

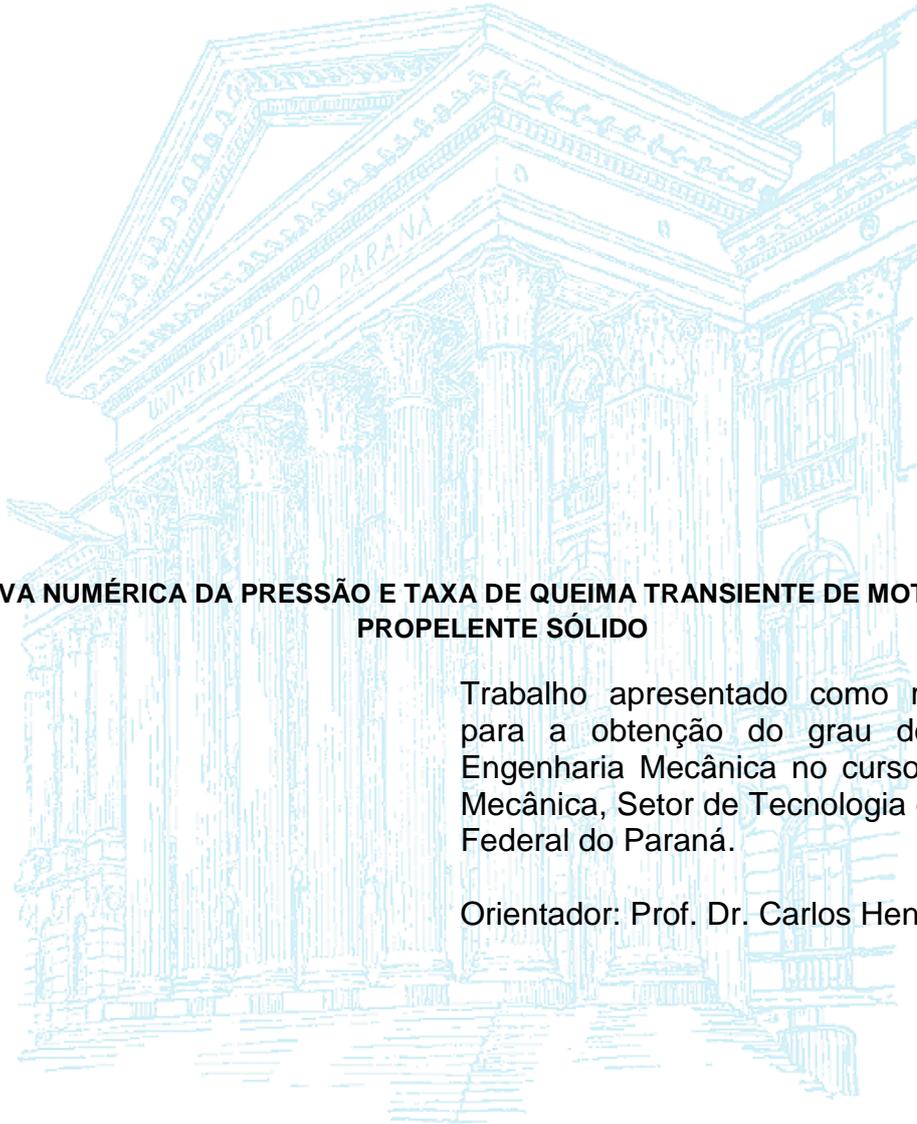
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ÉDERSON LUIZ DOS SANTOS DIAS

**ESTIMATIVA NUMÉRICA DA PRESSÃO E TAXA DE QUEIMA TRANSIENTE DE MOTOR-FOGUETE A
PROPELENTE SÓLIDO**

**CURITIBA
2017**

ÉDERSON LUIZ DOS SANTOS DIAS



ESTIMATIVA NUMÉRICA DA PRESSÃO E TAXA DE QUEIMA TRANSIENTE DE MOTOR-FOGUETE A PROPELENTE SÓLIDO

Trabalho apresentado como requisito parcial para a obtenção do grau de bacharel em Engenharia Mecânica no curso de Engenharia Mecânica, Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Henrique Marchi.

**CURITIBA
2017**

TERMO DE APROVAÇÃO

ÉDERSON LUIZ DOS SANTOS DIAS

ESTIMATIVA NUMÉRICA DA PRESSÃO E TAXA DE QUEIMA TRANSIENTE DE MOTOR-FOGUETE A PROPELENTE SÓLIDO

Trabalho apresentado como requisito parcial para a obtenção do grau de bacharel em Engenharia Mecânica no curso de Engenharia Mecânica, Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Prof. Dr. Carlos Henrique Marchi

Orientador - Departamento de Engenharia Mecânica da
Universidade Federal do Paraná, UFPR.

Prof. Mestre Nicholas Dicati Pereira da Silva

Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal
do Paraná, UFPR.

Prof. Mestre Diego Fernando Moro

Departamento de Engenharia Mecânica da na Universidade
Positivo, UP.

Curitiba

2017

RESUMO

Esse trabalho apresenta um método numérico iterativo para encontrar a taxa de queima do propelente KNSu prensado a frio e suas constantes a e n da Equação da lei de St. Robert, utilizando a curva de pressão do motor-foguete. Todos os dados utilizados na realização desse trabalho foram baseados em testes estáticos e de pressão do Motor de Teste de Propelente (MTP) do Grupo de Foguetes Carl Sagan da Universidade Federal do Paraná, que são motores robustos e projetados para aguentarem pressões de até 10 bar sem falharem mecanicamente. Foram utilizados ao todo 13 testes estáticos do MTP sendo, sete testes experimentais de curvas de pressão com empuxo e seis testes experimentais com somente curvas de empuxo. Diferentemente dos testes estáticos para obter a curva de empuxo de motores-foguete, que depende apenas da força axial aplicada pelo motor-foguete na célula de carga, a curva de pressão obtida com manômetros necessita de uma boa vedação entre os componentes que conectam o manômetro com o interior do motor-foguete e no caso dos transdutores de pressão, é necessário um material que seja capaz de aguentar elevadas temperaturas. Tendo em vista as dificuldades encontradas para obter a curva de pressão, foi desenvolvido um método numérico iterativo, baseado na teoria da propulsão de foguetes, para calcular a pressão instantânea do MTP utilizando os testes estáticos de curva de empuxo versus tempo e, posteriormente, comparado com valores experimentais dos testes de pressão versus tempo. Nesse estudo, em específico, foi constatado que o empuxo medido na célula de carga não é proporcional à pressão interna do MTP e, para melhorar os resultados, foi calculado para cada MTP um coeficiente de correção do empuxo. Foi analisado os efeitos das impurezas na razão de calores específicos e constatou-se que possui efeitos mínimos nos resultados finais. Para as curvas de taxa de queima, foi comparado resultados para paredes inibidas e desinibidas e o efeito dessas considerações nos resultados finais. Por fim, a principal conclusão foi que: (1) o coeficiente de correção de empuxo obteve valores diferentes para cada teste do MTP realizado, não possuindo nenhuma relação direta entre o diâmetro de garganta, parâmetros de empuxo e pressão entre os MTP analisados; (2) as constantes da curva de taxa de queima obteve resultados coerentes com o fenômeno real, mas quando considerado paredes desinibidas quando na prática é conhecido que a queima do propelente ocorre com paredes inibidas e isso precisa ser melhor analisado.

Palavras-chave: Motor-foguete. Taxa de queima. Propelente sólido. Curva de pressão.

ABSTRACT

This work presents an iterative numerical method to discover the burning rate of the cold-pressed KNSu propellant and its constants a and n of the St. Robert's Law Equation using the rocket motor pressure curve. All the data used to perform this work were based on the static and pressure tests of the "Propellant Test Motor" (PTM) of the Carl Sagan Rocket Group from Federal University of Paraná, which are robust motors designed to bear pressures up to 10 bar without mechanically failing. A total of 13 static PTM tests were performed with seven experimental tests of the pressure curves and six experimental tests using only the thrust curves. Unlike the static tests to obtain the rocket motor thrust curve, which depends only on the axial force applied by the rocket motor in the load cell, the pressure curve obtained with pressure gauges needs a good seal between the components that connect the pressure gauge with the interior of the rocket motor and in the case of pressure transducers, a material is required which is capable of withstanding high temperatures. Considering the difficulties encountered in obtaining the pressure curve, an iterative numerical method based on the rocket propulsion theory was developed to calculate the instantaneous pressure of the PTM using the static tests of thrust versus time curve and then compared with the experimental values of pressure versus time tests. In this study, particularly, it was found that the thrust measured in the load cell is not proportional to the internal pressure of the PTM and, to improve the results, a coefficient of thrust correction was calculated for each PTM used. The effects of the impurities in the specific heat ratio were analyzed and it was verified that it has minimal effects in the final results. For the burning rate curves, the results were compared for inhibited and uninhibited walls and the effect of these considerations on the final results. Finally, the main conclusion was that: (1) the thrust correction coefficient has different values for each PTM test performed, having no direct relationship between the throat diameter, thrust and pressure parameters among the PTM analyzed; (2) the constants of the burning rate curve obtained results consistent with the real phenomenon, but when considered uninhibited walls when in practice it is known that the burning of the propellant occurs with inhibited walls and this needs to be better analyzed.

Keywords: Motor rocket. Burning rate. Solid propellant. Pressure curve.

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Descrição	Unidade SI
a	Parâmetro experimental de taxa de queima	mm/s-bar
a_1	Constante da função de Z	Adimensional
a_2	Constante da função de Z	Adimensional
a_3	Constante da função de Z	Adimensional
A^*	Área de garganta da tubeira crítica	m^2
A_b	Área de queima do grão-propelente	m^2
A_e	Área de saída da tubeira	m^2
A_t	Área de garganta da tubeira	m^2
A_z	Área de queima da fração de propelente consumido Z	m^2
C_1	Constante auxiliar	Adimensional
C_2	Constante auxiliar	Adimensional
C_2	Constante auxiliar	Adimensional
C^*	Velocidade característica da reação	m/s
C_F	Coefficiente de empuxo	Adimensional
$C_{F_{med}}$	Coefficiente de empuxo médio	Adimensional
C_p	Calor específico à pressão constante	J/kg-K
C_v	Calor específico a volume constante	J/kg-K
d	Constante auxiliar	Adimensional
D	Diâmetro externo do grão-propelente	M
F	Empuxo	N
f	Fração de propelente restante	Adimensional
F_i	Empuxo em um determinado instante " t "	N
F_{med}	Empuxo médio	N
g	Aceleração gravitacional	m/s^2
i	Constante auxiliar	Adimensional
I	Valor da indicação	
\bar{I}	Valor médio das indicações	
I_{sp}	Impulso específico	S
I_t	Impulso total	N.s
j	Constante auxiliar	Adimensional
k	Constante auxiliar	Adimensional
L	Comprimento da seção reta da garganta	M
L_p	Comprimento total do grão propelente	M
m_c	Massa de gás no volume livre do motor-foguete	Kg
m_p	Massa de propelente	Kg
\dot{m}_e	Fluxo de massa	kg/s

\dot{m}_g	Fluxo de geração de massa	kg/s
\dot{m}_{in}	Massa adicionado ao sistema	kg/s
\dot{m}_p	Varição de massa de propelente	kg/s
\dot{m}_r	Massa de gás de reação	kg/s
M	Número de Mach	Adimensional
\mathcal{M}	Massa molar do gás da mistura	kg/kmol
n	Expoente da pressão	Adimensional
n_m	Número de moles	Mol
N	Número de indicações	Adimensional
P_{atm}	Pressão atmosférica	Pa
P_c	Pressão interna do motor-foguete	Pa
P_e	Pressão na saída da tubeira	Pa
P_{estm}	Pressão estimada	Pa
P_i	Pressão em um determinado tempo "i"	Pa
P_{med}	Pressão média	Pa
P_o	Pressão de estagnação	Pa
r	Distância de regressão de superfície do grão-propelente	m
\dot{r}	Taxa de queima do propelente	m/s
\dot{r}_{efet}	Taxa de queima do propelente efetiva	m/s
\dot{r}_{total}	Taxa de queima do propelente total	m/s
\dot{r}_{med}	Taxa de queima do propelente médio	m/s
R	Constante dos gases ideais	J/kg-K
R_e	Resultado das medições	
t	Fator de abrangência	
t_1	Tempo no instante 1	s
t_2	Tempo no instante 2	s
t_3	Tempo no instante 3	s
t_0	Tempo inicial	s
t_f	Tempo final	s
T_c	Temperatura interna do motor-foguete	K
T_o	Temperatura de estagnação	K
T_e	Temperatura na saída da tubeira	K
U	Incerteza expandida	
V_b	Volume do propelente sendo consumido	m ³
V_0	Volume do propelente inicial	m ³
w	Espessura de queima do grão-propelente	M
Z	Fração de propelente consumido	Adimensional

LETRAS GREGAS

Símbolo	Descrição	Unidade SI
α	Ângulo de divergência da tubeira	graus
γ	Razão entre calores específicos	Adimensional
γ_{gas_n}	Fração molar do enésimo gás da combustão da reação de exaustão	Adimensional
ε	Razão entre as áreas de saída e de garganta da tubeira	Adimensional
θ	Fator de forma do propelente	Adimensional
λ	Fator de correção do divergente da tubeira	Adimensional
μ	Incerteza padrão	
ρ_c	Massa específica do gás que ocupa o volume livre do motor-foguete	kg/m ³
ρ_p	Massa específica do propelente	kg/m ³
ρ_o	Massa específica do gás em seu valor de estagnação	kg/m ³
φ	Fator de correção do empuxo	Adimensional

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	9
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	11
2.1 DEFINIÇÃO DE PROPULSÃO.....	11
2.2 O MOTOR-FOGUETE	11
2.3 PROPRIEDADES E CARACTERÍSTICAS DO PROPELENTE SÓLIDO	12
2.4 PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS PARA A MISTURA DOS GASES	14
2.5 CARACTERÍSTICAS E PROPRIEDADES DA TUBEIRA	14
2.6 TEORIA BÁSICA DA PROPULSÃO.....	17
2.7 BALANÇO DE MASSA DOS PRODUTOS DA COMBUSTÃO	17
3. METODOLOGIA.....	20
3.1 RESOLVENDO NUMERICAMENTE O COEFICIENTE DE EMPUXO	20
3.2 PROCEDIMENTO PARA ESTIMAR A CURVA DE PRESSÃO VERSUS TEMPO	22
3.3 PROCEDIMENTO PARA ENCONTRAR O FATOR DE CORREÇÃO DE EMPUXO.....	23
3.4 PROCEDIMENTO PARA ESTIMAR A TAXA DE QUEIMA DO PROPELENTE	24
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	29
4.1 COMPARAÇÃO ENTRE CURVAS DE PRESSÃO EXPERIMENTAIS E ESTIMADAS.....	29
4.2 RESULTADOS PARA A CURVA DE TAXA DE QUEIMA INSTANTÂNEA.....	34
4.2.1 TAXA DE QUEIMA INSTANTÂNEA CONSIDERANDO PAREDES DESINIBIDAS	34
4.2.2 TAXA DE QUEIMA INSTANTÂNEA CONSIDERANDO PAREDES INIBIDAS	37
4.3 CURVAS DE PRESSÃO ESTIMADAS	40
4.4 RESULTADOS COMPUTADOS PARA MTP-01 (SEM TUBEIRA)	42
4.5 O EFEITO DA EFICIÊNCIA DE EMPUXO	43
4.6 EFEITOS DA IMPUREZA NA RAZÃO DE CALORES ESPECÍFICOS.....	48
4.7 RESULTADOS ESTATÍSTICOS PARA A TAXA DE QUEIMA	50
5. CONCLUSÃO	53
5.1 TRABALHOS FUTUROS	54
6. REFERÊNCIAS.....	55
ANEXOS.....	56
ANEXO A - ÁREA DE QUEIMA DO GRÃO-PROPELENTE DO TIPO CIGARRO.....	56
ANEXO B - ÁREA DE QUEIMA DO GRÃO-PROPELENTE DO TIPO CILÍNDRICO PARA N FUROS.....	57
APÊNDICES	58
APÊNDICE A - FUNÇÕES DE PROPRIEDADES QUÍMICAS E TERMODINÂMICAS DO PROPELENTE.....	58
APÊNDICE A1 - FUNÇÕES PARA A RAZÃO ENTRE CALORES ESPECÍFICOS	59
APÊNDICE A2 - FUNÇÕES PARA A TEMPERATURA DE CHAMA	60
APÊNDICE A3 - FUNÇÕES PARA A MASSA MOLECULAR	60
APÊNDICE A4 - FUNÇÕES PARA O NÚMERO DE MOLES	61
APÊNDICE A5 - FUNÇÕES PARA O NÚMERO DE MOLES E MASSA MOLAR	61

APÊNDICE B - PRINCIPAIS DIMENSÕES E DADOS DE PREENCHIMENTO DO MTP	64
APÊNDICE C - CURVAS DE EMPUXO EXPERIMENTAIS DO MTP	66
APÊNDICE D - FLUXOS DE MASSA	74
APÊNDICE E - CURVAS DO COEFICIENTE DE EMPUXO EXPERIMENTAIS E ESTIMADAS	79
APÊNDICE F - ÁREA DE QUEIMA DE PAREDES INIBIDAS E DESINIBIDAS	83
APÊNDICE G - CURVAS DE TAXA DE QUEIMA PARA PAREDES DESINIBIDAS	87
APÊNDICE H - CURVAS DE TAXA DE QUEIMA PARA PAREDES INIBIDAS	89
APÊNDICE I - CÓDIGOS MATLAB UTILIZADOS	91
APÊNDICE I1 - CÓDIGO MATLAB PARA O CÁLCULO DE EFICIÊNCIA DE EMPUXO	91
APÊNDICE I2 - CÓDIGO MATLAB PARA O CÁLCULO DE C^*	92
APÊNDICE I3 - CÓDIGO MATLAB PARA O CÁLCULO DA PRESSÃO EM FUNÇÃO DO EMPUXO	93
APÊNDICE I4 - CÓDIGO MATLAB PARA O CÁLCULO DA TAXA DE QUEIMA	94
APÊNDICE I5 - CÓDIGO MATLAB PARA O CÁLCULO DO C_f EM FUNÇÃO DO TEMPO	96

1. INTRODUÇÃO

O objetivo principal desse trabalho é obter um modelo matemático para estimar a curva de taxa de queima instantânea do propelente sólido em função da pressão do motor-foguete. A queima do propelente é um fenômeno complexo que depende de vários fatores e, que na prática, tornam-se impossível de mensurar sem os equipamentos adequados de medição. Uma das dificuldades encontradas foi conseguir estimar a área de queima do propelente que depende da variação da massa consumida por intervalo de tempo e do volume livre (volume não preenchido pelo propelente) da câmara de combustão. Como os testes para avaliar o desempenho de motores-foguete e classifica-los são feitos por meio das análises da curva de empuxo, foi elaborado um algoritmo computacional, baseado nas formulações e teoria da propulsão de foguetes, para se estimar a curva de pressão em função das curvas de empuxo disponíveis.

Os dados experimentais utilizados foram obtidos por meio de testes estáticos dos MTP realizados pelo Grupo de Foguetes Carl Sagan da UFPR entre os anos de 2014 a 2016, grupo esse organizado e conduzido pelo professor Dr. Carlos H. Marchi. Nem todos os testes estáticos foram como esperado, ocorrendo alguma anomalia no MTP durante o funcionamento, portanto, foram selecionados os dados experimentais das seguintes datas:

- **6 de dezembro de 2014:** Curvas de empuxo e análises conforme: (1) relatório de testes estáticos do MTP08 de Nicholas Dicati (2014); (2) relatório de testes estáticos do MTP09 de Izabel C. Ferreira de Souza Vicentin (2014); (3) relatório de testes estáticos do MTP10 de Gabriel Vergara (2014); (4) relatório de testes estáticos do MTP11 de Diego F. Moro (2014).
- **4 de junho de 2015:** Curvas de empuxo, curvas de pressão e análises dos MTP de 08 a 11 conforme: (1) relatórios de testes estáticos, curvas de empuxo e pressão dos MTP de Diego F. Moro (2015); (2) relatórios de testes estáticos, curvas de empuxo e pressão dos MTP de Izabel C. Ferreira de Souza Vicentin (2015); (3) relatório de teste estático e comparação dos métodos Estes e simplificados com os resultados experimentais dos MTP de Jeovan C. Correia (2015).
- **11 de julho de 2015:** Curvas de empuxo, curvas de pressão e análises dos MTP de 06 a 08 conforme o relatório de análise dos testes estáticos, curvas de empuxo e pressão dos MTP de Diego F. Moro (2015);

As características e propriedades do propelente sólido possuem grande influência na propulsão do motor-foguete e a taxa de queima é um dos parâmetros que controlam o seu funcionamento e afeta de maneira considerável o seu projeto (NAKKA, 2003).

Alguns métodos experimentais avançados para se obter a taxa de queima instantânea em função da pressão são: (1) medição por ultrassom; (2) medição por micro-ondas; (3) medição por plasma; (4) e o método da medição por bomba fechada. Segundo GUPTA et al. (2015, p. 615), todas elas são técnicas que necessitam de equipamentos caros e um pessoal capacitado e bem treinado e outros métodos como o queimador de cordão (*strand burner*) e a técnica a laser são muito sofisticados, porém, muito tediosos de se trabalhar.

Outros métodos experimentais existem como: (1) método de flashes de raios X; (2) método da captação de pressão; (3) método da sonda; (4) método da queima interrompida; (5) método indireto de fricção do motor; (6) técnica de medição por servomecanismo; (6) e o método da imagem em alta velocidade para a determinação da queima erosiva.

Pelo fato de ser muito simples, rápida, econômica e capaz de ser realizada com precisão de 98%, a técnica que é preferida em relação a outras na determinação da taxa de queima é a técnica de emissão acústica. No entanto, para uma taxa de queima mais precisa, o BEM (Ballistic Evaluation Motor, ou Motor de Avaliação Balística) é usado, apesar de necessitar uma grande quantidade de propelente. Portanto, para aplicações do dia a dia, a técnica de emissão acústica está sendo usada eficientemente por cientistas de propulsão em todo o mundo. (GUPTA et al., 2015).

Como se observa, estimar a curva de taxa de queima pode ser uma tarefa que leva tempo, investimento e conhecimento técnico avançado e a intenção desse trabalho foi focar em um modelo matemático que possa sanar algumas dificuldades, tentar entender melhor o fenômeno da queima do propelente com o objetivo de dar um início a algo que possa futuramente ser validado e melhorado.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 DEFINIÇÃO DE PROPULSÃO

A propulsão é definida como o ato de mudar o movimento de um corpo. O mecanismo de propulsão fornece uma força que movimenta um corpo que está inicialmente em repouso e que muda a sua velocidade ou que vence a força de atrito do meio em que se encontra. A diferença básica entre a propulsão de um foguete e a propulsão de aeronaves a jato, é que na propulsão de foguetes o empuxo é produzido ejetando-se matéria armazenada (conhecida como propelente) que inclui nela tanto o oxidante como o combustível, tornando-se independente do fluido do meio em que o cerca. Já na propulsão a jato, o empuxo é obtido utilizando-se o fluido do meio (ar) que fornece o oxidante (Oxigênio) ao combustível onde este está armazenado internamente (SUTTON e BIBLARZ, 2001).

2.2 O MOTOR-FOGUETE

A seleção adequada do sistema de propulsão possui uma influência considerável no desempenho do voo do foguete. O seu desenvolvimento dependerá de vários fatores importantes, destacando-se: (1) o propelente, ou seja, o combustível que oxida durante o processo de combustão fornecendo, assim, a energia em forma de calor que gera o empuxo; (2) modelos matemáticos que definem os parâmetros que servirão de base para projetar e dimensionar o motor, entre eles, a geometria e dimensões do grão-propelente e o formato da tubeira por onde ocorrerem a expansão dos gases da combustão. Tais parâmetros definirão a pressão da câmara de combustão, o impulso específico, impulso específico médio, o impulso total etc.

O motor-foguete em si é, essencialmente, um vaso de pressão com um dos planos selados para conter a pressão de combustão e o outro plano contendo a tubeira, que é a parte de onde é expelido os gases da exaustão e que gera uma força contrária ao movimento desses gases proporcionando, dessa forma, a propulsão do foguete. O grão-propelente é inserido no interior do motor-foguete e, em sua devida utilização, é queimado, gerando os gases de exaustão devido a reação do oxidante com o combustível.

A energia que um foguete necessita para chegar ao seu objetivo final provém dos combustíveis que poderão ser: líquidos, sólidos ou híbridos. Pela simplicidade de não se ter bombas hidráulicas, ejetores, tubulações, sistemas de refrigeração, vasos de pressão que armazenam o combustível e o oxidante entre outros diversos artifícios que é possível encontrar em um foguete mais complexo, no foguetemodelismo é muito comum a utilização de combustíveis sólidos.

O combustível sólido toma a forma de grãos que, dependendo do motor, são empilhados um sobre os outros no interior do motor-fogue. Os grãos são fabricados sob vários formatos e geometrias diferentes, mas a mais comum no foguetemodelismo são os que possuem o formato cilíndrico e tem o seu núcleo vazio (a alma), também no formato cilíndrico, que serve para se obter uma área de queima maior. A forma e a geometria da perfuração do grão-propelente possuem um enorme impacto sobre a maneira como o propelente irá queimar. Isto é explicado pela quantidade de área superficial de queima que será exposta durante a combustão.

A variedade de formatos de grãos-propelentes é dada pela Figura 1, onde são desenvolvidos para criar os mais diversos tipos de características de queima. Conhecer tais variedades geométricas de

construção dos grãos se torna importante porque é frequentemente desejável que se obtenha, para diferentes estágios, diferentes formas de curvas de empuxo. Por exemplo, para um foguete com dois estágios, inicialmente é necessário se ter um empuxo médio elevado de forma a tirá-lo da inércia inicial o tão rápido quanto possível, enquanto que no segundo estágio, é preferível se ter um empuxo médio mais baixo com um grão-propelente mais leve com o objetivo de manter a sua velocidade média, levando dessa maneira, o foguete ao seu destino desejado.

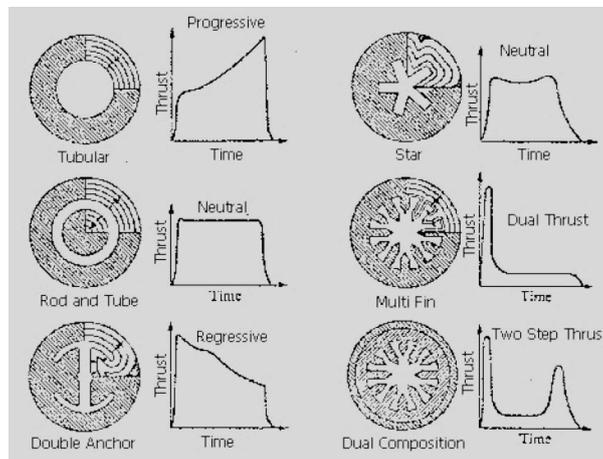
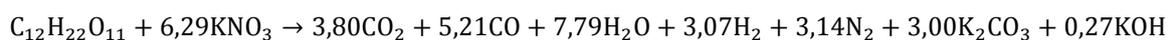


Figura 1 - Curvas de empuxo para diversos tipos de seções de grãos-propelentes.
Fonte: http://www.nakka-rocketry.net/th_grain.html

Outros fatores que influenciam a curva de empuxo e a taxa de queima do propelente são: a composição do combustível, aceleradores e inibidores. Há vários tipos de combustíveis utilizados, mas nesse trabalho por sua vasta bibliografia e por ser mais acessível, será utilizado o KNSu, uma mistura entre o nitrato de potássio (KNO_3), que é o oxidante e a Sacarose ($\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$), que é o combustível.

2.3 PROPRIEDADES E CARACTERÍSTICAS DO PROPELENTE SÓLIDO

O nitrato de potássio e a sacarose (açúcar de mesa) constituem um dos mais popularmente conhecidos e utilizado propelentes na prática do foguete amadorismo. Sua composição mais comumente utilizada é de 65% de Nitrato de Potássio (KNO_3) e 35% de sacarose ($\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$) em base mássica. A mistura é também popularmente conhecida como KNSu, então, poderá ser assim identificado algumas vezes o respectivo propelente sólido ao longo desse trabalho. O processo de combustão tem como objetivo fornecer energia térmica. Trata-se de uma reação em fase gasosa muito rápida e exotérmica. As propriedades da combustão dependerão da composição dos reagentes e a forma como eles serão preparados. É necessário, também, conhecer de uma forma acurada a composição química de propelentes e suas proporções relativas. A Equação de combustão do KNSu é dada por (NAKKA, 2014):



A mistura de KNO_3 com $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ deve possuir as massas de cada componente cuidadosamente medidas de acordo com a proporção desejada. Existem duas formas atuais de se preparar a mistura. Na primeira, o grão-propelente é produzido a frio, com o propelente compactado em uma matriz utilizando para isso uma prensa hidráulica. Nesse método, apesar de ser mais seguro por não requerer fontes de calor que poderiam gerar uma autoignição, a eficiência da queima do grão-propelente se torna quase que exclusivamente em função da compactação, que poderia variar de acordo com o equipamento ou com quem

está manipulando o propelente, algo que pode ser contornado com equipamentos calibrados e com um controle de qualidade adequado. A taxa de queima na pressão atmosférica é maior quanto menor é a pressão de compactação (FOLTRAN et al, 2014). O segundo método seria o mais tradicional e o mais conhecido no foguetemodelismo que é a fusão do KNSu. A vantagem desse método é a produção de grãos-propelentes com elevadas massas específicas (NAKKA, 1984, 2014). Esse método requer uma fonte de calor controlada para que a mistura passe de sua forma sólida-granulada para uma forma líquido-viscosa. As questões de segurança nesse método se tornam preocupantes já que a geração de calor necessária para a fusão da mistura pode levar, de forma inevitável, à autoignição se a temperatura ultrapassar a temperatura de ignição do propelente.

Os parâmetros de operação para a fusão ficam praticamente em função da temperatura. A temperatura necessária que a mistura deve atingir está um pouco acima do ponto de fusão da sacarose. O nitrato de potássio, que possui um ponto de fusão muito mais elevado, permanece na forma de partículas sólidas. O resultado é uma suspensão de partículas sólidas do oxidante no meio líquido da sacarose (NAKKA, 2014). O ponto de fusão do açúcar é de aproximadamente 177 °C e a do nitrato de potássio é de 400 °C, por outro lado, o nitrato de potássio passa a se decompor a uma temperatura de 286 °C perdendo, assim, oxigênio e dando lugar aos nitritos, o que não é desejado. Portanto, deve-se manter a temperatura da mistura inferior a 286 °C (VYVERMAN, 1978).

O método mais comum para a fusão do KNSu é utilizar uma panela aquecida com uma resistência elétrica cuja temperatura é controlada por um termostato. O problema do termostato é que ele não mantém a temperatura da resistência elétrica de maneira constante porque, quando a temperatura chega a um determinado ponto, o termostato interrompe a corrente elétrica, mas devido ao fenômeno de transporte e a transferência de calor, a resistência elétrica poderia ainda de fato estar conduzindo calor ao meio, e por isso, poderia sobreaquecer a mistura e proporcionar a indesejável autoignição. Outras formas variadas desse método podem ser utilizadas tais como o uso de uma fritadeira elétrica com óleo e, o recipiente que contém a mistura, ficaria em “banho maria” no interior da fritadeira. Esse método torna o processo mais seguro pois, a transferência de calor entre a resistência elétrica da fritadeira com o óleo ocorre de forma lenta, não tendo o risco de uma possível autoignição do propelente. Por outro lado, é um método mais demorado devido a baixa transferência de calor do óleo com recipiente contendo a mistura. Outros métodos ainda podem ser considerados, como a adição de água ou xarope de milho na mistura conhecido também como Sorbitol ($C_6H_{14}O_6$), onde o processo de fusão ocorre a uma temperatura menor e a autoignição é evitada (JAMES, 2006).

A velocidade de queima do grão propelente deve ser testada antes do seu uso prático em motores-foguete. Um dos parâmetros utilizados como comparação é a taxa de queima do propelente dada pela Equação 2.3.1 da lei de St. Robert:

$$\dot{r} = aP_c^n \quad (2.3.1)$$

Nesta Equação, \dot{r} é a taxa de queima, P_c é a pressão na câmara de combustão, a é a constante de velocidade de queima e n é o expoente da pressão, adimensional. Os parâmetros a e n da Equação 2.3.1 são obtidos de forma experimental, utilizando-se para isto uma câmara pressurizada. Seguindo a mesma

metodologia utilizada por FOLTRAN et al., (2014), a taxa de queima \dot{r} de cada amostra de propelente será obtida medindo-se o tempo que leva para a frente de combustão percorrer duas posições arbitrárias ao longo do comprimento da amostra e, dividindo essa distância percorrida pela frente de chama por esse tempo.

2.4 PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS PARA A MISTURA DOS GASES

As propriedades termodinâmicas da razão do calor específico dos produtos da combustão podem ser utilizadas tomando a Equação de reação dos produtos (ignorando os produtos da combustão dos sólidos) e, encontrando a razão do calor específico do gás equivalente:

$$C_p = \gamma_{gas1} C_{p_{gas1}} + \gamma_{gas2} C_{p_{gas2}} + \gamma_{gas3} C_{p_{gas3}} + \dots + \gamma_{gasn} C_{p_{gasn}} \quad (2.4.1)$$

$$C_v = \gamma_{gas1} C_{v_{gas1}} + \gamma_{gas2} C_{v_{gas2}} + \gamma_{gas3} C_{v_{gas3}} + \dots + \gamma_{gasn} C_{v_{gasn}} \quad (2.4.2)$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (2.4.3)$$

Onde, C_p é o calor específico à pressão constante e, C_v é o calor específico a volume constante. O parâmetro γ_{gasn} é a fração molar do n -ésimo gás da combustão da reação de exaustão.

2.5 CARACTERÍSTICAS E PROPRIEDADES DA TUBEIRA

O objetivo da tubeira é acelerar o gás quente e pressurizado que está passando em velocidades supersônicas moldando o fluxo de saída de modo que, a energia propulsora do fluxo de calor é convertida em energia cinética direta. Ela faz isso usando um perfil convergente-divergente na qual estrangula o fluxo em seu menor ponto, acelerando-o em velocidades supersônicas. (HUZEL e HUANG, 1971).

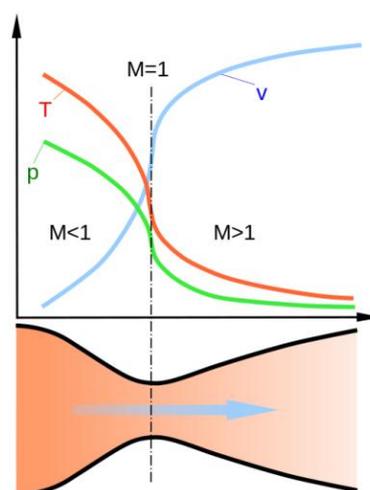


Figura 2 – Diagrama da temperatura, pressão e velocidade de exaustão, em função da posição na tubeira.
Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Rocket_engine_nozzle#cite_note-7

Para uma tubeira convergente-divergente padrão (Laval nozzle), é importante que a forma do bocal seja projetada de maneira a expandir os gases de escape de forma ideal possibilitando, assim, o melhor

ganho possível de energia cinética do gás. Uma subexpansão ou uma superexpansão resulta em uma eficiência reduzida.

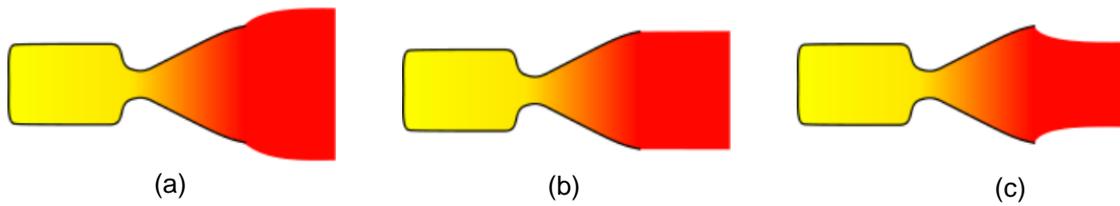


Figura 3 – Gases de exaustão: (a) subexpandido, (b) idealmente expandido e (d) superexpandido.
 Fonte: https://en.wikipedia.org/wiki/Rocket_engine_nozzle

O conhecimento da teoria envolvendo o projeto da tubeira possui sua devida importância quando se deseja conseguir valores altos de empuxo provenientes do processo da combustão. A Equação do empuxo é dada pela seguinte fórmula matemática:

$$F = v_e \dot{m}_e + (P_e - P_{atm})A_e \quad (2.5.1)$$

Na prática, o segundo termo é muito próximo a zero, e é exatamente igual a zero quando se chega à razão de expansão ideal na tubeira. O primeiro termo nos fornece uma grande variedade de empuxos, então, é evidente que a maximização de v_e se torna crucial para o aumento do empuxo. A tubeira convergente-divergente possibilita que os gases de exaustão cheguem a velocidades supersônicas melhorando consideravelmente a eficiência do motor-foguete. Para fins de cálculo, é considerado que o escoamento na tubeira seja isentrópico, que depende somente da área da seção transversal - que o escoamento seja invíscido e adiabático (sem perda de calor). Portanto, na tubeira real é necessário minimizar os efeitos friccionais, perturbações no escoamento e condições que podem levar a perdas por choque (NAKKA, 2015). Para se chegar a isto, as tubeiras são projetadas para serem suavemente contornadas com ângulos rasos e não funcionará como pretendido se elas estiverem empenadas, com ablações ou danificadas.

As propriedades de estagnação de fluxos isentrópicos, estudadas no curso de termodinâmica e mecânica dos fluidos, seguem a Equação 2.5.2:

$$\frac{T_o}{T} = \left(\frac{P_o}{P}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(\frac{\rho_o}{\rho}\right)^{\gamma-1} \quad (2.5.2)$$

O subscrito o denota um valor de estagnação. Usando as relações entre o número de Mach e as propriedades de estagnação, chegamos as Equações 2.5.3 e 2.5.4 de pressão de estagnação e de massa específica de estagnação respectivamente:

$$\left(\frac{P_o}{P}\right) = \left(1 + \frac{\gamma + 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2.5.3)$$

$$\left(\frac{\rho_o}{\rho}\right) = \left(1 + \frac{\gamma + 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2.5.4)$$

As condições de estagnação são equivalentes dentro da câmara de combustão, já que a velocidade do escoamento é considerada ser nula.

Com mais algumas manipulações e utilizando a conservação da massa, é possível traçar um gráfico da razão entre as áreas A_e/A^* versus o número de Mach como segue a Equação 2.5.5:

$$\left(\frac{A_e}{A^*}\right) = \frac{1}{M} \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2}}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (2.5.5)$$

Como se pode ver no gráfico da Figura 4, quando a razão entre áreas é igual a 1, a área no ponto na tubeira é igual a área de estrangulamento crítico A^* do escoamento na garganta, o número de Mach do gás é também igual a 1, possuindo, assim, a mesma velocidade do som.

Isto mostra a importância da tubeira ter uma seção divergente – sem ela, o escoamento nunca seria maior do que a velocidade do som. (NAKKA, 2015).

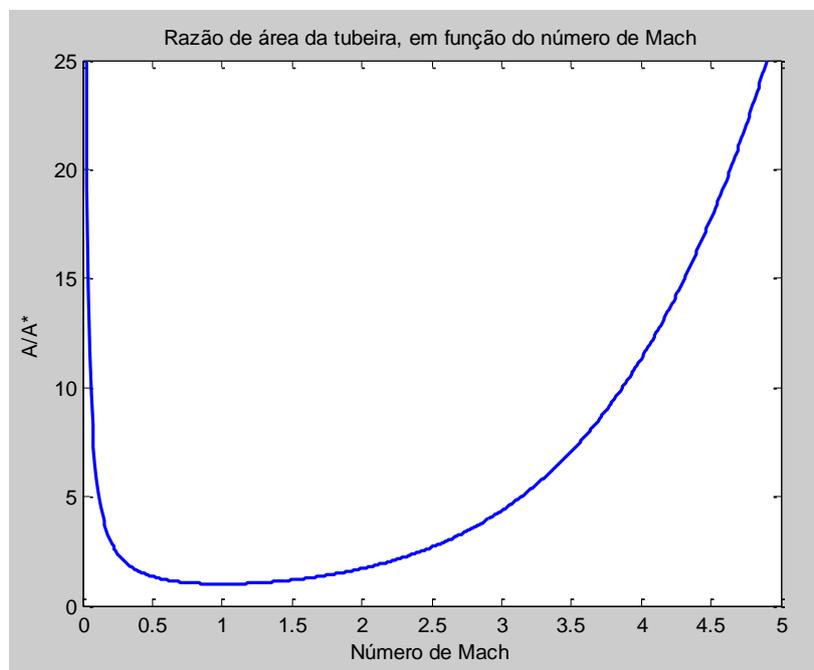


Figura 4– Razão entre áreas versus o número de Mach, mostrando a necessidade de seções divergentes para obter altas velocidades de exaustão. Fonte: O autor (2017).

2.6 TEORIA BÁSICA DA PROPULSÃO

O impulso total é uma das medidas primárias quando se trata do desempenho do motor junto com os valores para o empuxo médio e empuxo máximo. Ele é definido como sendo a integral do empuxo do motor em relação ao seu tempo de funcionamento, dado pela Equação 2.6.1.

$$I_t = \int_{t_o}^{t_f} F dt \quad (2.6.1)$$

Um motor que possui 10 N de empuxo em 1 segundo possui um impulso total de 10 Ns. Da mesma maneira, um motor que produz 1 N de empuxo em 10 segundos também possuirá 10 Ns de impulso total. O impulso total é um tipo medição onde se consegue obter a mudança em magnitude do vetor quantidade de movimento linear de um corpo, mas que age em diferentes intervalos de tempo. Se dois motores possuírem o mesmo impulso total, isso irá causar a mesma mudança na quantidade de movimento linear, porém, cada um irá agir em intervalos de tempo diferentes. Na prática, o impulso total é caracterizado pela área da curva de empuxo obtida em testes estáticos e é por meio do impulso total que os motores são classificados.

Outra medida, algumas vezes utilizada, é o impulso específico: dividindo-se o impulso total pelo peso do combustível, temos a quantidade de impulso entregue pelo motor por unidade de massa de combustível transportado, como mostra a Equação 2.6.2.

$$I_{sp} = \frac{I_t}{gm_p} \quad (2.6.2)$$

Onde g é a aceleração da gravidade em m/s^2 . O impulso específico é de grande importância, porque dessa maneira é possível medir a eficiência do propelente, já que, quanto maior for o impulso específico, menor será a variação do fluxo de propelente requerido para um dado empuxo e, menor será a quantidade de propelente para uma dada velocidade.

2.7 BALANÇO DE MASSA DOS PRODUTOS DA COMBUSTÃO

A velocidade de geração dos produtos da combustão é formulada pela Equação 2.7.1:

$$\dot{m}_g = A_b \rho_p \dot{r} \quad (2.7.1)$$

Onde A_b , ρ_p e \dot{r} são a área de queima, massa específica e a taxa de queima do grão-propelente, respectivamente. É assumido que os produtos da reação tenham somente a fase gasosa, ignorando as fases líquida e sólida.

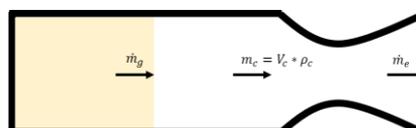


Figura 5 - Produtos da combustão no interior do motor-foguete. Fonte: O autor (2017).

