminar	p_U
1	9.299840493862074E-02	—	9,358089915672214E-02	—
2	1.143475402471377E-01	—	1,155790008120534E-01	—
3	1.288382076403772E-01	5.59E-01	1,313300182670736E-01	4.82E-01
4	1.437537142081993E-01	-4.17E-02	1,487208994211276E-01	-1.43E-01
5	1.565753896962303E-01	2.18E-01	1,663742125042938E-01	-2.16E-02
6	1.659696444363329E-01	4.49E-01	1,846414693465362E-01	-4.93E-02
7	1.723639491569388E-01	5.55E-01	2,027825880846830E-01	1.00E-03

Fonte: O autor (2016)

A Tabela 12 apresenta as estimativas dos erros numéricos para as soluções geradas, assim como as soluções extrapoladas com base no estimador convergente. Na tabela, Th é a solução calculada pelo programa computacional *Mach2D*, Tc é a solução utilizando o teorema convergente, $Ugci$ é a estimativa de erro usando o estimador GCI com a ordem aparente e Uc é a estimativa de erro para o resultado utilizando o teorema convergente. A estimativa do erro numérico para os resultados relativos ao escoamento laminar não pôde ser determinada pelos estimadores GCI e convergente.

Tabela 12 – Valores obtidos pelo programa *Richardson 4.1*

Geometria	Escoamento	Malha	Solução	Valor	Erro estimado	Valor
Cone	Invíscido	8	Th	1,8664E-01	U_{GCI}	1,8E-05
		8	Tc	1,86632E-01	U_c	7,0E-06
Cone-cilindro	Invíscido	7	Th	1,72E-01	U_{GCI}	1,7E-02
		7	Tc	1,824E-01	U_c	3,6E-03
	Laminar	—	Th	—	U_{GCI}	—
		—	Tc	—	U_c	—

Fonte: O autor (2016)

5.3 COMPARAÇÕES CONE

A comparação entre os Cds obtidos pelos programas *Mach2D* e *Ansys* com a solução numérica de Taylor-Maccoll é mostrada pela Tabela 13¹. Na Tabela, o termo *Numérico* refere-se aos resultados calculados pelos programas, o termo *Taylor-Maccoll* é a solução numérica obtida com o programa TM-r750, o termo *Erro* é a diferença absoluta entre as soluções e o termo *Erro(%)* é o erro percentual em relação à solução da equação de Taylor-Maccoll. O índice (*) significa que o resultado apresentado é o extrapolado pelo teorema convergente.

Tabela 13 – Comparação entre as soluções dos programas e a solução de Taylor-Maccoll

Programa	Escoamento	Numérico	Taylor-Maccoll	Erro	Erro(%)
Mach2D	2D axissimétrico	0,186624	0,186846	2.22E-04	0,12%
	2D axissimétrico*	0,186632		2.14E-04	0,11%
Ansys	2D axissimétrico	0,174560	0,186846	1.23E-02	6,58%
	3D	0,177642		9.20E-03	4.93%

Fonte: O autor (2016)

Além da comparação entre coeficientes de arrasto, também podem ser analisadas as distribuições de pressão entre os programas, como foi feito pela Figura 37. Ela mostra a pressão sobre o cone-cilindro de acordo com os modelos bidimensionais do *Mach2D* e do *Ansys* e com o modelo tridimensional do *Ansys*. Pode-se notar um crescimento no início da curva do modelo bidimensional do *Ansys*, que difere do comportamento das outras duas curvas. Isso se deve, principalmente, à malha utilizada no modelo 2D do *Ansys* possuir menos volumes de controle (menor refino).

¹ No Apêndice C, as informações da tabela são apresentadas na forma de um gráfico para uma melhor visualização dos resultados.

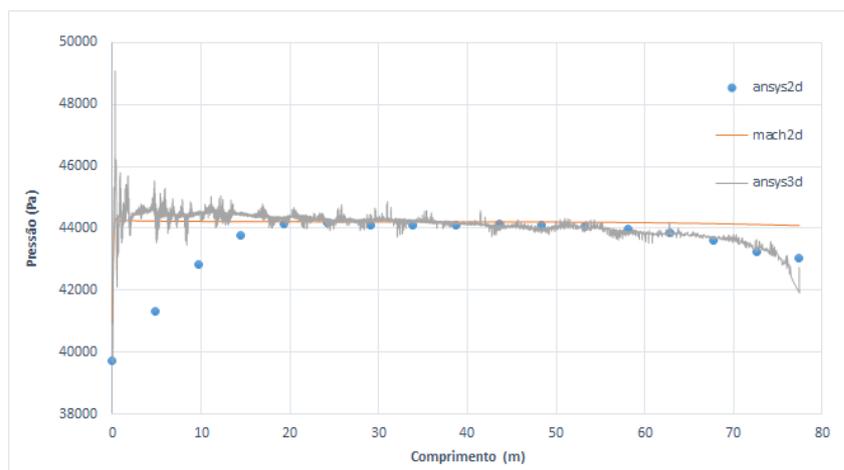


Figura 37 – Comparação entre as pressões para o escoamento sobre o cone
 Fonte: O autor (2016)

5.4 COMPARAÇÕES CONE-CILINDRO

O estudo das relações de coeficientes de arrasto obtidos pelos aplicativos computacionais e pelo ensaio no TTP foi dividido em três tabelas ². A Tabela 14 mostra os resultados obtidos desconsiderando o arrasto de base. Já a Tabela 15 apresenta os valores sem a correção do arrasto de base e considerando a presença do suporte do tipo sting. Por último, em uma tentativa de avaliar a influência desse tipo de suporte nos valores de C_d obtidos túnel de vento, também foram apresentados os valores calculados pelos programas para o caso do escoamento considerando o arrasto total na base, ou seja, sem a presença de sting (Tab.16).

Na Tabelas 14 e 15 os termos *Numérico* e *Experimental* referem-se às soluções para o C_d calculadas pelos programas e à medida obtida no ensaio do IAE, respectivamente. Já *Erro* é a estimativa do erro de modelagem, dada pela diferença absoluta entre o resultado experimental e o numérico, e *Erro(%)* é o percentual da diferença em relação ao resultado experimental.

