

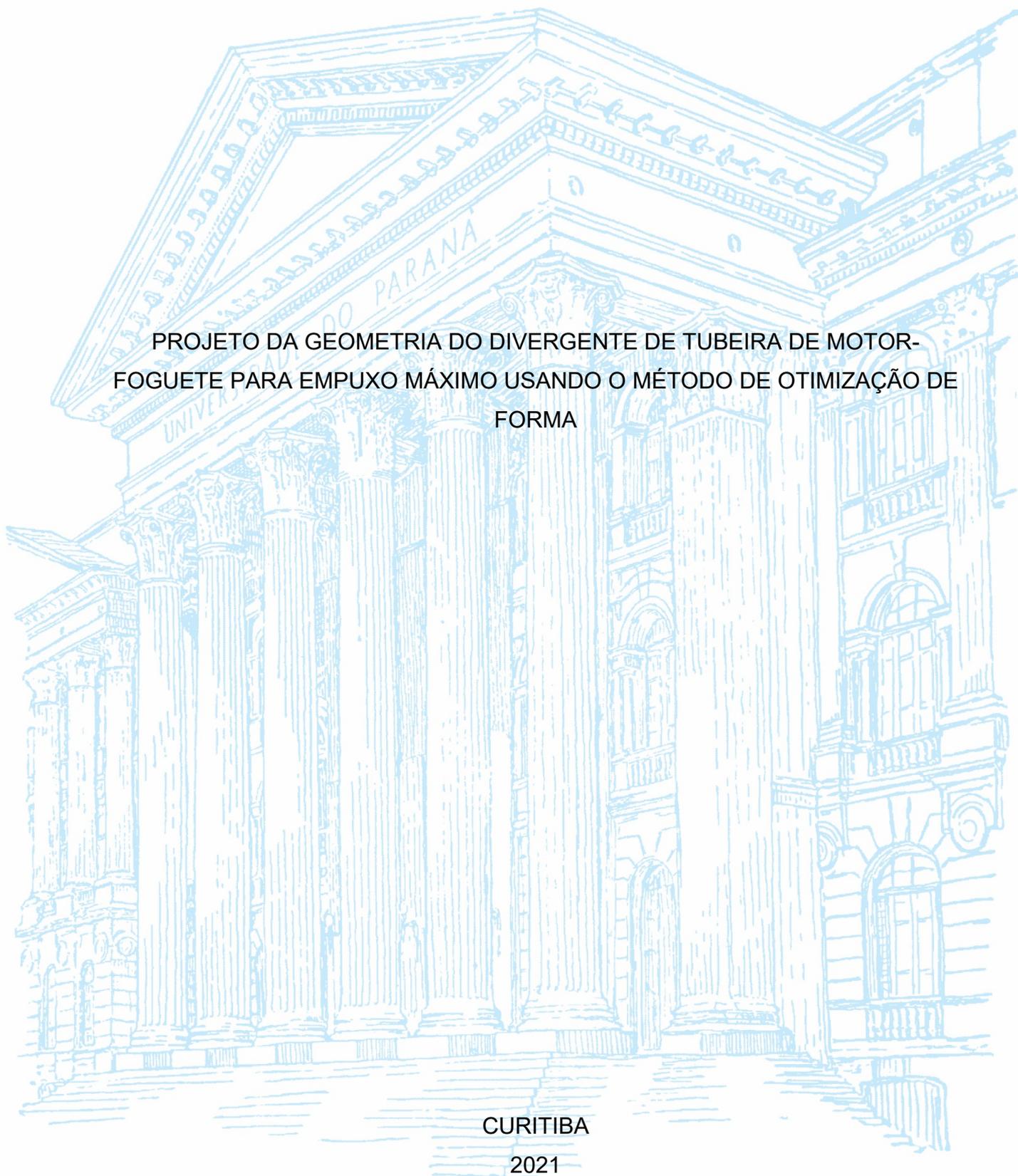
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

GIOVANNE DENI IORIO

PROJETO DA GEOMETRIA DO DIVERGENTE DE TUBEIRA DE MOTOR-
FOGUETE PARA EMPUXO MÁXIMO USANDO O MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO DE
FORMA

CURITIBA

2021



GIOVANNE DENI IORIO

PROJETO DA GEOMETRIA DO DIVERGENTE DE TUBEIRA DE MOTOR-
FOGUETE PARA EMPUXO MÁXIMO USANDO O MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO DE
FORMA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, na área de concentração Fenômenos de Transporte e Mecânica dos Sólidos, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Henrique Marchi

Coorientador: Prof. Dr. Guilherme Bertoldo

CURITIBA

2021

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

164p

lorio, Giovane Deni

Projeto da geometria do divergente de tubeira de motor-foguete para empuxo máximo usando o método de otimização de forma [recurso eletrônico] / Giovane Deni lorio. – Curitiba, 2021.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, 2021.