A velocidade com que a massa de gás é armazenada no volume livre do interior do motor-foguete, é dado pela Equação 2.7.2:

$$\frac{dm_c}{dt} = \frac{d}{dt} V_c \rho_c = \rho_c \frac{dV_c}{dt} + V_c \frac{d\rho_c}{dt} \quad (2.7.2)$$

Os produtos da reação obtidos via conservação da massa é esquematizado na Figura 5 e mostrado matematicamente na Equação 2.7.3.

$$\dot{m}_g = \frac{dm_c}{dt} + \dot{m}_e \quad (2.7.3)$$

O fluxo de massa que sai pela tubeira pode ser definida matematicamente como um produto da pressão interna do motor-foguete em regime permanente:

$$\dot{m}_e = \frac{P_c A_t}{C^*} \quad (2.7.4)$$

E C^* é a velocidade característica e pode ser calculado teoricamente em função da razão entre calores específicos γ , constante dos gases ideais R , temperatura adiabática da câmara T_c e da massa molecular \mathcal{M} (SUMMERFIELD, 1959):

$$C^* = \left[\frac{1}{\gamma} \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \left(\frac{RT_c}{\mathcal{M}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.7.5)$$

É possível relacionar C^* com os valores do coeficiente de empuxo C_F e com a velocidade de exaustão v_e . Como o empuxo pode ser obtido pela Equação 2.7.6 e com algumas substituições:

$$F = C_F P_c A_t = \dot{m}_e v_e \quad (2.7.6)$$

$$C_F P_c A_t = \frac{P_c A_t}{C^*} v_e \quad (2.7.7)$$

Isolando C^* :

$$C^* = \frac{v_e}{C_F} \quad (2.7.8)$$

E C_F é obtido com a Equação 2.7.8.

$$C_F = \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} + \left(\frac{P_e}{P_c} - \frac{P_{atm}}{P_c}\right) \left(\frac{A_e}{A_t}\right) \quad (2.7.8)$$

Como em Summerfield (1959, p. 449) observa, C_F é completamente independente da temperatura de combustão T_c e do peso molecular \mathcal{M} . Consequentemente, ele é sensível à qualidade da velocidade de saída de exaustão, mas não da eficiência de combustão; diferentemente de C^* que depende da qualidade de queima do propelente, mas é indiferente da qualidade de saída da exaustão.

Por fim, v_e pode ser calculado experimentalmente tendo em mãos o impulso total e a massa de propelente ejetada com a Equação 2.7.9.

$$v_e = I_{sp} g = \frac{I_t}{m_p} \quad (2.7.9)$$

3. METODOLOGIA

3.1 RESOLVENDO NUMERICAMENTE O COEFICIENTE DE EMPUXO

Seguindo os passos de James (1963, p. 14) para calcular o coeficiente de empuxo, algumas manipulações algébricas com fórmulas conhecidas da teoria de propulsão de foguetes são necessárias, tendo como objetivo obter uma função da razão entre a pressão na saída da tubeira e a pressão na câmara, possibilitando resolvê-la com algum método numérico como o método de Newton-Raphson. Os valores de ε , γ e P_{atm} são valores conhecidos. O valor das razões entre as pressões, P_e/P_c é uma incógnita que precisa ser encontrada, o valor de C_F varia de acordo com a pressão. Para uma razão entre áreas conhecidas:

$$\frac{A_e}{A_t} = \frac{\left(\frac{\gamma-1}{2}\right)^{1/2} \left(\frac{2}{\gamma-1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}}{\left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{1/\gamma} \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]^{1/2}} \quad (3.1.1)$$

Com o objetivo de facilitar as manipulações algébricas, partes da Equação 3.1.1 são colocadas nas constantes C_1 (Equação 3.1.2), C_2 (Equação 3.1.3) e C_3 (Equação 3.1.4).

$$C_1 = \left(\frac{\gamma-1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2}{\gamma-1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (3.1.2)$$

$$C_2 = \frac{1}{\gamma} \quad (3.1.3)$$

$$C_3 = \frac{\gamma-1}{\gamma} \quad (3.1.4)$$

A razão entre a pressão na saída da tubeira e a pressão na câmara de combustão é dada na Equação 3.1.5 e a razão entre a área de saída da tubeira e área de garganta é colocada na Equação 3.1.6.

$$x = \frac{P_e}{P_c} \quad (3.1.5)$$

$$\varepsilon = \frac{A_e}{A_t} \quad (3.1.6)$$

Fazendo as devidas substituições, a Equação 3.1.1, ela se torna:

$$\varepsilon = \frac{C_1}{x^{C_2}(1 - x^{C_3})^{1/2}} \quad (3.1.7)$$

E rearranjando:

$$x^{2C_2} - x^{(2C_2+C_3)} = \left(\frac{C_1}{\varepsilon}\right)^2 \quad (3.1.8)$$

Ou

$$x^i - x^j = k \quad (3.1.9)$$

Onde:

$$k = \left(\frac{C_1}{\varepsilon}\right)^2 = \frac{1}{\varepsilon^2} \left(\frac{\gamma - 1}{2}\right) \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \quad (3.1.10)$$

$$i = 2C_2 = \frac{2}{\gamma} \quad (3.1.11)$$

$$j = 2C_2 + C_3 = \frac{2}{\gamma} + \frac{\gamma - 1}{2} = \frac{\gamma + 1}{\gamma} \quad (3.1.12)$$

Por fim, é obtido uma Equação onde os valores de “i”, “j” e “k” são conhecidos e com o valo de x desconhecido. Para isso é utilizado algum algoritmo computacional numérico com o objetivo de encontrar a raiz de $f(x)$ da Equação 3.1.13.

$$f(x) = x^i - x^j - k \quad (3.1.13)$$

O método de Newton-Raphson é uma das maneiras que se tem de obter o valor para a raiz de x da Equação 3.1.13, fazendo a sua derivada (Equação 3.1.14) e utilizando a Equação 3.1.15.

$$f'(x) = ix^{i-1} - jx^{j-1} \quad (3.1.14)$$

$$x_{n+1} = x_n + \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (3.1.15)$$

Portanto, para calcular o coeficiente de descarga, basta substituir os valores na Equação 2.7.8:

$$C_F = \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma - 1} \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \left(1 - (x)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right) + \left(x - \frac{P_{atm}}{P_c}\right) \varepsilon} \quad (3.1.16)$$

3.2 PROCEDIMENTO PARA ESTIMAR A CURVA DE PRESSÃO VERSUS TEMPO

O valor do empuxo varia em função da pressão interna do motor-foguete, como mostra a eq. 3.2.1. O valor do C_F também depende dessa pressão e o valor de A_t é conhecido, da mesma forma que a constante φ , que é o fator de correção do empuxo.

$$F = \varphi C_F A_t P_c \quad (3.2.1)$$

A curva de pressão versus tempo pode ser calculada em função da curva de empuxo experimental, manipulando a Equação 3.2.1 de tal forma que ela se torna:

$$P_i = \frac{F_i}{\varphi C_F A_t} \quad (3.2.2)$$

Onde o subscrito “i” indica a um valor de pressão e empuxo em um determinado instante de tempo. O único problema é que não é possível conhecer de imediato o valor de C_F , já que é uma constante que depende da pressão desconhecida. Por isso, é proposto um método iterativo que aproxima, mediante a um valor inicial, o valor da pressão para aquele valor de empuxo.

O valor da razão entre calores específicos é obtido por meio do programa de misturas ProPEP 3, para diversos valores de pressão e, fazendo um ajuste de curvas, foi obtido uma função $\gamma(P_c)$ que pode ser encontrado no Apêndice A1.

O procedimento para calcular P_i da eq. 3.2.2 é o seguinte:

1. Conhecendo-se previamente os valores para A_t , A_e , φ , P_{atm} e F_i .
2. Estimar uma pressão inicial P_{estm} , como P_{atm} , por exemplo, é um bom começo.
3. Criar uma variável com valor inicial zero para somar o número de iterações entre as etapas de 4 a 8 e estipular um número de iterações máximas.
4. Obter um valor para o $\gamma(P_{estm})$.
5. Calcular o C_F utilizando o procedimento do item 3.1, em função da P_{estm} .
6. Conhecendo-se o valor de F_i , calcular um novo valor para P_i utilizando a eq. 3.2.2.
7. Verificar se $|P_i - P_{estm}| \leq erro$, onde o erro deve ser estipulado previamente. Em caso positivo, guardar o valor de P_i , fazer $P_{estm} = P_i$, zerar o contador e calcular P_{i+1} para o próximo F_{i+1} voltando à etapa n°. 4.
8. Caso $|P_i - P_{estm}| \geq erro$, fazer $P_{estm} = P_i$, somar uma unidade ao contador de iterações e voltar à etapa n°. 4.
9. Se o número de iterações ultrapassar o valor máximo estipulado, fazer P_{estm} igual ao seu valor inicial do procedimento n°.2, zerar o contador e voltar à etapa n°. 4.

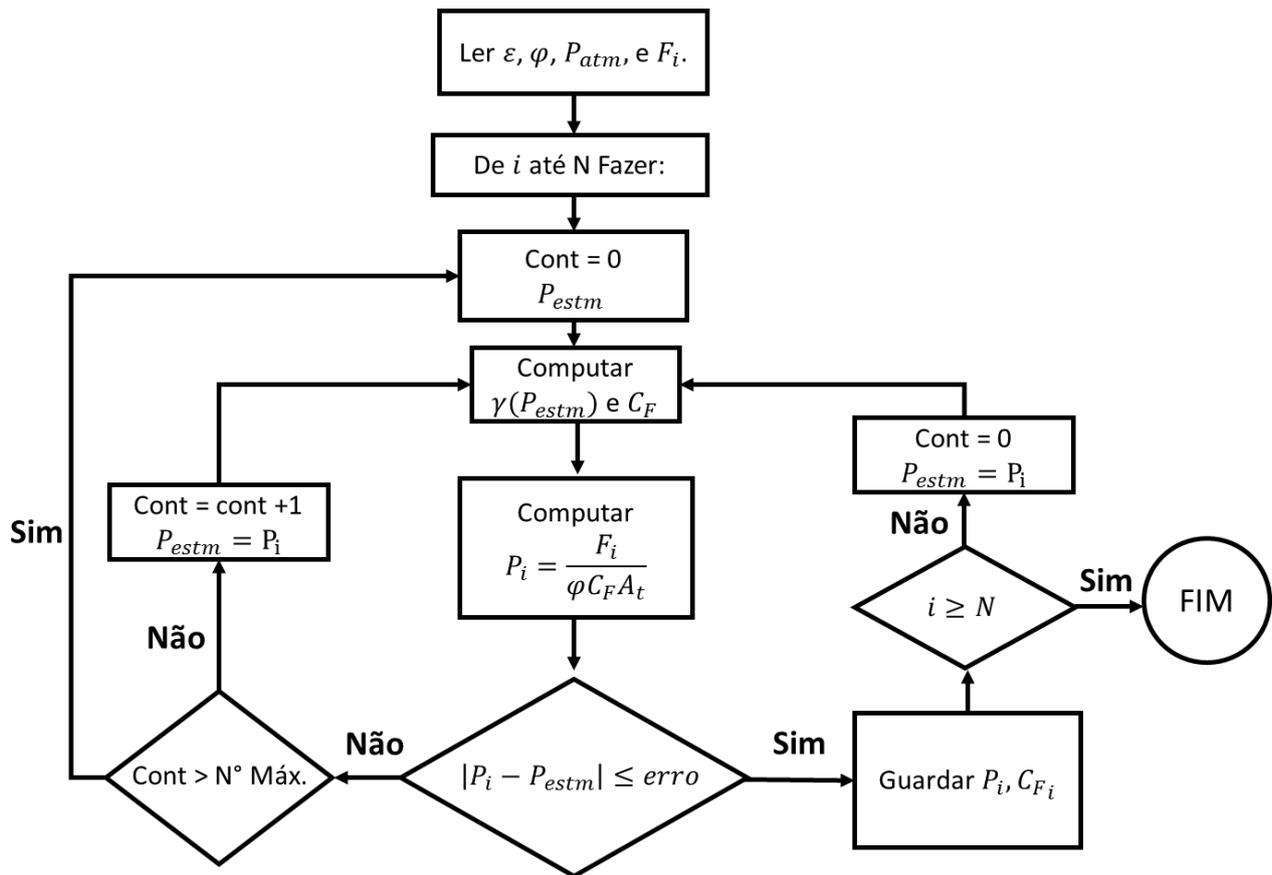


Figura 6 - Fluxograma do procedimento iterativo para se estimar a curva de pressão do motor-foguete. Fonte: Autor

Na Figura 6 encontra-se o fluxograma do procedimento descrito anteriormente e algumas observações são necessárias. O erro deve ser compatível com o número de algarismos significativos do valor do empuxo, caso contrário, a convergência dificilmente ocorrerá. A convergência é rápida, em geral o número máximo de iterações não chega a 10 entre as etapas n°. 4 e 8. Por isso a necessidade de colocar uma condição sobre o número de iterações máxima, pois, por questões práticas, o valor da pressão estimada para o próximo valor de empuxo é o mesmo valor da pressão que convergiu anteriormente, colocando de forma mais clara: $P_{estm} = P_{i-1}$, e isso pode levar a um valor para a razão de calores específicos iguais a cada iteração, fazendo com que o valor do C_F seja sempre o mesmo e isso implica que a condição da etapa n°. 7, $|P_i - P_{estm}| \geq erro$, leve a um loop infinito.

3.3 PROCEDIMENTO PARA ENCONTRAR O FATOR DE CORREÇÃO DE EMPUXO

Como visto no item 3.2, o empuxo poderá corrigido por uma constante φ , caso contrário, o seu valor será superestimado, não representando o fenômeno real.

A constante φ é obtida mediante testes experimentais onde seja possível ter, para um mesmo motor-foguete, tanto a sua curva de empuxo e de pressão versus o tempo. Para obtê-lo é basta manipular a Equação 3.2.1 e substituir o empuxo instantâneo pelo empuxo médio e a pressão instantânea pela pressão média, como está na Equação 3.3.1:

$$\varphi = \frac{F_{med}}{P_{med} C_{F_{med}} A_t} \quad (3.3.1)$$

O $C_{F_{med}}$ é calculado utilizando o procedimento do item 3.1 em função de P_{med} que, por sua vez, é calculado por meio da integral da curva de pressão experimental versus tempo, como na Equação 3.3.2:

$$P_{med} = \frac{\int_{t_0}^{t_f} P_c dt}{(t_f - t_0)} \quad (3.3.2)$$

O empuxo médio é calculado de maneira parecida, por meio da curva de empuxo versus tempo experimental:

$$F_{med} = \frac{\int_{t_0}^{t_f} F dt}{(t_f - t_0)} \quad (3.3.3)$$

É importante observar que o coeficiente de correção de empuxo é uma relação entre a integral da curva de empuxo experimental e a integral do empuxo calculado em função da curva de pressão experimental. Simplificando os valores do tempo total de queima do propelente das Equações 3.3.2 e 3.3.3 na Equação 3.3.1, obtém-se como está mostrado na Equação 3.3.4.

$$\varphi = \frac{\frac{\int_{t_0}^{t_f} F dt}{(t_f - t_0)}}{C_{F_{med}} A_t \frac{\int_{t_0}^{t_f} P_c dt}{(t_f - t_0)}} = \frac{\int_{t_0}^{t_f} F dt}{C_{F_{med}} A_t \int_{t_0}^{t_f} P_c dt} \quad (3.3.4)$$

3.4 PROCEDIMENTO PARA ESTIMAR A TAXA DE QUEIMA DO PROPELENTE

O objetivo dessa etapa é utilizar o balanço de massa com reação química para estimar a sua variação no interior do motor-foguete durante o seu funcionamento, podendo ser possível calcular a taxa de queima do grão-propelente. Em um determinado volume de controle existem certos mecanismos responsáveis pela variação da massa e que podem ser divididos em fluxos ou reações químicas.

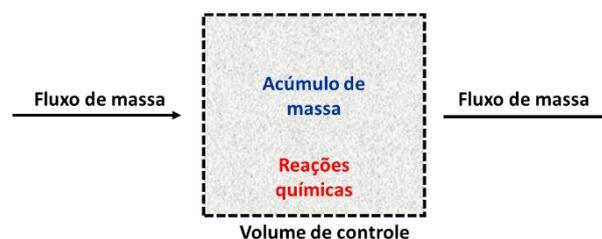


Figura 7 - Diagrama representando o fluxo de massa em um volume de controle genérico.
Fonte: O autor (2017).

O balanço de massa no sistema pode ser resumido como esquematizado abaixo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Acúmulo} \\ \text{de massa} \\ \text{dentro do} \\ \text{volume de} \\ \text{controle} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Entrada de} \\ \text{massa nos} \\ \text{limites do} \\ \text{volume de} \\ \text{controle} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Saída de} \\ \text{massa nos} \\ \text{limites do} \\ \text{volume de} \\ \text{controle} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Massa} \\ \text{gerada por} \\ \text{reações} \\ \text{químicas} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Consumo} \\ \text{de massa} \\ \text{dentro do} \\ \text{volume de} \\ \text{controle} \end{array} \right\}$$

Figura 8 - Equacionando do balanço de massa de um volume de controle genérico.
Fonte: O autor (2017).

No volume de controle em estudo não há acúmulo e nem consumo de massa e, portanto, são desconsiderados da equação.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Acúmulo} \\ \text{de massa} \\ \text{dentro do} \\ \text{volume de} \\ \text{controle} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Entrada de} \\ \text{massa nos} \\ \text{limites do} \\ \text{volume de} \\ \text{controle} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Saída de} \\ \text{massa nos} \\ \text{limites do} \\ \text{volume de} \\ \text{controle} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Massa} \\ \text{gerada por} \\ \text{reações} \\ \text{químicas} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Consumo} \\ \text{de massa} \\ \text{dentro do} \\ \text{volume de} \\ \text{controle} \end{array} \right\}$$

0 0

Figura 9 - Balanço de massa para o volume de controle em estudo: não há acúmulo de massa e nem o seu consumo. Fonte: O autor (2017).

Tal processo é contínuo e é considerado ocorrer em regime permanente ou em estado estacionário.



Figura 10 - Diagrama representando o fluxo de massa do volume de controle considerado, sem o acúmulo de massa e nem o seu consumo. Fonte: O autor (2017).

Desta forma é possível obter uma maneira prática para estimar os valores desconhecidos na Equação de balanço de massas do item 2.7, e ela pode obtida com a Equação 3.4.1:

$$\dot{m}_{in} = \dot{m}_e - \dot{m}_r \quad (3.4.1)$$

É possível medir de forma indireta a massa da reação \dot{m}_r em função da massa que entra \dot{m}_{in} no volume de controle, em unidades SI, utilizando os conceitos químicos de Massa Molar \mathcal{M} e Número de Moles n_m da reação química. Com o programa ProPEP 3, para massas variando de 0,88 a 28,12 gramas, foram obtidos a massa molar e o número de mols com pressões variando de 1 a 7 atm para cada valor de massa, descontando-se a massa de condensado (que não gera pressão no interior do motor-foguete). No Apêndice A5 é possível encontrar com mais detalhe esse procedimento.

Com a massa de gás gerada depende do consumo de propelente, logo é necessário variar, para uma mesma massa, a pressão e repetir o procedimento para outras massas. Assim será possível criar uma

função para a massa molar e para o número de moles por meio de ajustes de curvas que dependerá de duas variáveis: a pressão e a massa de propelente, como mostra a Equação 3.4.2.

$$\dot{m}_r = \mathcal{M}(P_c, \dot{m}_p) n_m(P_c, \dot{m}_p) \quad (3.4.2)$$

A massa que sai \dot{m}_e pode ser obtida diretamente da Equação 2.7.4 em que o índice i , no caso, indica um determinado valor de pressão em um determinado instante de tempo, calculada pela Equação 3.4.3:

$$\dot{m}_e = \frac{P_i A_t}{C^*} \quad (3.4.3)$$

Logo, a massa de gás gerada pode ser calculada pela Equação 3.4.4:

$$\dot{m}_g = \dot{m}_e + \dot{m}_r \quad (3.4.4)$$

Portanto, conhecendo a massa de gás gerada por unidade de tempo e isolando \dot{r} da Equação 3.4.4, chega-se na Equação 3.4.5:

$$\dot{r} = \frac{\dot{m}_g}{A_b \rho_p} \quad (3.4.5)$$

A área de queima irá depender da geometria do grão-propelente. Os formatos mais comuns são o cigarro, tubular e estrela.

Um conceito importante para se calcular a área de queima é conseguir calcular a fração z do propelente que é consumido por unidade de tempo. Essa fração pode ser obtida em função de um fator de forma θ e de uma fração da quantidade de propelente que ainda não foi consumida f , como é dada na Equação 3.4.6:

$$z = (1 - f)(1 + \theta f) \quad (3.4.6)$$

Acontece que essa formulação depende de conhecer o fator de forma do propelente θ , que só pode ser obtido de maneira experimental utilizando conceitos da teoria balística, além de que a variável f perde a sua realidade física para determinados tipos de grão-propelente (STALS, 1975, p. 1).

Por outro lado, a fração z de propelente consumido pode ser calculado como o somatório dos produtos entre os coeficientes geométricos a_i e a distância de regressão r^i , como mostra a Equação 3.4.7:

$$z_i = \sum_{i=1}^j a_i r^i, \quad i = 1, 2, \dots, j \quad (3.4.7)$$

Segundo Stals (1975, p. 2) Equação 3.4.7 possui realidade física para todos os formatos de grãos-propelente e pode prontamente ser usado para considerar gradientes químicos no grão. Desde que um polinômio cúbico em r é o suficiente para definir a maioria dos grãos-propelente, utiliza-se a Equação 3.4.8:

$$z = a_1 r + a_2 r^2 + a_3 r^3 \quad (3.4.8)$$

As constantes a_1 , a_2 e a_3 são obtidas em função da geometria do grão-propelente (Anexos A e B); a variável r é a distância de regressão de superfície do grão-propelente e que, por ser um valor desconhecido, é necessário obter a sua raiz por meio de um método numérico; e o valor de z , trata-se da fração de propelente consumido em um determinado instante de tempo, que pode ser calculado como:

$$z = 1 - \frac{V_b}{V_0} \quad (3.4.9)$$

Onde V_b é o volume de propelente consumido e V_0 é o volume do propelente inicial. Supondo que o propelente possua uma massa específica constante e levando em consideração a velocidade de geração dos produtos da combustão da Equação 3.4.5, podemos assumir que a Equação 3.4.9 pode ser resolvida da seguinte maneira:

$$z = 1 - \frac{V_b}{V_0} \rho_c = 1 - \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}_p} \quad (3.4.10)$$

Logo, a Equação 3.4.8 é rearranjada como:

$$z = 1 - \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}_p} = a_1 r + a_2 r^2 + a_3 r^3 \quad (3.4.11)$$

A área de queima A_z para uma determinada fração de propelente z consumido, pode ser calculada com a Equação 3.4.12, considerando paredes desinibidas e grão tipo cigarro:

$$A_z = \pi(D - 2r)[0,5(D - 2r) + (w - 2r)] \quad (3.4.12)$$

Para paredes inibidas como o mesmo grão, a área de queima é considerada constante e pode ser calculada utilizando a Equação 3.4.13:

$$A_z = 0.25\pi D^2 \quad (3.4.13)$$

O procedimento para se obter a curva de queima em função da pressão está esquematizado no fluxograma da Figura 11, e pode ser resumido como o seguinte:

1. Dados m_p , P_i , A_t , C^* e as funções $\mathcal{M}(P_c, \dot{m}_p)$ e $n_m(P_c, \dot{m}_p)$.
2. Estimar um valor \dot{m}_p inicial e um valor máximo para o *erro*.
3. Calcular \dot{m}_e utilizando a Equação (3.4.3).
4. Obter um valor para \dot{m}_r utilizando a Equação 3.4.2.
5. Calcular um valor para \dot{m}_{in} com a Equação 3.4.1.
6. Verificar se $|\dot{m}_{in} - \dot{m}_p| \leq \text{erro}$, caso negativo, fazer $\dot{m}_p = \dot{m}_{in}$ e voltar à etapa n° 4; caso positivo, fazer $\dot{m}_p = \dot{m}_{in}$ e continuar as etapas seguintes.
7. Obter \dot{m}_g com a Equação 3.4.4.
8. Calcular um novo z com a Equação 3.4.11
9. Utilizar algum método numérico para calcular o valor de r da Equação 3.4.8.
10. Calcular a área de queima A_z em função do r encontrado.
11. Obter o valor para a taxa de queima usando a Equação 3.4.5, guardando o seu valor.
12. Voltar à etapa 3 e repetir o processo.

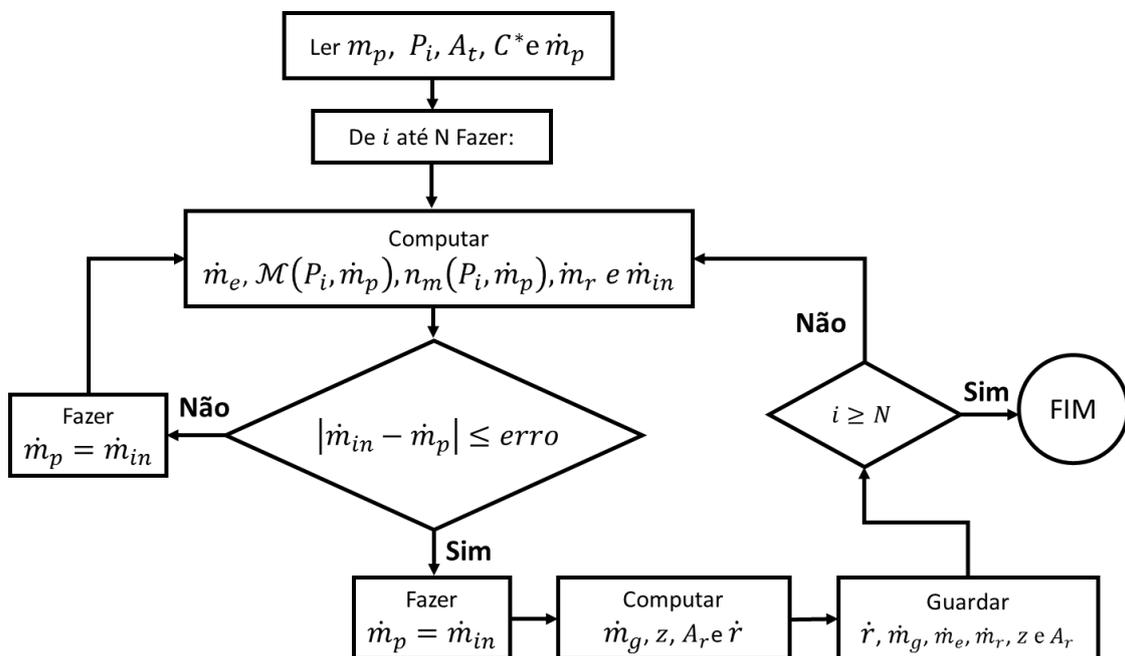


Figura 11 - Fluxograma do procedimento iterativo para se estimar a curva de velocidade de queima do propelente sólido. Fonte: Autor

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Partindo dos procedimentos estudados e discutidos no item 3 desse trabalho, uma primeira análise foi comparar os resultados obtidos experimentalmente da curva de pressão pelo tempo, com os resultados obtidos numericamente em função das curvas de empuxo. Posteriormente foram executados os procedimentos para se obter a taxa de queima. Os procedimentos também foram executados em MTP sem dados experimentais para a pressão, mas somente com dados experimentais de curva de empuxo. Logo, foram analisados a influência da eficiência de empuxo e do percentual de impurezas no propelente.

Todos os cálculos foram feitos utilizando código MATLAB, mas qualquer linguagem de programação poderia servir para os devidos propósitos.

As dimensões e valores de massa dos MTP utilizados nesse estudo, encontram-se no Apêndice B. Devido à ausência do convergente na tubeira, a razão entre áreas é $\varepsilon = 1$.

4.1 COMPARAÇÃO ENTRE CURVAS DE PRESSÃO EXPERIMENTAIS E ESTIMADAS

Por meio dos testes estáticos do dia 04 de junho de 2015, foram calculadas numericamente as curvas de pressão versus tempo em função da curva de empuxo utilizando o procedimento do item 3.2 e, comparadas com os valores de pressão versus tempo medidas pelo manômetro. Os significados dos indicadores são nas tabelas são:

- P_{máx}: Pressão máxima.
- P_{med}: Pressão média.
- IntP: Integral da curva de pressão.
- fm: Fluxo de massa.
- C*: Velocidade característica.

Nas Tabela de 1 a 4 são feitas as comparações entre os resultados obtidos da curva de pressão experimental com o calculado numericamente utilizando o procedimento do item 3.2. Observa-se que os indicadores da pressão média e velocidade característica são os que possuem os menores erros percentuais. Isso é explicado pelo fato do coeficiente de correção do empuxo, como mostrado no item 3.3, ser obtido utilizando-se tanto a pressão média como o empuxo médio e o valor de C* é calculado utilizando a Equação 2.7.8 do item 2.7 em função do C_F que por sua vez é obtido em função da pressão média.

Tabela 1 - Principais valores comparando o resultado experimental com o calculado do MTP-08.

MTP-08			
Procedimento	Experimental	Calculado	Erro (%)
P _{máx} (bar)	4,8250	4,6439	3,753%
P _{med} (bar)	3,6174	3,6142	0,088%
IntP (bar)	53,381	49,659	6,974%
fm (g/s)	14,502	15,575	-7,401%
C* (m/s)	937,1933	937,6182	-0,045%

Tabela 2 - Principais valores comparando o resultado experimental com o calculado do MTP-09.

MTP-09			
Procedimento	Experimental	Calculado	Erro (%)
P _{máx} (bar)	3,1352	3,2696	-4,287%
P _{med} (bar)	2,7910	2,7886	0,086%
IntP (bar)	40,603	37,241	8,279%
fm (g/s)	14,710	16,024	-8,932%
C* (m/s)	959,3402	959,9361	-0,062%

Tabela 3 - Principais valores comparando o resultado experimental com o calculado do MTP-10.

MTP-10			
Procedimento	Experimental	Calculado	Erro (%)
Pmáx (bar)	2,7559	2,6590	3,517%
Pmed (bar)	2,1167	2,1149	0,082%
IntP (bar)	35,242	34,315	2,632%
fm (g/s)	12,853	13,190	-2,619%
C* (m/s)	1106,5086	1107,4838	-0,088%

Tabela 4 - Principais valores comparando o resultado experimental com o calculado do MTP-11.

MTP-11			
Procedimento	Experimental	Calculado	Erro (%)
Pmáx (bar)	1,2729	1,3289	-4,400%
Pmed (bar)	1,2036	1,2027	0,076%
IntP (bar)	24,457	25,087	-2,578%
fm (g/s)	10,531	10,258	2,587%
C* (m/s)	1870,4332	1865,9022	0,242%

Na Figura 12 é traçada duas linhas de pressão versus tempo do MTP08 onde, a linha em vermelho está referenciando a pressão obtida em função da curva de empuxo experimental e a curva em azul é a pressão experimental medida pelo manômetro. É importante observar que, apesar de ambas as curvas seguirem a mesma tendência, o valor dos pontos de pressão ao longo do tempo faz com que uma curva fique deslocada em relação a outra. Isso acontece pelo fato da célula de carga, um equipamento digital, guardar os valores medidos com uma frequência maior do que o manômetro, que é um equipamento analógico.

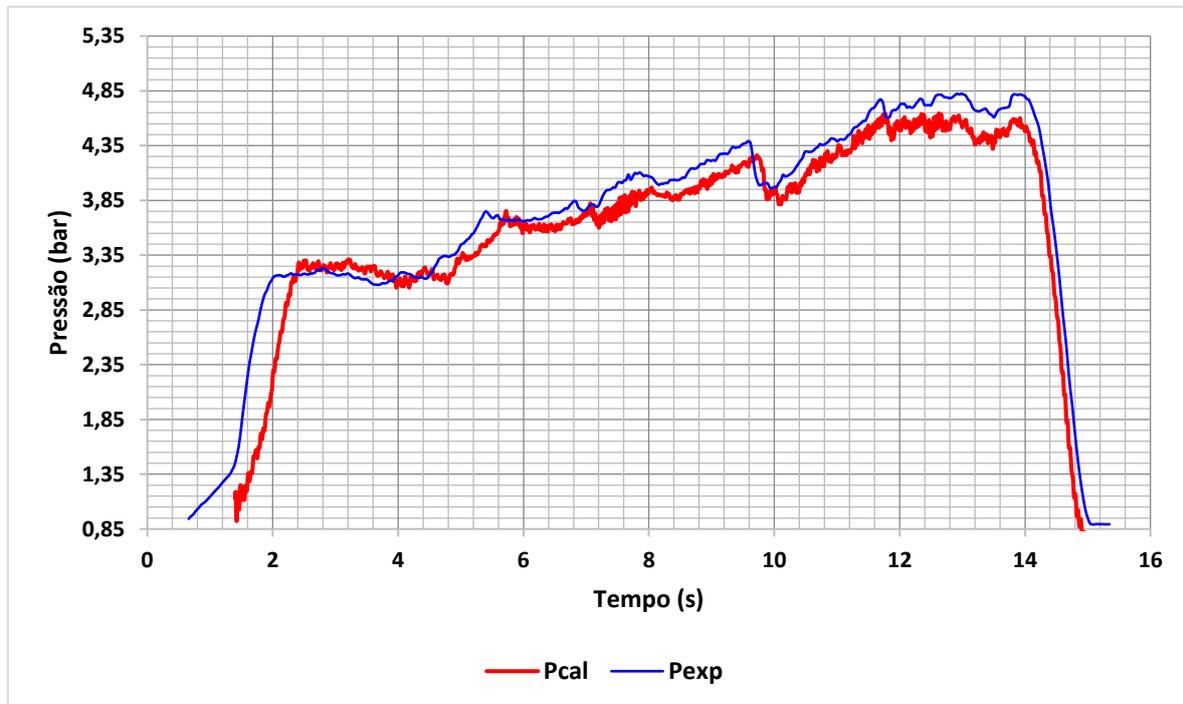


Figura 12 - Comparação entre a curva de pressão vs. tempo experimental (Pexp) e calculada (Pcal) do MTP-08. Fonte: O autor (2017).

Da mesma forma, a Figura 13 mostra o gráfico do MTP09. A linha em vermelho, que indica a pressão calculada pelo procedimento do item 3.2, mostra vários picos de pressão e quedas ao longo do tempo fazendo com que a curva se torne muito oscilatória, principalmente no início onde acontece a pressurização do motor. Diferentemente da curva de pressão experimental em azul onde o manômetro não consegue captar essas oscilações pelo fato já explicado, a frequência de aquisição de dados da célula de carga é maior do que a do manômetro.

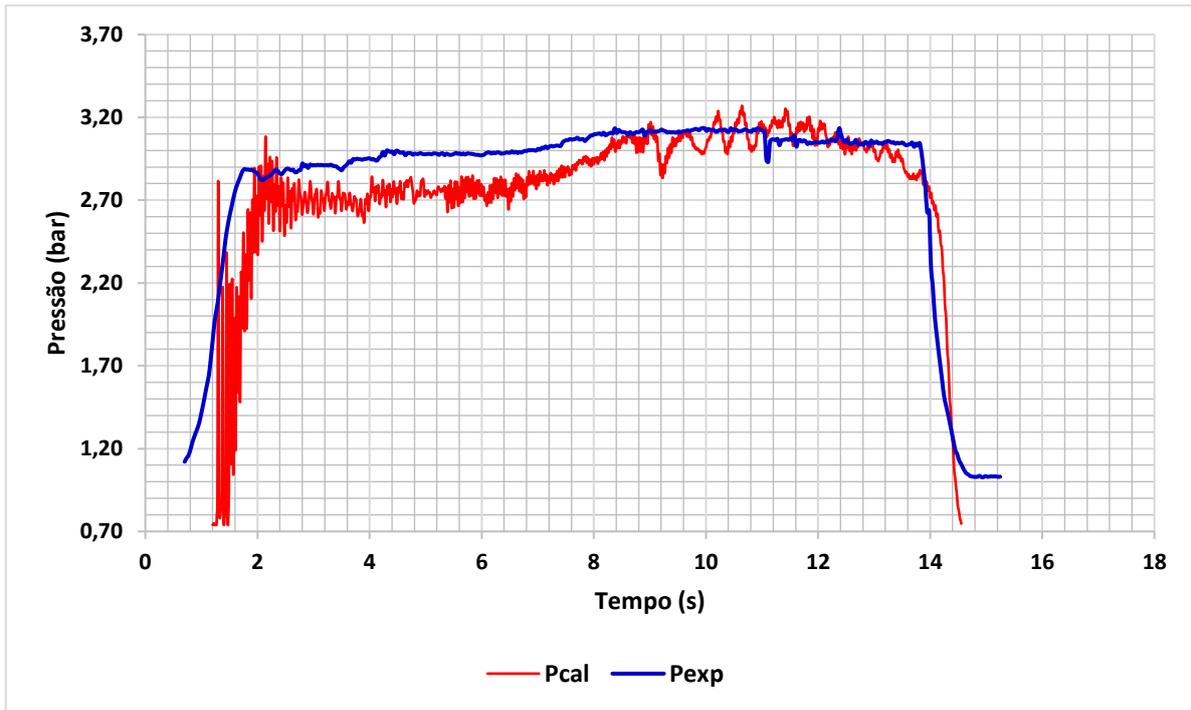


Figura 13 - Comparação entre a curva de pressão vs. tempo experimental (Pexp) e calculada (Pcal) do MTP-09. Fonte: O autor (2017).

A Figura 14 mostra o gráfico do MTP10, é interessante observar que a curva de pressão calculada, em azul, subestima a curva de pressão experimental no momento da pressurização inicial mas superestima quando está no início da depressurização.

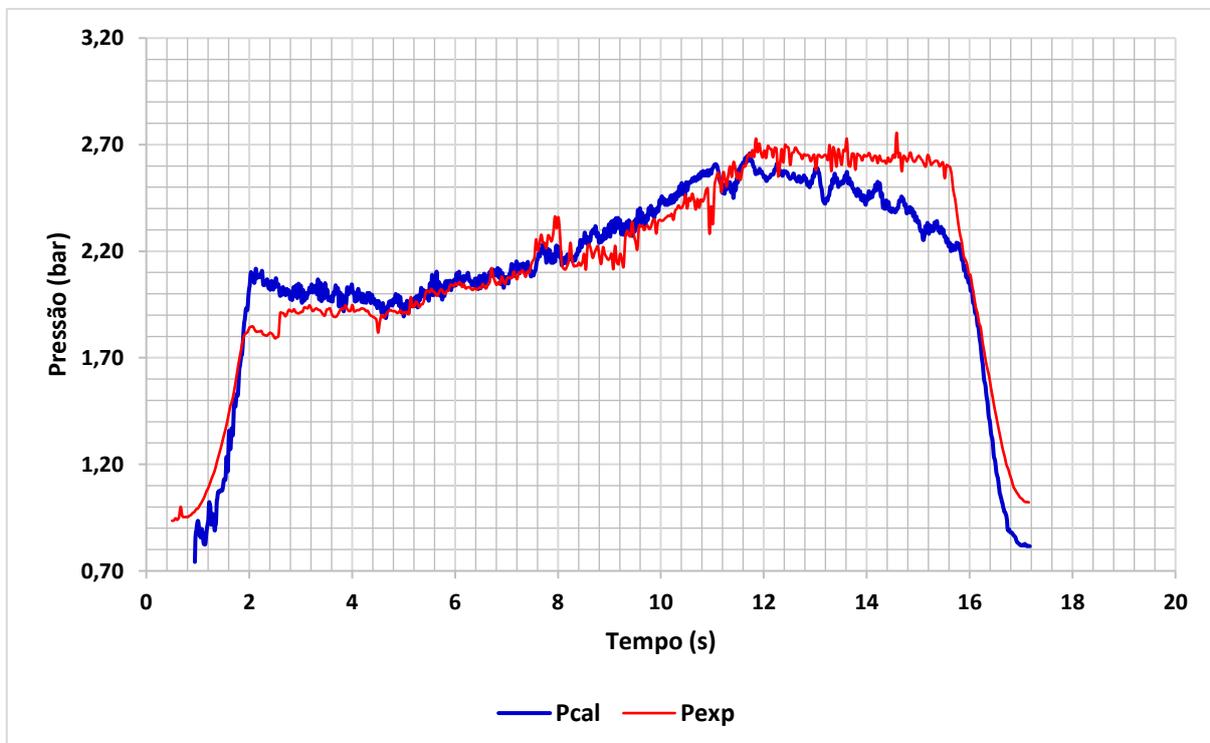


Figura 14 - Comparação entre a curva de pressão vs. tempo experimental (Pexp) e calculada (Pcal) do MTP-10. Fonte: O autor (2017).

O último motor analisado dos testes de 4 de junho de 2015 é MTP11, onde o gráfico encontra-se mostrado na Figura 15. Além da acentuada oscilação da curva de pressão calculada ao longo do tempo, é observado que a depressurização do respectivo MTP é mais clara na curva de pressão experimental, em azul, do que na curva de pressão calculada.

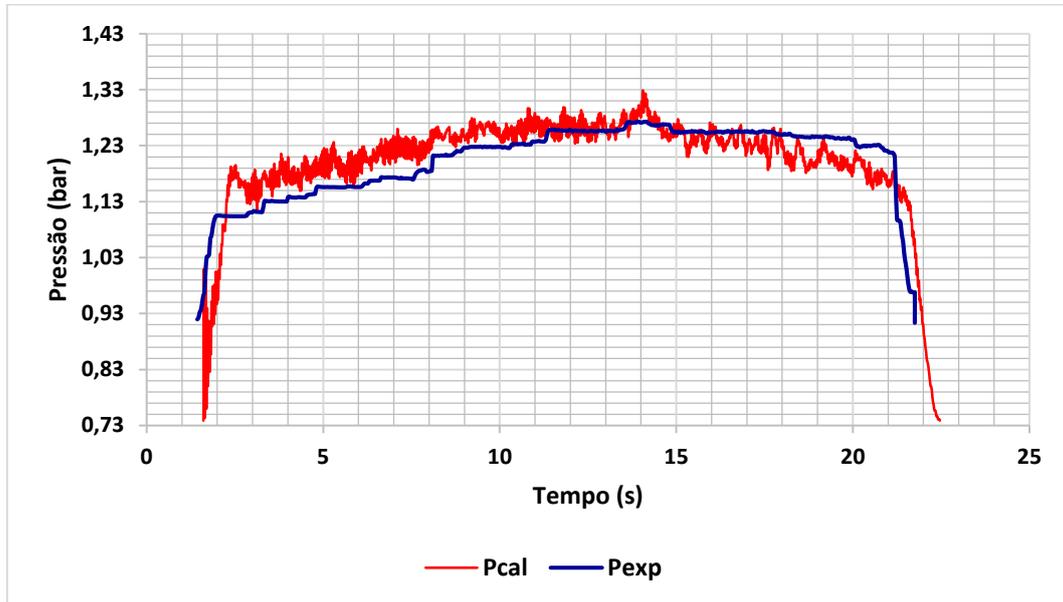


Figura 15 - Comparação entre a curva de pressão vs. tempo experimental (Pexp) e calculada (Pcal) do MTP-11. Fonte: O autor (2017).

Nas Figuras 16, 17 e 18 estão os resultados gráficos para os MTP dos testes estáticos realizados no dia 11 de julho de 2015. Segue os seus respectivos resultados numéricos resumidos nas Tabelas 5, 6 e 7.

Tabela 5 - Principais valores comparando o resultado experimental com o calculado do MTP-06.