O índice (*) da Tabela 14 significa que o resultado apresentado é o extrapolado pelo teorema convergente. Os outros valores do *Mach2D* da tabela são os obtidos para a malha mais fina.

Ao analisar a tabela, nota-se que o menor erro obtido foi para o aplicativo *Ansys*, de 0,63%, seguido pelo erro de 4,44%, obtido para o valor calculado pelo *CD 2.1*, considerando escoamento turbulento. Os maiores erros foram relativos às soluções não extrapolada e extrapolada do programa computacional *Mach2D* considerando o escoamento como invíscido (47,89% e 44,87%, respectivamente).

² No Apêndice C, as tabelas foram convertidas em gráficos para uma melhor visualização dos resultados.

Tabela 14 – Comparação entre os valores numéricos e experimental sem o arrasto de base

Programa	Escoamento	Numérico	Experimental	Erro	Erro(%)
Mach2D	Invíscido	0,172	0,331	0,158	47,89%
	Invíscido*	0,182		0,148	44,87%
	Laminar	0,203		0,128	38,70%
Ansys	Laminar	0,181		0,150	45,18%
	Turbulento	0,333		0,002	0,63%
CD	—	0,316		0,015	4,44%
OpenRocket	—	0,420		0,089	26,97%
Rocksim	—	0,200		0,131	39,62%
Aerolab	—	0,438		0,107	32,36%

Fonte: O autor (2016)

Já os menores erros da Tabela 15 foram de 1,06% e 2,53%, novamente calculados com os valores gerados pelos programas *CD* e *Ansys*, respectivamente. O maior erro de *Cd* foi de 58,71%, ocasionado pelo valor do aplicativo *Rocksim*.

Tabela 15 – Comparação entres os valores numéricos e experimental considerando o sting

Programa	Escoamento	Numérico	Experimental	Erro	Erro(%)
Ansys	Laminar	0,4096	0,5210	0,1114	21,39%
	Turbulento	0,5342		0,0132	2,53%
CD	—	0,5155		0,0055	1,06%
OpenRocket	—	0,6000		0,0790	15,16%
Rocksim	—	0,2151		0,3059	58,71%
Aerolab	—	0,6266		0,1056	20,27%

Fonte: O autor (2016)

A Tabela 16 apresenta os resultados numéricos considerando o arrasto de base total. Nela, o termo *Numérico* refere-se ao valor calculado do coeficiente de arrasto e o termo *Diferença* é a diferença absoluta entre o *Cd* com arrasto de base total e o *Cd* considerando o sting (Tab.15). O termo *Diferença (%)* é o percentual da mesma em relação ao *Cd* considerando o arrasto de base total.

Tabela 16 – Valores numéricos considerando o arrasto de base total

Programa	Escoamento	Numérico	Diferença	Porcentagem
Ansys	Laminar	0,5523	0,1427	25,85%
	Turbulento	0,6525	0,1183	18,13%
CD	—	0,5463	0,0309	5,65%
OpenRocket	—	0,6500	0,0500	7,69%
Rocksim	—	0,2847	0,0696	24,44%
Aerolab	—	0,6559	0,0293	4,46%

Fonte: O autor (2016)

As maiores diferenças entre os dois tipos de escoamentos, de 25,85% e 24,44%, foram geradas considerando os modelos do *Ansys* laminar e o modelo do *Rocksim*. A menor influência do sting no escoamento foi calculada pelo programa *Aerolab*, com o valor de 4,46%.

A distribuição de pressão sobre a superfície do cone-cilindro, adquirida pela técnica de PSP, é mostrada pela Figura 38. É possível notar uma queda considerável na pressão logo após a transição entre a geometria cônica e a cilíndrica.

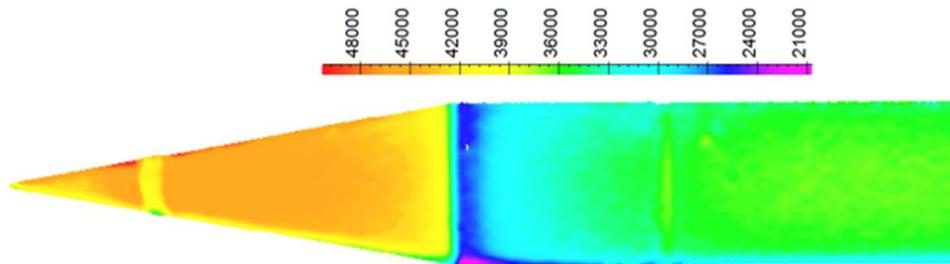


Figura 38 – Distribuição da pressão sobre a superfície do cone-cilindro
Fonte: Silva *et al* (2016, p.9)

Pode-se também comparar a distribuição de pressão experimental com as obtidas pelos programas *Mach2D* e *Ansys*, como foi feito na Figura 39. O modelo turbulento do *Ansys* utilizado na figura é o modelo que considera influência do suporte sting. Já a curva gerada pelo *Mach2D* é relativa ao resultado da malha mais fina para o escoamento laminar.

As oscilações captadas pela tinta PSP na região próxima à ponta do nariz se devem à inserção da faixa de transição no modelo de ensaio. O comprimento da curva experimental é menor, pois o modelo não foi completamente coberto pela tinta PSP.

Assim como na Figura 38, a queda de pressão devido a transição entre as geometrias cônica e cilíndrica pode ser notada em todas as curvas obtidas. Ainda, na Figura 39 também é possível observar uma segunda queda de pressão na região da base do cone-cilindro, captada apenas pela curva do *Ansys*, que considera o arrasto de base.