Orientador: Carlos Henrique Marchi – Coorientador: Guilherme Bertoldo

1. Motores de foguete. 2. Tuberias. 3. Dinâmica dos fluidos. 4. Empuxo. I. Universidade Federal do Paraná. II. Marchi, Carlos Henrique. III. Bertoldo, Guilherme. IV. Título.

CDD: 621.4356

Bibliotecário: Elias Barbosa da Silva CRB-9/1894

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA MECÂNICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **GIOVANNE DENI IORIO** intitulada: **PROJETO DA GEOMETRIA DO DIVERGENTE DE TUBEIRA DE MOTOR-FOGUETE PARA EMPUXO MÁXIMO USANDO O MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO DE FORMA**, sob orientação do Prof. Dr. CARLOS HENRIQUE MARCHI, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua aprovação no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 14 de Maio de 2021.



CARLOS HENRIQUE MARCHI

Presidente da Banca Examinadora (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)



ADMILSON TEIXEIRA FRANCO

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ)



GEOVANI NUNES GRAPIGLIA

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Dedico este trabalho a Deus e à minha família.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus orientadores, professor Dr. Carlos Henrique Marchi e professor Dr. Guilherme Bertoldo, pela orientação, confiança e paciência.

Agradeço ao meu irmão Dener Augusto Iorio pelo apoio e pela ajuda no desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço aos meus pais, Fatima Iorio e Augusto Iorio, aos meus familiares e ao meu amigo Trenton pelo suporte e pelo incentivo ao estudo.

Agradeço aos membros da banca, professor Dr. Admilson Teixeira Franco e professor Dr. Geovani Nunes Grapiglia, pela dedicação e pelas contribuições a esta dissertação.

Agradeço aos colegas e professores do grupo de pesquisa em CFD, Propulsão e Aerodinâmica de Foguetes. Em especial aos colegas Foltran, Izabel, Phillipe, Geverson, Felipe e Carlos Eduardo pela amizade e contribuições.

“Mais fácil me foi encontrar as leis com que se movem os corpos celestes, que estão a milhões de quilômetros, do que definir as leis do movimento da água que escoam frente aos meus olhos”. (GALILEU GALILEI)

RESUMO

A otimização da geometria da seção divergente de tubeiras de motores-foguete é investigada no presente trabalho. A necessidade de geometrias otimizadas para tubeiras de motores-foguete se justifica pela economia do consumo de combustível que pode ser alcançada com o design de melhores sistemas de propulsão, possibilitando a redução da massa de propelente no veículo, a qual representa aproximadamente 80% da massa dos veículos aeroespaciais. Neste trabalho, buscam-se geometrias do divergente que possibilitem a maximização do desempenho da tubeira, avaliado quantitativamente pelo coeficiente de empuxo gerado pela tubeira. Dois casos foram considerados: raio de saída fixo e raio de saída variável. A metodologia de otimização empregada utiliza o método de otimização de forma, o qual usa o algoritmo de otimização de Evolução Diferencial da biblioteca Pagmo, selecionado após a avaliação e comparação do desempenho de diferentes algoritmos de otimização estocásticos, avaliados no problema em questão. No processo de otimização, o otimizador sugere a coordenada radial de pontos distribuídos na parede da seção divergente da tubeira. Otimizações foram realizadas com um, dois, três e quatro pontos de otimização com o intuito de avaliar o efeito do número de pontos de otimização nas geometrias otimizadas. As coordenadas axiais desses pontos de otimização foram definidas em otimizações em malhas grossas considerando variáveis tanto as coordenadas axiais quanto as radiais. Também foi avaliado o efeito do refino da malha nas geometrias ótimas. O escoamento em cada geometria proposta durante as otimizações foi resolvido numericamente com o código SU2, sendo o escoamento modelado matematicamente pelo modelo invíscido, representado pelas equações de Euler, as quais foram resolvidas pelo Método dos Volumes Finitos. O problema foi abordado de maneira bidimensional axissimétrica. Os resultados indicam que o aumento no número de pontos de otimização não produz aumento significativo no coeficiente de empuxo, sendo que esse incremento é mais expressivo na variação de um para dois pontos de otimização. Quanto ao efeito do refino da malha nas geometrias ótimas, verificou-se que com o refino da malha as coordenadas radiais dos pontos de otimização apresentam menores diferenças e tendem a um valor fixo. A maior diferença relativa nas coordenadas radiais entre as duas malhas mais refinadas utilizadas foi de 0,66%. Aumento de desempenho no coeficiente de empuxo de até 1,37% em relação ao perfil base foi obtido nas geometrias otimizadas. Ainda, obtiveram-se geometrias de tubeiras com coeficientes de empuxo superior a uma tubeira com o perfil do divergente gerado pelo método de Rao, com diferenças relativas de até 0,188%. Os coeficientes de empuxo dos perfis otimizados e dos perfis utilizados para comparação foram apresentados com estimativas de incerteza/erro numérico calculadas com o estimador GCI, o estimador Convergente e o estimador baseado na Multiextrapolação de Richardson.