MTP-06			
Procedimento	Experimental	Calculado	Erro (%)
Pmáx (bar)	9,9601	10,4427	-4,8457%
Pmed (bar)	8,0007	7,9918	0,1111%
IntP (bar)	73,413	80,837	-10,113%
fm (g/s)	23,324	21,159	9,285%
C* (m/s)	855,6286	855,8211	-0,0225%

Tabela 6 - Principais valores comparando o resultado experimental com o calculado do MTP-07.

MTP-07			
Procedimento	Experimental	Calculado	Erro (%)
Pmáx (bar)	10,2403	10,1458	0,923%
Pmed (bar)	8,2330	8,2238	0,1121%
IntP (bar)	86,258	85,569	0,800%
fm (g/s)	20,427	20,569	-0,693%
C* (m/s)	840,0382	840,2231	-0,0220%

Tabela 7 - Principais valores comparando o resultado experimental com o calculado do MTP-08.

MTP-08			
Procedimento	Experimental	Calculado	Erro (%)
Pmáx (bar)	6,3035	6,4059	-1,625%
Pmed (bar)	5,0706	5,0649	0,1135%
IntP (bar)	61,416	62,095	-1,106%
fm (g/s)	17,669	17,456	1,206%
C* (m/s)	866,1713	866,5062	-0,0387%

A mesma conclusão observada nos resultados dos testes do dia 04 de junho de 2015 é observada: os indicadores da pressão média e velocidade característica são os que possuem os menores erros percentuais.

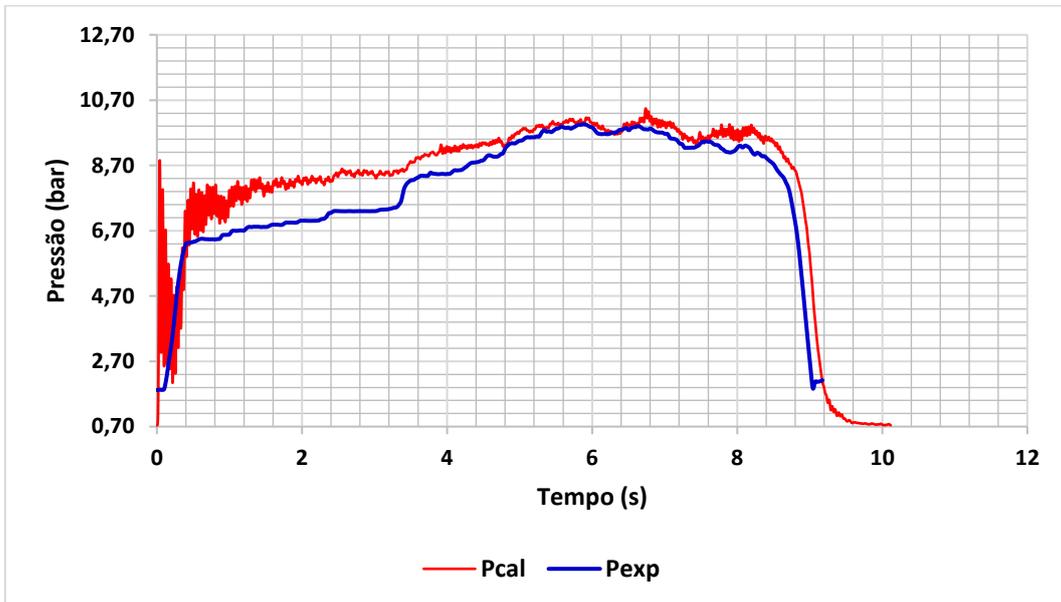


Figura 16 - Comparação entre a curva de pressão vs. tempo experimental (Pexp) e calculada (Pcal) do MTP-06. Fonte: O autor (2017).

Nas curvas traçadas na Figura 16, observa-se claramente que a curva de pressão calculada superestima os valores de pressão experimental, apesar de ter sido aplicado o coeficiente de correção de empuxo. Isso reflete nos resultados mostrados na Tabela 5, onde o erro percentual do indicador da integral pressão está com 10,11% enquanto os MTP 7 e 8 mostrados nas Tabelas 6 e 7 estão com erros percentuais de 0,8% e -1,1%. Por outro lado, nas Figuras 17 e 18, constata-se que a curva de empuxo calculada consegue prever na maior parte do tempo a linha de tendência da curva de pressão experimental.

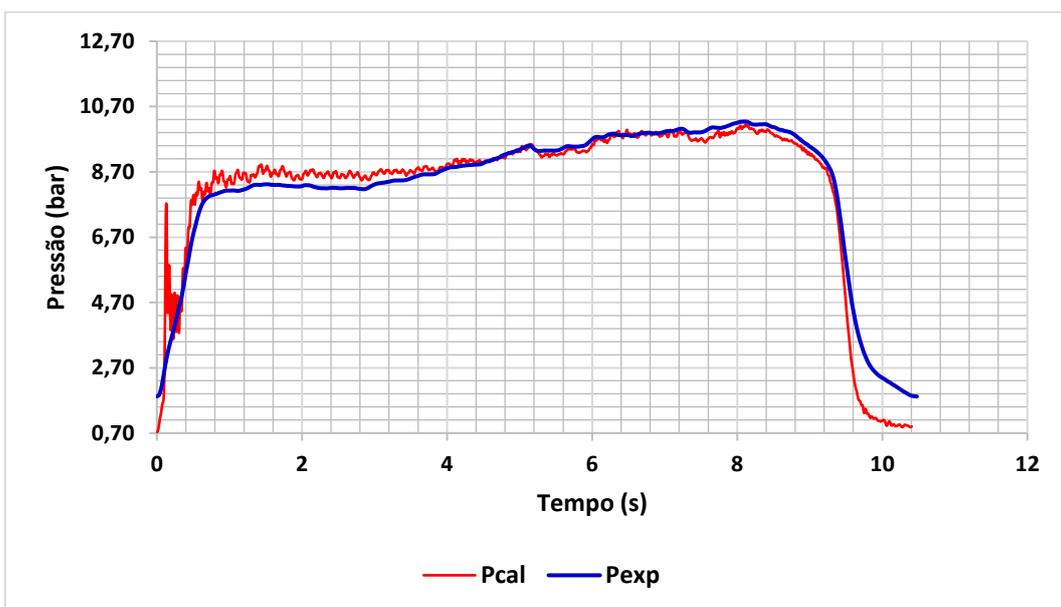


Figura 17 - Comparação entre a curva de pressão vs. tempo experimental (Pexp) e calculada (Pcal) do MTP-07. Fonte: O autor (2017).

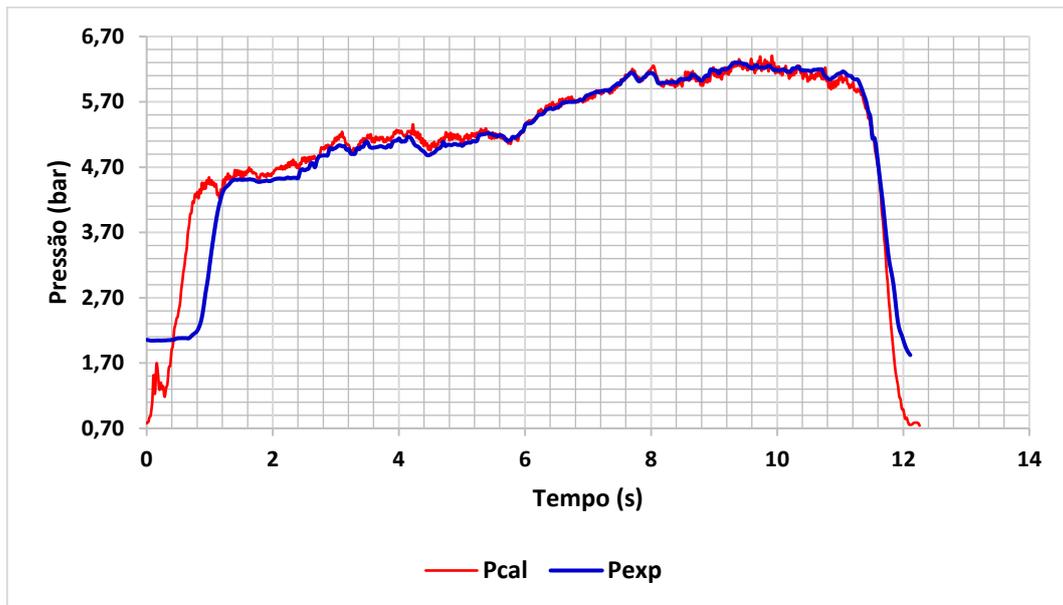


Figura 18 - Comparação entre a curva de pressão vs. tempo experimental (Pexp) e calculada (Pcal) do MTP-08. Fonte: O autor (2017).

4.2 RESULTADOS PARA A CURVA DE TAXA DE QUEIMA INSTANTÂNEA

Nesse item são apresentados os principais resultados para a curva de taxa de queima, utilizando o procedimento do item 3.4 dos testes experimentais dos dias 04 de junho de 2015 e 11 de julho de 2015, comparando os valores calculados por meio da curva experimental de pressão com os da curva de pressão calculada em função da curva de empuxo experimental. É discutido dois fenômenos que ocorre no momento em que o propelente é queimado: se o grão-propelente é consumido nas bordas em contato com a parede ou se o que é consumido são apenas as faces que estão em contato direto com a chama.

4.2.1 TAXA DE QUEIMA INSTANTÂNEA CONSIDERANDO PAREDES DESINIBIDAS

É necessário explicar algumas considerações utilizadas com relação de como validar a precisão da curva de taxa de queima. Ao se utilizar a Equação: $\dot{r}_{med} = aP_{med}^n$, compara-se com a Equação: $\dot{r}_{med} = Lp/\Delta t$, onde o Lp e Δt é o comprimento e o tempo de queima total do grão-propelente.

No fenômeno real, o valor de Δt não é necessariamente o tempo total de queima medido experimentalmente na curva de empuxo, mas sim, é tido como o valor do tempo onde o motor-foguete começa a despressurizar (Filipovic et al, 2014). A Figura 19 mostra uma curva de pressão versus tempo onde estão marcados vários pontos indicando tempos diferentes ao longo do gráfico. A queima total e a queima efetiva são calculadas pela Equação 4.2.1 e 4.2.2.

$$\dot{r}_{total} = \frac{Lp}{(t_3 - t_1)} \quad (4.2.1)$$

$$\dot{r}_{efet} = \frac{Lp}{(t_2 - t_1)} \quad (4.2.2)$$

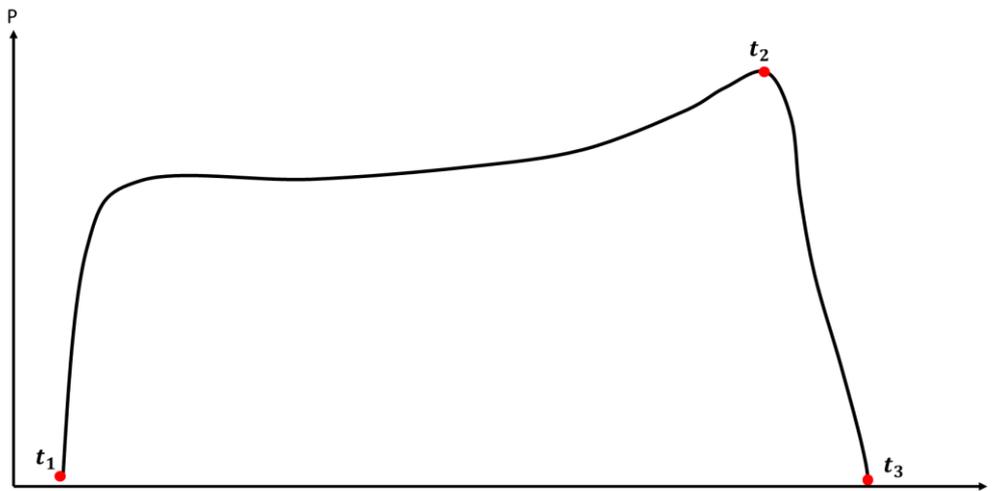


Figura 19 – Intervalos de tempo considerados no cálculo da taxa de queima do propelente para uma curva de pressão genérica. Fonte: O autor (2017).

O t_1 é o início da ignição do propelente; t_2 é quando estima-se que o propelente foi totalmente consumido e o motor-foguete passa a despressurizar pela falta de geração de massa de gás originada da queima do propelente; t_3 é a fase final onde a pressão interna se iguala à pressão externa.

Os indicadores são descritos nas tabelas dessa seção são:

- **P média:** Pressão média;
- **a:** constante da Equação da lei de St. Roberts;
- **n:** expoente da Equação da lei de St. Roberts;
- **r total:** taxa de queima utilizando o tempo total de queima do MTP;
- **r efet.:** taxa de queima efetiva, utilizando o tempo em que se inicia a despressurização do MTP;
- **r(Pexp):** resultado da Equação: $\dot{r}_{med} = aP_{med}^n$, utilizando a pressão média experimental;
- **r (Pcalc):** resultado da Equação: $\dot{r}_{med} = aP_{med}^n$, utilizando a pressão média calculada em função da curva de empuxo experimental;
- **Erro r total/Pexp:** Erro percentual entre “r total” e “r (Pexp)”;
- **Erro r efet./Pexp:** Erro percentual entre “r efet.” e “r (Pexp)”;
- **Erro r total/Pcalc:** Erro percentual entre “r total” e “r (Pcalc)”;
- **Erro r efet./Pcalc:** Erro percentual entre “r efet.” e “r (Pcalc)”;

Nas Tabelas 8 e 9 estão os resultados da curva de velocidade queima do propelente para cada MTP dos testes experimentais realizados no dia 04 de junho de 2015.

Tabela 8 - Resultados da taxa de queima do propelente em função da pressão experimental.

Motores	P média bar	a	n	r total mm/s	r efet. mm/s	r (Pexp) mm/s	Erro r total/Pexp %	Erro r efet./Pexp %
MTP08	3,62	2,3878	0,3632	3,33	3,72	3,81	-14,41%	-2,294%
MTP09	2,79	2,6674	0,3600	3,36	3,72	3,86	-14,88%	-3,815%
MTP10	2,12	2,7228	0,3691	2,86	3,21	3,59	-25,64%	-11,79%
MTP11	1,20	2,6882	0,3738	2,39	2,46	2,88	-20,61%	-17,25%

Tabela 9 - Resultados da taxa de queima do propelente em função da pressão calculadas por meio da curva de empuxo.

Motores	P média bar	a	n	r total mm/s	r efet. mm/s	r (Pcalc) mm/s	Erro r total/Pcalc %	Erro r efet./Pcalc %
MTP08	3,61	2,3989	0,3600	3,58	3,68	3,81	-6,55%	-3,444%
MTP09	2,79	2,6592	0,3631	3,66	3,81	3,86	-5,43%	-1,329%
MTP10	2,11	2,7171	0,3719	2,93	3,24	3,59	-22,39%	-10,66%
MTP11	1,20	2,6866	0,3768	2,33	2,43	2,88	-23,77%	-18,67%

Logo nas Tabelas 10 e 11, estão os resultados da curva de velocidade queima do propelente para cada MTP dos testes experimentais realizados no dia 11 de julho de 2015

Tabela 10 - Resultados da taxa de queima do propelente em função da pressão experimental.

Motores	P média bar	a	n	r total mm/s	r efet. mm/s	r (Pexp) mm/s	Erro r total/Pexp %	Erro r efet./Pexp %
MTP06	8,00	1,9955	0,3634	5,29	5,58	4,25	19,74%	23,89%
MTP07	8,23	2,1719	0,3582	4,64	5,16	4,62	0,31%	10,46%
MTP08	5,07	2,5115	0,3507	4,11	4,28	4,44	-8,07%	-3,592%

Tabela 11 - Resultados da taxa de queima do propelente em função da pressão calculadas por meio da curva de empuxo.

Motores	P média bar	a	n	r total mm/s	r efet. mm/s	r (Pcalc) mm/s	Erro r total/Pcalc %	Erro r efet./Pcalc %
MTP06	7,99	1,9360	0,3774	4,80	5,49	4,24	11,66%	22,80%
MTP07	8,22	2,1291	0,3673	4,67	5,18	4,62	1,10%	10,85%
MTP08	5,06	2,4856	0,3568	4,06	4,28	4,43	-9,30%	-3,502%

As Figuras 20 e 21 mostram os gráficos da curva de taxa de queima em função da pressão instantânea. Em vermelho é a curva obtida por meio da pressão computada em função da curva de empuxo experimental. A curva em azul foi obtida em função da curva de pressão experimental. Observa-se que as curvas se sobrepõem umas às outras, indicando mínima diferença entre elas. Os gráficos de curva de queima para outros MTP, podem ser encontrados no Apêndice G.

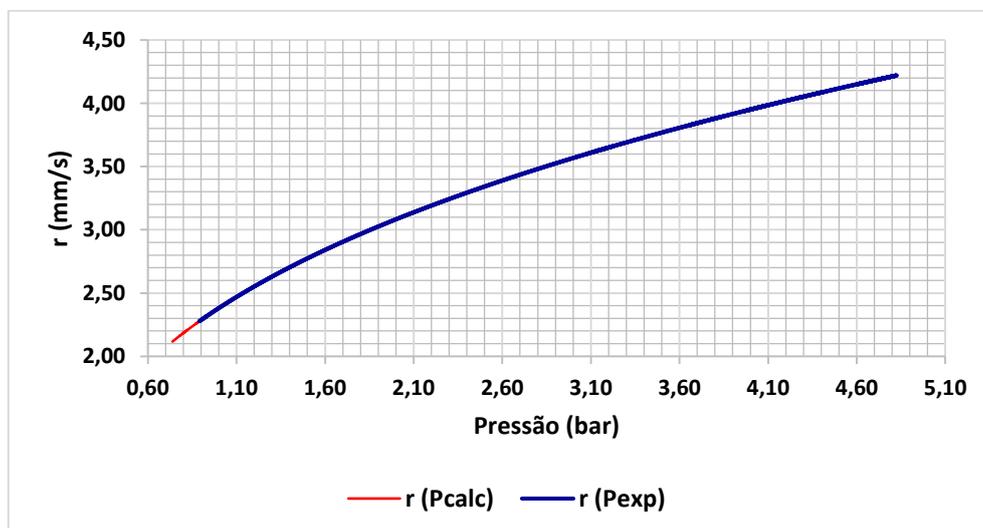


Figura 20 - Curva de taxa de queima do motor MTP-08 do dia 04 de junho de 2015. Fonte: O autor (2017).

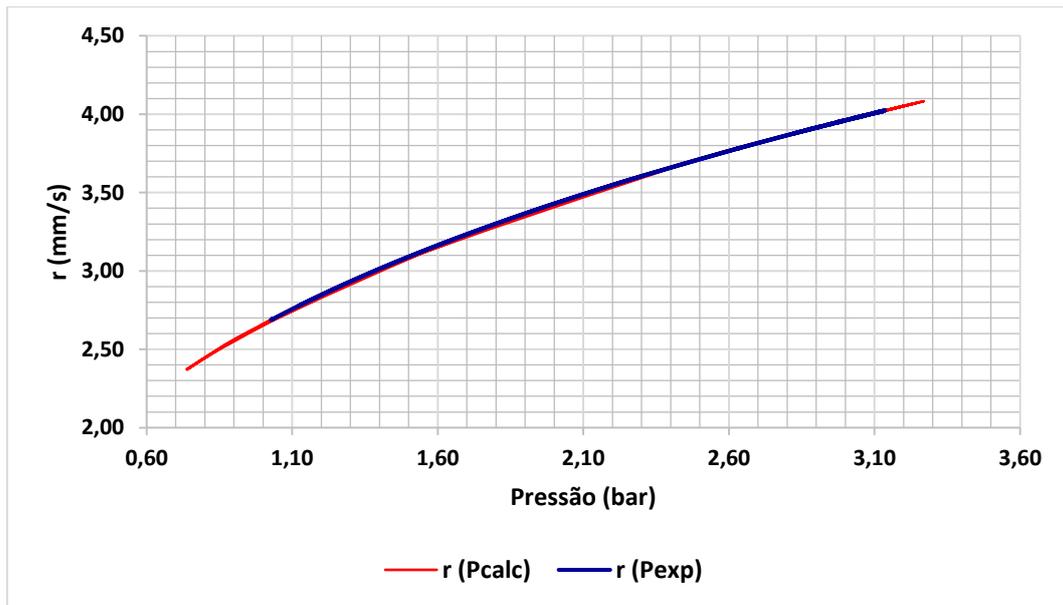


Figura 21 - Curva de taxa de queima do motor MTP-09 do dia 04 de junho de 2015. Fonte: O autor (2017).

4.2.2 TAXA DE QUEIMA INSTANTÂNEA CONSIDERANDO PAREDES INIBIDAS

Em uma primeira análise da taxa de queima do propelente, foi considerado que a área de queima do grão ocorresse de maneira que o mesmo não fosse consumido pelas bordas laterais que está em contato direto com o envelope do motor-foguete. Esse tipo de queima se chama “queima com paredes inibidas” ela é mostrada na Figura 22 na área em amarelo.

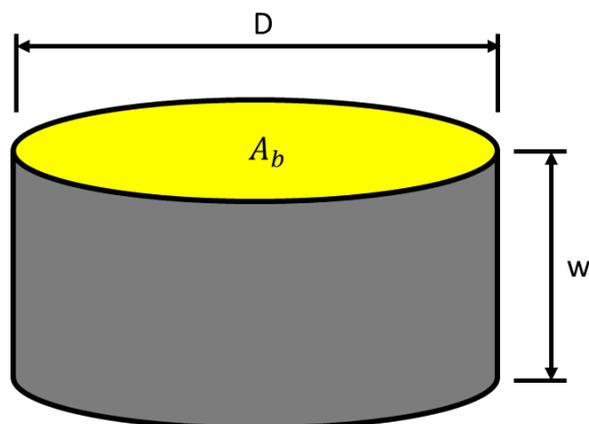


Figura 22 - Área de queima com paredes inibidas. FONTE: O autor (2017).

Como se observa na Tabela 12, apesar dos valores médios para a taxa de queima calculada, $r(P_{exp})$, estar com valores de erros coerentes com aqueles obtidos nos resultados para a taxa de queima com paredes desinibidas, a curva de taxa de queima da Figura 26 mostra um comportamento linear e não exponencial como se esperaria para o tipo de propelente estudado, o KNSu, com valores de $n \cong 1$.

Matematicamente é possível explicar por meio da Equação 3.4.5 como sendo a área de queima para a fração de propelente consumido z como sendo constante ($A_z = 0.25\pi D^2 = constante$), esperando,

assim, um comportamento linear da curva de taxa de queima, onde a sua variação ocorre somente em função da massa de gás gerada.

Tabela 12- Resultados da taxa de queima do propelente utilizando área de queima com paredes inibidas dos testes do dia 4 de junho de 2015

Motores	P média bar	a	n	r total mm/s	r efet. mm/s	r (Pexp) mm/s	Erro r total/Pexp %	Erro r efet./Pexp %
MTP08	3.62	1.0081	0.9935	3.33	3.72	3.62	-8.62%	2.88%
MTP09	2.79	1.3591	0.9935	3.36	3.72	3.77	-12.14%	-1.35%
MTP10	2.12	1.4976	0.9934	2.86	3.21	3.15	-10.36%	1.81%
MTP11	1.20	1.4121	0.9902	2.39	2.46	1.70	28.98%	30.95%

Quando se considera que a queima do grão-propelente ocorre com paredes desinibidas, entende-se como algo que ocorre fisicamente de acordo com a Figura 23: tanto o diâmetro do grão-propelente como o seu comprimento passam a diminuir suas respectivas dimensões em função de um valor de regressão r e com área de queima em amarelo.

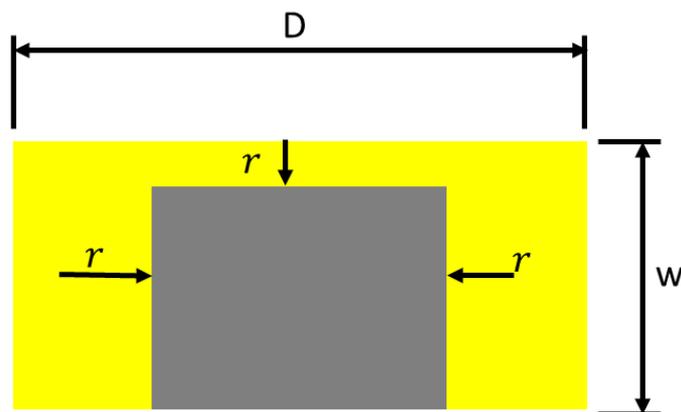


Figura 23 - Área de queima com paredes desinibidas. Fonte: O autor (2017).

Um fenômeno conhecido como queima erosiva seja uma explicação para que a taxa de queima, considerando paredes desinibidas, ter obtido valores coerentes para as constantes a e n . Segundo Sutton e Biblarz (2001, p. 433), a queima erosiva se refere ao aumento da taxa de queima do propelente causada pela elevada velocidade do fluxo dos gases da combustão sobre a superfície de queima do propelente. Idealmente, sem queima erosiva, a área de queima do início ao fim deveria ser constante.

A Figura 24 explica como a área de queima, calculada pela Equação 3.4.12, é estimada: uma determinada espessura de propelente é consumida instantaneamente a partir da parede do envelope do motor-foguete, sendo, instantaneamente, uma queima desinibida com as áreas de queima em amarelo. Outra possibilidade é que a variação da área de queima é tão aleatória que o modelo utilizando queima desinibida esteja mais próximo da realidade do que um modelo de queima com área constante.

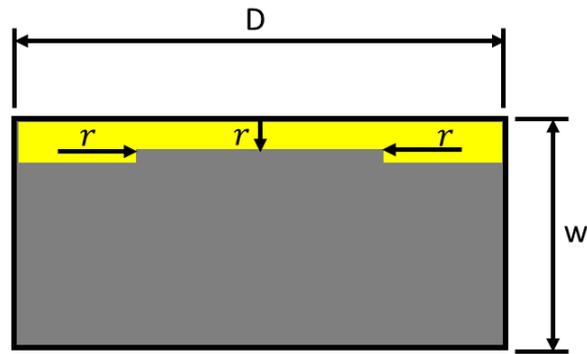


Figura 24 – Área de queima com paredes desinibidas considerando um valor de regressão r instantâneo.
Fonte: O autor (2017).

A Figura 25 mostra um gráfico onde se compara a área de queima versus tempo utilizando o modelo de paredes inibidas e outra de paredes desinibidas. A que utiliza o modelo de paredes desinibidas, possui uma variação da área com o tempo, estando coerente com o fenômeno físico esperado. Já a que utiliza o modelo de paredes inibidas, a variação é constante e seu valor explica o fato da taxa de queima ser mais rápida do que os resultados obtidos experimentalmente.

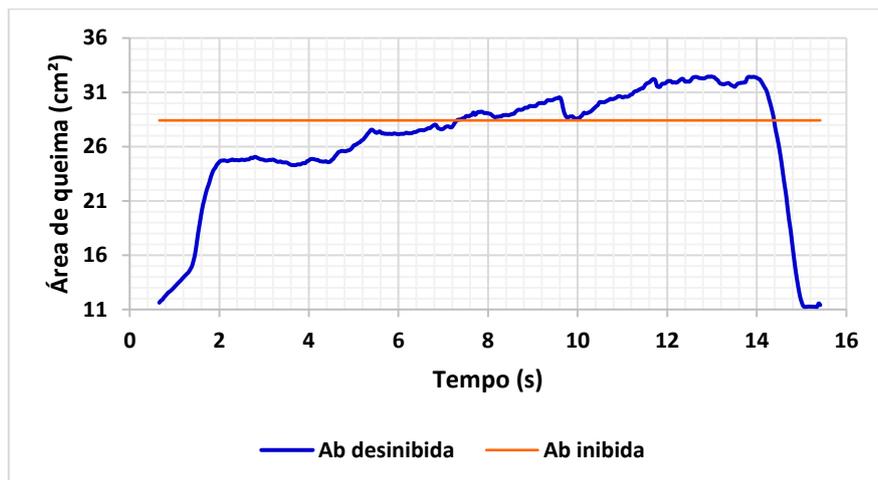


Figura 25 – Gráfico de área de queima versus tempo do MTP-08 do teste estático do dia 4 de junho de 2015.

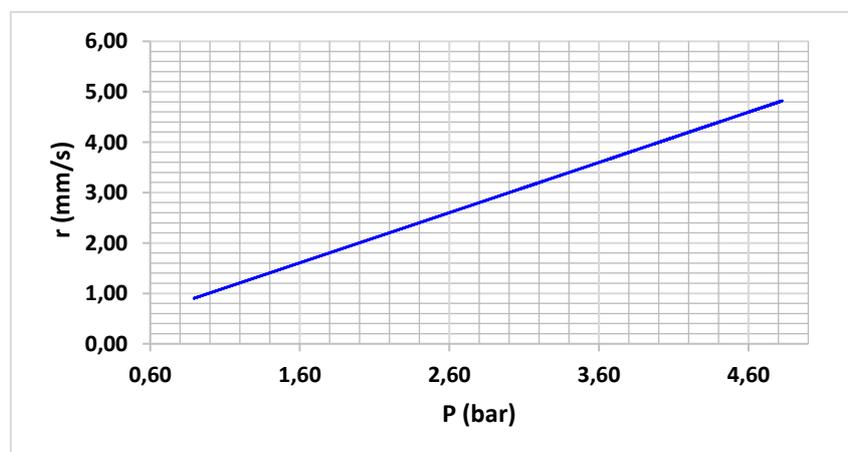


Figura 26 – Curva de taxa de queima do MTP-08, considerando paredes inibidas, do teste estático realizado dia 04 de junho de 2015. Fonte: O autor (2017).

4.3 CURVAS DE PRESSÃO ESTIMADAS

Foram realizados os procedimentos do item 3.2 para se estimar a pressão do interior do MTP utilizando apenas as curvas de empuxo experimentais, ou seja, não houve medição de pressão. Os coeficientes de correção do empuxo utilizados são os mesmos daqueles obtidos nos testes experimentais do dia 04 de junho de 2015 e do dia 11 de julho de 2015.

A Figura 27 compara a curva de pressão estimada para o MTP09 do dia 6 de dezembro de 2014 (linha marrom) com o resultado do dia 4 de junho de 2015 (linha em vermelho).

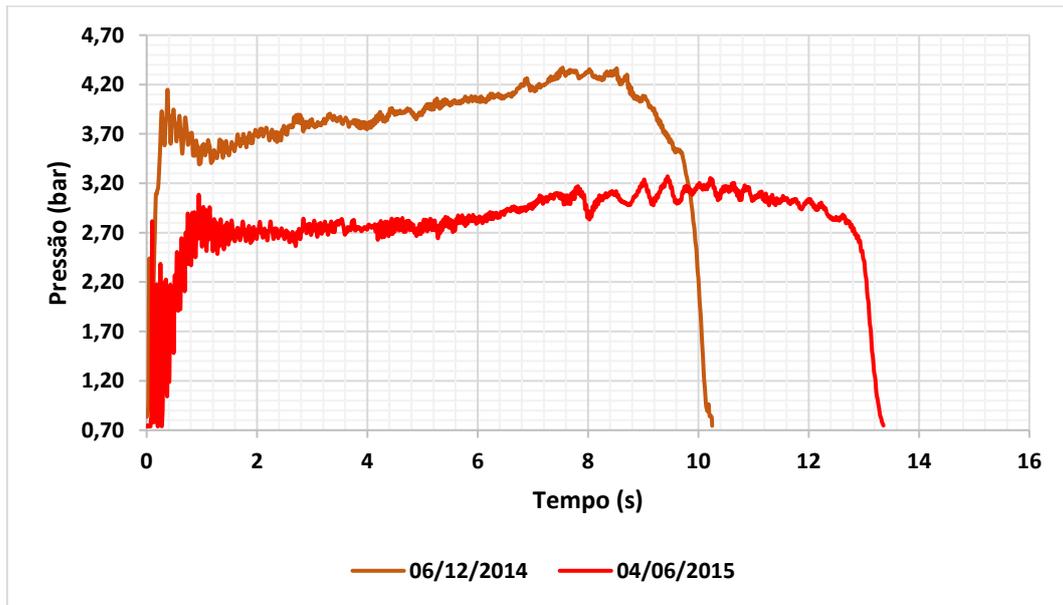


Figura 27 – Curvas de pressão calculadas em função do empuxo experimental do MTP-09. Fonte: O autor (2017).

Já na Figura 28, é traçado a curva de pressão estimada para o MTP10 do dia 6 de dezembro de 2014 (linha marrom) com o resultado do dia 4 de junho de 2015 (linha em vermelho).

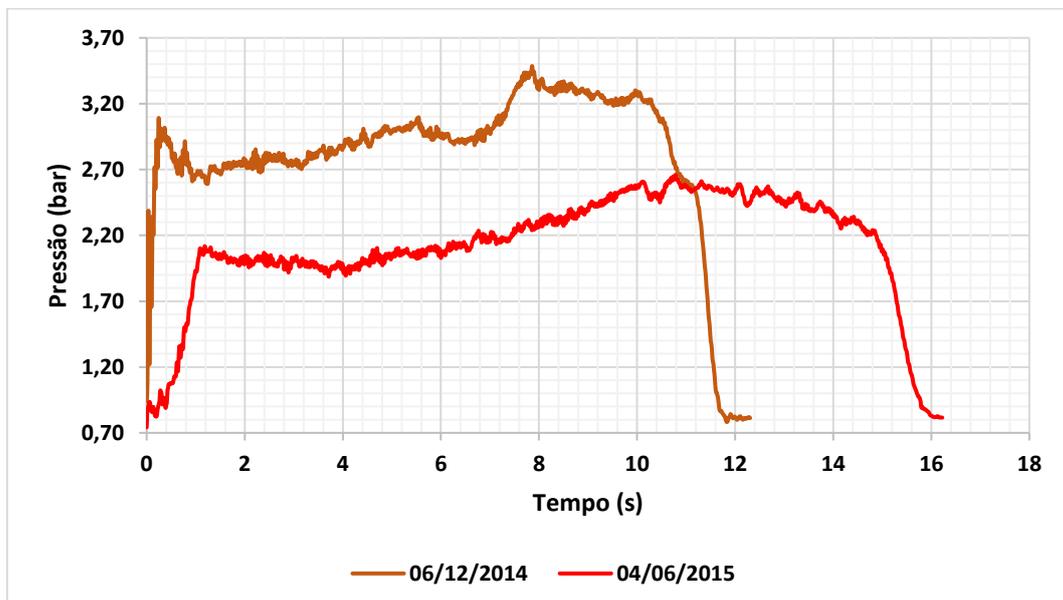


Figura 28 - Curvas de pressão calculadas em função do empuxo experimental do MTP-10. Fonte: O autor (2017).

Da mesma maneira, na Figura 29 para o MTP11, é traçado a curva de pressão estimada do dia 6 de dezembro de 2014 (linha marrom) com o resultado do dia 4 de junho de 2015 (linha em vermelho).

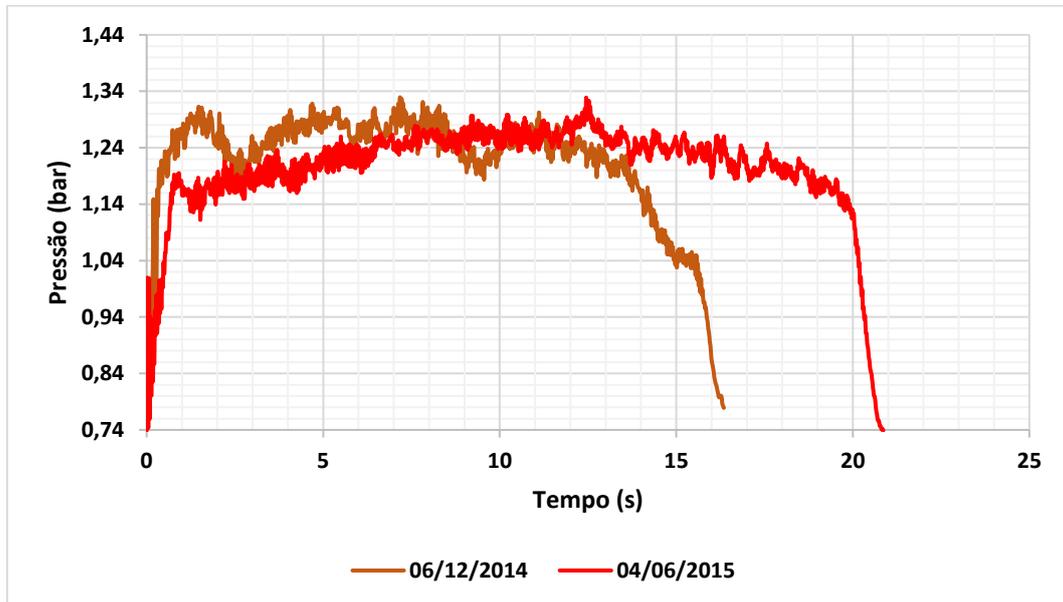


Figura 29 - Curvas de pressão calculadas em função do empuxo experimental do MTP-11. Fonte: O autor (2017).

A Figura 30 mostra o gráfico para o MTP-08 com curvas de pressão versus tempo calculadas em função dos testes de empuxo experimentais executados em diferentes datas. É importante constatar que nessa análise foi aplicado dois valores distintos da correção de empuxo para o teste estático realizado no dia 06 de dezembro de 2016: (1) $\varphi = 69,03\%$; (2) $\varphi = 87,76\%$. O primeiro coeficiente de correção de empuxo se refere ao MTP-08 do dia 11 de julho de 2015 e, o segundo, do dia 04 de junho de 2015 para o mesmo MTP (mesmo diâmetro de garganta). A diferença em se utilizar um coeficiente ou outro é nítida: o de menor valor apresentou valores de pressões maiores ao longo do tempo, enquanto o coeficiente de maior valor apresentou valores de pressões menores.

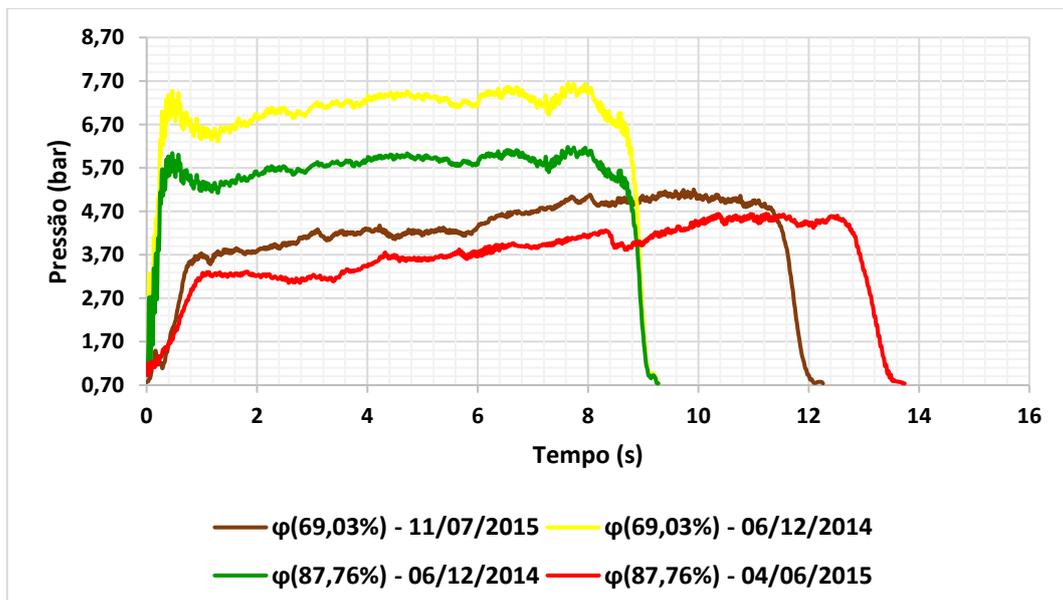


Figura 30 - Curvas de pressão calculadas em função do empuxo experimental do MTP-08. Fonte: O autor (2017).

4.4 RESULTADOS COMPUTADOS PARA MTP-01 (SEM TUBEIRA)

Nos testes estáticos do dia 16 de julho de 2016, foi constatado valores de empuxo para o MTP-01. Dessa maneira, foram realizados os procedimentos do respectivo trabalho para se estimar a pressão instantânea e a taxa de queima do propelente em dois envelopes distintos do MTP: 12 e 13. Os resultados das curvas de pressão versus tempo estão nos gráficos das Figuras 31 e 32. Foi considerado que a pressão de referência para estimar o coeficiente de empuxo como sendo a pressão atmosférica. Os valores de correção de empuxo calculados são: $7,585e-4$ e $1,534e-3$ para os MTP com envelope nº 12 e 13, respectivamente.

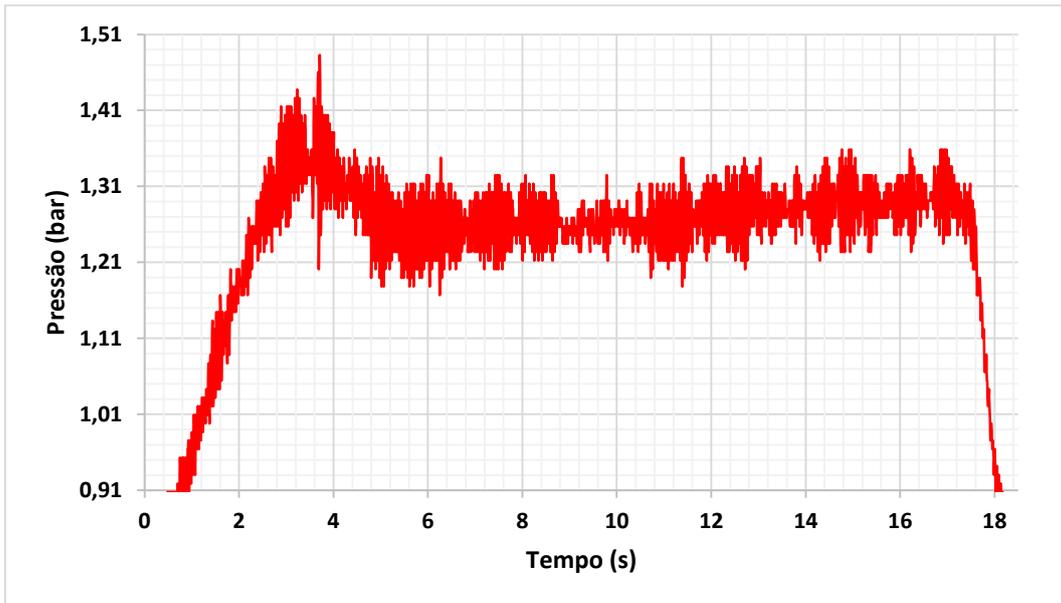


Figura 31 – Curva de pressão versus tempo do MTP-01 (envelope 12) obtida em função da curva de empuxo experimental. Fonte: O autor (2017).