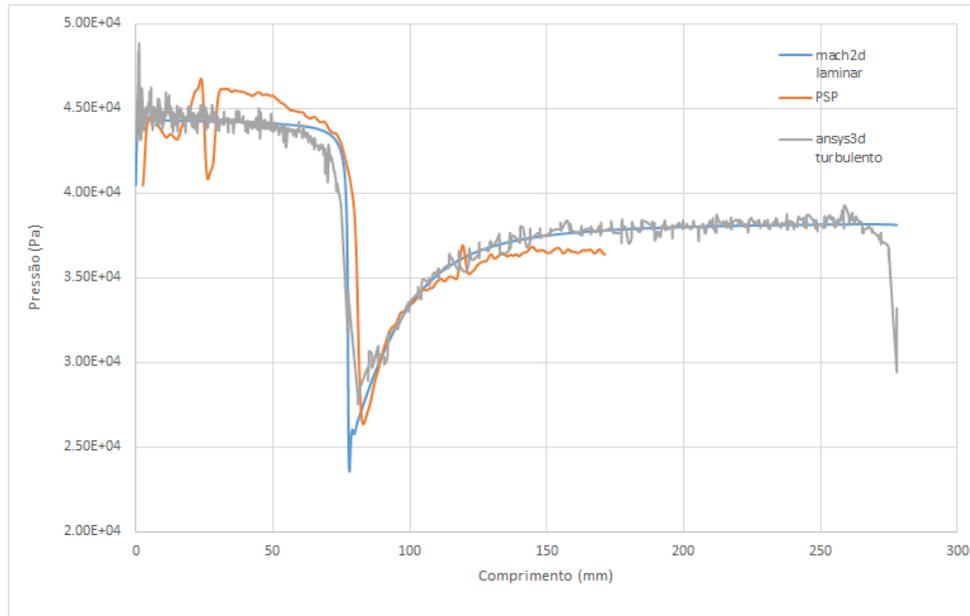


Figura 39 – Comparação entre as pressões para o escoamento sobre o cone-cilindro
Fonte: O autor (2016)

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 CONCLUSÃO

Como mencionado anteriormente, para o modelo invíscido, a inclusão de um cilindro que possui uma superfície perfeitamente lisa não deveria diferir significativamente da solução encontrada para o cone. No entanto, analisando os resultados apresentados, juntamente com as características das simulações, nota-se que as soluções do *Mach2D* para a geometria do cone-cilindro convergem mais lentamente, provavelmente pelo modo como a malha foi gerada e pela diferença na forma de distribuição dos volumes de controle. Essa demora na convergência é ainda mais significativa para o modelo laminar.

Os resultados do *Mach2D-r732* para o escoamento invíscido mostraram-se muito próximos à solução da equação de Taylor-Maccoll. Para a solução não extrapolada, a diferença foi de 0,12% para a malha mais fina. Com o auxílio do teorema convergente, essa diferença é reduzida para 0,11%. Os resultados gerados pelo *Ansys 14.0* também foram compatíveis com o valor da solução da equação da literatura, com o maior erro de 6,58% para o modelo 2D axissimétrico. Como as malhas utilizadas no *Ansys* possuíam menos volumes de controle, é natural o aumento do erro percentual. A coerência entre os resultados calculados pode ser confirmada pelas distribuições de pressão obtidas.

Já os resultados para a geometria do cone-cilindro ficaram distantes do valor experimental de coeficiente de arrasto obtido no ensaio no TTP. O menor erro foi de 38,70% considerando a malha mais fina e o escoamento laminar. A explicação dessa diferença significativa deve-se, principalmente, ao caráter turbulento do escoamento desenvolvido no túnel. Pelos resultados do *Ansys*, a turbulência aumenta o valor do Cd entre 15,34% e 45,65%, sendo que o aumento é mais visível quando não existe a presença do arrasto de base.

Pela grande diferença apresentada, o modelo do cone-cilindro calculado pelo *Mach2D* não pode ser validado através dos resultados experimentais. No entanto, existem indícios de coerência nos resultados gerados pelo programa. O primeiro deles é a diferença entre os resultados obtidos para os modelos laminares do *Ansys* e do *Mach2D*, de 10,84%. O segundo é em relação à comparação entre as distribuições de pressão. Pode-se perceber que os resultados gerados pelo programa estão de acordo com os obtidos experimentalmente pela técnica de PSP e com os obtidos com o modelo de turbulência do *Ansys*.

As simulações com o *Ansys* foram condizentes com os valores de Cd experimentais, com um erro de apenas 2,53% para o escoamento com sting e 0,63% para o escoamento sem arrasto de base. No entanto, é preciso salientar que o segundo valor não satisfaz o primeiro critério de convergência estabelecido. Além disso, o resultado experimental para o Cd corrigido está sujeito a uma incerteza além da descrita no trabalho: a base do cone-cilindro é uma região

em que a pressão varia significativamente, mas a tomada de pressão é feita em apenas um ponto do modelo.

Também podem ser feitas considerações em relação à influência do suporte do tipo sting no escoamento. Comparando os modelos turbulentos do Ansys (mais próximos ao escoamento real), a utilização do sting reduziu em 18,13% o coeficiente de arrasto gerado. A influência do sting no valor do Cd , avaliada pelos aplicativos de espaçomodelismo, variou entre 4,46% (*Aerolab*) e 24,44% (*Rocksim*). Pelos valores obtidos, nota-se que a interferência do suporte no escoamento é relevante e precisa ser considerada durante o procedimento experimental.

Já os resultados dos aplicativos de espaçomodelismo foram bastante diversificados. O programa *Rocksim* apresentou os maiores erros em relação aos valores experimentais, de 58,71% para o escoamento sem arrasto de base e de 24,44% para o escoamento considerando a presença do suporte tipo sting. Já o programa *CD* apresentou resultados muito próximos aos experimentais. A menor diferença foi de apenas 1,06% para o caso de Cd sem arrasto de base e de 4,46% para o caso de Cd considerando o sting. Os programas *OpenRocket* e *Aerolab* tiveram erros entre 15% e 30%, aproximadamente. É evidente que como a comparação foi feita para o coeficiente de arrasto obtido apenas para um regime de velocidade ($Mach = 1,0857$) não se pode estabelecer conclusões definitivas sobre a precisão dos programas. No entanto, os resultados encontrados com o aplicativo *CD* e, até mesmo com os programas *OpenRocket* e *Aerolab*, apontam que as equações semi-empíricas apresentam coerência com a realidade e podem ser utilizadas como uma primeira estimativa ou referência no estudo de escoamentos aerodinâmicos.