Palavras-chave: Motores-foguete. Tubeira. Empuxo. Otimização. Dinâmica dos Fluidos Computacional.

ABSTRACT

The optimization of the divergent section's geometry of rocket engines' nozzles is investigated in the present work. The need for optimized geometries for rocket engines' nozzles is justified by fuel consumption savings that can be achieved with the design of better propulsion systems, enabling the reduction of propellant mass in the vehicle, which represents approximately 80% of the mass of aerospace vehicles. In this work, it is sought geometries of the divergent that allow the maximization of the nozzle's performance, evaluated quantitatively by the thrust coefficient generated by the nozzle. Two cases were considered: fixed exit radius and variable exit radius. The optimization methodology employed uses the shape optimization method, which uses the Differential Evolution optimization algorithm of the Pagmo library, selected after the evaluation and comparison of the performance of different stochastic optimization algorithms, evaluated in the problem in question. In the optimization process, the optimizer suggests the radial coordinate of points distributed on the wall of the divergent section of the nozzle. Optimizations were performed with one, two, three and four optimization points in order to assess the effect of the number of optimization points on the optimized geometries. The axial coordinates of these optimization points were defined in optimizations in coarse meshes considering both the axial and radial coordinates as variables. The effect of mesh refinement on optimal geometries was also assessed. The flow in each geometry proposed during the optimizations was numerically solved with the SU2 code, and the flow was mathematically modeled by the inviscid model, represented by the Euler's equations, which were solved by the Finite Volume Method. The problem was approached in a two-dimensional axisymmetric way. The results indicate that the increase in the number of optimization points does not produce a significant increase in the thrust coefficient, and this increment is more expressive in the variation from one to two optimization points. Regarding the effect of the mesh refinement on the optimal geometries, it was found that with the mesh refinement, the radial coordinates of the optimization points show smaller differences and tend to a fixed value. The largest relative difference in radial coordinates between the two most refined meshes used was 0.66%. Performance increase on the thrust coefficient of up to 1.37% in relation to the base profile was obtained in the optimized geometries. Furthermore, it was obtained nozzle geometries with higher thrust coefficients than a nozzle with the divergent profile generated by Rao's method, with relative differences of up to 0.188%. The thrust coefficients of the optimized profiles and the ones used for comparison were presented with estimates of numerical uncertainty/error calculated with the GCI estimator, the Convergent estimator and the estimator based on the Repeated Richardson Extrapolation.