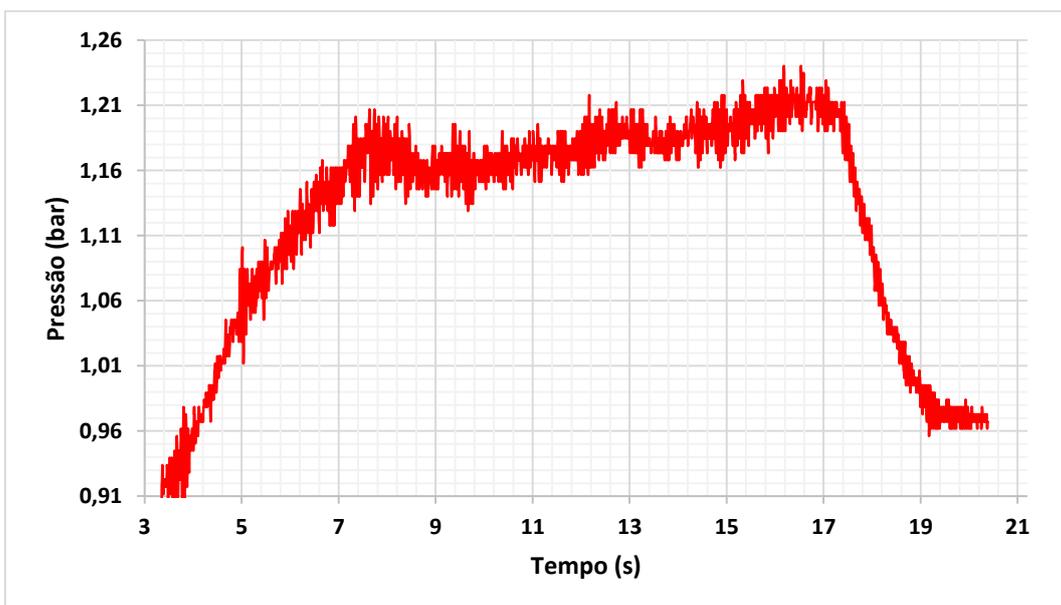


Figura 32 - Curva de pressão versus tempo do MTP-01 (envelope 13) obtida em função da curva de empuxo experimental. Fonte: O autor (2017).

Nas Figuras 33 e 34 estão os resultados da curva de taxa de queima instantânea calculados em função da pressão obtida por meio da curva de empuxo considerando paredes desinibidas. Os valores das constantes da função são: $a = 0,8438$ e $n = 0,5373$ para o MTP-01, envelope 12. Para o envelope 13, tem-se: $a = 1,3977$ e $n = 0,4459$.

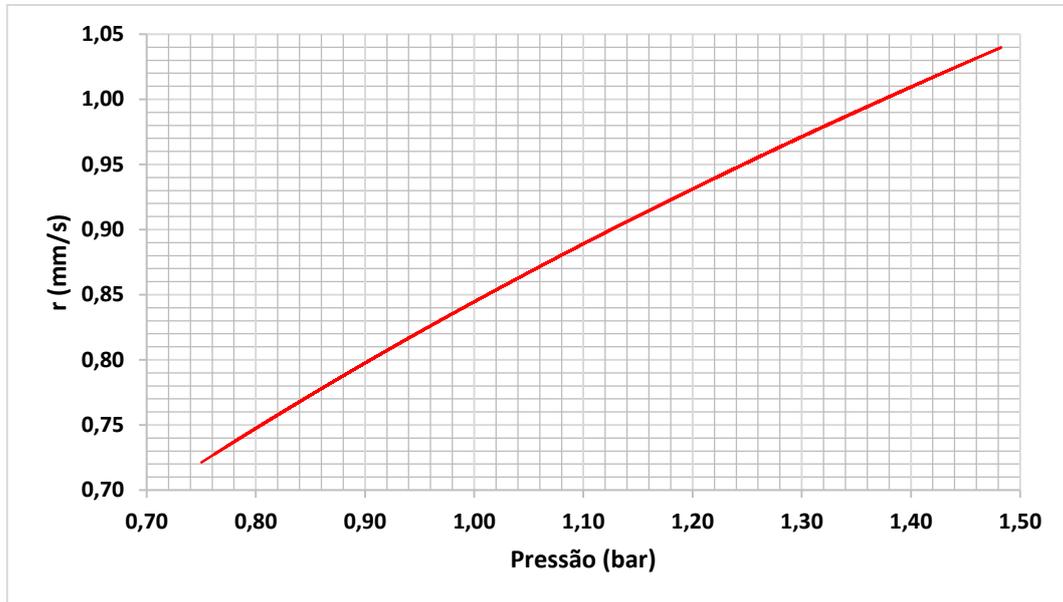


Figura 33 – Curva de taxa de queima para o motor MTP-01 (envelope 12). Fonte: O autor (2017).

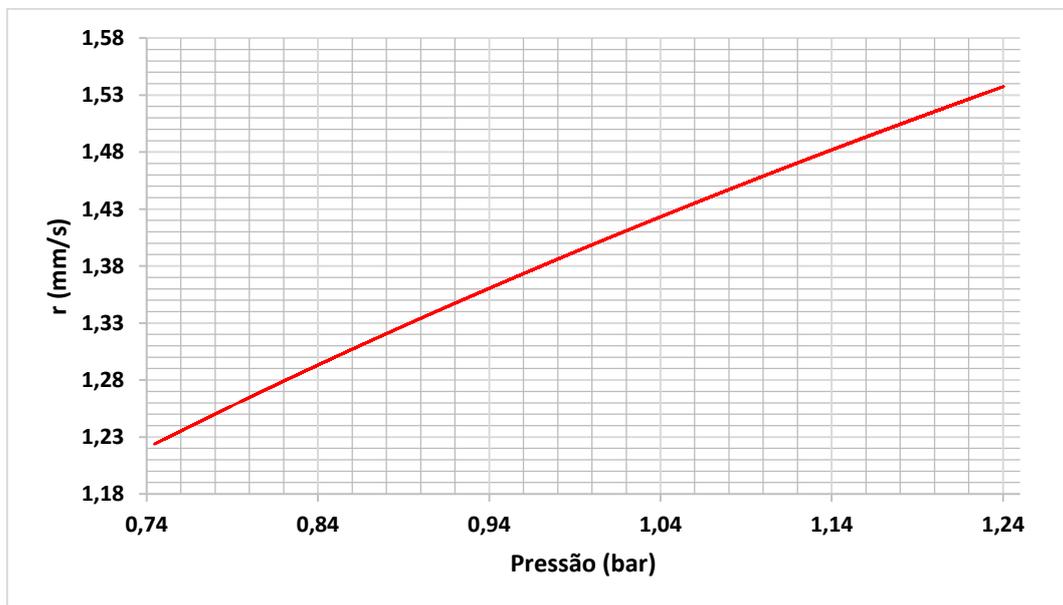


Figura 34 - Curva de taxa de queima para o motor MTP-01 (envelope 13). Fonte: O autor (2017).

4.5 O EFEITO DA EFICIÊNCIA DE EMPUXO

Durante esse estudo foi constatado que os resultados da curva de pressão estimados em função da curva de empuxo experimental, subestimavam os valores experimentais. Isso ocorre pelo fato do empuxo não ser necessariamente diretamente proporcional à pressão, necessitando de uma correção. Com o

procedimento do item 3.3 e considerando os valores experimentais da pressão, obteve-se um coeficiente de correção para cada diâmetro de garganta dos MTP disponíveis com curva de pressão experimental.

Na Tabela 13 está mostrado os valores percentuais dos respectivos coeficientes para os MTP de 8 a 11 dos testes estáticos do dia 4 de junho de 2015.

Tabela 13 - Valores medidos da eficiência de empuxo para cada valor de diâmetro de garganta dos testes estáticos realizados no dia 4 de junho de 2015.

MTP	Dg (mm)	φ
8	5,94	88%
9	7,00	85%
10	8,00	75%
11	9,98	72%

Tendo seguido o mesmo procedimento, na Tabela 14 está mostrado os valores percentuais dos respectivos coeficientes para os MTP de 6 a 8 dos testes estáticos do dia 11 de julho de 2015.

Tabela 14 - Valores medidos da eficiência de empuxo para cada valor de diâmetro dos testes estáticos realizados no dia 11 de julho de 2015.

MTP	Dg (mm)	φ
6	4,45	99%
7	4,96	76%
8	5,94	69%

Utilizando os dados da Tabela 13, foi desenhado o gráfico do coeficiente de empuxo versus diâmetro de garganta do MTP, mostrado na Figura 35.

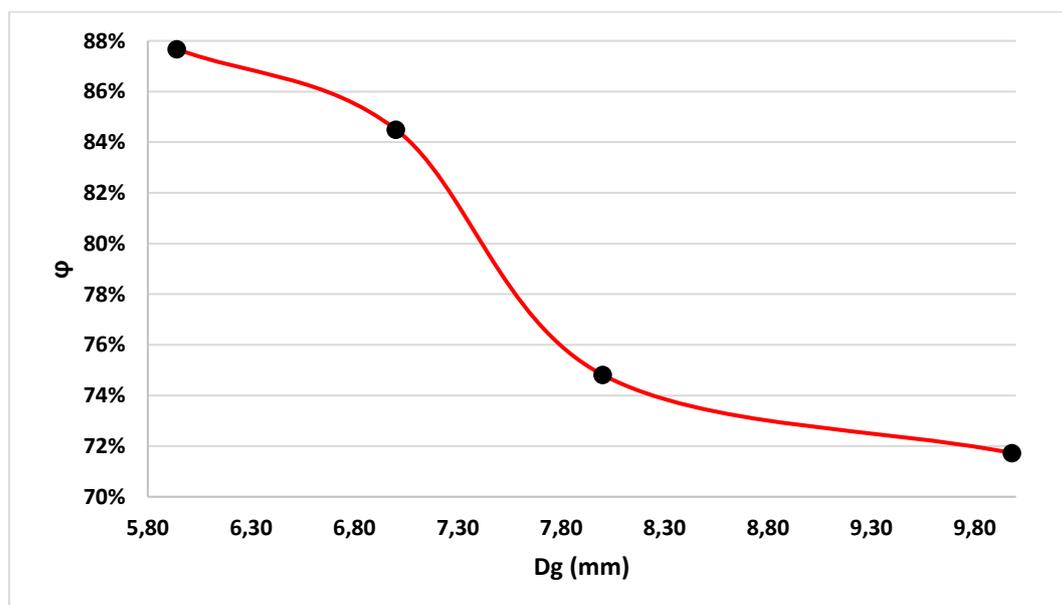


Figura 35 - Gráfico da eficiência de empuxo versus diâmetro de garganta para os testes estáticos e pressão do dia 4 de junho de 2015. Fonte: O autor (2017).

Da mesma maneira, com os dados da Tabela 13, o gráfico do coeficiente de empuxo versus diâmetro de garganta do MTP é mostrado na Figura 36.

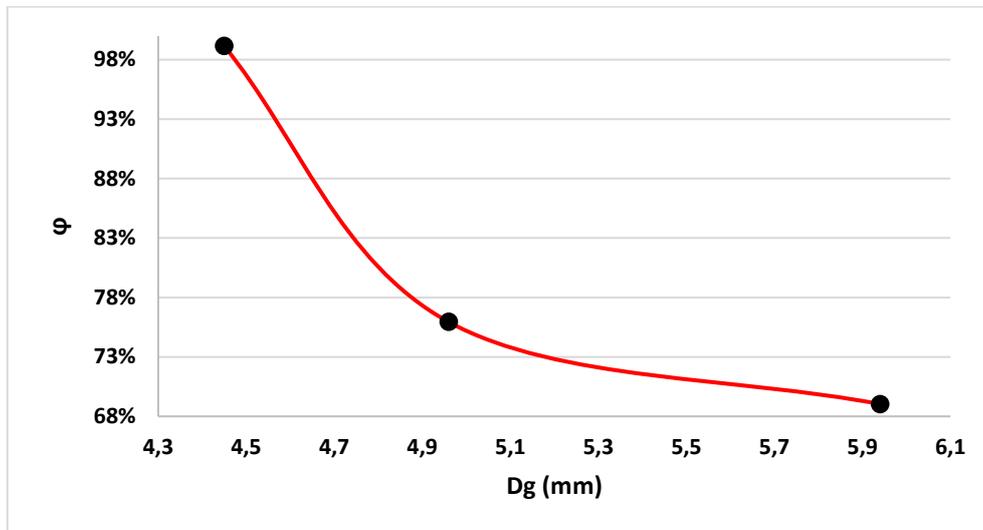


Figura 36- Gráfico da eficiência de empuxo versus diâmetro de garganta para os testes estáticos e pressão do dia 11 de julho de 2015. Fonte: O autor (2017).

Os gráficos das Figuras 37 a 40 mostram como seriam os resultados estimados da curva de pressão versus tempo caso considerasse o coeficiente de correção correspondendo igual a 1,0 (100%), comparado com os gráficos das curvas de pressão experimentais do dia 4 de junho de 2015.

Com o objetivo de mostrar o quanto o coeficiente de empuxo possui influência nos resultados finais, a Figura 37 compara a curva de pressão calculada, em vermelho, com a curva de pressão experimental, em azul, do MTP08 dos testes estáticos do dia 4 de junho de 2015. O coeficiente de correção considerado foi igual a 100% e se observa de maneira clara como a pressão calculada está subestimando os resultados experimentais.

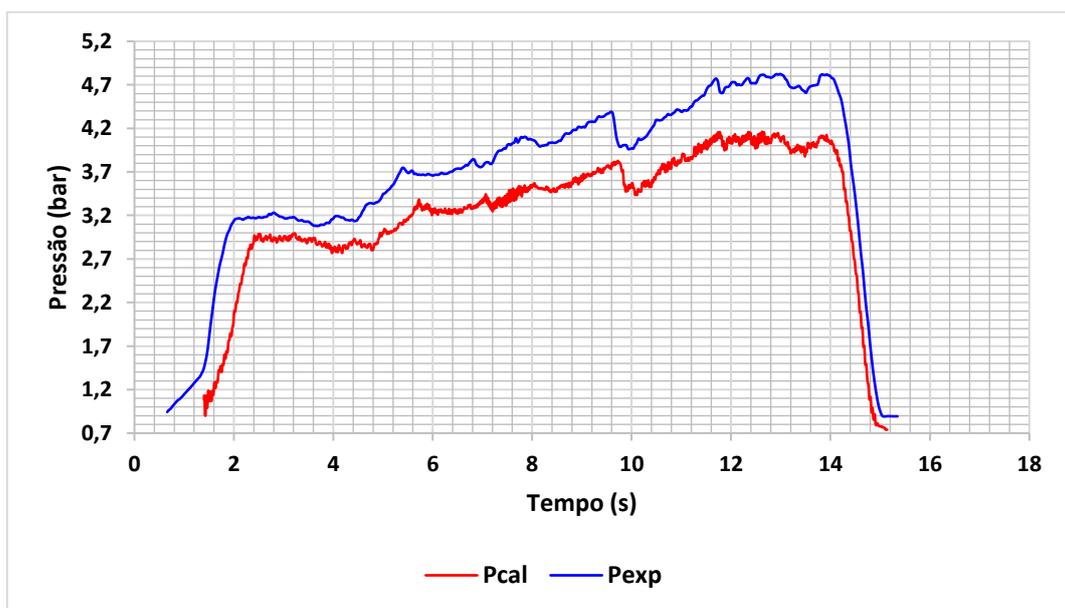


Figura 37 – Curva de pressão do MTP-08: em azul o resultado experimental e em vermelho o calculado em função da curva de empuxo, considerando uma eficiência de 100%. Fonte: O autor (2017).

Da mesma maneira, considerando um coeficiente de correção de empuxo de 100%, foram traçado os gráficos da Figura 38, comparando as curvas de pressão experimentais e calculadas para o MTP09 do dia 4 de junho de 2015.

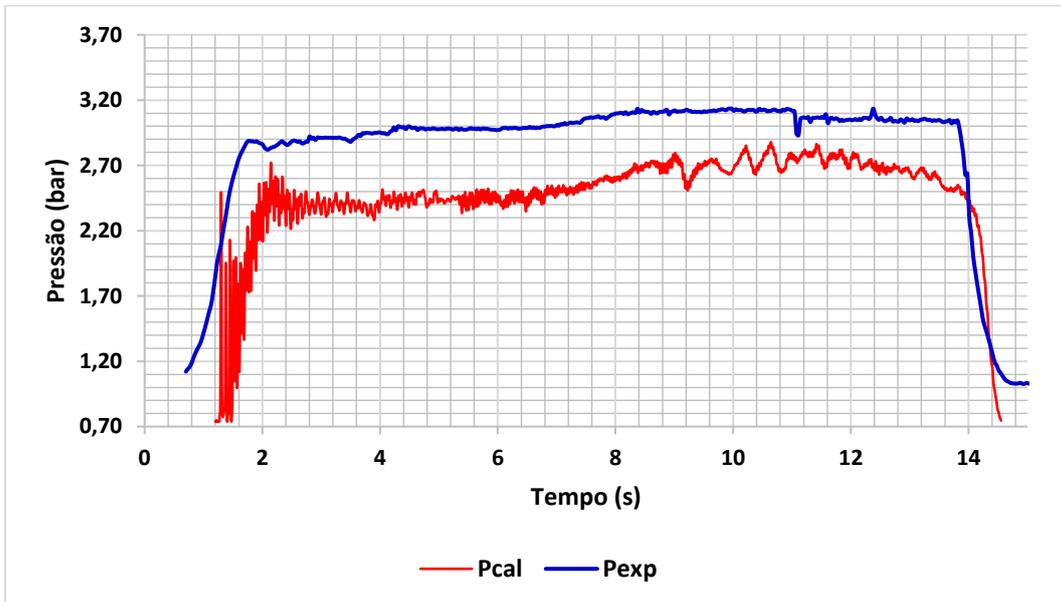


Figura 38 - Curva de pressão do MTP-09: em azul o resultado experimental e em vermelho o calculado em função da curva de empuxo, considerando uma eficiência de 100%. Fonte: O autor (2017).

As Figuras 39 e 40 são os gráficos do MTP 10 e 11, respectivamente, mostrando da mesma maneira como seriam os resultados da pressão estimada caso fosse considerado um coeficiente de correção de empuxo de 100%.

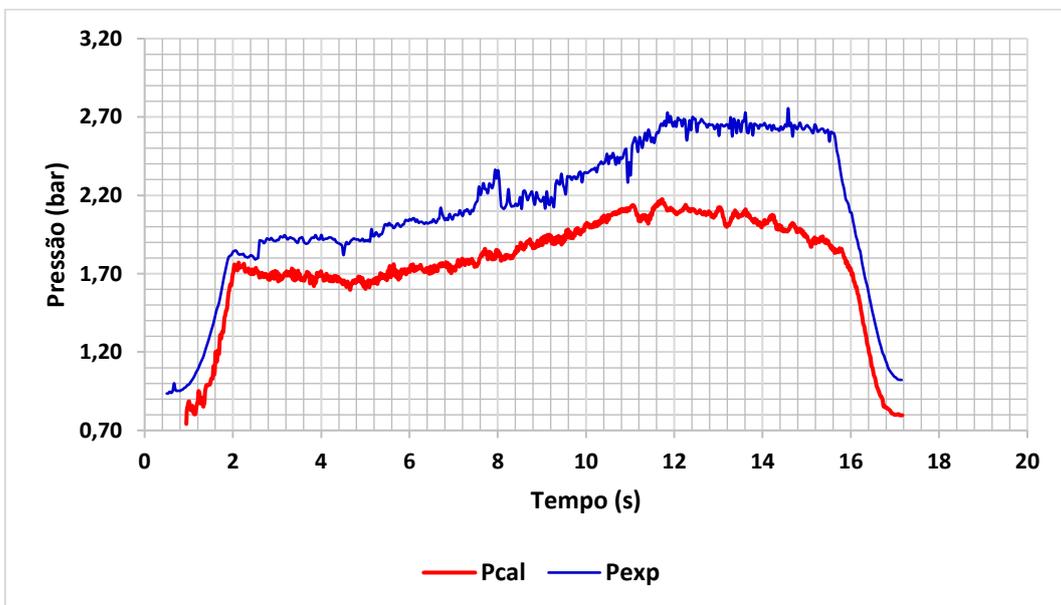


Figura 39 - Curva de pressão do MTP-10: em azul o resultado experimental e em vermelho o calculado em função da curva de empuxo, considerando uma eficiência de 100%. Fonte: O autor (2017).

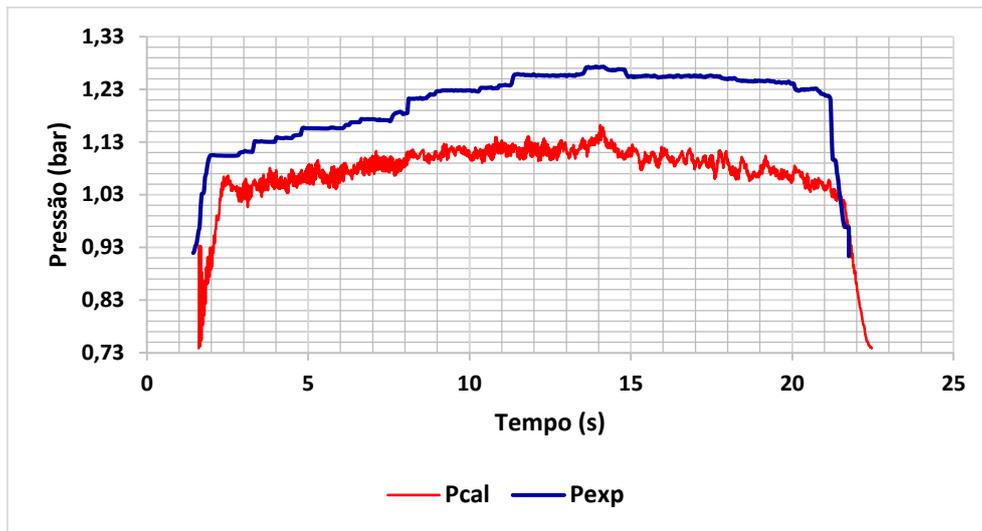


Figura 40 - Curva de pressão do MTP-11: em azul o resultado experimental e em vermelho o calculado em função da curva de empuxo, considerando uma eficiência de 100%. Fonte: O autor (2017).

Da mesma forma como no item 4.1 desse trabalho, foram comparados os principais valores obtidos por meio da pressão estimada utilizando o coeficiente de correção de empuxo igual a 100% com as pressões obtidas experimentalmente.

Nas Tabelas 15 e 16 estão mostrados os resultados para os MTP 08 e 09 dos testes estáticos realizados no dia 4 de junho de 2016.

Tabela 15 – Comparação entre os resultados experimentais e calculados sem a correção do empuxo do MTP-08.

MTP-08			
Procedimento	Experimental	Calculado	Erro (%)
P _{máx} (bar)	4,82	4,16	13,73%
P _{med} (bar)	3,62	3,26	9,89%
IntP (bar)	53,38	44,79	16,10%
C* (m/s)	937,19	992,20	-5,87%

Tabela 16 - Comparação entre os resultados experimentais e calculados sem a correção do empuxo do MTP-09.

MTP-09			
Procedimento	Experimental	Calculado	Erro (%)
P _{máx} (bar)	3,14	2,88	8,23%
P _{med} (bar)	2,79	2,47	11,47%
IntP (bar)	40,60	33,00	18,73%
C* (m/s)	959,34	1055,42	-10,01%

Nas Tabelas 17 e 18 estão mostrados os resultados para os MTP 10 e 11 dos testes estáticos realizados na mesma respectiva data.

Tabela 17 - Comparação entre os resultados experimentais e calculados sem a correção do empuxo do MTP-10.

MTP-10			
Procedimento	Experimental	Calculado	Erro (%)
P _{máx} (bar)	2,76	2,18	21,07%
P _{med} (bar)	2,12	1,77	16,46%
IntP (bar)	35,24	28,69	18,59%
C* (m/s)	1106,51	1383,15	-25,00%

Tabela 18 - Comparação entre os resultados experimentais e calculados sem a correção do empuxo do MTP-11.

MTP-11			
Procedimento	Experimental	Calculado	Erro (%)
P _{máx} (bar)	1,27	1,16	8,71%
P _{med} (bar)	1,20	1,07	10,97%
IntP (bar)	24,46	22,35	8,61%
C* (m/s)	1870,43	2885,90	-54,29%

As origens dos coeficientes de correção de empuxo podem ser de fontes variadas, tais como: (1) a eficiência da combustão (umidade, composição química e variação da massa específica ao longo do grão-propelente); (2) geometria da tubeira; (3) fontes externas (atrito, vento, mal posicionamento dos componentes, erros de medição); (4) etc. Outro fato a ser notado é que os coeficientes não possuem um padrão linear. Os valores dos coeficientes para os MTP 08, com testes experimentais realizados em diferentes datas, possui uma diferença de 21,6% de um em relação ao outro. O MTP 07 possui uma eficiência inferior dos MTP 08 e 09 dos testes realizados em 4 de junho de 2015, mesmo possuindo um diâmetro de garganta menor. O MTP 06 foi o que obteve o melhor rendimento de todos com uma eficiência de 99%.

4.6 EFEITOS DA IMPUREZA NA RAZÃO DE CALORES ESPECÍFICOS

Tendo em vista que a razão entre calores específicos é um parâmetro que está presente na Equação do coeficiente de empuxo e, que por sua vez, possui grande influência nos resultados que requerem a curva de pressão, no respectivo trabalho foi analisado o efeito das impurezas na razão de calores específicos do propelente e nos resultados calculados numericamente. As concentrações mássicas percentuais são dadas como descritas abaixo, sendo a concentração "A" a mais pura. Para maiores detalhes, consultar o Apêndice A.

- A: 65% KNO_3 + 35% $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$
- B: 61,75% KNO_3 + 3,25% MgSO_4 + 35% $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$
- C: 58,50% KNO_3 + 6,50% MgSO_4 + 35% $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$

Sendo que:

- KNO_3 é o nitrato de potássio;
- $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ é a sacarose;
- MgSO_4 é o sulfato de magnésio;

A Figura 41 mostra o gráfico da variação do calor específico em função da pressão para cada composição.

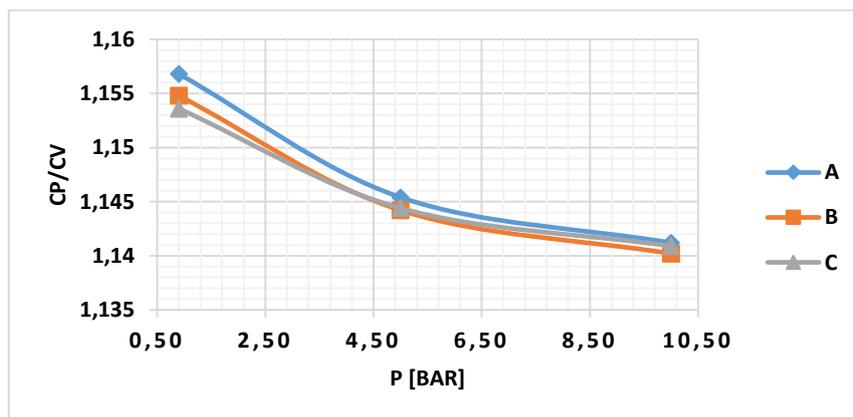


Figura 41 – Curvas do calor específico em função da pressão. Fonte: O autor (2017).

Foram obtidas curvas de taxa de queima comparando a composição mais pura (A) com a menos pura (C). Na Tabela 19 estão os valores para a taxa de queima utilizando a pressão média experimental e as constantes da Equação da lei de St. Robert do item 6.2.1.

Tabela 19 - Influência das impurezas na taxa de queima do propelente.

Motores	MTP-08	MTP-09	MTP-10	MTP-11
r A (mm/s)	3,7220	3,7202	3,4966	2,8351
r C(mm/s)	3,7245	3,7231	3,5002	2,8401
Erro (%)	-0,0672%	-0,0786%	-0,1030%	-0,1753%

Tendo em vista a pouca diferença nos resultados, as Tabelas 20 e 21 mostram os valores derivados da curva de pressão versus tempo somente para o MTP-08 do teste de pressão experimental do dia 04 de junho de 2015, comparando o erro percentual para cada composição sendo, a diferença entre os valores C e B quase é muito pequena. Também foram comparados a influência dos percentuais de impurezas na eficiência de empuxo, já que depende da razão de calores específicos. Os resultados estão na Tabela 22 e no gráfico da Figura 42.

Tabela 20 - Influência do propelente mais puro A em relação ao menos puro B.

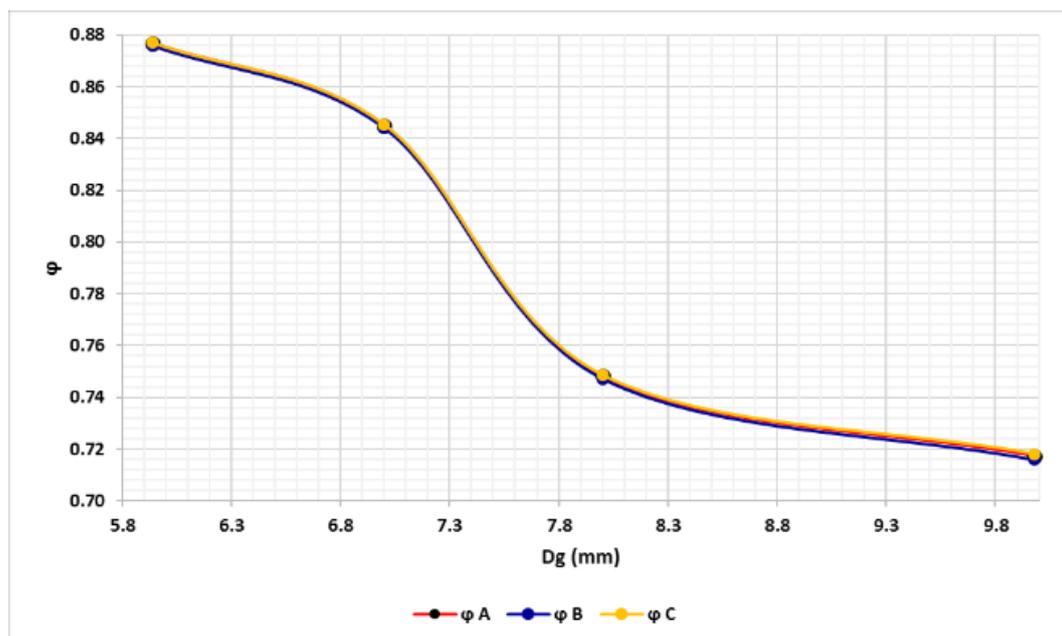
Procedimento	Calculado A	Calculado B	Erro (%)
P _{máx} (bar)	4,64824	4,64833	-0,0019%
P _{med} (bar)	3,61747	3,61745	0,0004%
IntP (bar)	49,70400	49,70378	0,0004%
C* (m/s)	939,3173	937,1825	0,2273%

Tabela 21 - Influência do propelente mais puro A em relação ao menos puro C.

Procedimento	Calculado A	Calculado C	Erro (%)
P _{máx} (bar)	4,64824	4,64833	-0,0019%
P _{med} (bar)	3,61747	3,61745	0,0004%
IntP (bar)	49,70400	49,70378	0,0004%
C* (m/s)	939,3173	939,9280	-0,0650%

Tabela 22 - Influência das impurezas no coeficiente de correção do empuxo.

MTP	Dg (mm)	ϕ A	ϕ B	ϕ C
8	5,94	0,876767	0,875769	0,877051
9	7	0,845029	0,844026	0,845364
10	8	0,748170	0,747209	0,748547
11	9,98	0,717288	0,715869	0,718036

**Figura 42 - Gráfico dos resultados da Tabela 22. Fonte: O autor (2017).**

4.7 RESULTADOS ESTATÍSTICOS PARA A TAXA DE QUEIMA

O objetivo dessa etapa é obter um valor médio e as respectiva incertezas para as constantes de taxa de queima da lei de St. Robert. Nas Tabelas 23 e 24 estão os resultados para dos testes estáticos do MTP realizados no dia 04 de junho de 2015.

Tabela 23 – Análise estatística da taxa de queima utilizando a curva de pressão experimental.

Motores	a	n	r médio [mm/s]
MTP08	2.3878	0.3632	3.809
MTP09	2.6674	0.3600	3.860
MTP10	2.7228	0.3691	3.591
MTP11	2.6882	0.3738	2.881
Média (\bar{I})	2.6166	0.3665	3.535
Incerteza padronizada (μ)	0.1542	0.0061	0.4514
Graus de liberdade (ν)	3	3	3
Fator de abrangência (t)	3.31	3.31	3.31
Incerteza expandida (U)	0.5099	0.0203	1.4929
U (%) de \bar{I}	19.49%	5.54%	42.23%
Valor mínimo ($\bar{I}_{\min}=\bar{I}_{\text{med}}-U$)	2.1066	0.3462	2.0423
Valor máximo ($\bar{I}_{\max}=\bar{I}_{\text{med}}+U$)	3.1265	0.3868	5.0281
Resultado final	2,6166 ± 0,50990	0,3665 ± 0,02031	3,535 ± 1,493

Tabela 24 - Análise estatística da taxa de queima utilizando a curva de pressão calculada.

Motores	a	n	r médio [mm/s]
MTP08	2.3989	0.3600	3.810
MTP09	2.6592	0.3631	3.859
MTP10	2.7171	0.3719	3.590
MTP11	2.6866	0.3768	2.880
Média (\bar{I})	2.6155	0.3680	3.5347
Incerteza padronizada (μ)	0.1463	0.0078	0.4518
Graus de liberdade (ν)	3	3	3
Fator de abrangência (t)	3.31	3.31	3.31
Incerteza expandida (U)	0.4838	0.0257	1.4941
U (%) de \bar{I}	18.50%	6.97%	42.27%
Valor mínimo ($\bar{I}_{\min}=\bar{I}_{\text{med}}-U$)	2.1317	0.3423	2.0405
Valor máximo ($\bar{I}_{\max}=\bar{I}_{\text{med}}+U$)	3.0992	0.3936	5.0288
Resultado final	2,6155 ± 0,48378	0,3680 ± 0,02566	3,535 ± 1,494

Nas Tabelas 25 e 26 estão os resultados dos testes estáticos do MTP realizados no dia 11 de julho de 2015.

Tabela 25 - Análise estatística da taxa de queima utilizando a curva de pressão experimental.

Motores	a	n	r médio [mm/s]
MTP06	1.9955	0.3634	4.249
MTP07	2.1719	0.3582	4.622
MTP08	2.5115	0.3507	4.438
Média (\bar{I})	2.2263	0.3574	4.4361
Incerteza padronizada (μ)	0.2623	0.0064	0.1865
Graus de liberdade (ν)	2	2	2
Fator de abrangência (t)	4.53	4.53	4.53
Incerteza expandida (U)	1.1873	0.0289	0.8443
U (%) de \bar{I}	53.33%	8.09%	19.03%
Valor mínimo ($\bar{I}_{\min}=\bar{I}_{\text{med}}-U$)	1.0390	0.3285	3.5918
Valor máximo ($\bar{I}_{\max}=\bar{I}_{\text{med}}+U$)	3.4136	0.3863	5.2804
Resultado final	2,2263 ± 1,1870	0,3574 ± 0,02890	4,436 ± 0,8443

Tabela 26 - Análise estatística da taxa de queima utilizando a curva de pressão calculada.

Motores	a	n	r médio [mm/s]
MTP06	1.9360	0.3774	4.240
MTP07	2.1291	0.3673	4.616
MTP08	2.4856	0.3568	4.434
Média (\bar{I})	2.1836	0.3672	4.4302
Incerteza padronizada (μ)	0.2788	0.0103	0.1882
Graus de liberdade (ν)	2	2	2
Fator de abrangência (t)	4.53	4.53	4.53
Incerteza expandida (U)	1.2622	0.0466	0.8521
U (%) de \bar{I}	57.81%	12.70%	19.23%
Valor mínimo ($\bar{I}_{\min}=\bar{I}_{\text{med}}-U$)	0.9214	0.3205	3.5781
Valor máximo ($\bar{I}_{\max}=\bar{I}_{\text{med}}+U$)	3.4458	0.4138	5.2823
Resultado final	2,1836 ± 1,2620	0,3672 ± 0,04663	4,430 ± 0,8521

A Tabela 27 resume os resultados e conclusões para os testes estáticos realizados nas diferentes datas, utilizando apenas as curvas de pressão experimentais.

Tabela 27 - Análise estatística para a taxa de queima com tubearas de vários diâmetros de garganta utilizando a pressão experimental.

Motores	a	n	r médio [mm/s]
MTP06 - 11/07/2015	1.9955	0.3634	4.249
MTP07 - 11/07/2015	2.1719	0.3582	4.622
MTP08 - 04/06/2015	2.3878	0.3632	3.809
MTP08 - 11/07/2015	2.5115	0.3507	4.438
MTP09 - 04/06/2015	2.6674	0.3600	3.860
MTP10 - 04/06/2015	2.7228	0.3691	3.591
MTP11 - 04/06/2015	2.6882	0.3738	2.881
Média (\bar{I})	2.4493	0.3626	3.9213
Incerteza padronizada (μ)	0.2799	0.0075	0.5877
Graus de liberdade (ν)	6	6	6
Fator de abrangência (t)	2.52	2.52	2.52
Incerteza expandida (U)	0.7044	0.0188	1.4793
U (%) de \bar{I}	28.76%	5.20%	37.72%
Valor mínimo ($\bar{I}_{\min}=\bar{I}_{\text{med}}-U$)	1.7449	0.3438	2.4420
Valor máximo ($\bar{I}_{\max}=\bar{I}_{\text{med}}+U$)	3.1537	0.3815	5.4006
Resultado final	2,4493 ± 0,70444	0,3626 ± 0,01885	3,921 ± 1,479

A média \bar{I} das indicações I é calculada com a fórmula da Equação 4.7.1:

$$\bar{I} = \frac{1}{N} \sum_{1}^N I \quad (4.7.1)$$

A incerteza padronizada μ é calculada com a equação 4.7.2:

$$\mu = \sqrt{\left(\frac{1}{N-1}\right) \sum_{1}^N (I - \bar{I})^2} \quad (4.7.2)$$

A incerteza expandida U é calculada com a Equação 4.7.3:

$$U = t\mu \quad (4.7.3)$$

Em que t é o fator de abrangência ou também conhecido como t de *Student*, um valor tabelado e encontrado de acordo com o número graus de liberdade $\nu = n - 1$ para 95,45%, como mostra a Figura 43.

O resultado final é apresentado como está na Equação 4.7.4:

$$R_e = \bar{I} \pm U \quad (4.7.4)$$

Graus de liberdade ν	Fração p em por cento					
	68,27 ^(a)	90	95	95,45 ^(a)	99	99,73 ^(a)
1	1,84	6,31	12,71	13,97	63,66	235,80
2	1,32	2,92	4,30	4,53	9,92	19,21
3	1,20	2,35	3,18	3,31	5,84	9,22
4	1,14	2,13	2,78	2,87	4,60	6,62
5	1,11	2,02	2,57	2,65	4,03	5,51
6	1,09	1,94	2,45	2,52	3,71	4,90
7	1,08	1,89	2,39	2,43	3,50	4,53
8	1,07	1,86	2,31	2,37	3,36	4,28
9	1,06	1,83	2,26	2,32	3,25	4,09
10	1,05	1,81	2,23	2,28	3,17	3,96
11	1,05	1,80	2,20	2,25	3,11	3,85
12	1,04	1,78	2,18	2,23	3,05	3,76
13	1,04	1,77	2,16	2,21	3,01	3,69
14	1,04	1,76	2,14	2,20	2,98	3,64
15	1,03	1,75	2,13	2,18	2,95	3,59
16	1,03	1,75	2,12	2,17	2,92	3,54
17	1,03	1,74	2,11	2,16	2,90	3,51
18	1,03	1,73	2,10	2,15	2,88	3,48
19	1,03	1,73	2,09	2,14	2,86	3,45
20	1,03	1,72	2,09	2,13	2,85	3,42
25	1,02	1,71	2,06	2,11	2,79	3,33
30	1,02	1,70	2,04	2,09	2,75	3,27
35	1,01	1,70	2,03	2,07	2,72	3,23
40	1,01	1,68	2,02	2,06	2,70	3,20
45	1,01	1,68	2,01	2,06	2,69	3,18
50	1,01	1,68	2,01	2,05	2,68	3,16
100	1,005	1,660	1,984	2,025	2,626	3,077
∞	1,000	1,645	1,960	2,000	2,576	3,000

^(a) Para a grandeza z descrita por uma distribuição normal com esperança μ_z e desvio padrão σ , o intervalo $\mu_z + k\sigma$ abrange $p = 68,27, 95, 45$ e $99,73$ por cento da distribuição para $k = 1, 2, \text{ e } 3$, respectivamente.

Figura 43 - Fator de abrangência t para $\nu = N - 1$ graus de liberdade. Fonte: ABNT (1997).

5. CONCLUSÃO

Nesse trabalho foi apresentada uma metodologia de cálculo iterativo computacional baseada na teoria da propulsão de motores-foguete, para se estimar a curva de pressão versus tempo em função da curva de empuxo experimental. O intuito era utilizar esse procedimento como forma de repetir o experimento para motores que não possuem a curva de pressão versus tempo, mas somente a curva de empuxo, pois ela é mais fácil de ser obtida. Com isso, foi possível repetir o experimento para se calcular a curva de taxa de queima instantânea em função da pressão e obter os parâmetros de α e n da lei de St. Robert sem depender dos testes de medição utilizando manômetros. Os cálculos para se estimar a curva da taxa de queima também são um processo numérico iterativo.

Durante esse trabalho foi constatado que o empuxo medido na célula de carga não é proporcional à pressão, necessitando de uma correção na qual foi chamado de coeficiente de correção do empuxo e , foi possível medi-lo por meio da curva de pressão experimental fazendo os resultados ficarem mais precisos. O coeficiente de correção do empuxo é um valor que necessita ser melhor estudado, já que ele não possui um padrão linear, variando em cada teste realizado. Para motores-foguete reais, existem algumas correções do coeficiente de empuxo baseados em experimentos padronizados e que variam de acordo com o tipo de tubeira utilizada.

Também foram estudados a influência da percentagem de impurezas no propelente sólido na razão entre calores específicos e concluiu-se que os seus valores não possuem grande influência por serem muito próximos uns dos outros, independentes da composição.

Foram estimados a curva de pressão e a curva de taxa de queima por meio de cálculo computacional com MTPs de diferentes diâmetros de garganta e que não possuem uma curva de pressão versus tempo experimental, incluindo o MTP-01 (sem tubeira).

Por fim, conclui-se que a função da taxa de queima:

- Para as curvas de pressão experimentais dos MTP 08, 09, 10 e 11 do dia 4 de junho de 2015:

$$\dot{r} = (2,6166 \pm 0,50990)P_c^{(0,3665 \pm 0,02031)} \quad (7.1)$$

- Para as curvas de pressão calculadas em função das curvas de empuxo experimentais dos MTP 08, 09, 10 e 11 do dia 4 de junho de 2015:

$$\dot{r} = (2,6155 \pm 0,48378)P_c^{(0,3680 \pm 0,02566)} \quad (7.2)$$

- Para as curvas de pressão experimentais dos MTP 06, 07 e 08 do dia 11 de julho de 2015:

$$\dot{r} = (2,2263 \pm 1,1870)P_c^{(0,3574 \pm 0,02890)} \quad (7.3)$$

- Para as curvas de pressão calculadas em função das curvas de empuxo experimentais dos MTP 06, 07 e 08 do dia 11 de julho de 2015:

$$\dot{r} = (2,1836 \pm 1,2620)P_c^{(0,3672 \pm 0,04663)} \quad (7.4)$$

- Para as curvas de pressão experimentais dos MTP 06, 07, 08, 09, 10 e 11 onde os testes ocorreram em várias datas:

$$\dot{r} = (2,4493 \pm 0,70444)P_c^{(0,3626 \pm 0,01885)} \quad (7.5)$$

Os resultados de \dot{r} são dados em mm/s e P_c em bar.

Valores muito altos para a incerteza expandida nos resultados na taxa de queima explicam o motivo das grandes variações nos resultados do empuxo experimental dos motores-foguete.