6.2 CONTRIBUIÇÕES DESTE TRABALHO

As principais contribuições geradas por este trabalho são listadas a seguir:

- O estudo realizado permitiu uma análise sobre o escoamento gerado dentro do túnel de vento, verificando e quantificando a influência dos instrumentos necessários para a realização do experimento, como o suporte do tipo sting.
- O trabalho também verificou a confiabilidade de aplicativos da área do espaçomodelismo, comparando os seus resultados a resultados experimentais e apresentando as estimativas do erro de modelagem.
- A realização dessa pesquisa também contribuiu para o desenvolvimento e aprimoramento do programa *Mach2D*, comparando os resultados gerados a resultados experimentais e numéricos.
- A forma como o trabalho foi escrito, descrevendo a teoria utilizada pelos programas computacionais, colabora para uma maior divulgação de conhecimentos presentes na área da aerodinâmica e da área na dinâmica dos fluidos computacionais.

6.3 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A partir das conclusões feitas anteriormente, foi possível elaborar algumas sugestões sobre o que pode ser feito para melhorar ou ampliar os resultados obtidos nessa pesquisa.

Devido ao problema de convergência citado seria interessante realizar testes com o *Mach2D*, para geometria do cone-cilindro, utilizando outros domínios, malhas base e regimes de velocidade, em uma tentativa de encontrar e solucionar a fonte do problema. O mesmo princípio pode ser aplicado ao programa *Ansys* para o caso da simulação de escoamento turbulento sem arrasto de base.

Outra sugestão em relação ao *Mach2D-r732* seria a de implementar um ou mais modelos de turbulência, aprimorando as comparações com os testes experimentais. A implementação de um domínio que considerasse o arrasto de base total ou a presença do sting também poderia gerar resultados mais próximos aos do ensaio no IAE.

Para melhorar a avaliação da confiabilidade dos aplicativos de espaçomodelismo seria interessante a comparação dos resultados numéricos com coeficientes de arrasto experimentais obtidos para outros números de Mach e para diferentes regimes de velocidade, como o subsônico, por exemplo.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON JR., J. **Modern compressible flow with historical perspective**. New York: McGraw-Hill, 1982. Citado na página 42.
- ANSYS. **Ansys Fluent Theory Guide**. 2013. Citado 3 vezes nas páginas 35, 36 e 40.
- BERTOLDO, G. **Otimização aerodinâmica de Newton com base nas equações de Navier-Stokes**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 43.
- BERTOLDO, G. **Documentação do código Mach-2D. Escoamento bidimensional externo**. Curitiba: [s.n.], 2015. Citado na página 19.
- BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. **Transport phenomena**. 2. ed. [S.l.]: JohnWiley & Sons, 2002. Citado na página 19.
- DOORMAAL, J. V.; RAITHBY, G. Enhancements of the simple method for predicting incompressible fluid flows. **Numerical heat transfer**, Taylor & Francis, v. 7, n. 2, p. 147–163, 1984. Citado na página 28.
- ESTERLINE. **ESP-16BP Pressure Scanner Users Manual**. 2000. Citado na página 51.
- FALCÃO FILHO, J. B. P.; MELLO, O. **Descrição Técnica do Túnel Transônico Piloto do Centro Técnico Aeroespacial**. 2002. Citado na página 46.
- FALCÃO FILHO, J. B. P.; SILVA, L. M. **Relatório de esforços com o cone-cilindro empregando balança interna**. 2015. Nenhuma citação no texto.
- FARRASHKHALVAT, M.; MILES, J. **Basic Structured Grid Generation: With an introduction to unstructured grid generation**. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 2003. Citado na página 25.
- HENKES, R. A. W. M. **Overview of turbulence models for external aerodynamics**. The Netherlands: Delft University Press, 1998. Citado na página 37.
- HOERNER, S. F. **Fluid-dynamic drag: practical information on aerodynamic drag and hydrodynamic resistance**. Bakersfield: Hoerner Fluid Dynamics, 1965. Citado 3 vezes nas páginas 16, 17 e 31.
- HOULT, C. **Drag Coefficient (rev.3.2)**. 2013. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 33.
- HUTCHINSON, B.; RAITHBY, G. A multigrid method based on the additive correction strategy. **Numerical Heat Transfer, Part A: Applications**, Taylor & Francis, v. 9, n. 5, p. 511–537, 1986. Citado na página 41.
- JEFFREYS, H.; JEFFREYS, B. **Methods of mathematical physics**. Cambridge: Cambridge university press, 1999. Citado na página 41.
- JOECKEL, R. D. **Efeitos da precisão dos cálculos em CFD com múltiplas extrapolações de Richardson**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2010. Nenhuma citação no texto.

MALISKA, C. **Computational heat transfer and fluid mechanics**. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004. Citado 3 vezes nas páginas 20, 25 e 27.

MARCHI, C. H. **Verificação de soluções numéricas unidimensionais em dinâmica dos fluidos**. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2001. Citado na página 43.

MARCHI, C. H.; ARAKI, L. K. **Relatório técnico do projeto CFD-10/UFPR: códigos Mach2D 6.1 e RHG2D 1.0**. Curitiba, 2009. Citado na página 19.

MARTINS, M. A. **Multiextrapolação de Richardson com interpolação para reduzir e estimar o erro de discretização em CFD**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2013. Citado na página 44.

MEDEIROS, J. G. d. **Análise experimental do escoamento na região frontal do VLS com variações geométricas**. São José dos Campos: Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2015. Citado na página 63.

NISKANEN, S. **OpenRocket technical documentation**. 2013. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 33.

PATANKAR, S. V.; SPALDING, D. B. A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows. **International journal of heat and mass transfer**, Elsevier, v. 15, n. 10, p. 1787–1806, 1972. Citado na página 40.

PEDRASSI, M. **Desenvolvimento da técnica de tinta sensível a pressão (PSP) para medidas de campos de pressão em modelos aerodinâmicos**. São José dos Campos: Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2009. Citado na página 49.

POPE, A.; GOIN, K. **High speed wind testing**. New York: John Wiley and Sons, 1978. Citado 3 vezes nas páginas 32, 47 e 48.

QUELUZ, T. P. **Manual técnico do aplicativo computacional CD 1.0**. Curitiba: [s.n.], 2015. Citado na página 30.

ROACHE, P. J. Perspective: a method for uniform reporting of grid refinement studies. **Journal of Fluids Engineering**, American Society of Mechanical Engineers, v. 116, n. 3, p. 405–413, 1994. Citado na página 43.

ROMERO, P. G. M. **Análise aerodinâmica de um veículo de sondagem no regime transônico utilizando as técnicas de tinta sensível á pressão (PSP) e Schlieren**. São José dos Campos: Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2016. Citado na página 45.

SCHNEIDER, G.; ZEDAN, M. A modified strongly implicit procedure for the numerical solution of field problems. **Numerical Heat Transfer**, Taylor & Francis, v. 4, n. 1, p. 1–19, 1981. Citado na página 29.

SILVA, L. M.; FALCÃO FILHO, J. B. P.; AVELAR, A. C. **Análise experimental da distribuição de pressão em um modelo padrão cone cilindro**. 2016. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 55.

SOUZA, J. F. A. d. et al. Uma revisão sobre a turbulência e sua modelagem. **Revista Brasileira de Geofísica**, SciELO Brasil, v. 29, n. 1, p. 21–41, 2011. Citado na página 41.

SPALART, P. R.; ALLMARAS, S. R. A one equation turbulence model for aerodynamic flows. **AIAA journal**, v. 94, 1992. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.

TAYLOR, G.; MACCOLL, J. The air pressure on a cone moving at high speeds. **Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, The Royal Society, v. 139, n. 838, p. 278–297, 1933. Citado na página 42.

VERSTEEG, H.; MALALASEKERA, W. **An introduction to computational fluid dynamics**. Harlow, England: Prentice Hall, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 27.

APÊNDICES

APÊNDICE A – DETALHES DO PROJETO DO CONE-CILINDRO

Neste apêndice são apresentados os detalhes do projeto do cone-cilindro. Todas as medidas estão em milímetros.

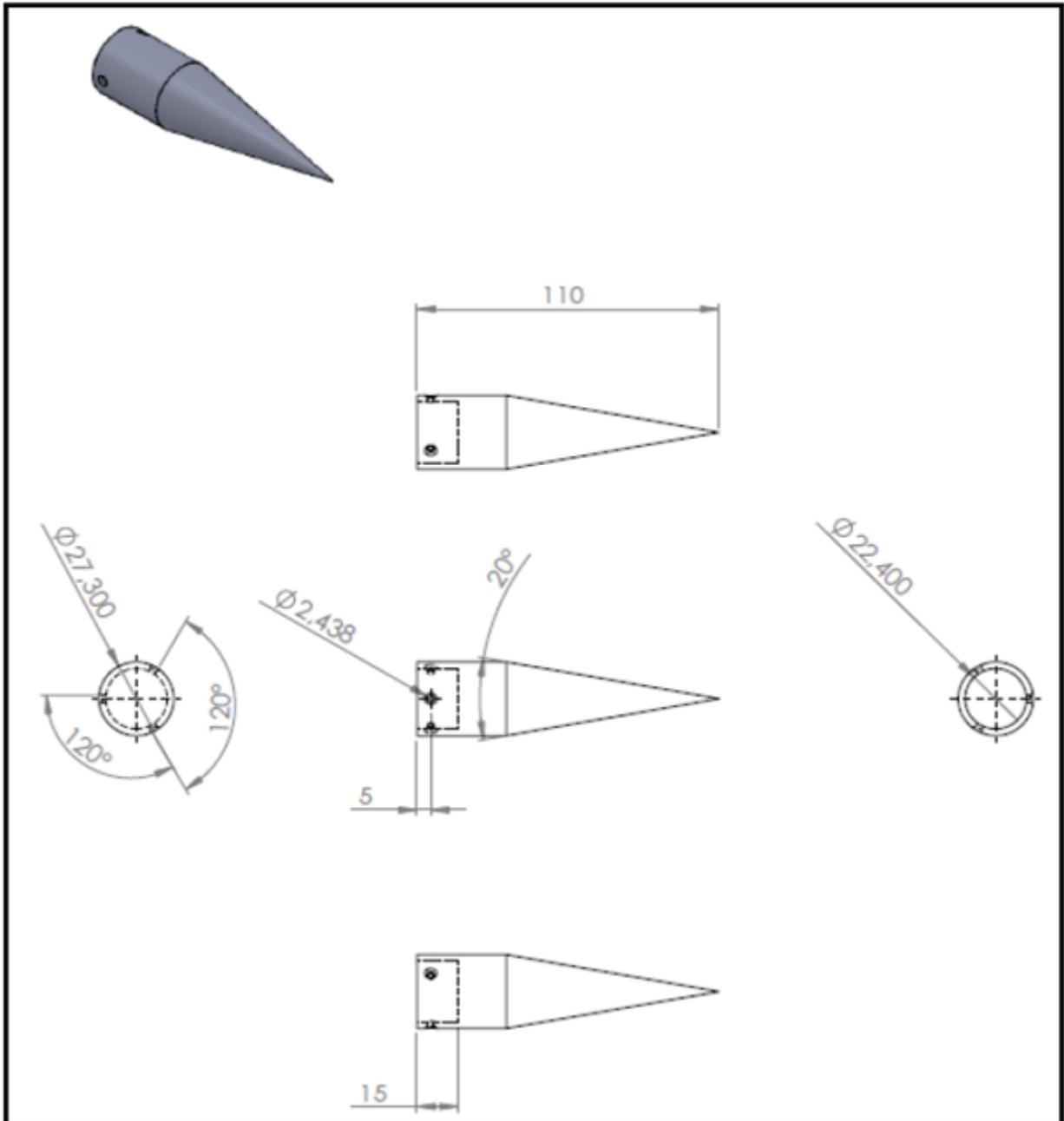


Figura 40 – Detalhe da parte dianteira do cone-cilindro
Fonte: O autor (2016)