5.1 TRABALHOS FUTUROS

Com o objetivo de melhorar e aprimorar os resultados desse trabalho, algumas propostas para o futuro estudo são:

- Executar mais testes de medição de pressão dos MTP, com várias configurações de tubeira, para poder estudar o coeficiente de correção do empuxo e relacionar com outros parâmetros experimentais.
- Validar a curva de taxa de queima experimentalmente utilizando o procedimento nesse trabalho para se estimar a curva de pressão versus tempo. Com tubos transparentes de acrílico, poderia ser possível fabricar motores-foguete com tubeira e filmar a queima do propelente ao mesmo tempo em que fosse possível medir a curva de empuxo. Tendo os dados da filmagem e a curva de pressão versus tempo estimada, seria possível traçar uma curva de taxa de queima versus pressão instantânea.

6. REFERÊNCIAS

Albertazzi, A.; Souza, A. R. **Fundamentos de Metrologia Científica e Industrial**. Editora Manole. (2008, p.407).

“Burn Rate Determination from a Pressure-time Trace” <<http://www.nakka-rocketry.net/ptburn.html>>.

Acesso em: 23 de Setembro 2015.

Foltran, A. C.; Moro, D. F.; Silva, N. D. P. da; Ferreira, A. E. G.; Araki, L. K.; Marchi, C. H. **Medição da taxa de queima à pressão atmosférica do propelente sacarose/nitrato de potássio preparado a frio**. In: Simpósio Aeroespacial Brasileiro, 2014, São José dos Campos. 2014.

Gupta, G; Jawale, L.; Mehilal; Bhattacharya, B. Various Methods for the Determination of the Burning Rates of Solid Propellants - An Overview. Central European Journal of Energetic Materials. India. 2015

Huzel, D. K. and Huang, D. H. (1971). NASA SP-125, Design of Liquid Propellant Rocket. Engines (2nd Edition ed.). NASA

Konecny, P.; Krizan, Z. Determination of Black Powder Burning Rate. Advanced in Military Technology, Vol. 3, No. 2. Czech Republic. 2008.

Leo, J. M. De. Digital computer simulation of the performance of small solid propellant rocket motors. Frankford Arsenal, U.S Army. Philadelphia. 1963.

“Rocket Thrust Summary”; <<http://www.grc.nasa.gov/WWW/k-12/airplane/rktthsum.html>>. Acesso em: 05 de Outubro 2015.

“Solid Rocket Motor Theory -- Nozzle Theory”; <http://www.nakka-rocketry.net/th_nozz.html>. Acesso em: 23 de Setembro 2015.

“Solid Rocket Motor Theory -- Chamber Pressure”; <http://www.nakka-rocketry.net/th_pres.html>. Acesso em: 23 de Setembro 2015.

“Solid Rocket Motor Theory – Propellant Grain” <http://www.nakka-rocketry.net/th_grain.htm>. Acesso em: 23 de Setembro 2015.

Stals, J. Form- Functions for Multi-Component Propellant Charges Including Inhibited Grains and Sliver Burn. Australian Defence Scientific Service, Material Research Laboratories. Australia. 1975.

Sutton, George Paul and Oscar Biblarz. Rocket Propulsion Elements. 7th ed. New York: John Wiley & Sons, 2001.

Vyvermann, T. **The potassium nitrate – sugar propellant**. Relatório, 1978.

Yawn, J. Proposal for the inclusion of KNO₃/Sugar Propellants in the TRA experimental rocketry program. Relatório, 2002.

Zivkovic, S.; Filipovic, M.; Gligorijevic, N.; Elek, P.; Boulahlib, M. A. Experimental Determination of Rocket Motor Internal Ballistic Coefficients and Performance. 6th International Scientific Conference on Defensive Technologies. Belgrade, Serbia. 2014.

ANEXOS

ANEXO A - ÁREA DE QUEIMA DO GRÃO-PROPELENTE DO TIPO CIGARRO

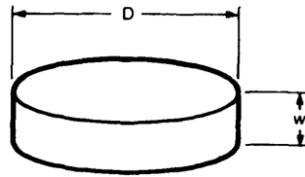


Figura 44 - Geometrias a serem levadas em consideração para o cálculo das constantes a_1 , a_2 e a_3 .

Fonte: Stals (1975, p. 11)

- Para o caso de paredes desinibidas:

$$A_0 = \pi D(0,5D + w) \quad (\text{A.1})$$

$$V_0 = 0,25\pi D^2 w \quad (\text{A.2})$$

$$A_b = \pi * (D - 2r) * [0,5(D - 2r) + (w - 2r)] \quad (\text{A.3})$$

$$V_b = 0,25 \pi (D - 2r)^2 (w - 2r) \quad (\text{A.4})$$

$$z = 1 - \frac{V_b}{V_0} = a_1 r + a_2 r^2 + a_3 r^3 \quad (\text{A.5})$$

$$a_1 = 2 \left(\frac{D + 2w}{Dw} \right) \quad (\text{A.6})$$

$$a_2 = -4 \left(\frac{2D + w}{D^2 w} \right) \quad (\text{A.7})$$

$$a_3 = \frac{8}{D^2} w \quad (\text{A.8})$$

- Para o caso de paredes inibidas:

$$A_0 = 0,25\pi D^2 \quad (\text{A.9})$$

$$V_0 = \text{invariável} \quad (\text{A.10})$$

$$A_b = 0,25\pi D^2 = A_0 \quad (\text{A.11})$$

$$V_b = 0,25\pi D^2 (w - 2r) \quad (\text{A.12})$$

$$z = 1 - \frac{V_b}{V_0} = a_1 r + a_2 r^2 + a_3 r^3 \quad (\text{A.13})$$

$$a_1 = \frac{2}{w} \quad (\text{A.14})$$

$$a_2 = 0 \quad (\text{A.15})$$

$$a_3 = 0 \quad (\text{A.16})$$

ANEXO B - ÁREA DE QUEIMA DO GRÃO-PROPELENTE DO TIPO CILÍNDRICO PARA N FUROS

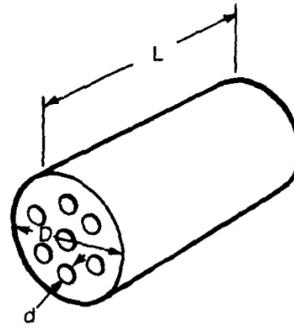


Figura 45 - Geometrias a serem levadas em consideração para o cálculo das constantes a_1 , a_2 e a_3 .

Fonte: Stals (1975, p. 16)

- Para o caso de paredes externas desinibidas com N furos simétricos:

$$A_0 = \pi L(D + Nd) + 0,5\pi(D^2 - Nd^2) \quad (\text{B.1})$$

$$V_0 = 0,25\pi L(D^2 - Nd^2) \quad (\text{B.2})$$

$$A_b = \pi(L - 2r)[D - 2r + N(d + 2r)] + 0,5\pi[(D - 2r)^2 - N(d + 2r)^2] \quad (\text{B.3})$$

$$V_b = 0,25\pi(L - 2r)[(D - 2r)^2 - N(d + 2r)^2] \quad (\text{B.4})$$

$$z = 1 - \frac{V_b}{V_0} = a_1 r + a_2 r^2 + a_3 r^3 \quad (\text{B.5})$$

$$a_1 = 2 \frac{[2L(D + Nd) + D^2 - Nd^2]}{L(D^2 - Nd^2)} \quad (\text{B.6})$$

$$a_2 = -4 \frac{[2(D + Nd) - L(N - 1)]}{L(D^2 - Nd^2)} \quad (\text{B.7})$$

$$a_3 = -8 \frac{N - 1}{L(D^2 - Nd^2)} \quad (\text{B.8})$$

- Para o caso de paredes externas inibidas com N furos simétricos:

$$A_0 = 0,5\pi(2dLN + D^2 - Nd^2) \quad (\text{B.9})$$

$$V_0 = 0,25\pi L(D^2 - Nd^2) \quad (\text{B.10})$$

$$A_b = 0,5\pi[2N(d + 2r)(L - 2r) + D^2 - N(d + 2r)^2] \quad (\text{B.11})$$

$$V_b = 0,25\pi(L - 2r)[D^2 - N(d + 2r)^2] \quad (\text{B.12})$$

$$z = 1 - \frac{V_b}{V_0} = a_1 r + a_2 r^2 + a_3 r^3 \quad (\text{B.13})$$

$$a_1 = 2 \frac{[2NdL + D^2 - Nd^2]}{L(D^2 - Nd^2)} \quad (\text{B.14})$$

$$a_2 = 4N \frac{(L - 2d)}{L(D^2 - Nd^2)} \quad (\text{B.15})$$

$$a_3 = -8 \frac{N}{L(D^2 - Nd^2)} \quad (\text{B.16})$$

APÊNDICES

APÊNDICE A - FUNÇÕES DE PROPRIEDADES QUÍMICAS E TERMODINÂMICAS DO PROPELENTE

Com o aplicativo PROPEP, utilizando a sua versão gráfica ProPep3 v1.0.3.0, foram plotadas e obtidas, por meio de ajuste de curvas, diversas funções. O propelente de objeto da pesquisa foi o KNSu ($\text{KNO}_3 + \text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$) mais algumas concentrações de impureza de sulfato de magnésio (MgSO_4). As concentrações mássicas percentuais para cada mistura foram divididas em A, B e C, como segue abaixo, sendo a concentração “A” a mais pura.

- A: 65% KNO_3 + 35% $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$
- B: 61,75% KNO_3 + 3,25% MgSO_4 + 35% $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$
- C: 58,50% KNO_3 + 6,50% MgSO_4 + 35% $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$

Onde:

- KNO_3 é o nitrato de potássio;
- $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ é a sacarose;
- MgSO_4 é o sulfato de magnésio;

O arquivo PEPCODED.DAF possui listado vários compostos químicos que é utilizado pelo PROPEP para fazer o balanço químico das misturas e calcular as suas propriedades. No caso do ProPep3 ele se encontra geralmente na pasta C:\Documents\ProPEP 3.

Como o MgSO_4 não é um composto listado, foi preciso acrescentá-lo devidamente no PEPCODED.DAF, na última linha, como mostra a Figura 45.

1151		1149 Chromium trioxide (CrO3)	1CR	30	0	0	0	0	-904	.0973]
1152		1150 Chromium dioxide (CrO2)	1CR	20	0	0	0	0	-418	.1770]
1153		1152 CRYOGENIC HELIUM 2	1U1	0	0	0	0	0	0	.0089]
1154	Y	1153 CUPRIC SULFATE ANHYDROUS	1CU	1S	40	0	0	0	-29	.1302]
1155		1154 COPPER(II) SULFATE (CUSO4)-RC-	1CU	1S	40	0	0	0	-1153	.1302]
1156	Y	1156 CUPRIC SULFATE PENTAHYDRATE	1CU	1S	90	10H	0	0	-136	.0825]
1157		1157 COPPER(II)SULFATE PENTAHYDRATE	1CU	1S	90	10H	0	0	-2181	.0825]
1158	+	1158 (BLUE VITROL, CHALCANTHITE) -RC-]
1159		1159 MAGNESIUM SULFATE	1MG	1S	40	0	0	0	-2538	.0000]

Figura 46 – Inserção do Sulfato de Magnésio no arquivo PEPCODED.DAF. Fonte: O autor (2017).

Na penúltima coluna foi necessário acrescentar o valor do calor de formação do composto, na unidade padrão do aplicativo que está em calorías por grama. Como os valores tabelados que se encontram estão em sua maioria em kJ/mol, foi necessário fazer uma conversão.

Sendo o peso atômico dos elementos químicos:

- Mg = 24,305 g/mol
- S = 32,066 g/mol
- O = 16 g/mol

A Massa molecular se torna:

$$\mathcal{M} = 24,305 + 32,066 + 4 * 15,9994 = 120,371 \text{ g/mol}$$

Sabendo-se que:

1 cal/mol = 4,1868 J/cal e o calor de formação do sulfato de magnésio é -1278,2 kJ/mol

O calor de formação, em cal/g, é calculado como se segue:

$$\Delta H^f = (-1278,2 \cdot 1000) / (120,371 \cdot 4,1868) = -2538 \text{ cal/g}$$

Onde 1000 é o fator de conversão de kJ para J. Para cada mistura, as pressões foram variadas em 0,9, 5 e 10 bar, como mostra a Tabela 28:

Tabela 28 – Propriedades termodinâmicas e químicas para várias composições de impurezas.

Composição	Mp [g]	T [K]	P [bar]	P [psi]	Cp/Cv	GAS [mole]	MM [g/mole]
A	214	1477	0,90	13	1,1568	5,516	35,771
A	214	1591	5,00	72	1,1454	5,323	36,433
A	214	1635	10,00	147	1,1412	5,248	36,688
B	214	1458	0,90	13	1,1548	5,446	35,726
B	214	1560	5,00	72	1,1442	5,271	36,351
B	214	1598	10,00	147	1,1402	5,201	36,617
C	214	1433	0,90	13	1,1536	5,389	35,624
C	214	1519	5,00	72	1,1444	5,24	36,165
C	214	1549	10,00	147	1,1409	5,181	36,412

APÊNDICE A1 - FUNÇÕES PARA A RAZÃO ENTRE CALORES ESPECÍFICOS

Por meio da curva da razão entre calores específicos versus pressão, foram plotadas três curvas (uma para cada mistura) e, por meio do ajuste dos pontos plotados, foram obtidas as suas respectivas funções exponenciais:

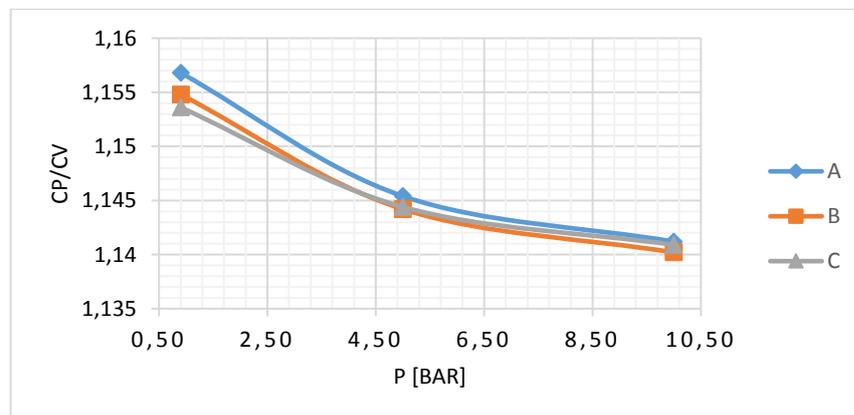


Figura 47 – Razão de calores específicos variando em função da pressão para várias composições de impurezas. Fonte: O autor (2017).

$$\gamma_A = 1,2340 * P^{-0,006} \quad (A1.1)$$

$$\gamma_B = 1,2268 * P^{-0,005} \quad (A1.2)$$

$$\gamma_C = 1,2159 * P^{-0,005} \quad (A1.3)$$

APÊNDICE A2 - FUNÇÕES PARA A TEMPERATURA DE CHAMA

Por meio da curva da temperatura de chama versus pressão, foram plotadas três curvas (uma para cada mistura) e, por meio do ajuste dos pontos plotados, foram obtidas as suas respectivas funções exponenciais:

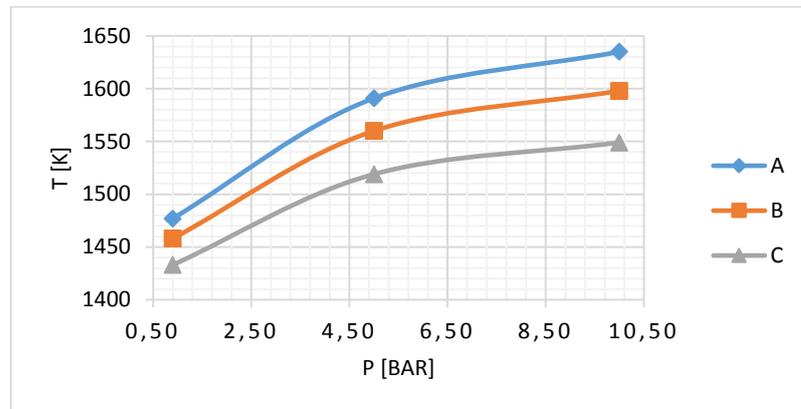


Figura 48 – Temperatura de chama em função da pressão para várias composições de impurezas. Fonte: O autor (2017).

$$T_A = 910,65 * P^{0,0424} \quad (A2.1)$$

$$T_B = 941,94 * P^{0,0383} \quad (A2.2)$$

$$T_C = 987,99 * P^{0,0326} \quad (A2.3)$$

APÊNDICE A3 - FUNÇÕES PARA A MASSA MOLECULAR

Por meio da curva da massa molecular versus pressão, foram plotadas três curvas (uma para cada mistura) e, por meio do ajuste dos pontos plotados, foram obtidas as suas respectivas funções exponenciais:

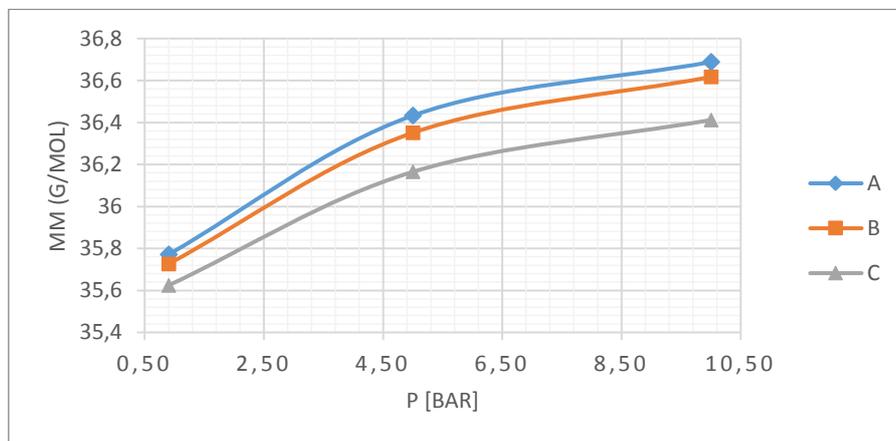


Figura 49 – Massa molar em função da pressão para várias composições de impurezas. Fonte: O autor (2017).

$$\mathcal{M}_A = 31,718P^{0,0105} \quad (A3.1)$$

$$\mathcal{M}_B = 31,798P^{0,0102} \quad (A3.2)$$

$$\mathcal{M}_C = 32,134P^{0,0900} \quad (A3.3)$$

APÊNDICE A4 - FUNÇÕES PARA O NÚMERO DE MOLES

Por meio da curva de n° de moles de gás versus pressão, foram plotadas três curvas (uma para cada mistura) e, por meio do ajuste dos pontos plotados, foram obtidas as suas respectivas funções exponenciais:

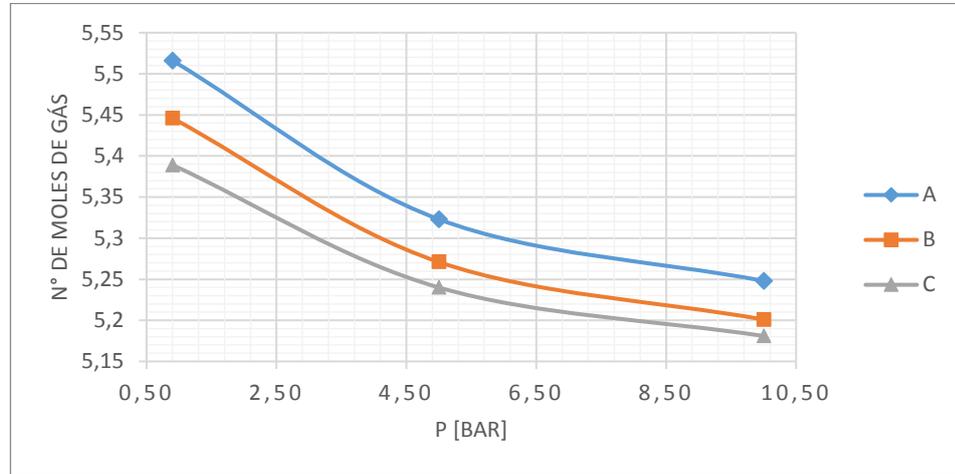


Figura 50 – N° de moles de gás variando em função da pressão para várias composições de impurezas. Fonte: O autor (2017).

$$n_{mA} = 5,5038P^{-0,021} \quad (A4.1)$$

$$n_{mB} = 5,4352P^{-0,019} \quad (A4.2)$$

$$n_{mC} = 5,3797P^{-0,016} \quad (A4.3)$$

APÊNDICE A5 - FUNÇÕES PARA O NÚMERO DE MOLES E MASSA MOLAR

Através de uma ferramenta do MATLAB, chamada “sftool”, que serve basicamente para trabalhar com superfícies, foram plotados, uma para a mistura mais pura e a outra para a mistura com o percentual de impureza maior, dois pares de curvas em função da pressão e da massa de propelente para cada tipo de composição. Os gráficos das Figuras 51 e 52 são a massa molar e o n° de moles e foram plotados utilizando os dados das Tabelas 29 e 30. Para o eixo “x” foram colocados os valores de pressão, o eixo “y” os valores de massa de propelente e no eixo “z” são os valores para a massa molar ou n° de moles, dependendo do caso.

Após esse procedimento, o software obtém uma função quadrática, para cada caso, com duas variáveis, sendo elas a pressão e a massa de propelente.

$$\mathcal{M}_A(P_c, \dot{m}_{in}) = 35,43 + 0,2827P_c + 0,01465\dot{m}_{in} - 0,02058P_c^2 + 8,707e - 5P_c\dot{m}_{in} - 3,829e - 4\dot{m}_{in}^2 \quad (A5.1)$$

$$n_{mA}(P_c, \dot{m}_{in}) = 0,003474 - 2,738e-3P_c + 0,02577\dot{m}_{in} + 3,476e-4P_c^2 - 1,663e-4P_c\dot{m}_{in} + 9,319e-7\dot{m}_{in}^2 \quad (A5.2)$$

$$\mathcal{M}_C(P_c, \dot{m}_{in}) = 35,38 + 0,2226P_c + 0,01158\dot{m}_{in} - 0,01554P_c^2 + 8,639e - 5P_c\dot{m}_{in} - 3,208e - 4\dot{m}_{in}^2 \quad (A5.3)$$

$$n_{mC}(P_c, \dot{m}_{in}) = 0,002708 - 1,972e-3P_c + 0,02514\dot{m}_{in} + 2,515e-4P_c^2 - 1,296e-4P_c\dot{m}_{in} + 1,0878e-6\dot{m}_{in}^2 \quad (A5.4)$$

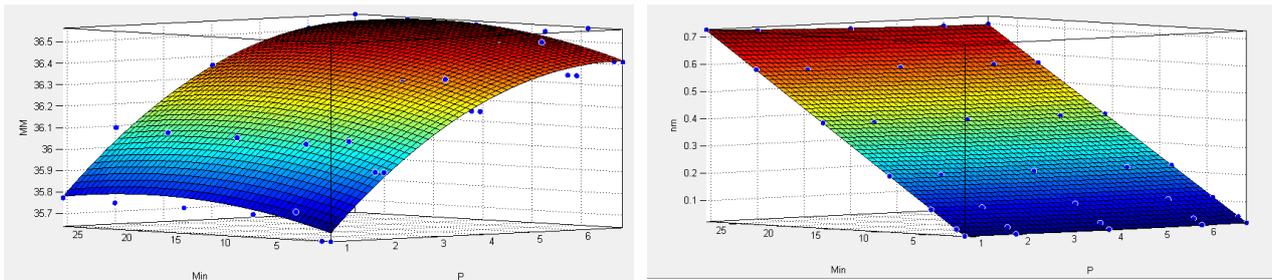


Figura 51 - Massa molar e n° de moles em função da pressão e massa de propelente para a composição pura.
Fonte: O autor (2017).

Tabela 29 – Propriedades químicas em função da massa de propelente e pressão para a composição mais pura.

Min (g)	P(bar)	MM (g/mol)	N° mols Gás
0,880000	0,90	35,642	0,023
0,880000	2,00	35,950	0,022
0,880000	4,00	36,212	0,022
0,880000	6,00	36,357	0,022
0,880000	6,96	36,410	0,022
1,770000	0,90	35,642	0,046
1,770000	2,00	35,950	0,045
1,770000	4,00	36,212	0,044
1,770000	6,00	36,357	0,044
1,770000	6,96	36,410	0,044
4,440000	0,90	35,771	0,113
4,440000	2,00	36,085	0,112
4,440000	4,00	36,352	0,110
4,440000	6,00	36,503	0,109
4,440000	6,96	36,557	0,109
8,790000	0,90	35,748	0,227
8,790000	2,00	36,062	0,223
8,790000	4,00	36,327	0,220
8,790000	6,00	36,477	0,218
8,790000	6,96	36,531	0,217
15,820000	0,90	35,760	0,408
15,820000	2,00	36,074	0,401
15,820000	4,00	36,340	0,395
15,820000	6,00	36,491	0,392
15,820000	6,96	36,545	0,391
22,850000	0,90	35,765	0,589
22,850000	2,00	36,079	0,579
22,850000	4,00	36,345	0,571
22,850000	6,00	36,496	0,566
22,850000	6,96	36,550	0,565
28,120000	0,90	35,775	0,725
28,120000	2,00	36,089	0,713
28,120000	4,00	36,356	0,703
28,120000	6,00	36,507	0,697
28,120000	6,96	36,561	0,695

Tabela 30 - Propriedades químicas em função da massa de propelente e pressão para a composição menos pura.

Min (g)	P(bar)	MM (g/mol)	N° mols Gás
0.880	0.89	35.477	0.022
0.880	2.00	35.718	0.022
0.880	4.00	35.927	0.022
0.880	6.00	36.054	0.022
0.880	6.96	36.103	0.022
1.770	0.89	35.597	0.045
1.770	2.00	35.845	0.044
1.770	4.00	36.059	0.043
1.770	6.00	36.190	0.043
1.770	6.96	36.241	0.043
4.440	0.89	35.676	0.112
4.440	2.00	35.931	0.110
4.440	4.00	36.152	0.109
4.440	6.00	36.286	0.108
4.440	6.96	36.337	0.108
8.790	0.89	35.601	0.221
8.790	2.00	35.852	0.219
8.790	4.00	36.069	0.216
8.790	6.00	36.201	0.215
8.790	6.96	36.252	0.214
15.820	0.89	35.612	0.398
15.820	2.00	35.864	0.393
15.820	4.00	36.082	0.389
15.820	6.00	36.214	0.386
15.820	6.96	36.264	0.385
22.850	0.89	35.643	0.575
22.850	2.00	35.896	0.567
22.850	4.00	36.115	0.561
22.850	6.00	36.248	0.557
22.850	6.96	36.299	0.556
28.120	0.89	35.628	0.708
28.120	2.00	35.880	0.699
28.120	4.00	36.099	0.691
28.120	6.00	36.231	0.686
28.120	6.96	36.282	0.685

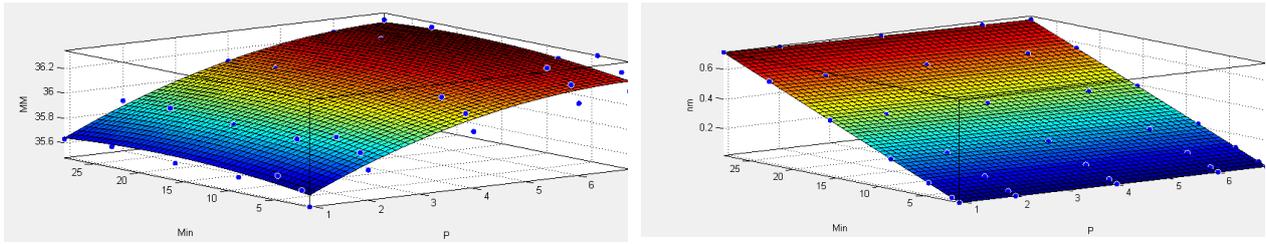


Figura 52 - Massa molar e n° de moles em função da pressão e massa de propelente para a composição menos pura. Fonte: O autor (2017).

APÊNDICE B - PRINCIPAIS DIMENSÕES E DADOS DE PREENCHIMENTO DO MTP

Dentre as várias dimensões e propriedades que o MTP possui, nesse trabalho apenas alguns valores foram úteis para os devidos fins de cálculo.

- D_g : Diâmetro de garganta.
- D_i : Diâmetro interno do envelope.
- L_p : Comprimento do grão-propelente.
- M_r : Massa de resíduos.
- M_p : Massa de propelente.
- ρ : Massa específica do propelente.

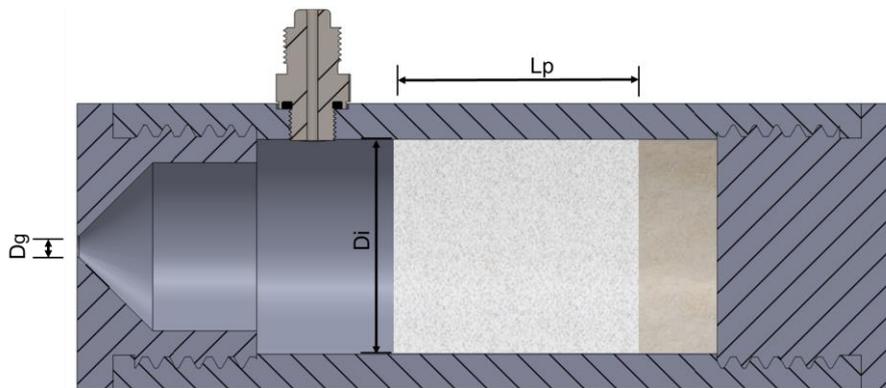


Figura 53 – Dimensões principais do MTP. Fonte: O autor (2017).

Tabela 31 – Dimensões e massas principais do MTP-01 para os testes realizados em 16 de jul. de 2016.

Envelope	D_g [mm]	D_i [mm]	L_p [mm]	M_r [g]	M_p [g]	ρ [kg/m ³]
12	60,03	60,03	51,36	28,90	224,00	1532,80
13	60,03	60,03	51,22	32,10	214,01	1472,84

Tabela 32 - Dimensões e massas principais para os testes realizados em 04 de jun. de 2015.

MTP	D_g [mm]	D_i [mm]	L_p [mm]	M_r [g]	M_p [g]	ρ [kg/m ³]
8	5,94	60,15	49,13	83,00	214,00	1532,87
9	7,00	60,07	48,88	75,00	214,00	1544,82
10	8,00	60,18	47,59	69,00	214,01	1580,97
11	9,98	60,15	48,54	56,00	213,99	1551,43

Tabela 33 - Dimensões e massas principais para os testes realizados em 06 de dez. de 2014.

MTP	D_g [mm]	D_i [mm]	L_p [mm]	M_r [g]	M_p [g]	ρ [kg/m ³]
11	9,98	60,15	49,22	46,82	214,01	1530,14
10	8,00	60,18	49,76	64,74	213,85	1510,90
9	7,00	60,07	50,28	76,00	214,23	1503,42
8	5,94	60,15	50,40	51,66	214,24	1495,92

Tabela 34 - Dimensões e massas principais para os testes realizados em 11 de jul. de 2016.

MTP	Dg [mm]	Di [mm]	Lp [mm]	Mr [g]	Mp [g]	ρ [kg/m³]
6	4,45	60,16	49,01	84,00	214,02	1536,26
7	4,96	60,17	48,57	81,00	214,02	1549,66
8	5,94	60,15	49,74	84,00	214,01	1514,14

APÊNDICE C - CURVAS DE EMPUXO EXPERIMENTAIS DO MTP

Seguem as curvas de empuxo versus tempo utilizadas nesse trabalho, obtidas com o aplicativo Curva Empuxo 2.1.

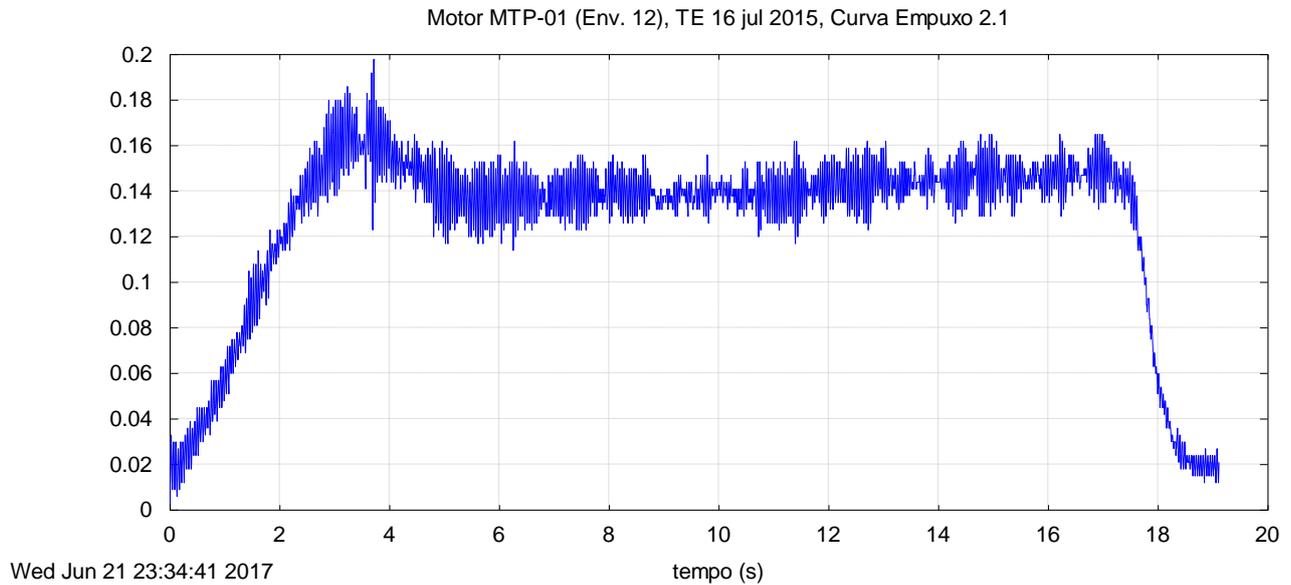


Figura 54 – Curva de empuxo do MTP-01, envelope n° 12. Fonte: O autor (2017).

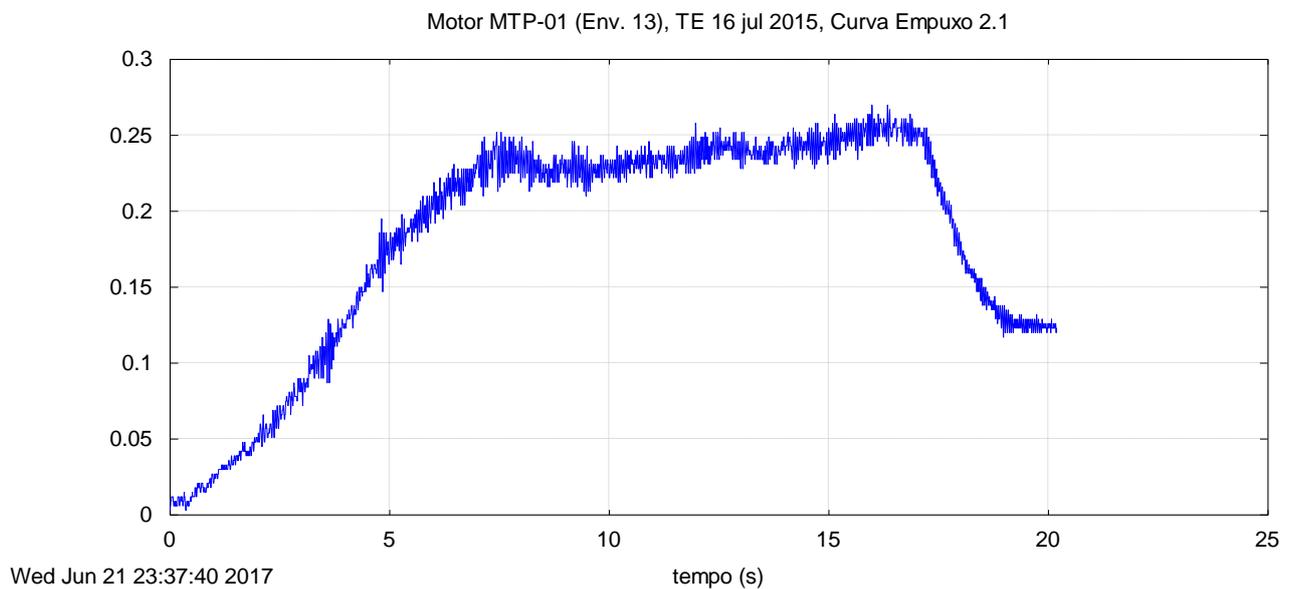


Figura 55 - Curva de empuxo do MTP-01, envelope n° 13. Fonte: O autor (2017).

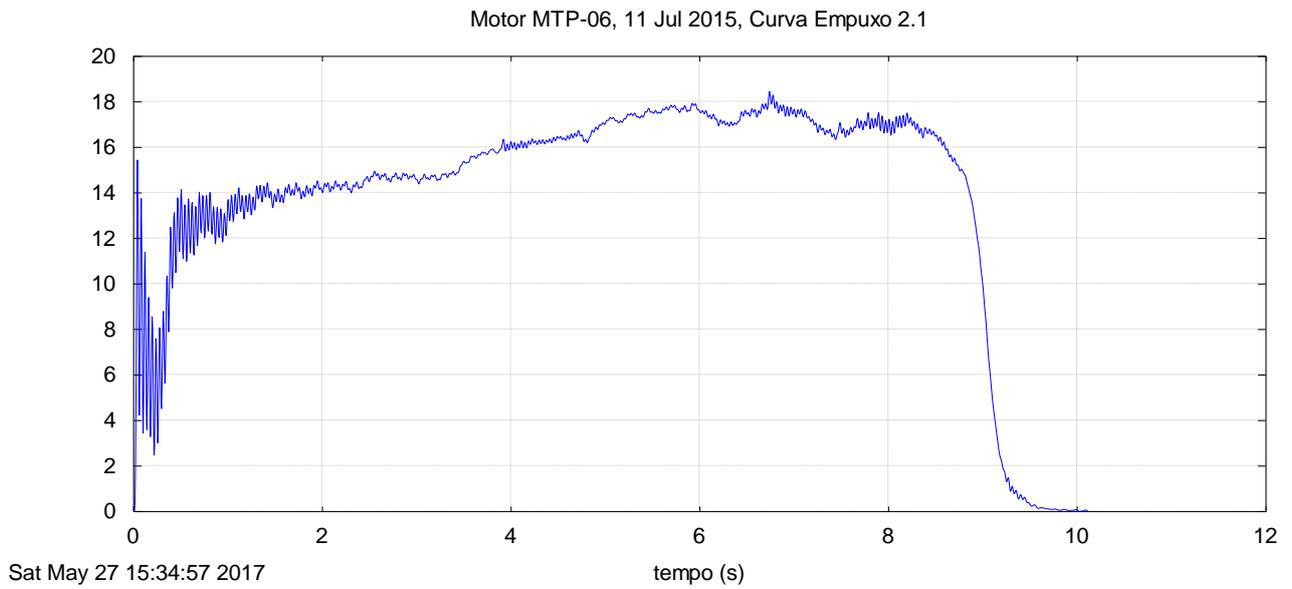


Figura 56 - Curva de empuxo do MTP-06. Fonte: O autor (2017).

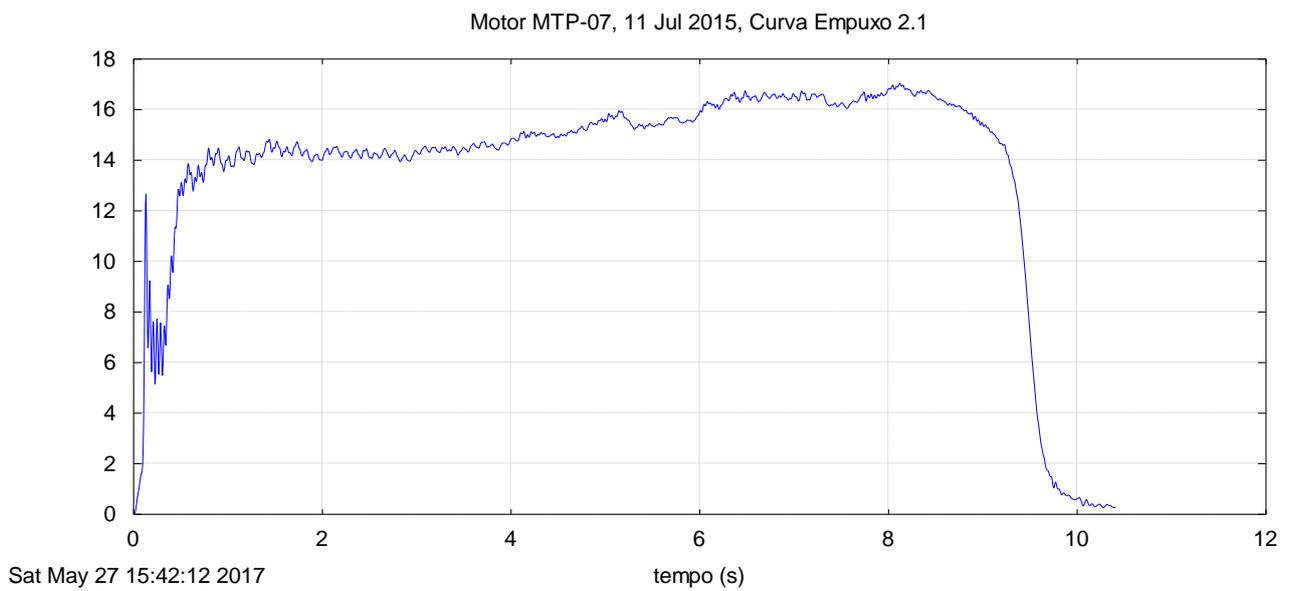


Figura 57 - Curva de empuxo do MTP-07. Fonte: O autor (2017).

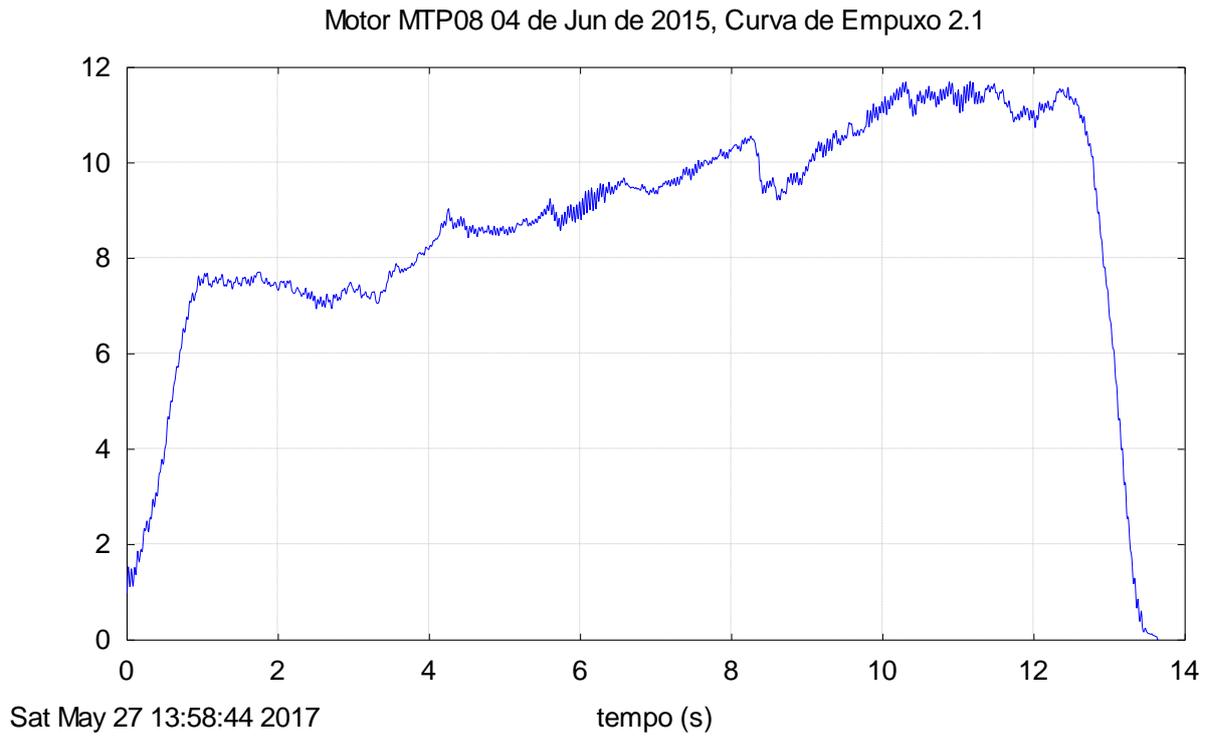


Figura 58 - Curva de empuxo do MTP-08. Fonte: O autor (2017).