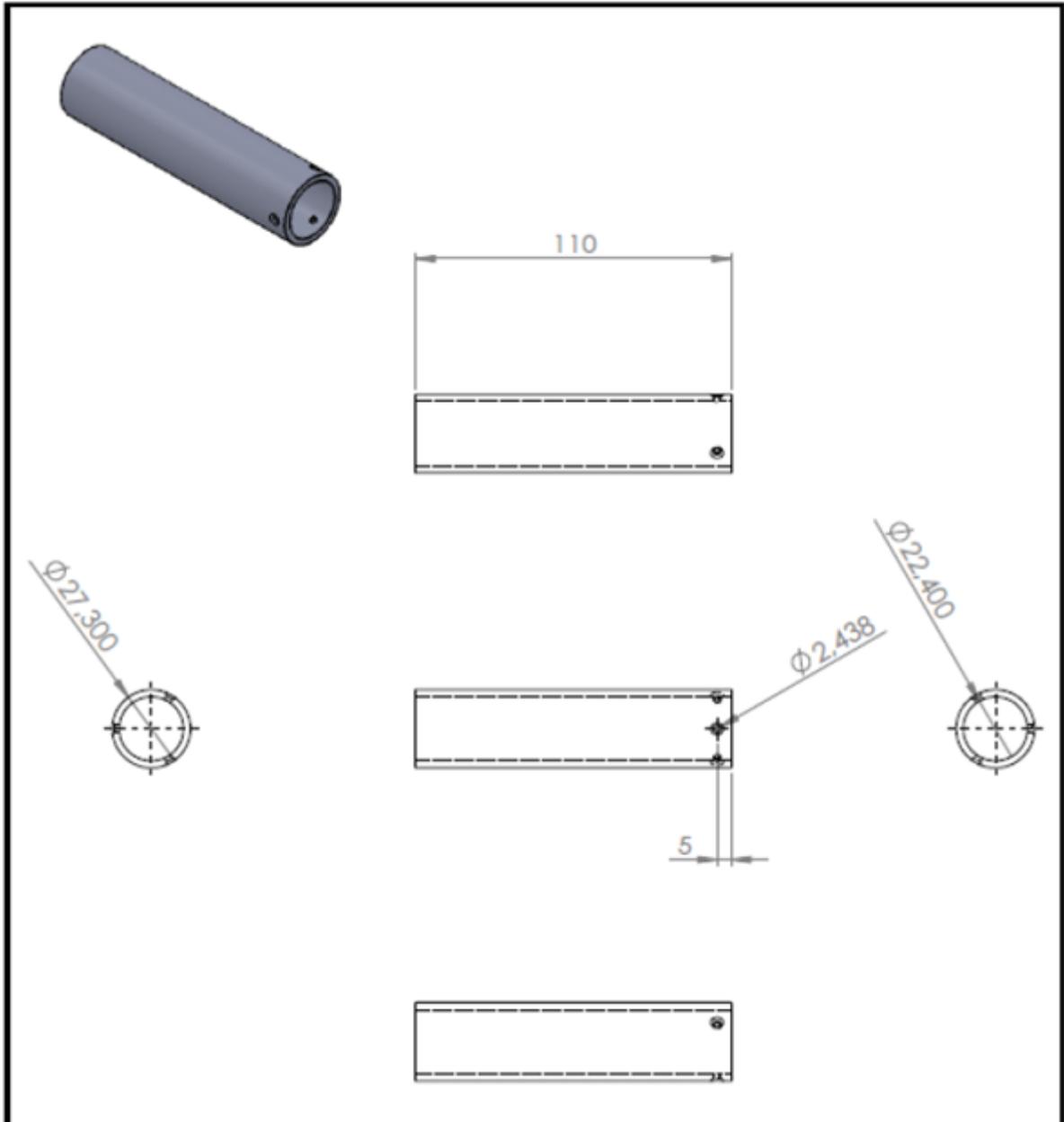


Figura 41 – Detalhe da parte traseira do cone-cilindro
Fonte: O autor (2016)

APÊNDICE B – DETALHES DAS MALHAS UTILIZADAS NO ANSYS

No apêndice B os detalhes das opções escolhidas para a geração de cada malha no *Ansys* são apresentados na forma de figuras.

B.1 CONE BIDIMENSIONAL

Para a malha do cone foi necessário utilizar os modos de controle de malha *face meshing* (Fig.42) para gerar volumes uniformes e *body sizing* (Fig.43) para manipular o tamanho dos volumes.

Details of "Body Sizing" - Sizing	
Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	1 Body
Definition	
Suppressed	No
Type	Element Size
<input checked="" type="checkbox"/> Element Size	5. mm
Behavior	Soft
<input type="checkbox"/> Curvature Normal Angle	Default
<input type="checkbox"/> Growth Rate	Default

Figura 42 – Opções do modo *face meshing*
Fonte: O autor (2016)

Details of "Mapped Face Meshing" - Mapped Face Meshing	
Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	2 Faces
Definition	
Suppressed	No
Method	Quadrilaterals
Constrain Boundary	No
Advanced	
Specified Sides	No Selection
Specified Corners	No Selection
Specified Ends	No Selection

Figura 43 – Opções do modo *body sizing*
Fonte: O autor (2016)

B.2 GEOMETRIAS TRIDIMENSIONAIS

Para gerar as malhas tridimensionais, o mesmo tamanho e modo de distribuição dos volumes foi definido na seção *sizing* (Fig.44). Apenas a malha do cone, por possuir um domínio de cálculo menor, foi refinada pelo modo de controle *refinement* (Fig.45). A camada de inflação foi feita através do modo *inflation* (Figs.46 e 47). Ela só foi utilizada nos casos com escoamento turbulento.