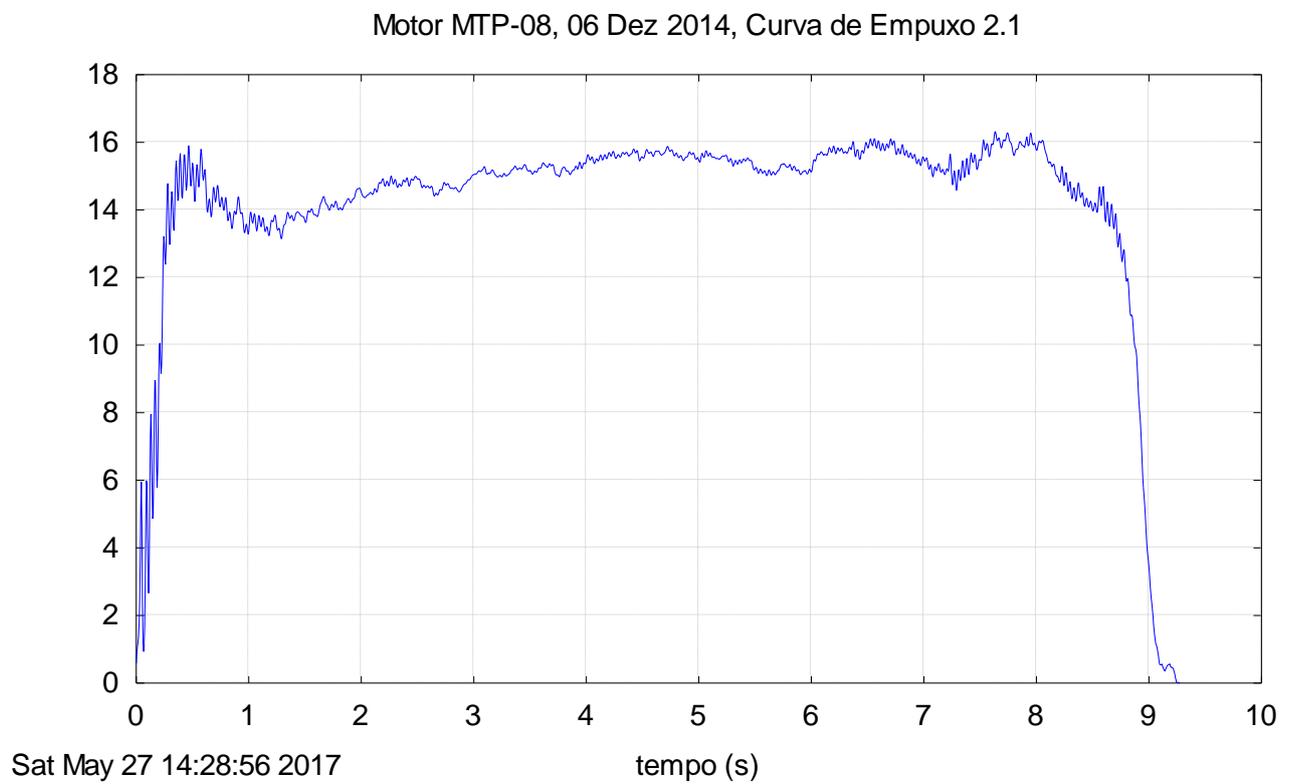


Figura 59 - Curva de empuxo do MTP-08. Fonte: O autor (2017).

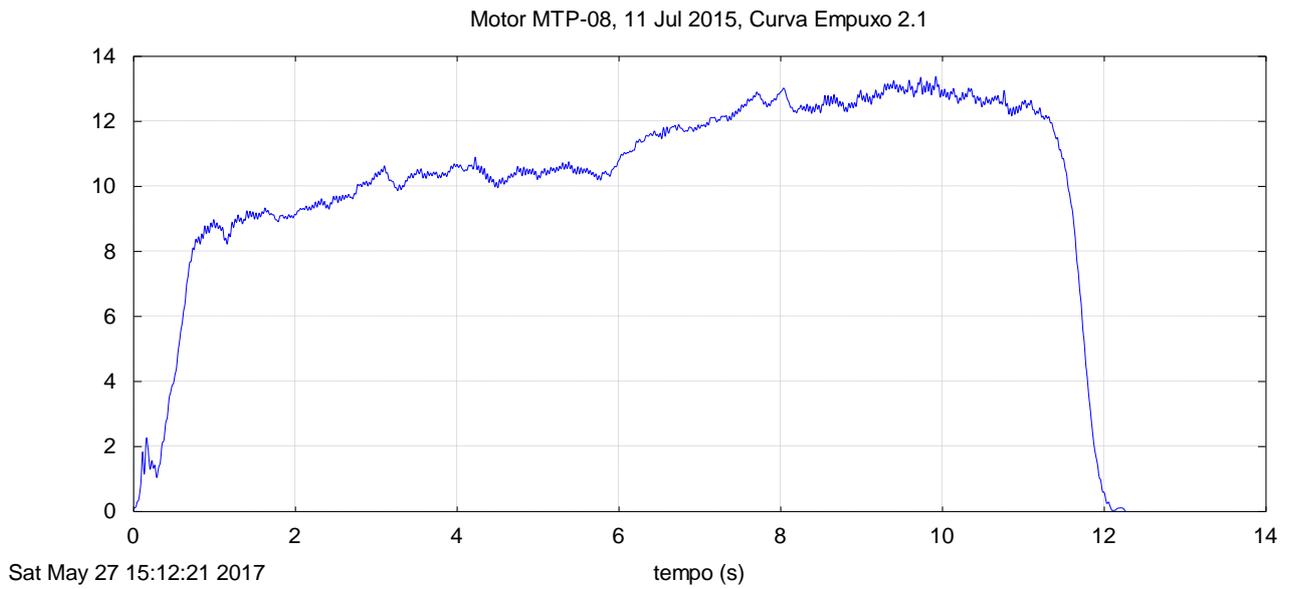


Figura 60 - Curva de empuxo do MTP-08. Fonte: O autor (2017).

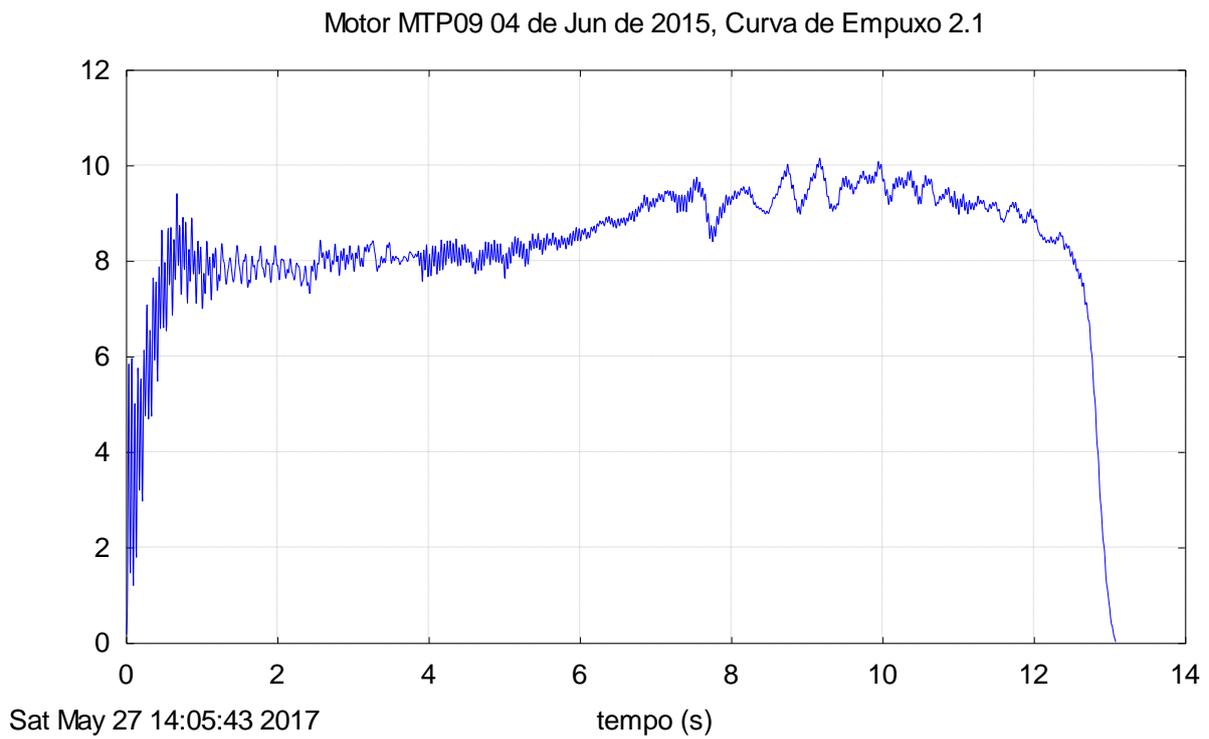


Figura 61 - Curva de empuxo do MTP-09. Fonte: O autor (2017).

Motor MTP-09, 06 Dez 2014, Curva de Empuxo 2.1

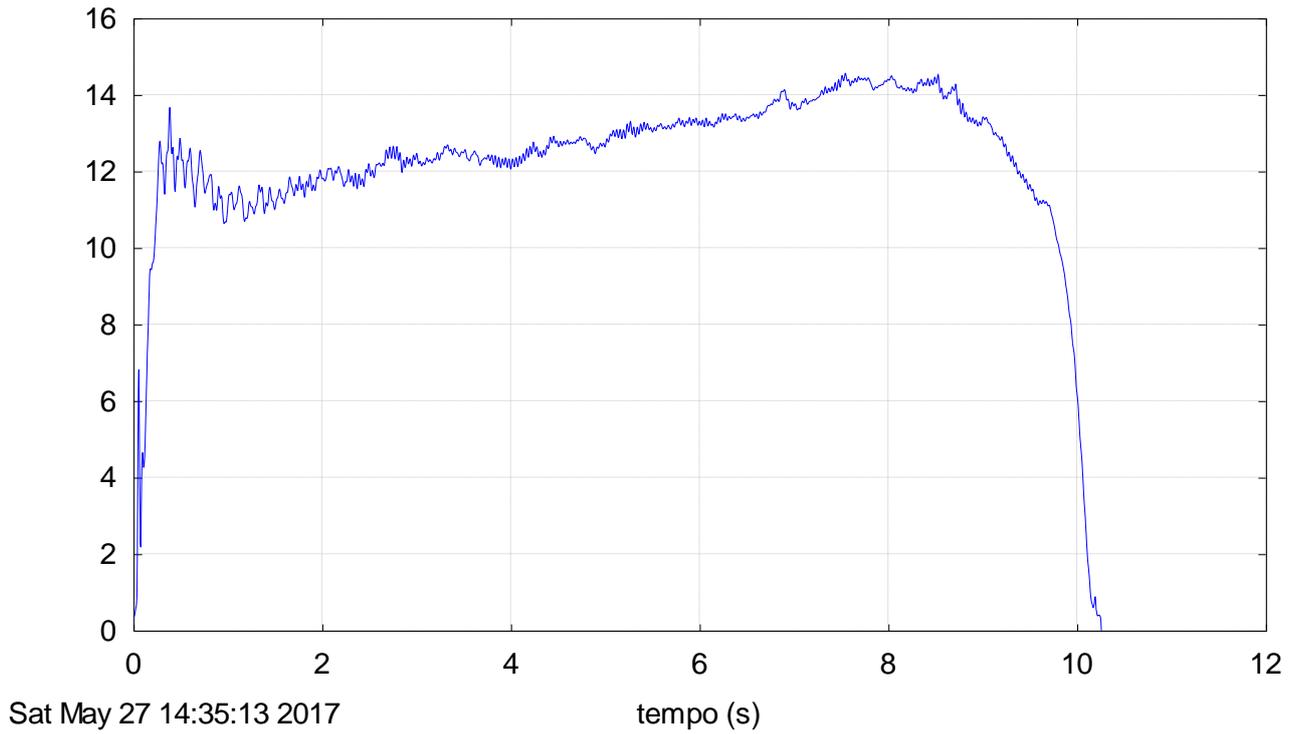


Figura 62 - Curva de empuxo do MTP-09. Fonte: O autor (2017).

Motor MTP10 04 de Jun de 2015, Curva de Empuxo 2.1

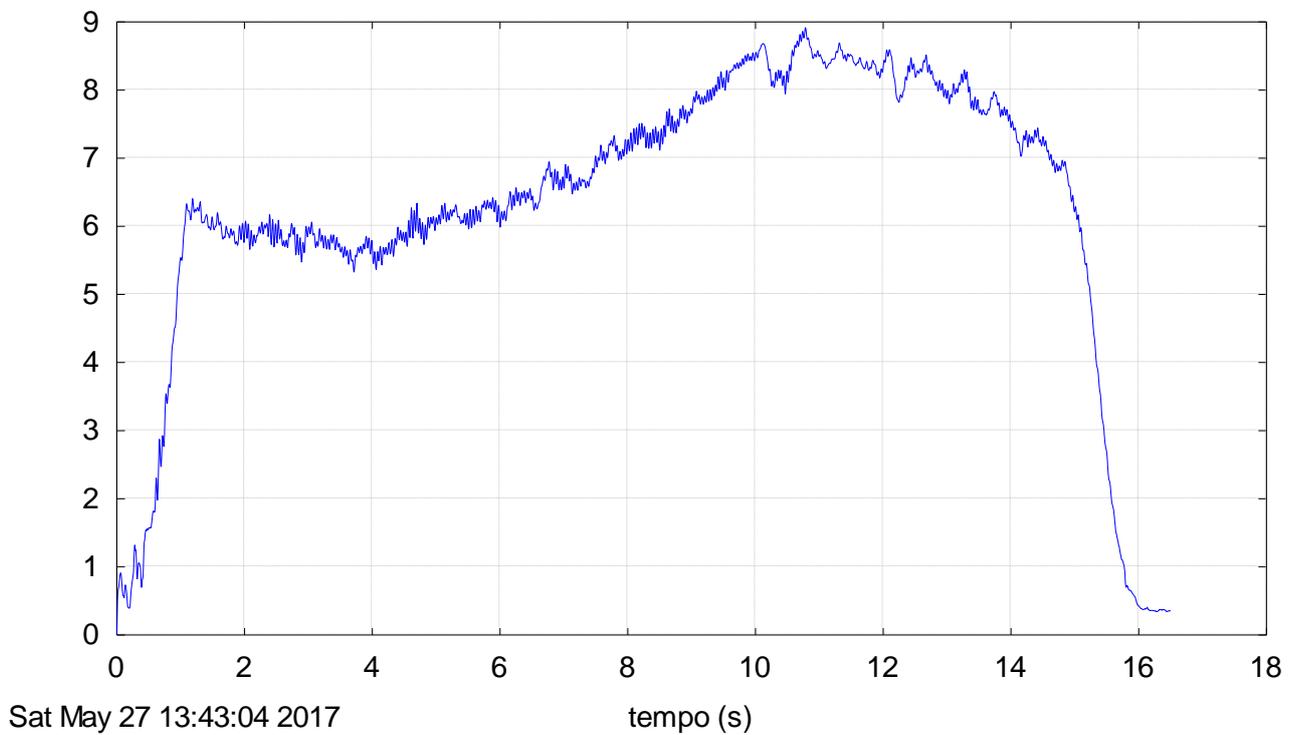


Figura 63 - Curva de empuxo do MTP-10. Fonte: O autor (2017).

Motor MTP-09, 06 Dez 2014, Curva de Empuxo 2.1

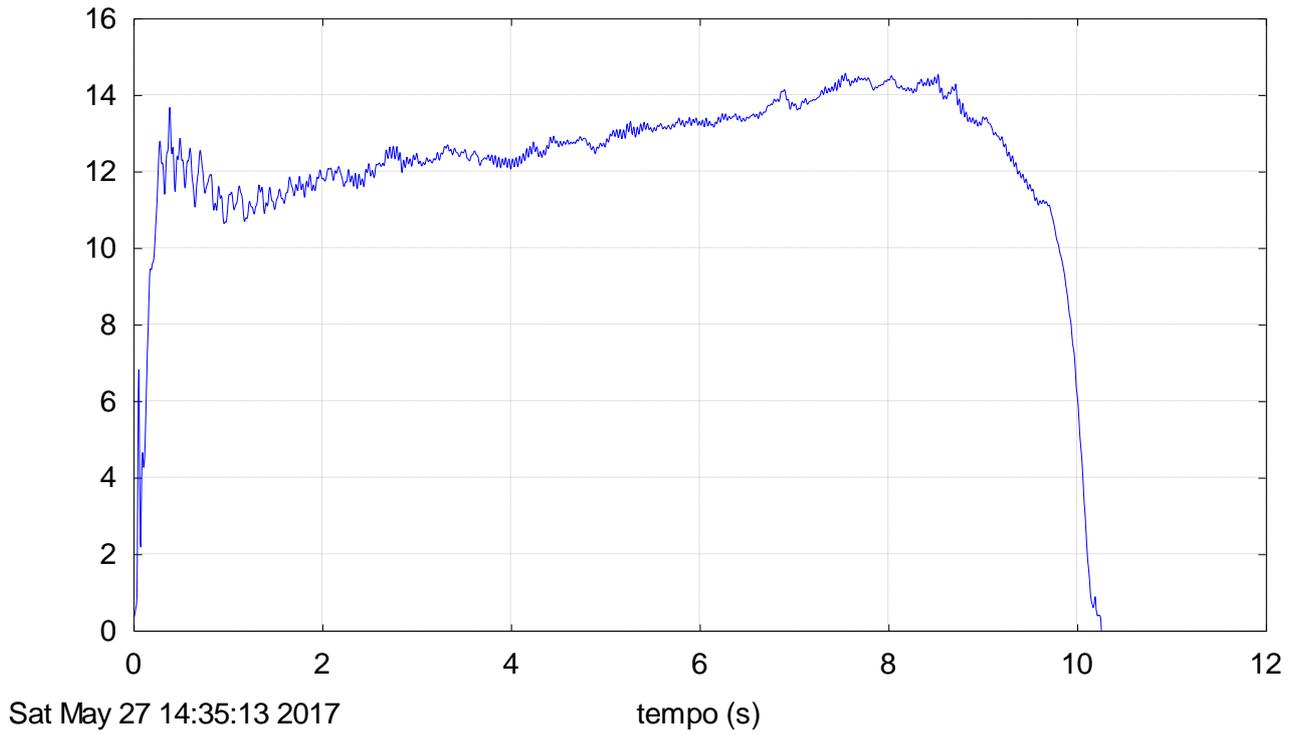


Figura 64 - Curva de empuxo do MTP-09. Fonte: O autor (2017).

Motor MTP10 04 de Jun de 2015, Curva de Empuxo 2.1

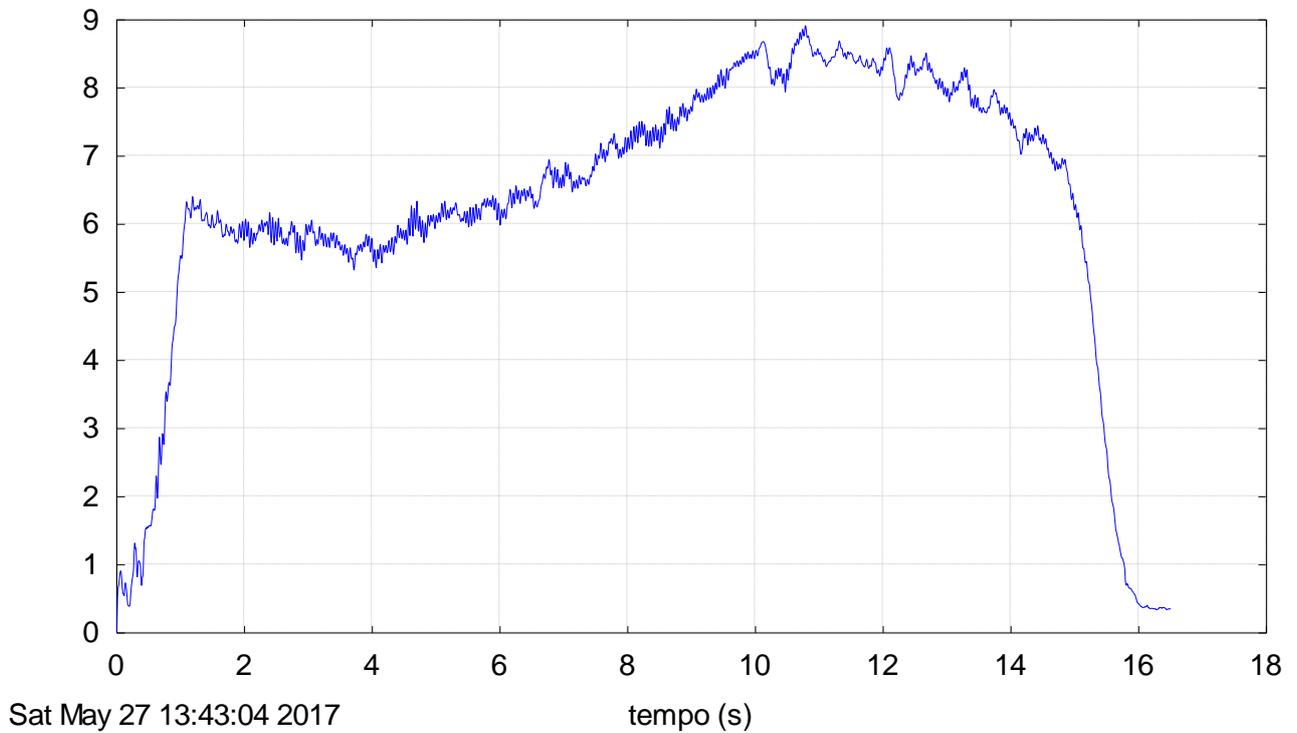


Figura 65 - Curva de empuxo do MTP-10. Fonte: O autor (2017).

Motor MTP-09, 06 Dez 2014, Curva de Empuxo 2.1

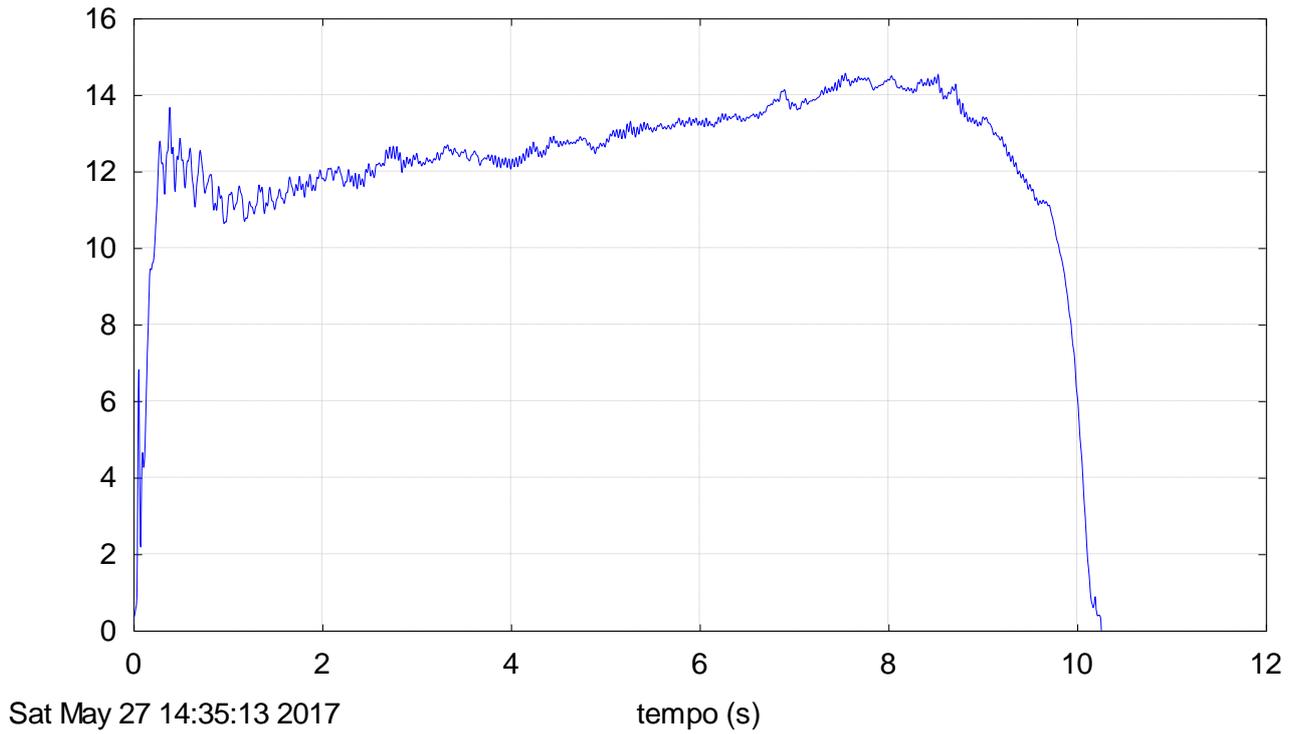


Figura 66 - Curva de empuxo do MTP-09. Fonte: O autor (2017).

Motor MTP11 04 de Jun de 2015, Curva de Empuxo 2.1

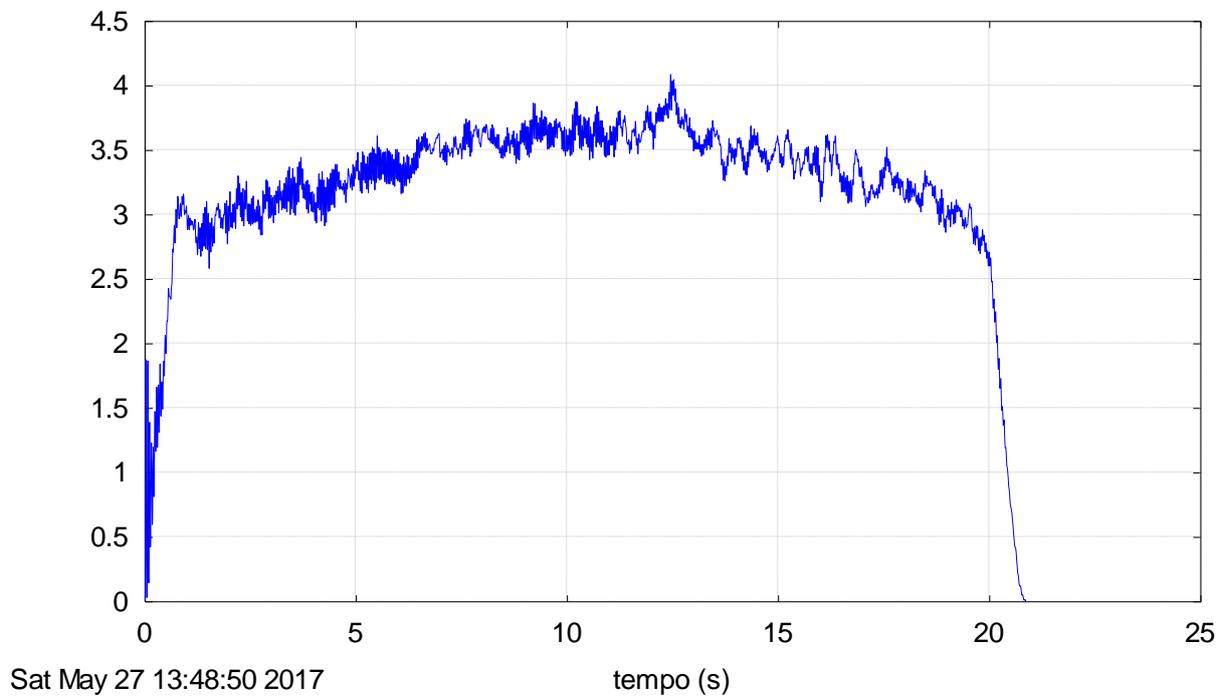


Figura 67 - Curva de empuxo do MTP-11. Fonte: O autor (2017).

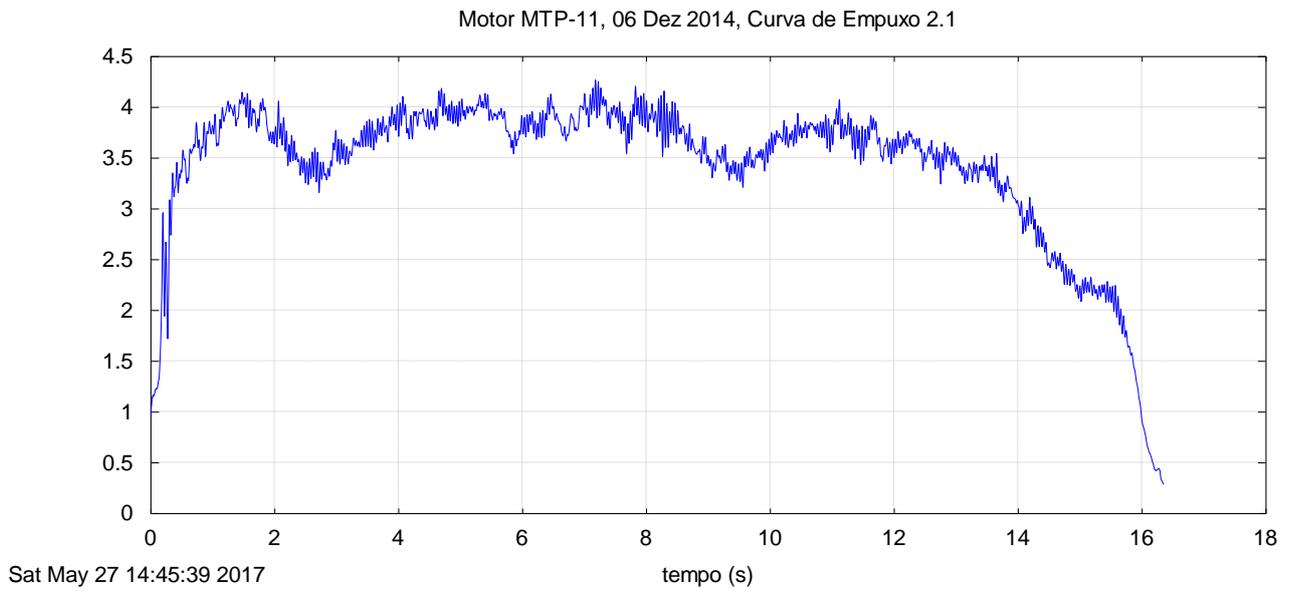


Figura 68 - Curva de empuxo do MTP-11. Fonte: O autor (2017).

APÊNDICE D - FLUXOS DE MASSA

Os gráficos das Figuras 69 a 75 demonstram os resultados para os fluxos de massa calculados em função dos valores experimentais das curvas de pressão versus tempo dos MTP, com testes realizados em duas datas diferentes e utilizando o procedimento do item 5.4. Os gráficos das Figuras 76 e 77 são os resultados para os fluxos de massa calculados em função da pressão estimada dos testes de curva de empuxo, utilizando o mesmo procedimento do item 5.4 desse trabalho. Os indicadores são:

- m_g = Massa gerada de gases do propelente.
- m_{sai} = Massa de gás que sai pela tubeira.
- m_c = Variação da massa no interior do motor-foguete.

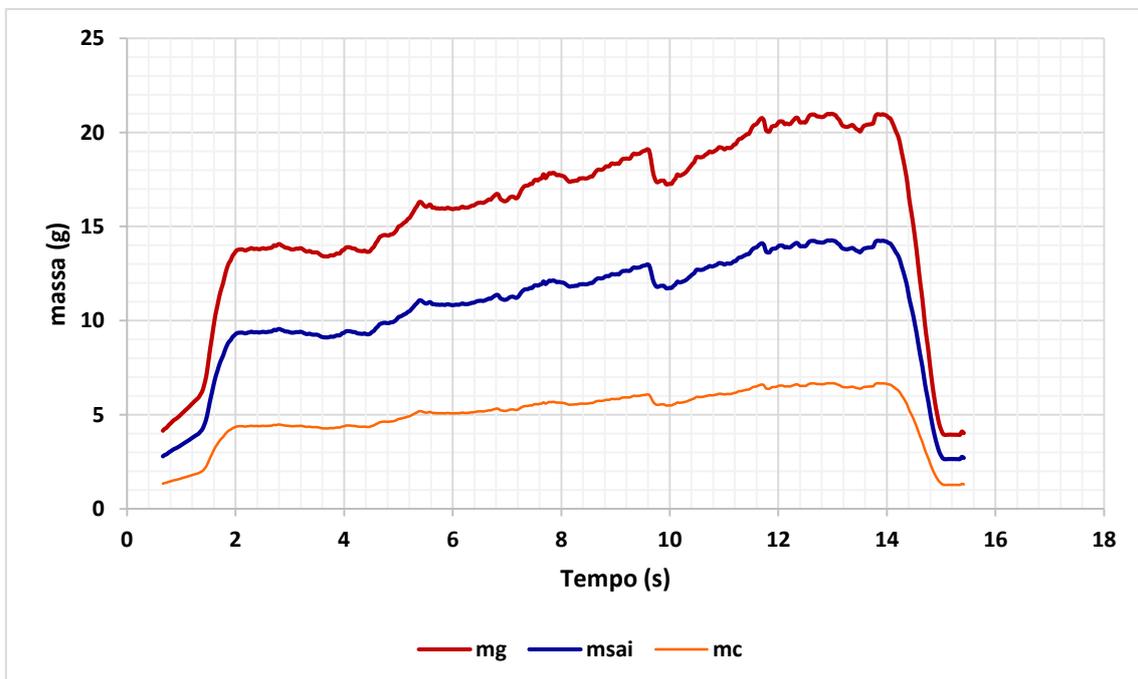


Figura 69 – Gráficos do fluxo de massa vs. tempo do MTP-08 dos testes estáticos do dia 4 de junho de 2015.
Fonte: O autor (2017).

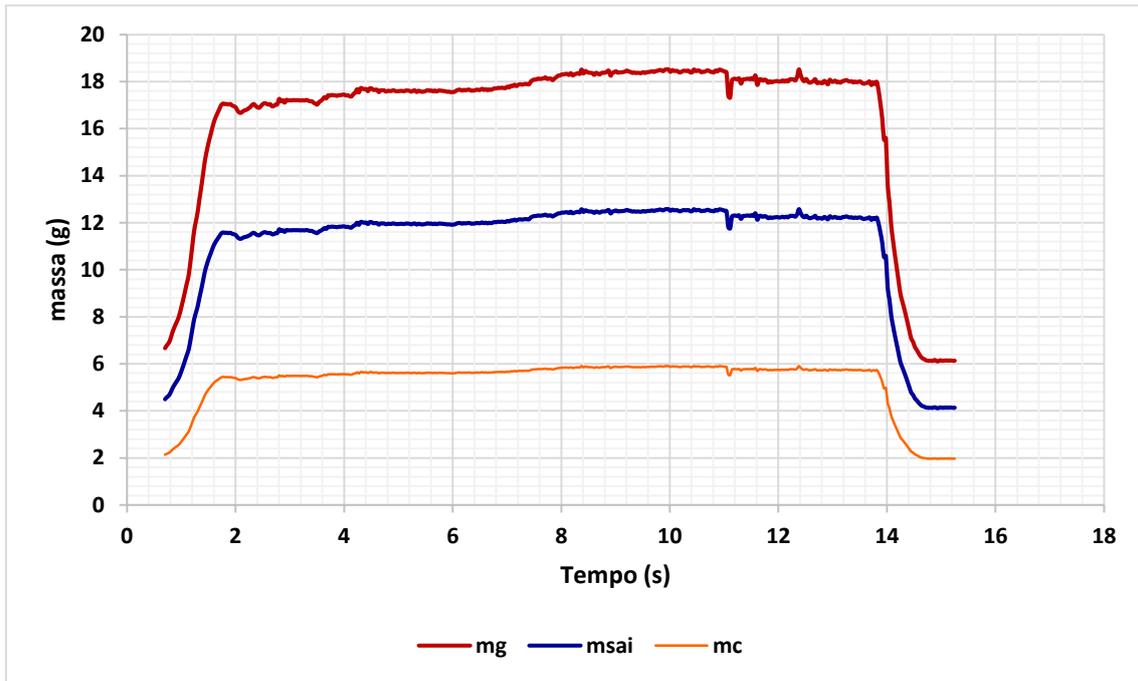


Figura 70 – Gráficos do fluxo de massa vs. tempo do MTP-09 dos testes estáticos do dia 4 de junho de 2015.
Fonte: O autor (2017).

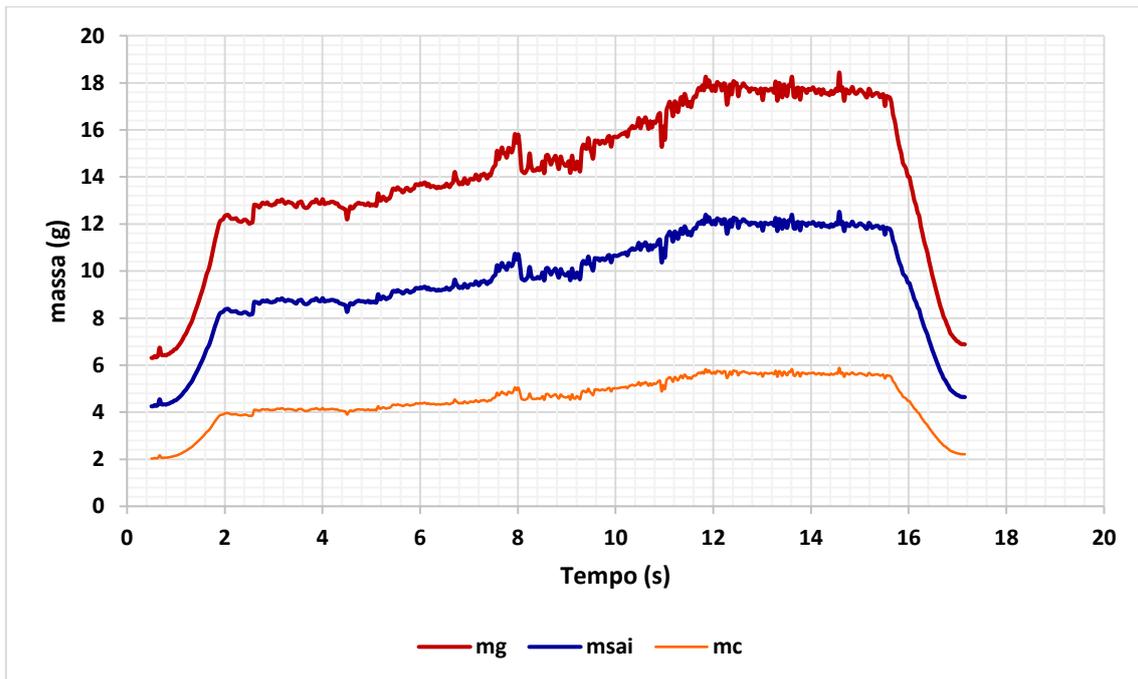


Figura 71 - Gráficos do fluxo de massa vs. tempo do MTP-10 dos testes estáticos do dia 4 de junho de 2015.
Fonte: O autor (2017).

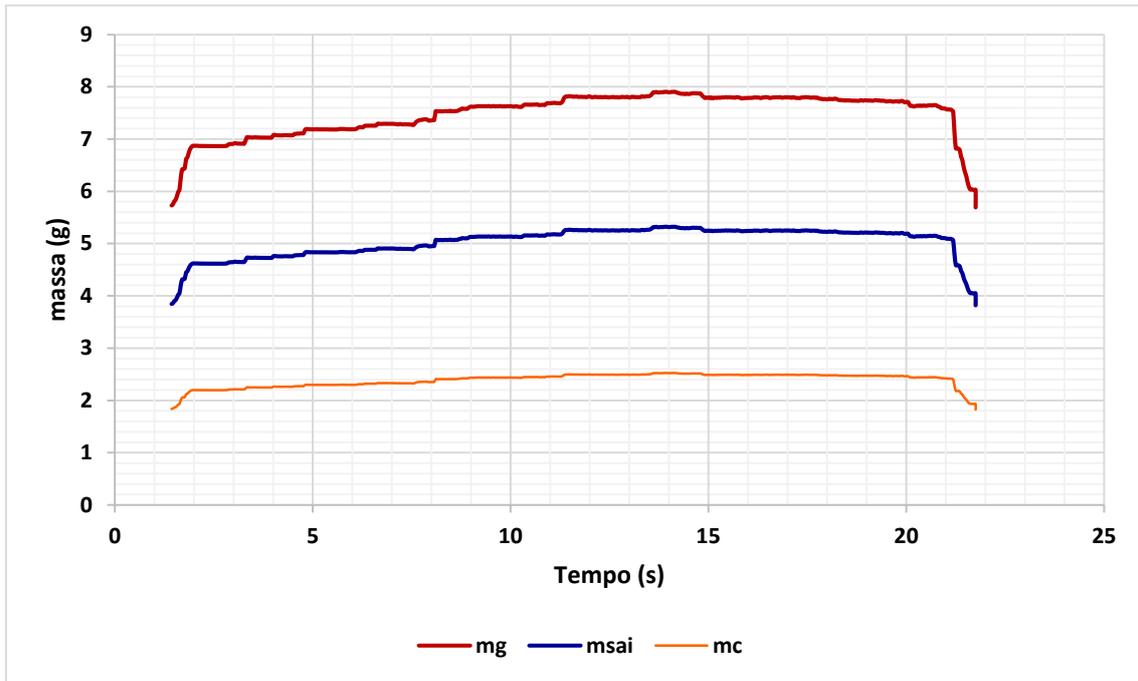


Figura 72 - Gráficos do fluxo de massa vs. tempo do MTP-11 dos testes estáticos do dia 4 de junho de 2015.
Fonte: O autor (2017).