Details of "Mesh"	
Defaults	
Physics Preference	CFD
Solver Preference	Fluent
<input type="checkbox"/> Relevance	0
Sizing	
Use Advanced Size Function	On: Curvature
Relevance Center	Fine
Initial Size Seed	Active Assembly
Smoothing	Medium
Transition	Slow
Span Angle Center	Fine
<input type="checkbox"/> Curvature Normal Angle	Default (18.0 °)
<input type="checkbox"/> Min Size	0.20 mm
<input type="checkbox"/> Max Face Size	20.0 mm
<input type="checkbox"/> Max Size	40.0 mm
<input type="checkbox"/> Growth Rate	Default (1.20)

Figura 44 – Opções do modo *sizing*

Fonte: O autor (2016)

Details of "Refinement" - Refinement	
Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	1 Face
Definition	
Suppressed	No
<input type="checkbox"/> Refinement	2

Figura 45 – Opções do modo *refinement* para a geometria do cone

Fonte: O autor (2016)

Details of "Inflation" - Inflation	
Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	1 Body
Definition	
Suppressed	No
Boundary Scoping Method	Geometry Selection
Boundary	4 Faces
Inflation Option	First Layer Thickness
<input type="checkbox"/> First Layer Height	2.e-003 mm
<input type="checkbox"/> Maximum Layers	14
<input type="checkbox"/> Growth Rate	1.2
Inflation Algorithm	Pre

Figura 46 – Opções gerais do modo *inflation*

Fonte: O autor (2016)

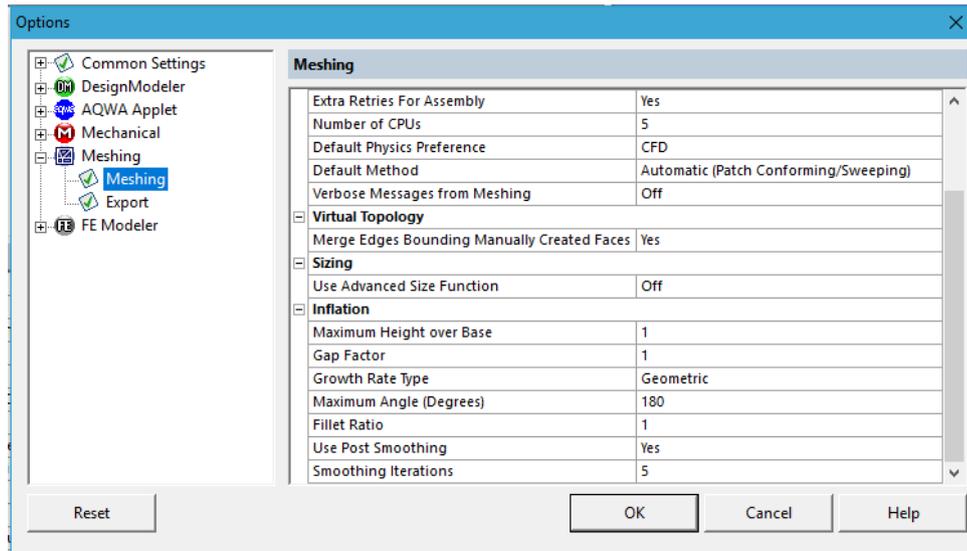


Figura 47 – Opções avançadas do modo *inflation*
Fonte: O autor (2016)

APÊNDICE C – GRÁFICOS DOS RESULTADOS NUMÉRICOS

Nesse apêndice estão contidos os gráficos dos resultados apresentados no capítulo 4. A Figura 48 é relativa à Tabela 13 do item 5.3. Já as Figuras 49, 50 e 51 são relativas às Tabelas 14, 15 e 16 do item 5.4, respectivamente.

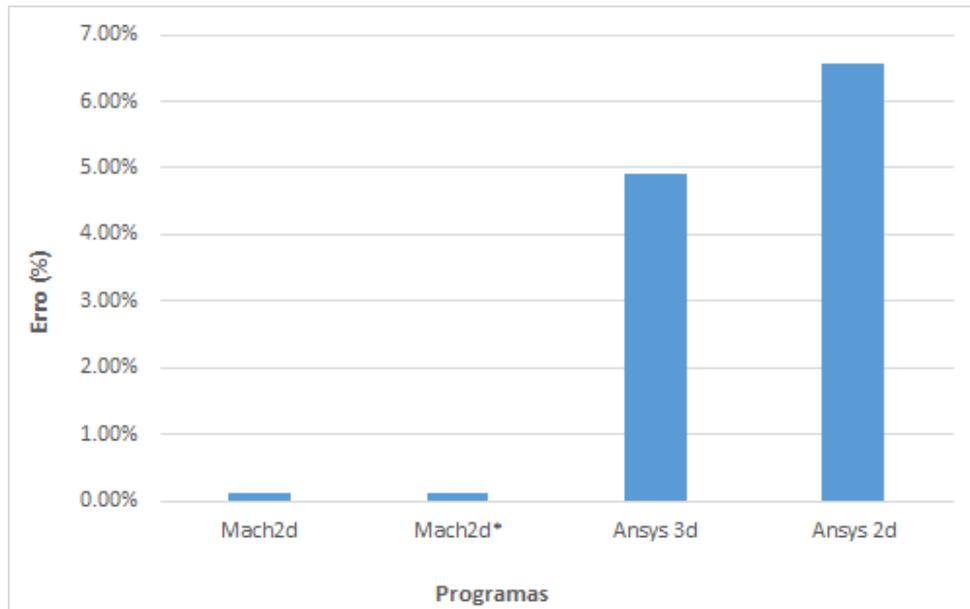


Figura 48 – Comparação entre as soluções dos programas e a solução de Taylor-Maccoll
Fonte: O autor (2016)