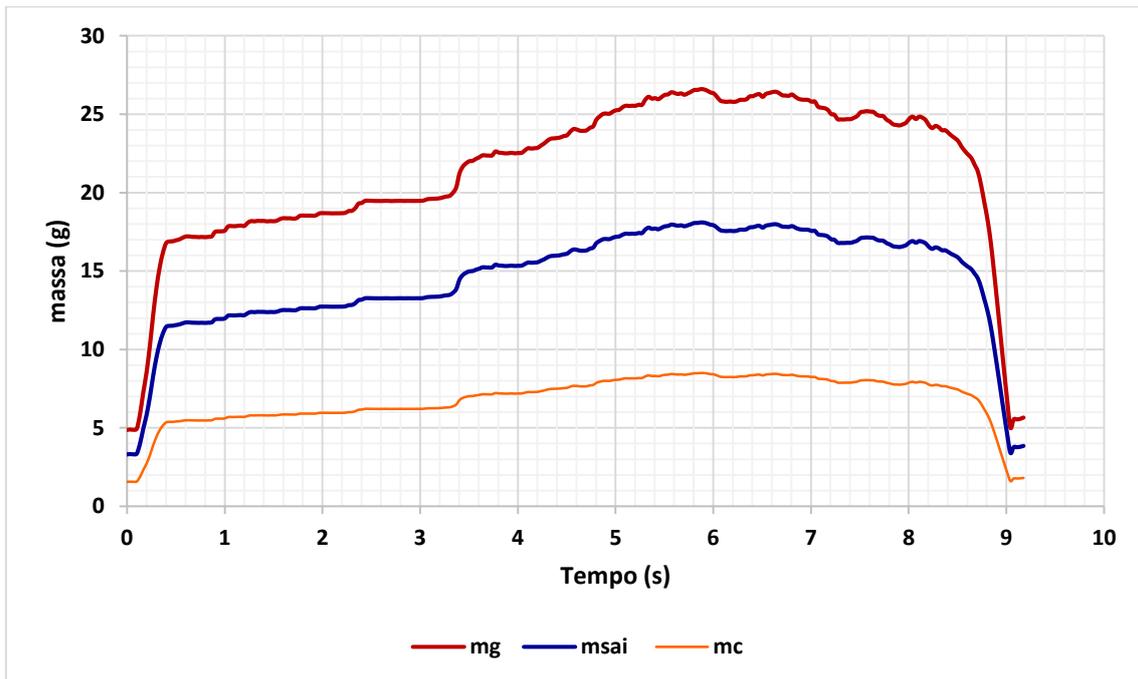


Figura 73 - Gráficos do fluxo de massa vs. tempo do MTP-06 dos testes estáticos do dia 11 de julho de 2015.
Fonte: O autor (2017).

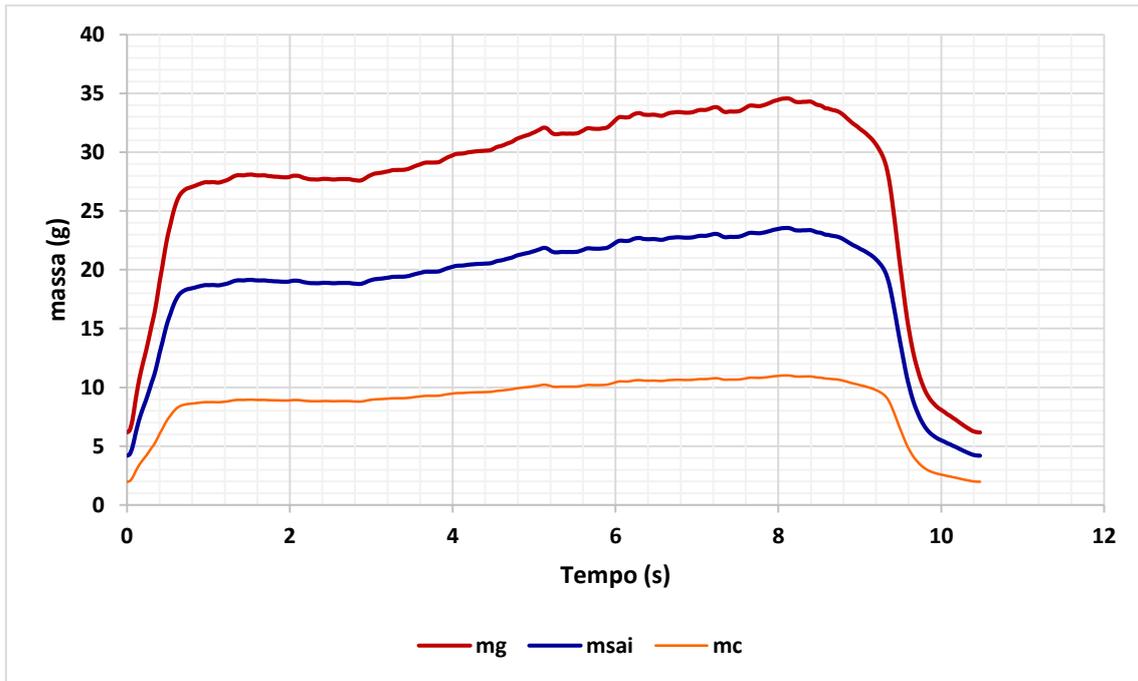


Figura 74 - Gráficos do fluxo de massa vs. tempo do MTP-07 dos testes estáticos do dia 11 de julho de 2015.
Fonte: O autor (2017).

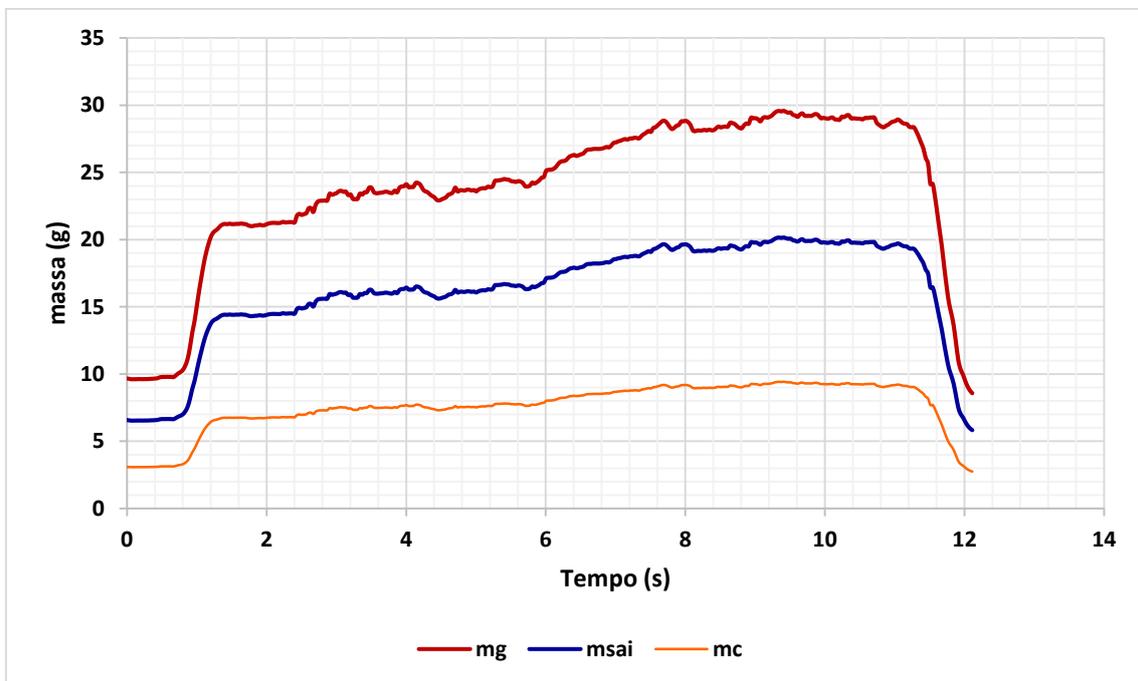


Figura 75 - Gráficos do fluxo de massa vs. tempo do MTP-08 dos testes estáticos do dia 11 de julho de 2015.
Fonte: O autor (2017).

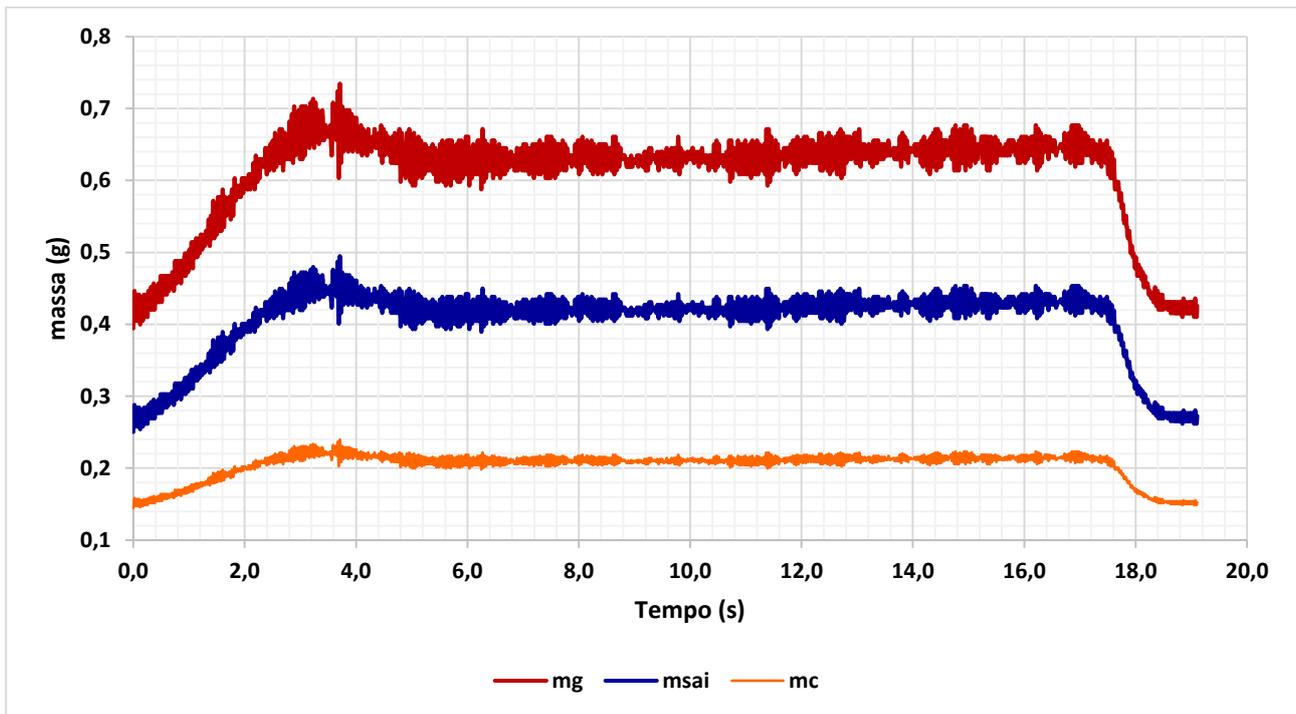


Figura 76 - Gráficos do fluxo de massa vs. tempo do MTP-01 (envelope 12) dos testes estáticos do dia 16 de julho de 2015. Fonte: O autor (2017).

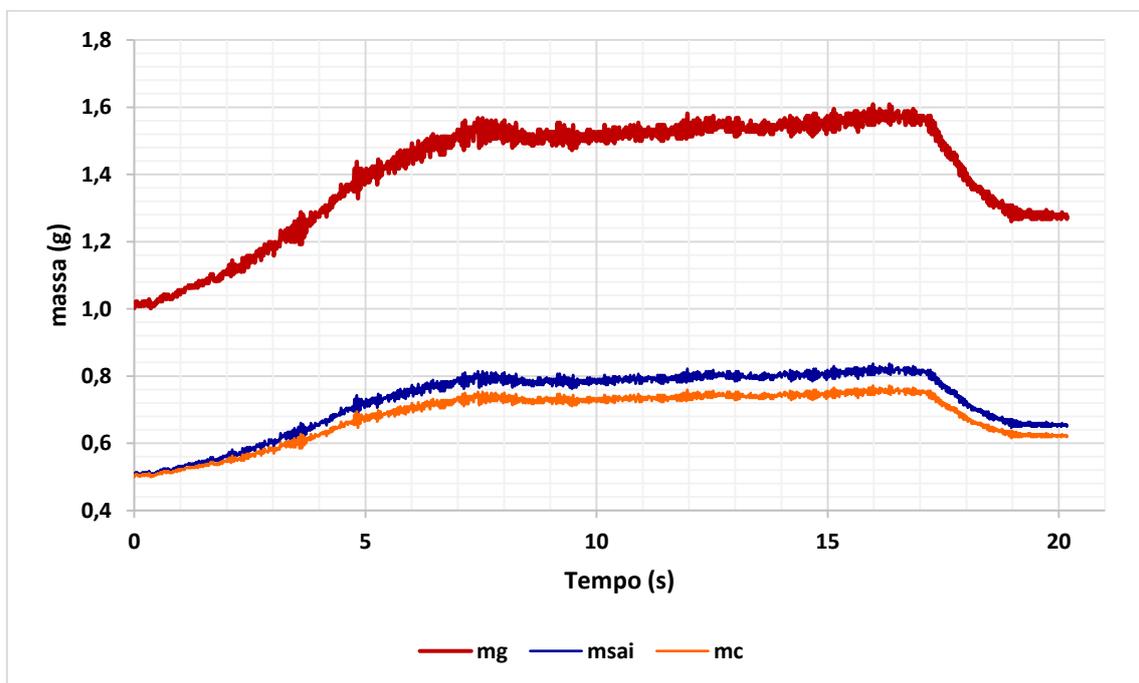


Figura 77 - Gráficos do fluxo de massa vs. tempo do MTP-01 (envelope 13) dos testes estáticos do dia 16 de julho de 2015. Fonte: O autor (2017).

APÊNDICE E - CURVAS DO COEFICIENTE DE EMPUXO EXPERIMENTAIS E ESTIMADAS

Os gráficos do coeficiente de empuxo versus tempo calculadas pelo procedimento do item 5.1, estão dispostas nas Figuras 78 a 84 onde:

- CFexp: Coeficiente de empuxo obtido em função da pressão experimental.
- CFcalc: Coeficiente de empuxo obtido em função da pressão estimada da curva de empuxo experimental.

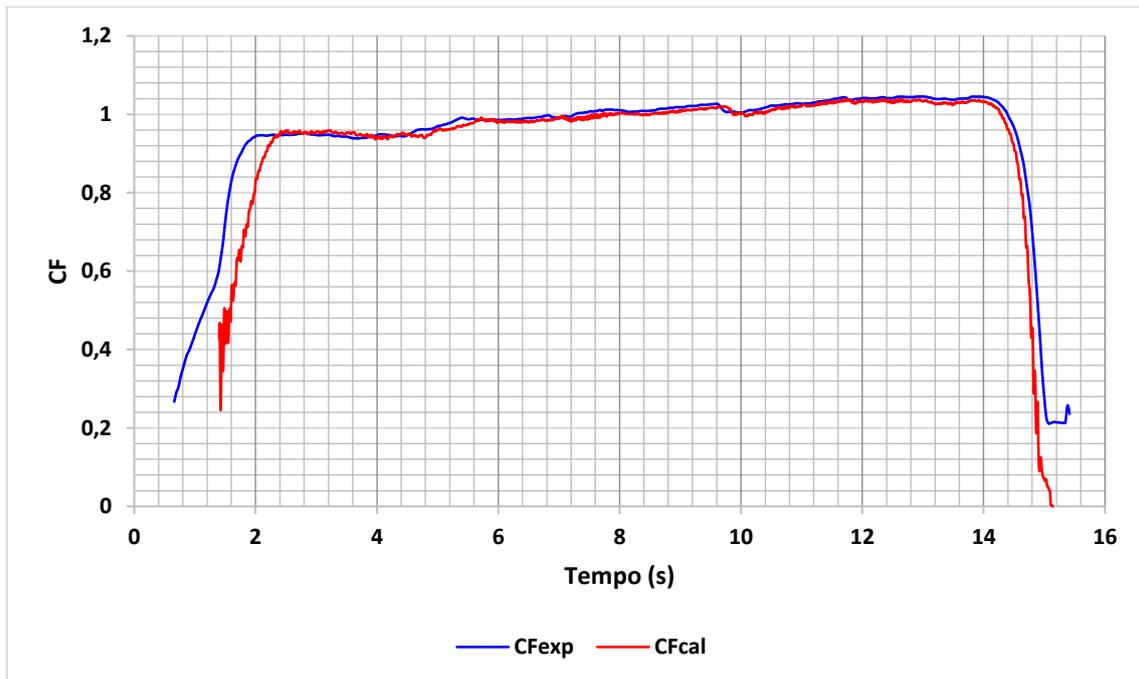


Figura 78 - Gráficos do coeficiente de empuxo experimental (C_{fexp}) e computado (C_{fcalc}) vs. tempo do MTP-08 dos testes estáticos do dia 04 de junho de 2015. Fonte: O autor (2017).

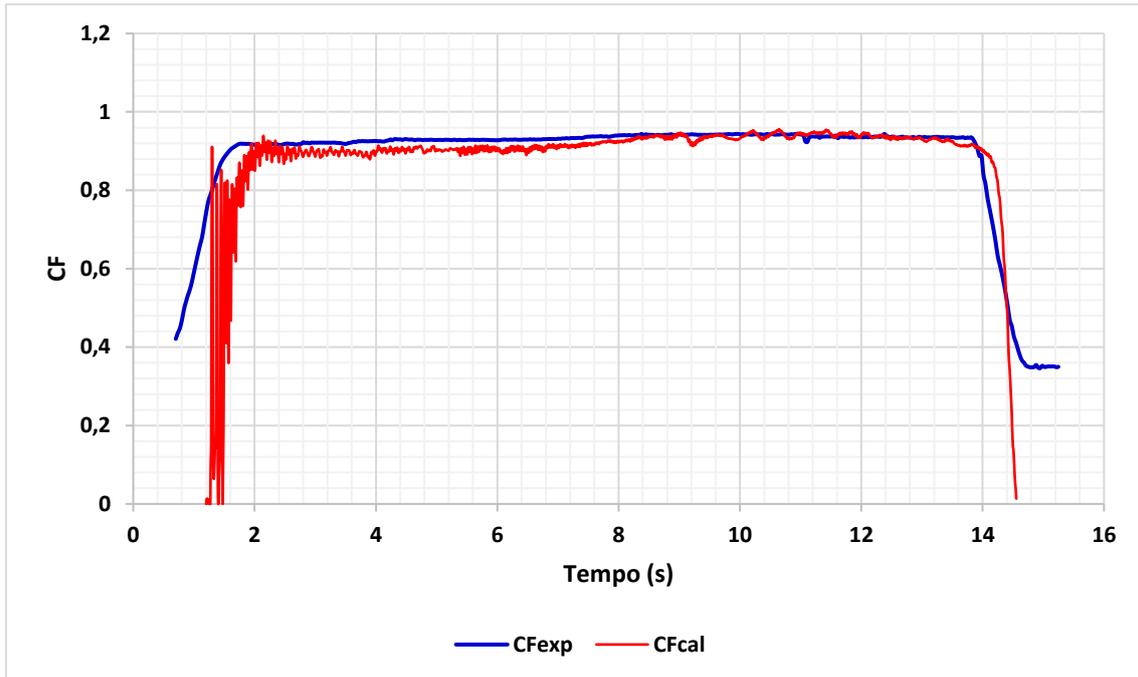


Figura 79 - Gráficos do coeficiente de empuxo experimental (CFexp) e computado (CFcal) vs. tempo do MTP-09 dos testes estáticos do dia 04 de junho de 2015. Fonte: O autor (2017).

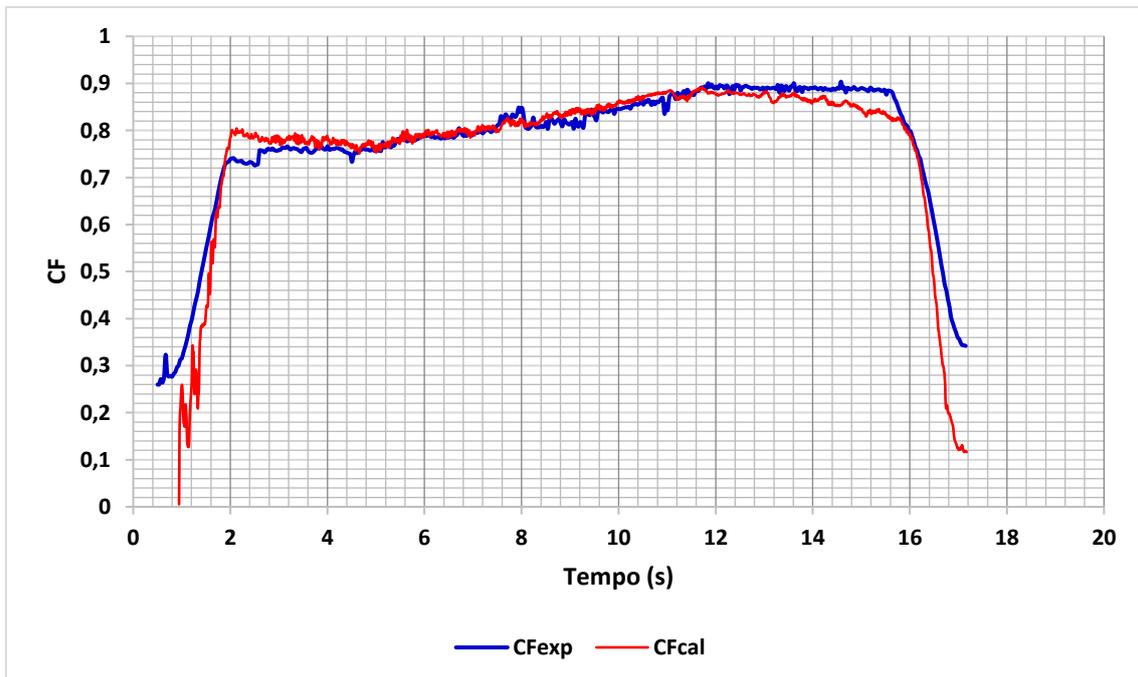


Figura 80 - Gráficos do coeficiente de empuxo experimental (CFexp) e computado (CFcal) vs. tempo do MTP-10 dos testes estáticos do dia 04 de junho de 2015. Fonte: O autor (2017).

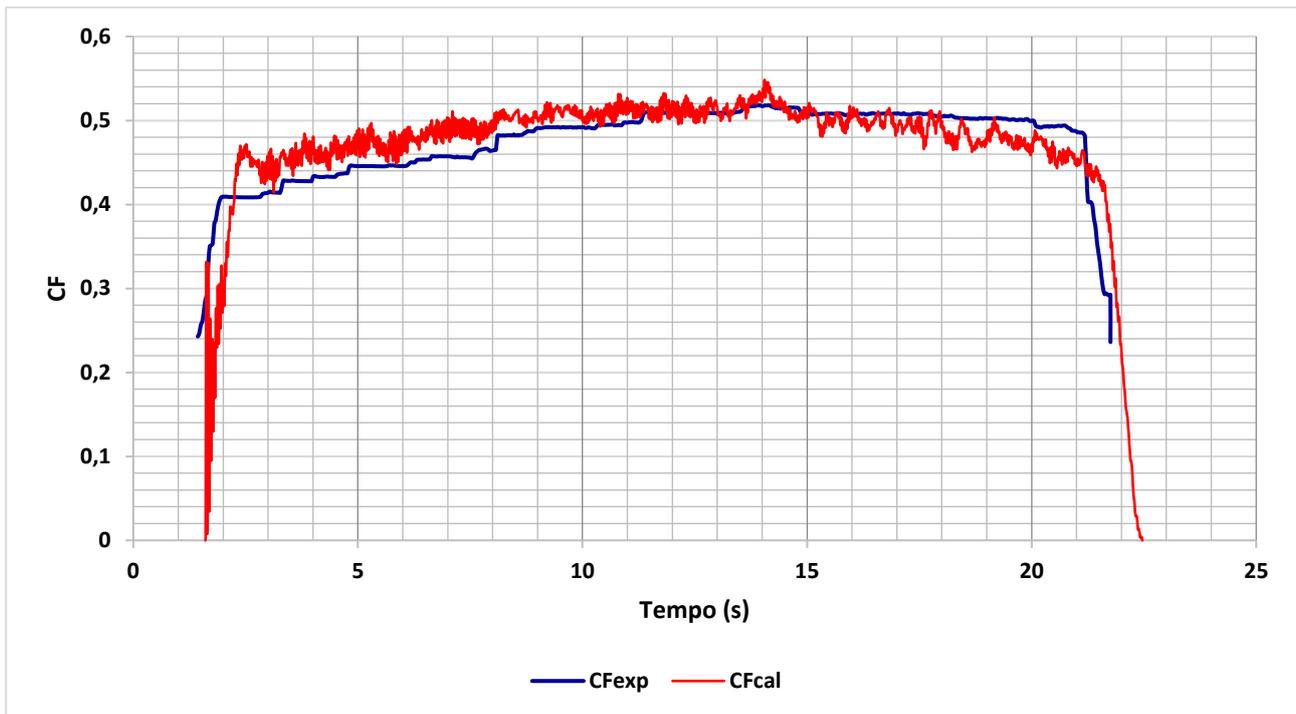


Figura 81 - Gráficos do coeficiente de empuxo experimental (CFexp) e computado (CFcal) vs. tempo do MTP-11 dos testes estáticos do dia 04 de junho de 2015. Fonte: O autor (2017).

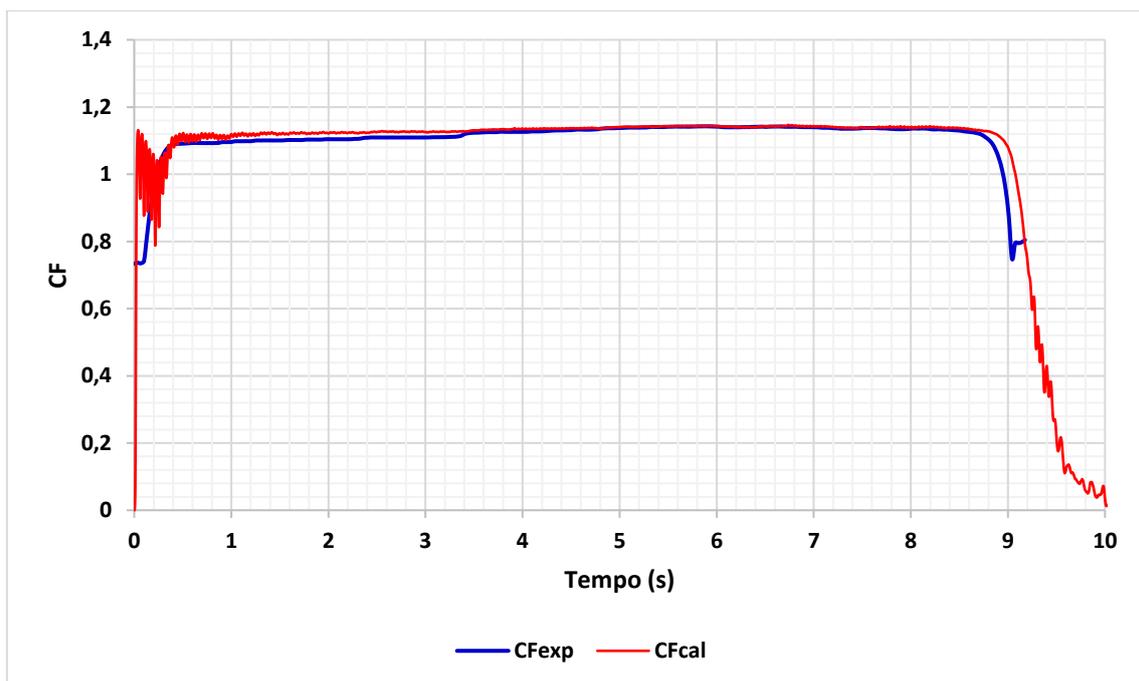


Figura 82 - Gráficos do coeficiente de empuxo experimental (CFexp) e computado (CFcal) vs. tempo do MTP-06 dos testes estáticos do dia 11 de julho de 2015. Fonte: O autor (2017).

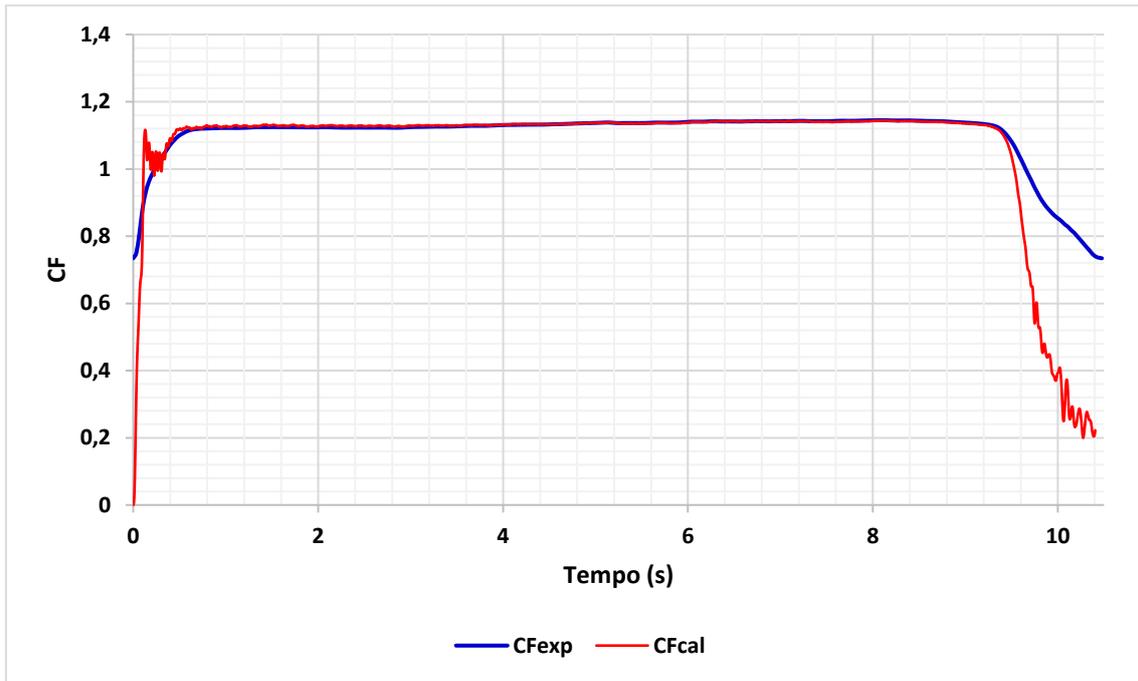


Figura 83 - Gráficos do coeficiente de empuxo experimental (CFexp) e computado (CFcal) vs. tempo do MTP-07 dos testes estáticos do dia 11 de julho de 2015. Fonte: O autor (2017).

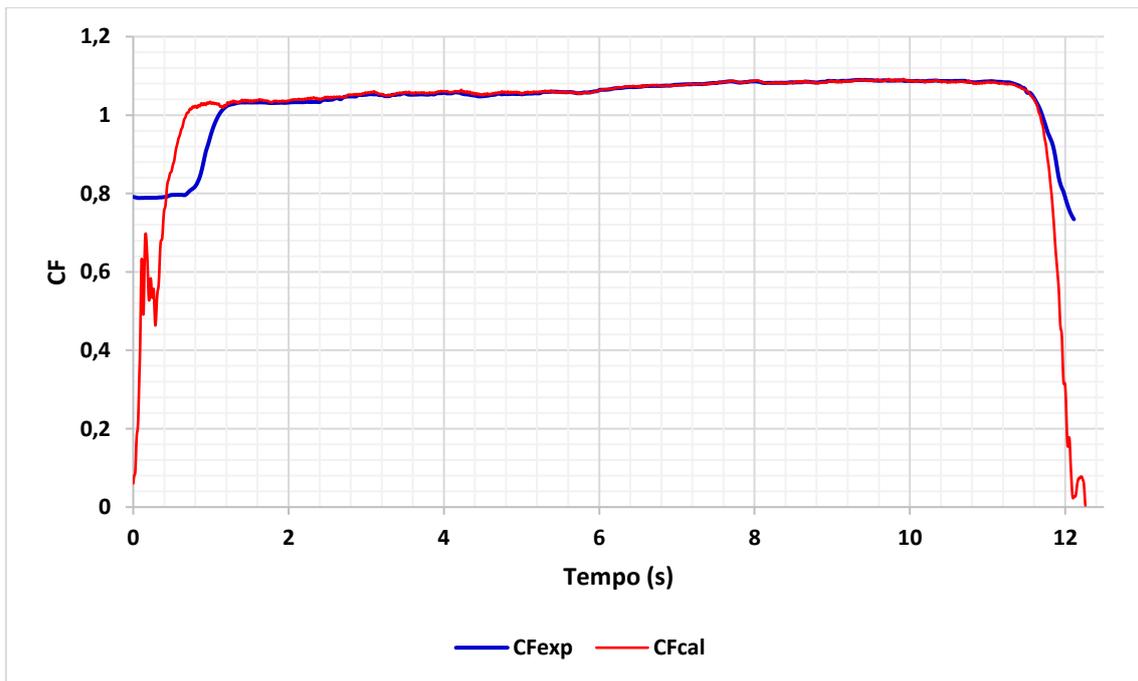


Figura 84 - Gráficos do coeficiente de empuxo experimental (CFexp) e computado (CFcal) vs. tempo do MTP-08 dos testes estáticos do dia 11 de julho de 2015. Fonte: O autor (2017).

APÊNDICE F - ÁREA DE QUEIMA DE PAREDES INIBIDAS E DESINIBIDAS

As Figuras de 85 a 91 estão os gráficos de área de queima versus tempo obtidas pelo procedimento 5.4 desse trabalho. Os gráficos comparam a área de queima considerando paredes inibidas e desinibidas.

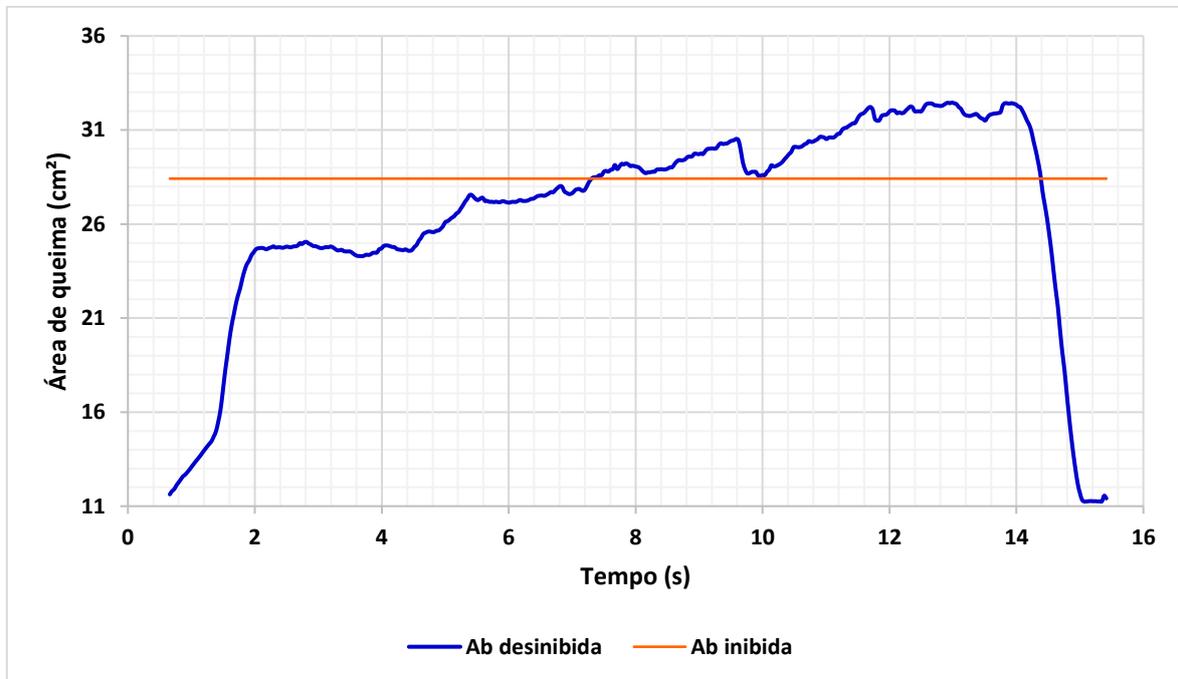


Figura 85 - Área de queima do MTP-08 do teste estático realizado no dia 04 de junho de 2015. Fonte: O autor (2017).

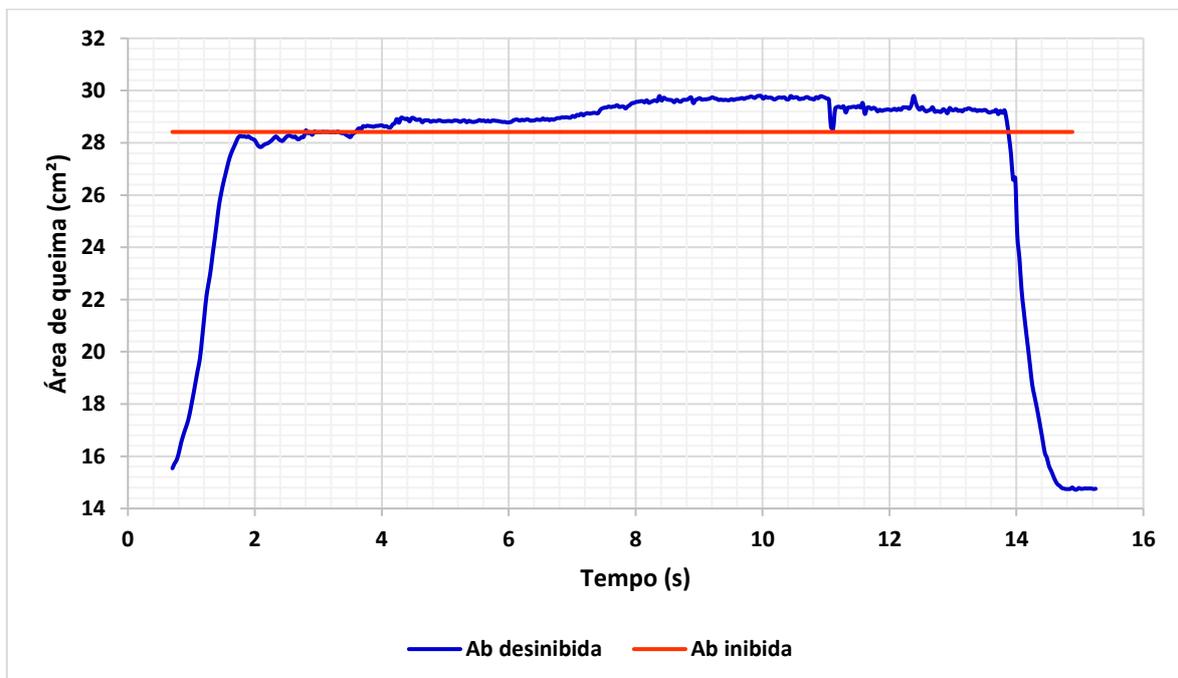


Figura 86 - Área de queima do MTP-09 do teste estático realizado no dia 04 de junho de 2015. Fonte: O autor (2017).

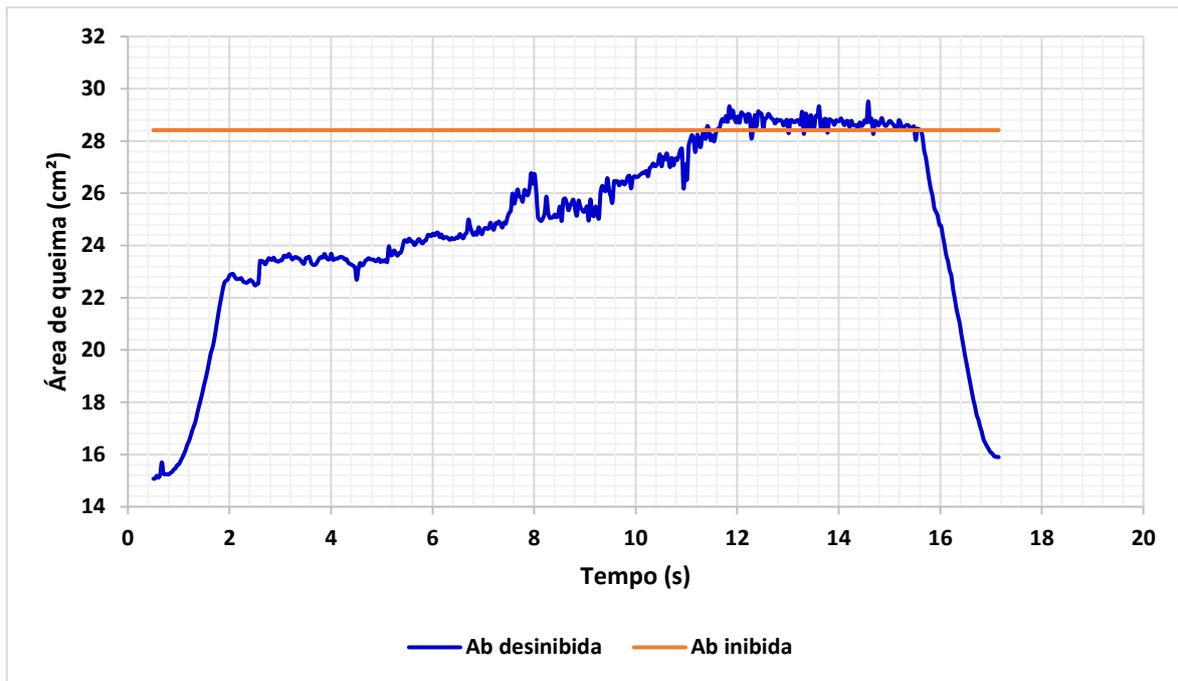


Figura 87 - Área de queima do MTP-10 do teste estático realizado no dia 04 de junho de 2015. Fonte: O autor (2017).

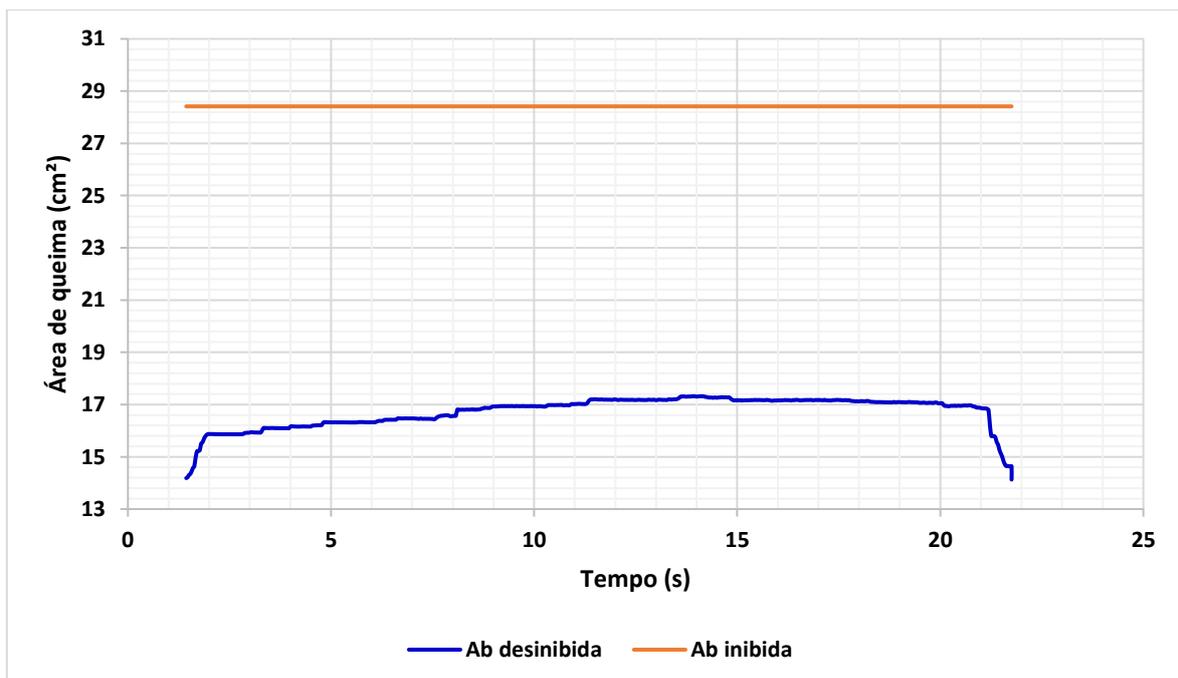


Figura 88 - Área de queima do MTP-11 do teste estático realizado no dia 04 de junho de 2015. Fonte: O autor (2017).