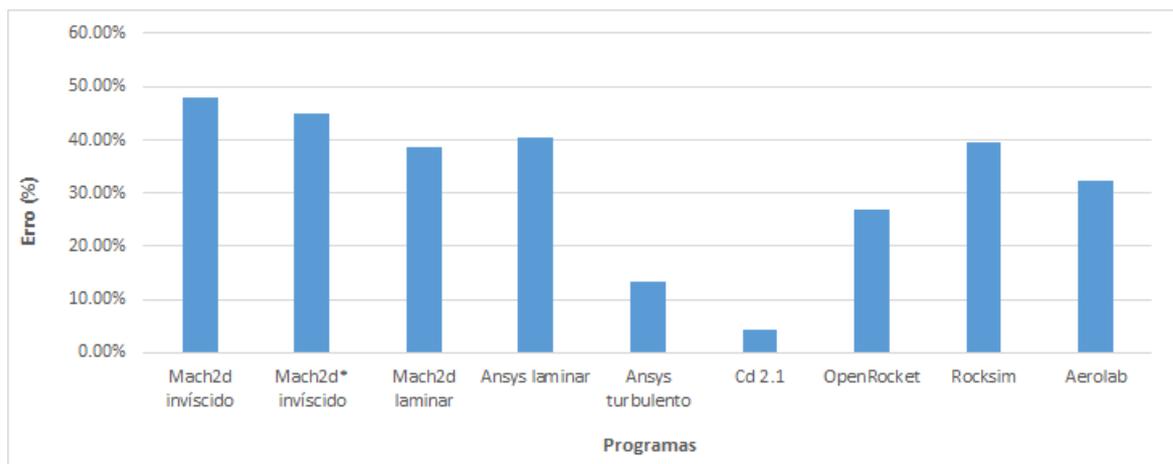


Figura 49 – Comparação entre os valores numéricos e experimental sem o arrasto de base
Fonte: O autor (2016)

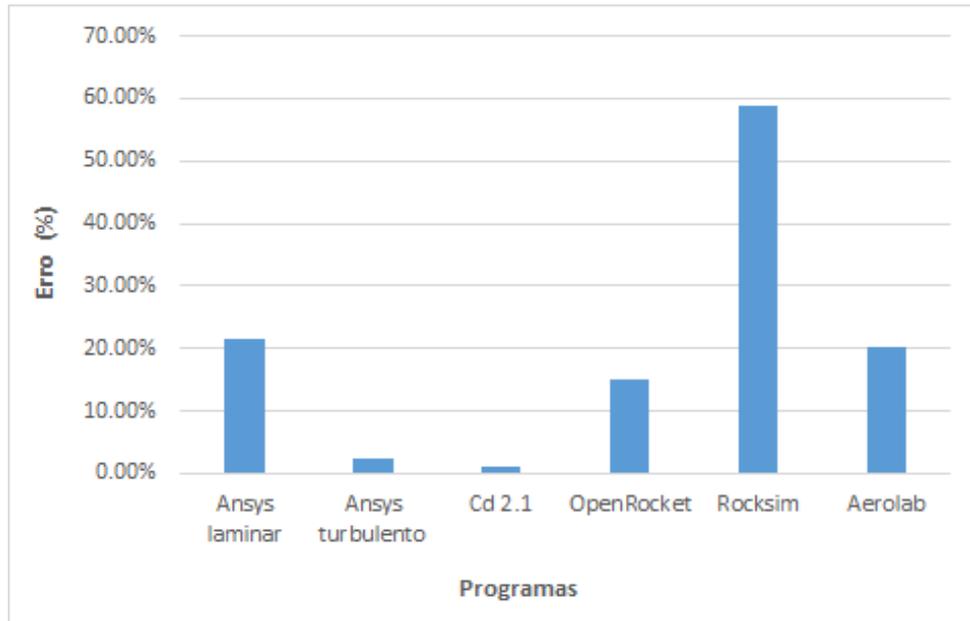


Figura 50 – Comparação entre os valores numéricos e experimental considerando o sting
 Fonte: O autor (2016)

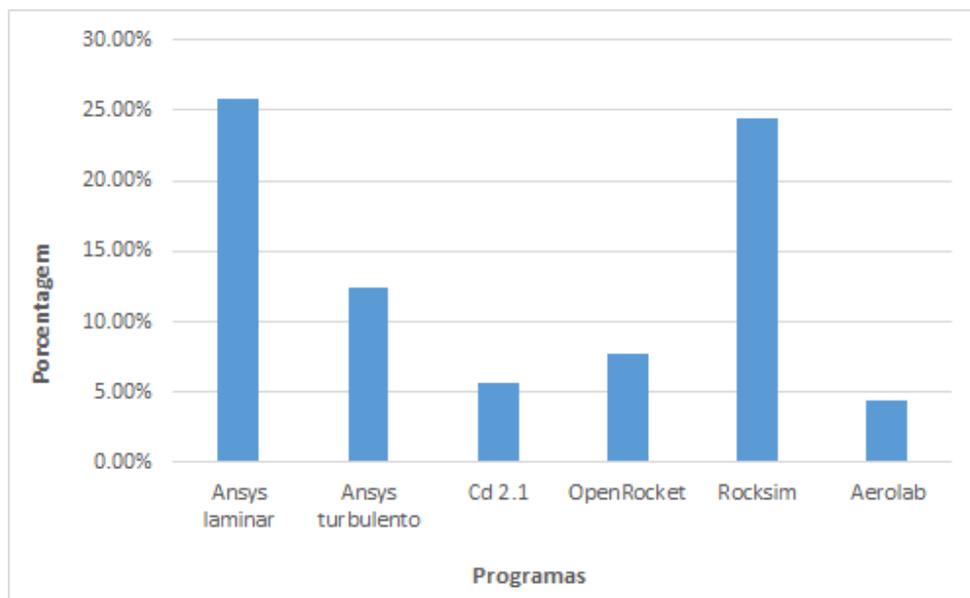


Figura 51 – Valores numéricos considerando o arrasto de base total
 Fonte: O autor (2016)