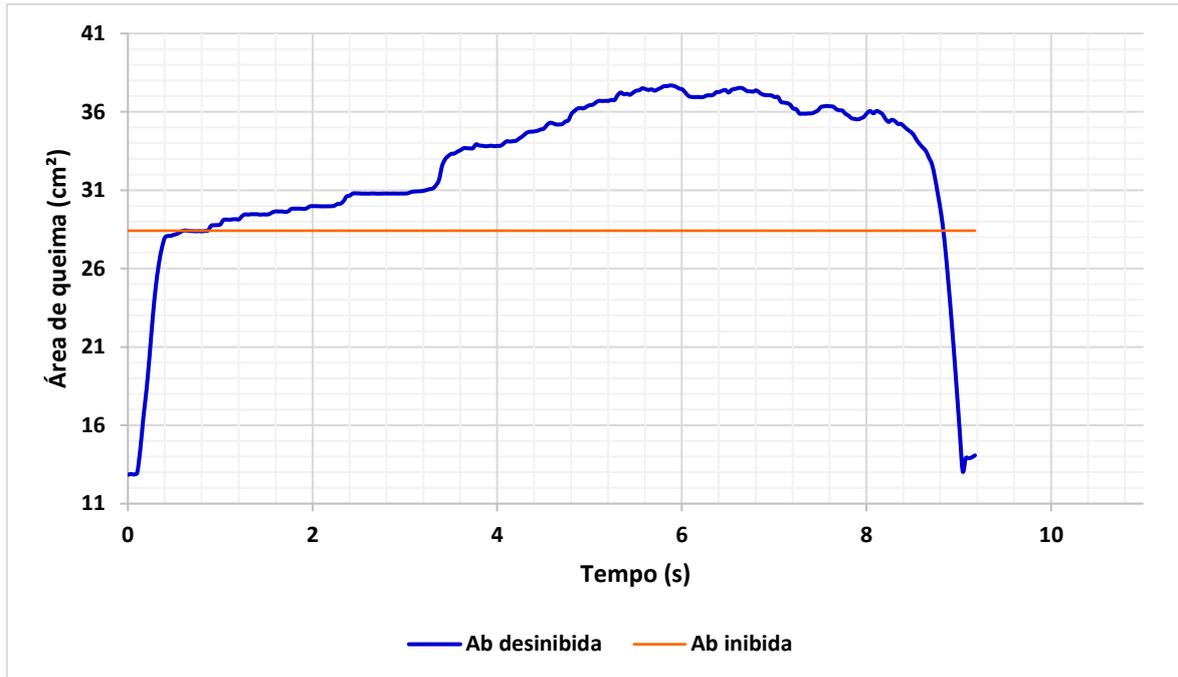


Figura 89 - Área de queima do MTP-06 do teste estático realizado no dia 11 de julho de 2015. Fonte: O autor (2017).

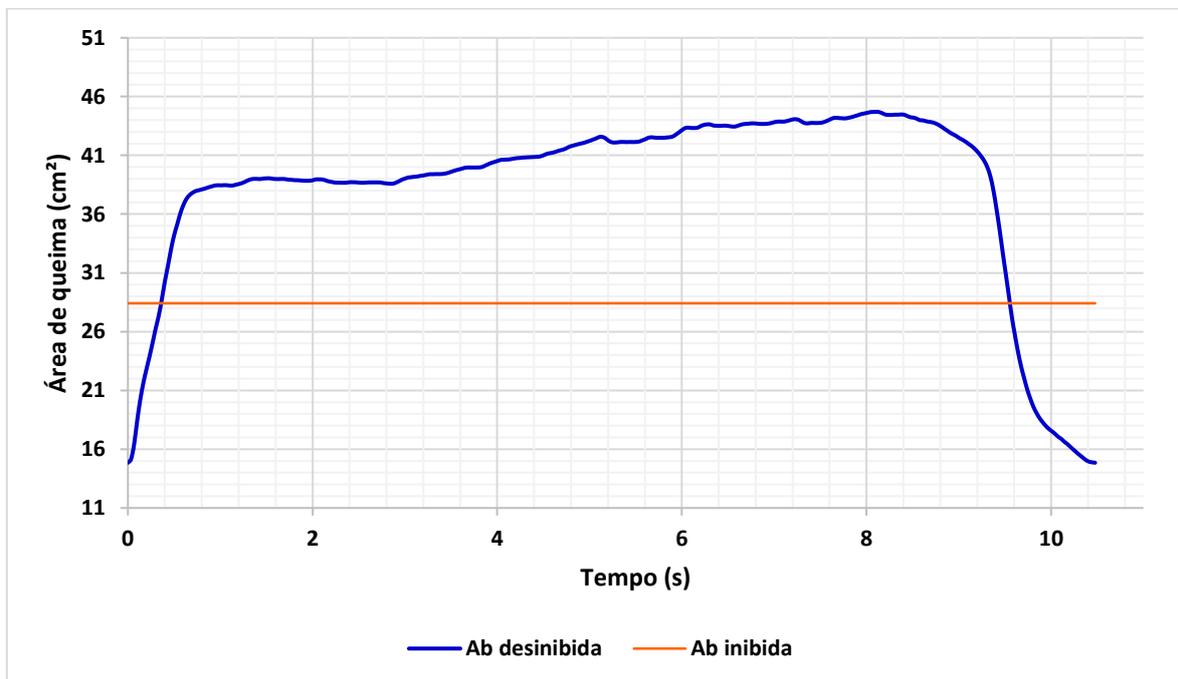


Figura 90 - Área de queima do MTP-07 do teste estático realizado no dia 11 de julho de 2015. Fonte: O autor (2017).

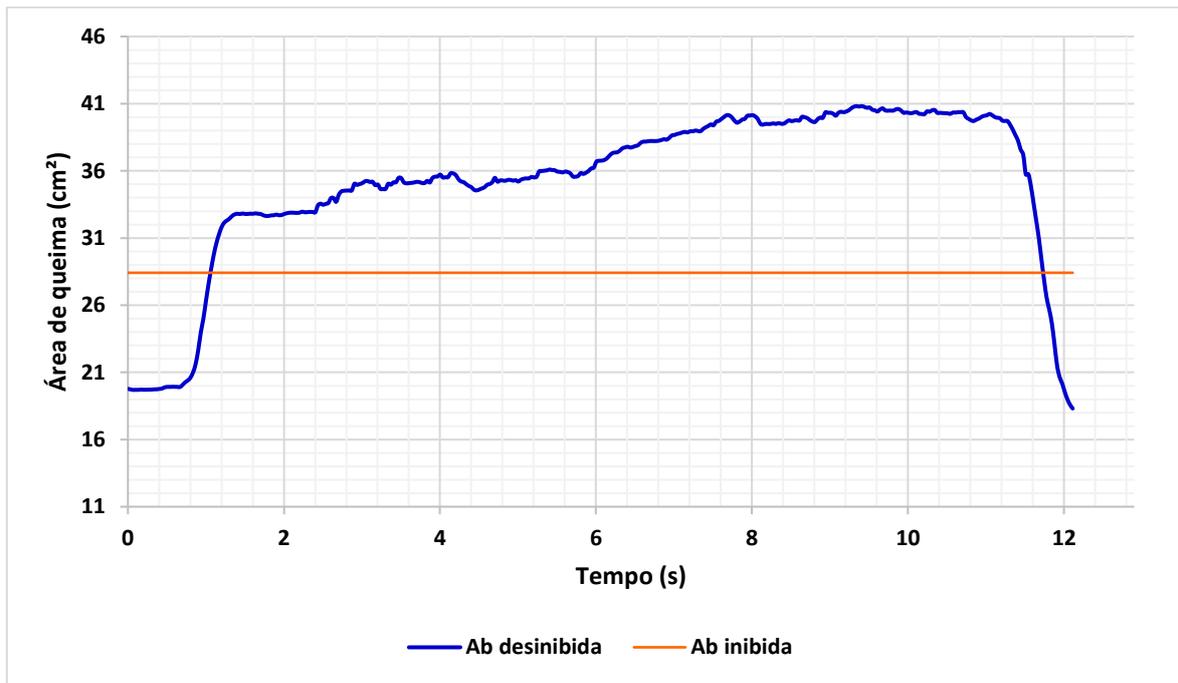


Figura 91 - Área de queima do MTP-08 do teste estático realizado no dia 11 de julho de 2015. Fonte: O autor (2017).

APÊNDICE G - CURVAS DE TAXA DE QUEIMA PARA PAREDES DESINIBIDAS

As Figuras de 92 a 95 estão as curvas de queima, considerando paredes desinibidas, obtidas por meio do procedimento 5.4 desse trabalho.

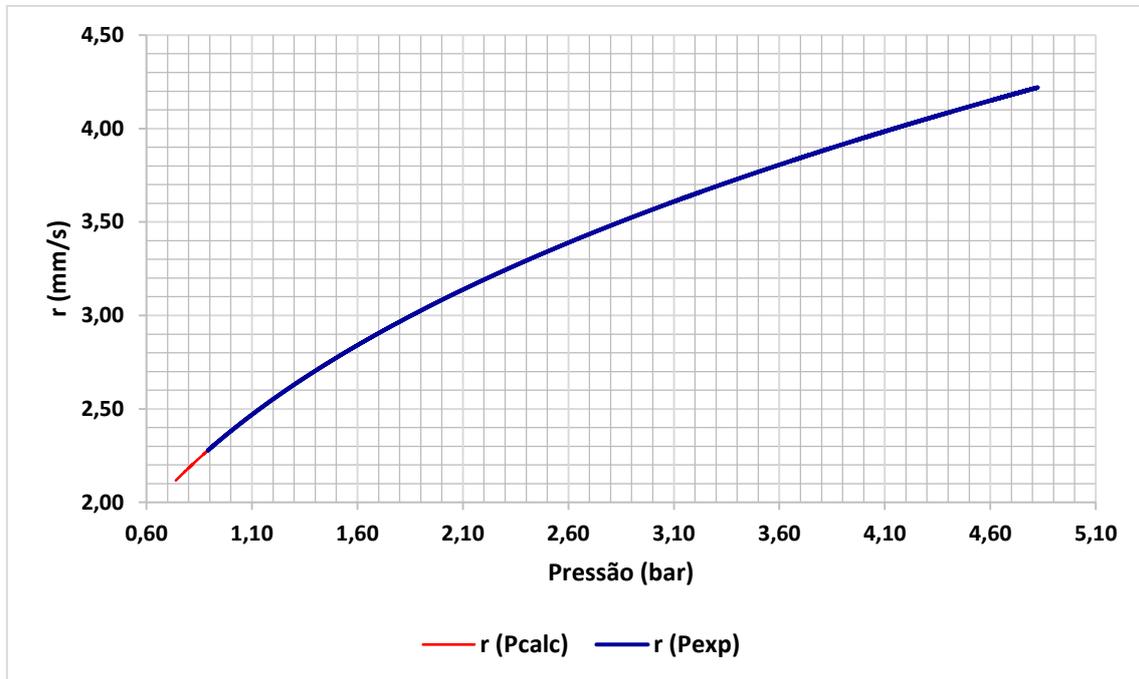


Figura 92 – Curva de taxa de queima do MTP-08 dos testes estáticos do dia 04 de junho de 2015. Fonte: O autor (2017).

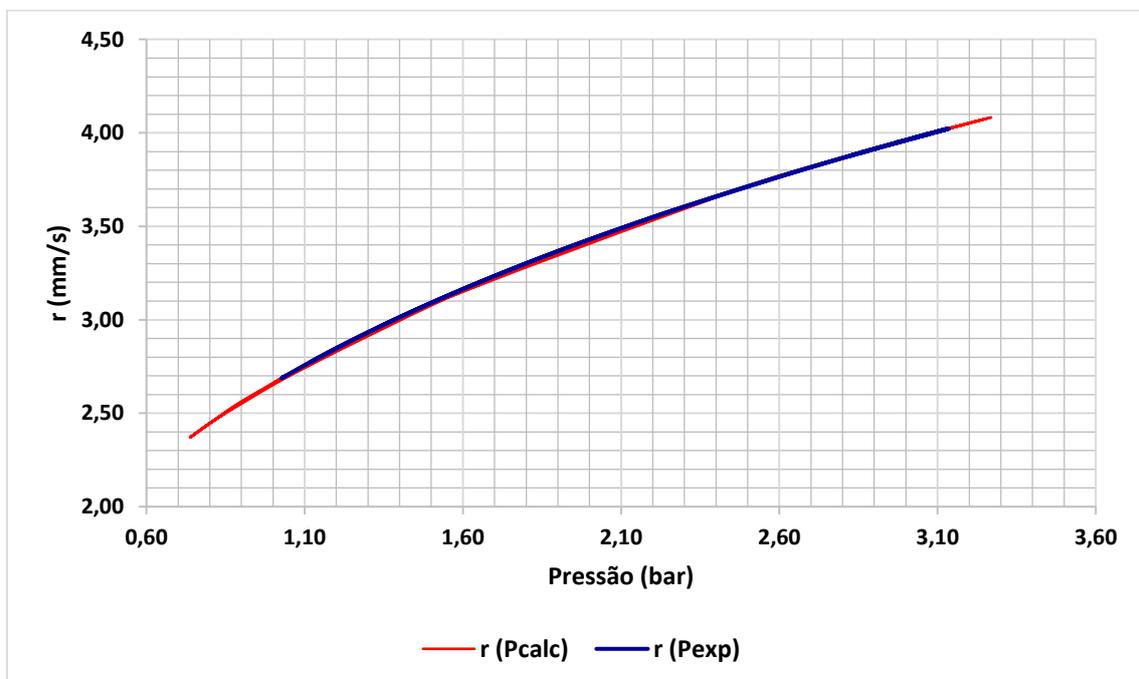


Figura 93 - Curva de taxa de queima do MTP-09 dos testes estáticos do dia 04 de junho de 2015. Fonte: O autor (2017).

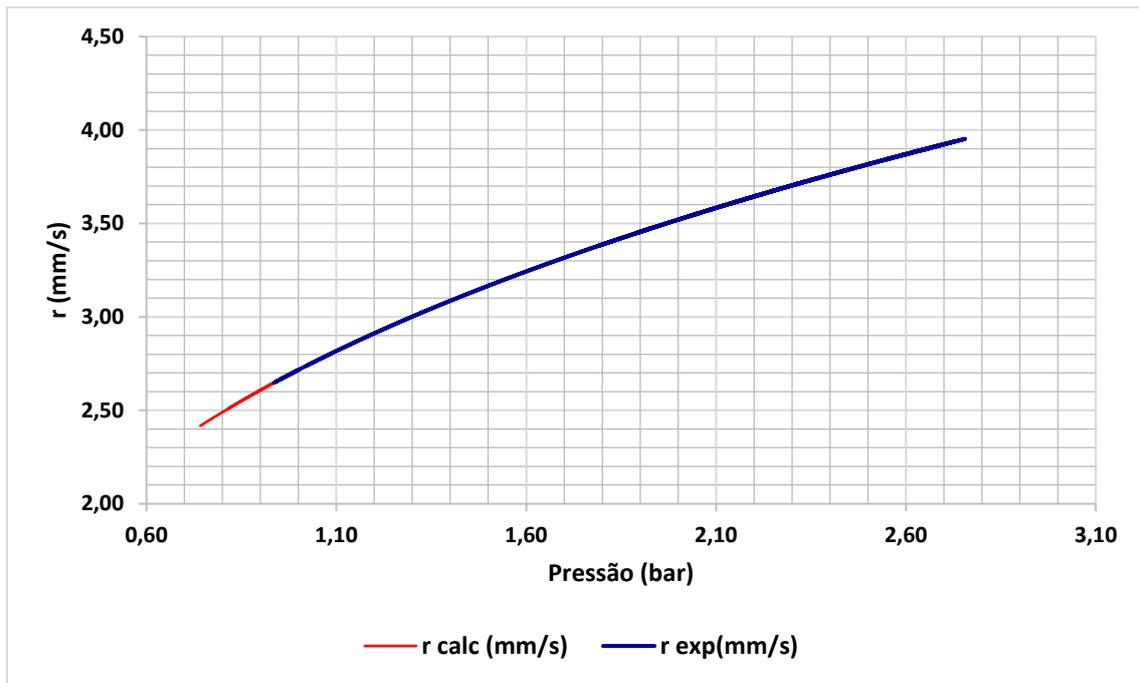


Figura 94 - Curva de taxa de queima do MTP-10 dos testes estáticos do dia 04 de junho de 2015. Fonte: O autor (2017).

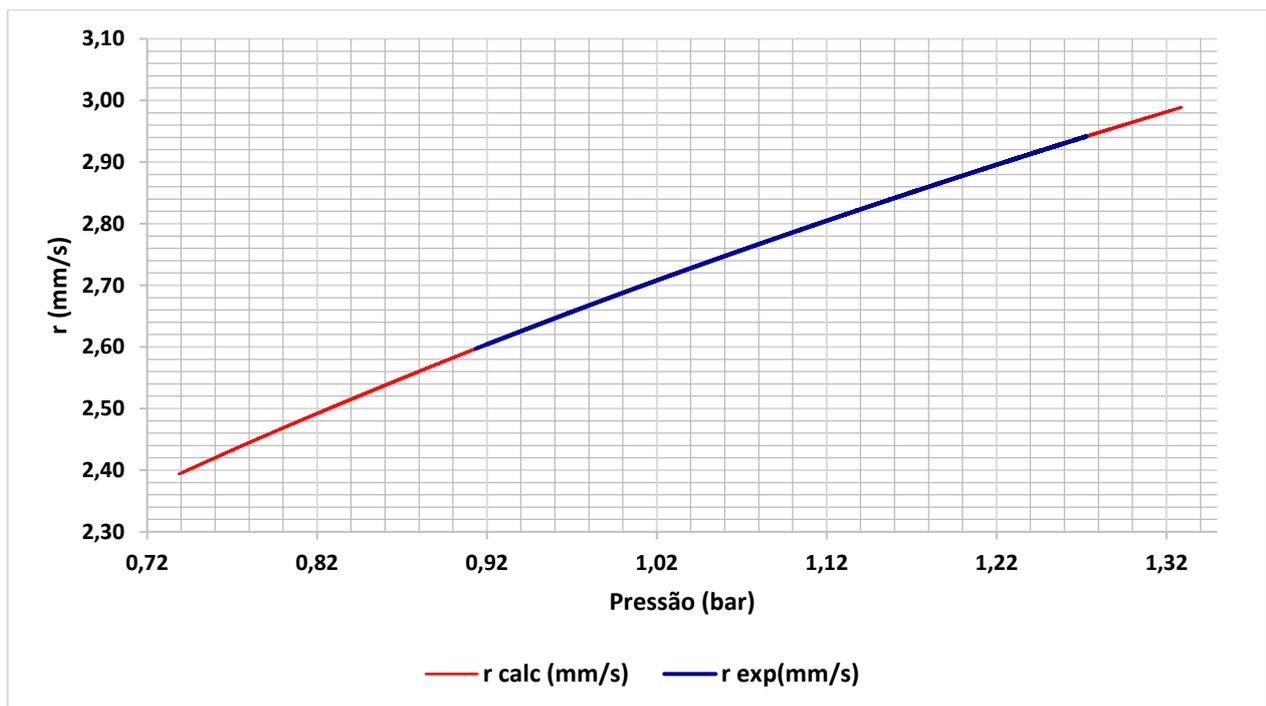


Figura 95 - Curva de taxa de queima do MTP-11 dos testes estáticos do dia 04 de junho de 2015. Fonte: O autor (2017).

APÊNDICE H - CURVAS DE TAXA DE QUEIMA PARA PAREDES INIBIDAS

As Figuras de 96 a 99 estão as curvas de queima, considerando paredes inibidas, obtidas por meio do procedimento 5.4 desse trabalho.

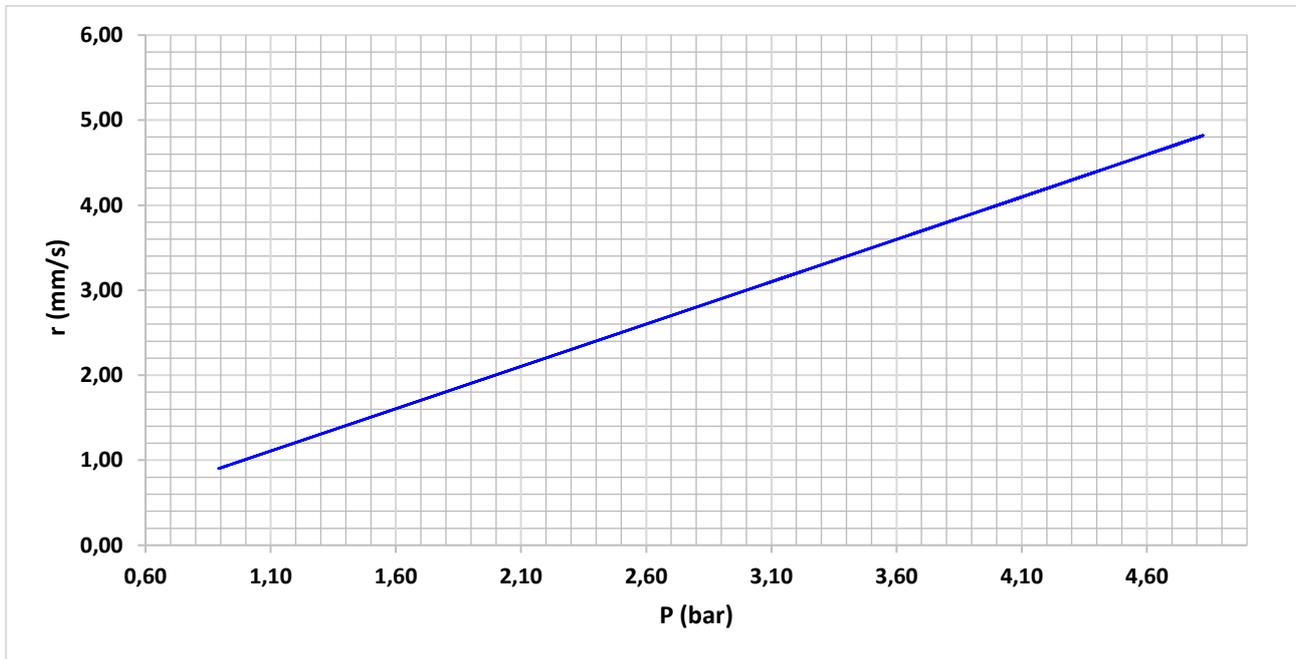


Figura 96 - Curva de taxa de queima do MTP-08 dos testes estáticos do dia 04 de junho de 2015. Fonte: O autor (2017).

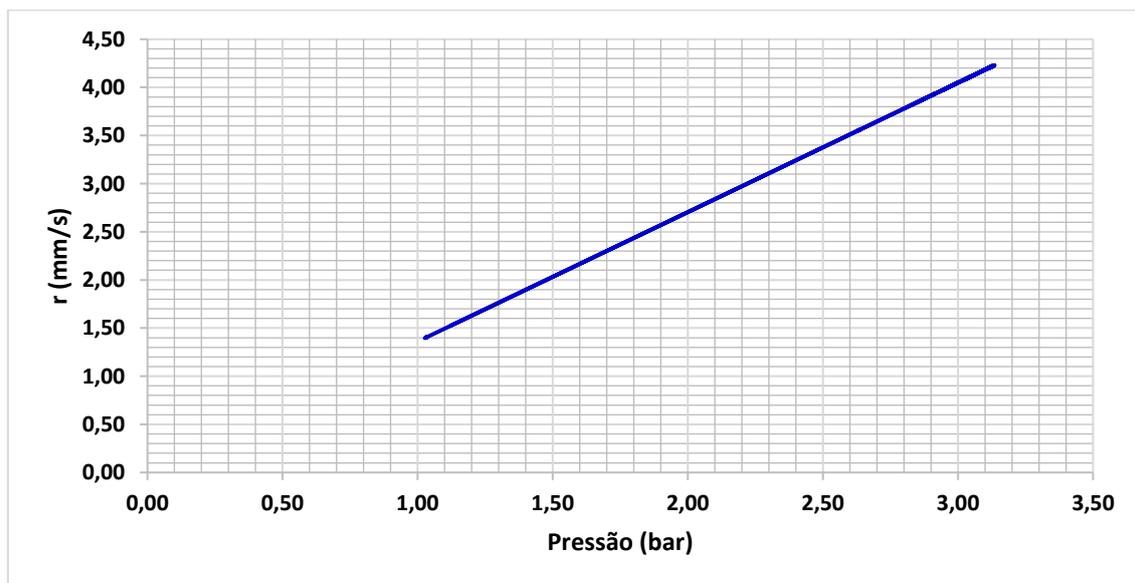


Figura 97 - Curva de taxa de queima do MTP-09 dos testes estáticos do dia 04 de junho de 2015. Fonte: O autor (2017).

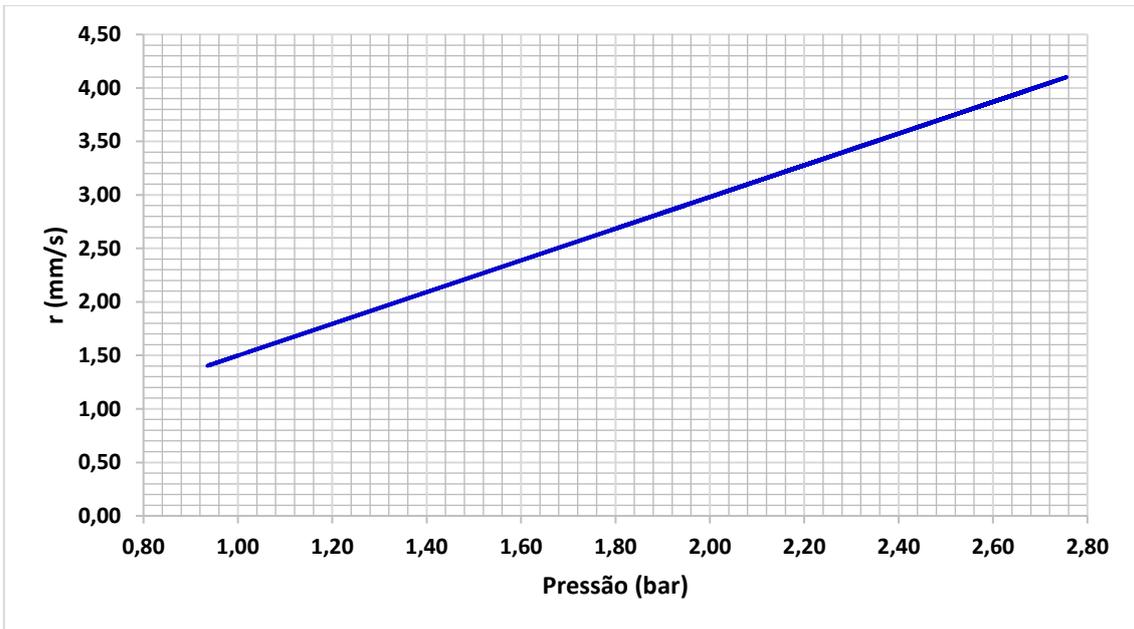


Figura 98 - Curva de taxa de queima do MTP-10 dos testes estáticos do dia 04 de junho de 2015. Fonte: O autor (2017).

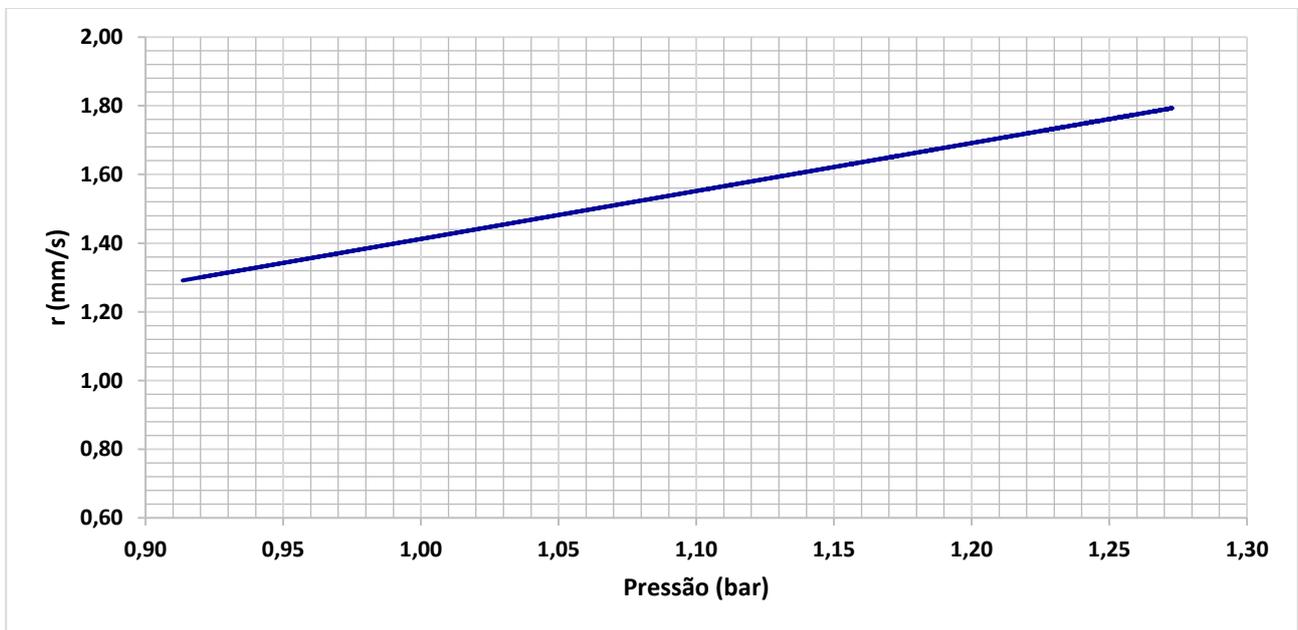


Figura 99 - Curva de taxa de queima do MTP-11 dos testes estáticos do dia 04 de junho de 2015. Fonte: O autor (2017).

APÊNDICE I - CÓDIGOS MATLAB UTILIZADOS

Segue nesse apêndice os códigos escritos em MATLAB utilizados nos algoritmos para os cálculos apresentados nesse trabalho.

APÊNDICE I1 - CÓDIGO MATLAB PARA O CÁLCULO DE EFICIÊNCIA DE EMPUXO

```
clear all
close all
clc

DG = 5.94e-3;           %Diâmetro de garganta (m)
AT = pi*DG.^2/4;       %Área de Garganta [m^2]
E = 1.0;               %Razão de áreas (adimensional)
PA = 91350;            %Pressão atmosférica [Pa]
```

```
%Lendo dados do excel
```

```
%Empuxo experimental
Ft(:,1) = xlsread('MTP08.xls','MTP08F','B1:B2749');
%Tempo de empuxo experimental
Tt(:,1) = xlsread('MTP08.xls','MTP08F','A1:A2749');
%Pressão experimental
Pi(:,1) = xlsread('MTP08.xls','MTP08P','D2:D427');
%Tempo da pressão experimental
Ti(:,1) = xlsread('MTP08.xls','MTP08P','C2:C427');
```

```
NF = size(Ft,1);       %Tamanho do Vetor Ft
NP = size(Pi,1);       %Tamanho do Vetor Pi
IntF = trapz(Tt,Ft);   %Integral Do empuxo
FMed = IntF/(Tt(NF) - Tt(1)); %Empuxo médio
IntP = trapz(Ti,Pi);   %Integral da pressão
PMED = IntP/(Ti(NP) - Ti(1)); %Pressão média
```

```
%Curva exponencial da razão de calores específicos
G = 1.2159*PMED.^-0.005;
```

```
G1 = ((G-1)/2).^0.5*(2/(G+1)).^((G+1)/(2*(G-1)));
G2 = 1/G;
G3 = (G-1)/G;
```

```
m = 2/G;
n = (1+G)/G;
l = (1/E.^2)*((G-1)/2)*(2/(G+1)).^((G+1)/(G-1));
```

```
%Método de Newton-Raphson
```

```
nmax = 1000;
e = 1.0e-15;
x = 0.1;
for iter = 1:nmax
    d = (x.^m - x.^n - l)/(m*x.^(m-1) - n*x.^(n-1));
    x = x - d;
```

```
    if abs(d) < e
```

```
        break;
```

```
    end
```

```
end
```

```
%CF médio
```

```

CFMED = (((2*G.^2)/(G-1))* (2/(G+1)).^((G+1)/(G-1)))...
        *(1 - exp(((G-1)/G)*log(x))).^0.5 + E*x - (E*PA)/PMED;

%Eficiência
DELTA = FMed/(AT*CFMED*PMED);

```

APÊNDICE I2 - CÓDIGO MATLAB PARA O CÁLCULO DE C*

```

clear all
close all
clc

%Valores a serem modificados
CP = 131.0e-3;           %Massa de propelente ejetada [Kg]
E = 1.0;                %Razão entre áreas (adimensional)
PA = 91350;             %Pressão atmosférica [Pa]
erro = 1e-4;           %erro máximo admissível
%Lendo dados do excel

%Empuxo experimental
Ft(:,1) = xlsread('MTP08.xls','MTP08F','B1:B2749');
%Tempo de empuxo experimental
Tt(:,1) = xlsread('MTP08.xls','MTP08F','A1:A2749');
%Pressão Calculada
Pi(:,1) = xlsread('MTP08.xls','MTP08P','B2:B2750');
%Tempo da pressão Calculado
Ti(:,1) = xlsread('MTP08.xls','MTP08P','A2:A2750');

N = size(Pi,1); %Obtendo o número do vetor Pi

%Cálculos para obter o valor de C

IntP = trapz(Ti,Pi);           %Integral da pressão
PMED = IntP/(Ti(N) - Ti(1));   %Pressão média
Pmax = max(Pi);               %Pressão máxima

%Curva exponencial da razão entre calores específicos
G = 1.2159*PMED.^-0.005;

G1 = ((G-1)/2).^0.5*(2/(G+1)).^((G+1)/(2*(G-1)));
G2 = 1/G;
G3 = (G-1)/G;

m = 2/G;
n = (1+G)/G;
l = (1/E.^2)*((G-1)/2)*(2/(G+1)).^((G+1)/(G-1));

%Método de Newton-Raphson
nmax = 1000;
e = 1.0e-15;
x = 0.1;
for iter = 1:nmax
    d = (x.^m - x.^n - l)/(m*x.^(m-1) - n*x.^(n-1));
    x = x - d;

    if abs(d) < e

```

```

        break;
    end
end
end
%CF médio
CFMED = (((2*G.^2)/(G-1))*(2/(G+1)).^((G+1)/(G-1)))...
    *(1 - exp(((G-1)/G)*log(x))).^0.5 + E*x - (E*PA)/PMED;

IntF = trapz(Tt,Ft);      %Integral do Empuxo
Isp = IntF/CP;           %Impulso específico
C = Isp/CFMED;           %Fluxo de massa
Cstar = C/CFMED;         %C*

```

APÊNDICE I3 - CÓDIGO MATLAB PARA O CÁLCULO DA PRESSÃO EM FUNÇÃO DO EMPUXO

```

clear all
close all
clc

%Valores a serem modificados
DG = 5.94e-3;           %Diâmetro de garganta (m)
AT = pi*DG.^2/4;       %Área de Garganta [m^2]
E = 1.0;                %Razão entre áreas (adimensional)
DELTA = 0.876766907530045; %Eficiência do empuxo
PA = 91350;             %Pressão atmosférica [Pa]
erro = 1e-4;           %erro máximo permitido
Pestm = PA;            %Pressão inicial estimada
itMax = 10;            %Iteração máxima para o loop
cont = 0;              %Contador

P1= [];
FO1 = [];

%Lendo dados do excel

%Empuxo experimental
Ft(:,1)= xlsread('MTP08.xls','MTP08F','B1:B2749');
    %Tempo de empuxo experimental
Tt(:,1)= xlsread('MTP08.xls','MTP08F','A1:A2749');
%Tamanho do vetor Ft
N = size(Ft,1);

for i = 1:N
    Fi = Ft(i);
    Flag3 = true;
    while Flag3

%Curva exponencial da razão de calores específicos
G = 1.2340*Pestm.^-0.006;

G1 = ((G-1)/2).^0.5*(2/(G+1)).^((G+1)/(2*(G-1)));
G2 = 1/G;
G3 = (G-1)/G;

m = 2/G;
n = (1+G)/G;
l = (1/E.^2)*((G-1)/2)*(2/(G+1)).^((G+1)/(G-1));

```

```

%Método de Newton
nmax = 1000;
e = 1.0e-15;
x = 0.1;
for iter = 1:nmax
    d = (x.^m - x.^n - 1)/(m*x.^(m-1) - n*x.^(n-1));
    x = x - d;

    if abs(d) < e
        break;
    end
end

K1 = (((2*G.^2)/(G-1))*2/(G+1)).^((G+1)/(G-1))*(1 - exp(((G-1)/G)*log(x))).^0.5;
K2 = E*x;

%Cálculo da pressão
Pi = (Fi/(DELTA*AT) + E*PA)*(1/(K1+K2));
%Coeficiente empuxo
CF = (((2*G.^2)/(G-1))*2/(G+1)).^((G+1)/(G-1))*(1 - exp(((G-1)/G)*log(x))).^0.5 + E*x - (E*PA)/Pi;

if ((abs(Pi-Pestm))<=erro)
Flag3 = false;
end

erroP = abs(Pi-Pestm);
Pestm = Pi;
cont = cont+1;
%
if(cont > itMax) %Caso chegar ao número máximo de iteração do loop
    Pestm = PA;
    cont = 0;
end

end
P = Pi;
P1= [P1; P];
FO1 = [FO1;FO];
end

```

APÊNDICE I4 - CÓDIGO MATLAB PARA O CÁLCULO DA TAXA DE QUEIMA

```

clear all
close all
clc

%Valores de entrada obrigatórios
CP = 214e-3;           %Massa de propelente [Kg]
DIP = 60.15e-3;       %Diâmetro interno do Envelope (m)
DG = 5.94e-3;         %Diâmetro de garganta (m)
WEB =49.13e-3;        %Espessura da camada de propelente
DEN = 1532.872;       %Massa específica do propelente [Kg/m^3]
DELTA = 0.876766907530045; %Eficiência do empuxo
C_star = 937.193258459387; %C star em m/s
Mp = 0.01;           %Chute inicial

```

```

erro = 1e-15;          %erro máximo admissível
Pini = 0.0;           %Pressão inicial para iniciar os cálculos

%Incício dos cálculos
AT = pi*DG.^2/4;      %Área de Garganta [m^2]

%Pressão experimental
Pi(:,1) = xlsread('MTP08.xls','MTP08P','D2:D427');
%Tempo da pressão experimental
Ti(:,1) = xlsread('MTP08.xls','MTP08P','C2:C427');

%Vetores utilizados para armazenar os resultados
Z1 = [];
RATE1 = [];
Pratel = [];
Min1 = [];
Mout1 = [];
Mcl = [];
Ab1 = [];
Mg1 = [];

%Constantes para o fator de forma do tipo queima desinibida, grão cigarro
A1 = 2*(DIP+2*WEB)/(DIP*WEB);
A2 = -4*(2*DIP+WEB)/(DIP.^2*WEB);
A3 = 8/(DIP.^2*WEB);
Vo = 0.25*DIP.^2*WEB;

for k = 1:N
    P = Pi(k);

    if (P>=Pini)
        Mout = P*AT/(DELTA*C_star);
        Flag1 = true;
        while Flag1

            %Número de moles de gás em função da pressão e da massa de propelente
            GAS = 0.003458-2.73e-008*P + 25.77*Mp + 3.468e-014*P.^2-1.662e-006*P*Mp +
                0.9319*Mp.^2;
            % GAS = 0.002714 - 1.975e-008*P + 25.14*Mp + 2.519e-014*P.^2 - 1.296e-006*P*Mp +
                1.078*Mp.^2;

            %Massa molar de gás em função da pressão e da massa de propelente
            M = 0.03623-1.672e-009*P-0.0119*Mp + 2.076e-015*P.^2 + 6.474e-008*P*Mp-
                0.008555*Mp.^2;
            % M = 0.03565 + 1.109e-009*P + 0.02235*Mp - 9.187e-016*P.^2 - 1.852e-008*P*Mp -
                0.4221*Mp.^2;

            Mc = GAS*M;
            Min = Mout - Mc;

            if (abs(Min-Mp)<=erro)
                Flag1 = false;
            end
            Mp = Min;
        end

        Mg = Mc+Mout;
        Min1 = [Min1;Min];
        Mout1 = [Mout1;Mout];
        Mcl = [Mcl;Mc];
    end
end

```

```

Mg1 = [Mg1;Mg];
Z = 1-Mg/CP;
Z1 = [Z1;Z];

%Método de NEWTON para encontrar o próximo valor do Z
nmax = 1000;
e = 1.0e-15;
r = 0.1;
for iter = 1:nmax
d = (A1*r+A2*r.^2+A3*r.^3-Z)/(A1+2*A2*r+3*A3*r.^2);
r = r - d;
if abs(d) < e
break;
end
end
%Fim do método de Newton

Ab = pi*(DIP-2*r)*(0.5*(DIP-2*r) + (WEB - 2*r));

RATE = Mg/(Ab*DEN); %Vel. de queima instantânea.

Ab1 = [Ab1;Ab];

RATE1 = [RATE1;RATE];
Pratel = [Pratel;P];

end
RMED = WEB*1e3/(Ti(k)-Ti(1)); %Vel. de queima média em mm/s
end

```

APÊNDICE I5 - CÓDIGO MATLAB PARA O CÁLCULO DO CF EM FUNÇÃO DO TEMPO

```

clear all
close all
clc

%Valores a serem modificados
PA = 91350; %Pressão atmosférica [Pa]
E = 1.0; %Razão entre áreas (adimensional)

%Pressão Calculada
Pi(:,1) = xlsread('MTP08.xls','MTP08P','B2:B2750');
%Tempo da pressão Calculada
Ti(:,1) = xlsread('MTP08.xls','MTP08P','A2:A2750');
CF1 = [];
N = size(Pi,1);

Pmax = max(Pi);
for i = 1:N
P = Pi(i);

%Curva exponencial da razão entre calores específicos
G = 1.2340*P.^-0.006;

G1 = ((G-1)/2).^0.5*(2/(G+1)).^((G+1)/(2*(G-1)));
G2 = 1/G;
G3 = (G-1)/G;

```

```

m = 2/G;
n = (1+G)/G;
l = (1/E.^2) * ((G-1)/2) * (2/(G+1)).^((G+1)/(G-1));

%Método de Newton
nmax = 1000;
e = 1.0e-15;
x = 0.1;
for iter = 1:nmax
    d = (x.^m - x.^n - l) / (m*x.^(m-1) - n*x.^(n-1));
    x = x - d;

    if abs(d) < e
        break;
    end
end

K1 = (((2*G.^2)/(G-1)) * (2/(G+1)).^((G+1)/(G-1))) * (1 - exp(((G-1)/G)*log(x))).^0.5;
K2 = E*x;

CF = (((2*G.^2)/(G-1)) * (2/(G+1)).^((G+1)/(G-1))) * (1 - exp(((G-1)/G)*log(x))).^0.5 + E*x - (E*PA)/P;
CF1 = [CF1;CF];

end

```