Keywords: Rocket engine. Nozzle. Thrust. Optimization. Computational Fluid Dynamics.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – TUBEIRAS COM DIVERGENTE CÔNICO, SINO E PARABÓLICO.....	24
FIGURA 2 – TUBEIRA DE UM MOTOR-FOGUETE DO VEÍCULO STARSHIP DA SPACEX	25
FIGURA 3 – GEOMETRIA DA TUBEIRA BMG45-15 COM DIMENSÕES EM MILÍMETROS	26
FIGURA 4 – EXEMPLO DE PERFIL DO DIVERGENTE GERADO PELO MÉTODO DE RAO (1958).....	28
FIGURA 5 – POSIÇÃO DOS PONTOS DE OTIMIZAÇÃO NO TRABALHO DE CAI et al. (2007)	30
FIGURA 6 – TUBEIRA DO TIPO SINO DUPLO.....	31
FIGURA 7 – BALANÇO DE PRESSÃO NAS PAREDES INTERNAS DA CÂMARA DE COMBUSTÃO E DA TUBEIRA.....	33
FIGURA 8 – REPRESENTAÇÃO DO ESCOAMENTO EM TUBEIRAS NOS REGIMES DE OPERAÇÃO SUBEXPANDIDO (a), EXPANSÃO ÓTIMA (b) E SUPEREXPANDIDO (c)	34
FIGURA 9 – VOLUME DE CONTROLE	37
FIGURA 10 – MALHA NÃO ESTRUTURADA COM VOLUMES CENTRADOS NOS VÉRTICES.....	44
FIGURA 11 – PONTOS DE OTIMIZAÇÃO NO CONTORNO DO DIVERGENTE DA TUBEIRA.....	49
FIGURA 12 – FLUXOGRAMA DA METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO	52
FIGURA 13 – MALHA COM 64x16 VOLUMES	63
FIGURA 14 – MALHA COM 128x32 VOLUMES	63
FIGURA 15 – VARIAÇÃO DO COEFICIENTE DE EMPUXO E DAS COORDENADAS OTIMIZADAS COM O REFINO DA MALHA PARA UMA VARIÁVEL DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO	68
FIGURA 16 – NÚMERO DE CHAMADAS DA FUNÇÃO OBJETIVO PELO REFINO DA MALHA PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO.....	70
FIGURA 17 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 512x128 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO.....	71

FIGURA 18 – PERFIS OTIMIZADOS OBTIDOS PARA CADA NÚMERO DE VARIÁVEIS DE PROJETO PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO	72
FIGURA 19 – CAMPO DO NÚMERO DE MACH PARA O PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA FIXO.....	76
FIGURA 20 – CAMPO DE PRESSÃO PARA O PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA FIXO	76
FIGURA 21 – CAMPO DE TEMPERATURA PARA O PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA FIXO	77
FIGURA 22 – CAMPO DE MASSA ESPECÍFICA PARA O PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA FIXO.....	77
FIGURA 23 – RESULTADOS NUMÉRICOS DA RAZÃO DE PRESSÃO NA PAREDE DA TUBEIRA E NA LINHA DE SIMETRIA DO PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA FIXO.....	78
FIGURA 24 – RESULTADOS NUMÉRICOS DO NÚMERO DE MACH NA PAREDE DA TUBEIRA E NA LINHA DE SIMETRIA DO PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA FIXO.....	78
FIGURA 25 – PERFIS DE COMPARAÇÃO PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO	81
FIGURA 26 – VARIAÇÃO DO COEFICIENTE DE EMPUXO E DAS COORDENADAS OTIMIZADAS COM O REFINO DA MALHA PARA UMA VARIÁVEL DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL	87
FIGURA 27 – NÚMERO DE CHAMADAS DA FUNÇÃO OBJETIVO PELO REFINO DA MALHA PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL.....	89
FIGURA 28 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 512x128 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL	89
FIGURA 29 – PERFIS OTIMIZADOS OBTIDOS PARA CADA NÚMERO DE VARIÁVEIS DE PROJETO PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL.....	90
FIGURA 30 – CAMPO DO NÚMERO DE MACH PARA O PERFIL COM $N = 1$ E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL.....	95
FIGURA 31 – CAMPO DO NÚMERO DE MACH PARA O PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL.....	95

FIGURA 32 – CAMPO DE PRESSÃO PARA O PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL	95
FIGURA 33 – CAMPO DE TEMPERATURA PARA O PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL	96
FIGURA 34 – CAMPO DE MASSA ESPECÍFICA PARA O PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL.....	96
FIGURA 35 – RESULTADOS NUMÉRICOS DA RAZÃO DE PRESSÃO NA PAREDE DA TUBEIRA E NA LINHA DE SIMETRIA DO PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL.....	97
FIGURA 36 – RESULTADOS NUMÉRICOS DO NÚMERO DE MACH NA PAREDE DA TUBEIRA E NA LINHA DE SIMETRIA DO PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL.....	97
FIGURA 37 – PERFIS DE COMPARAÇÃO PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL	101
FIGURA 38 – EFEITO DO TAMANHO DA POPULAÇÃO NOS COEFICIENTES DE EMPUXO OBTIDOS NAS OTIMIZAÇÕES	112
FIGURA 39 – EFEITO DO TAMANHO DA POPULAÇÃO NO NÚMERO DE CHAMADAS DA FUNÇÃO OBJETIVO	112
FIGURA 40 – NÚMERO DE CHAMADAS DA FUNÇÃO OBJETIVO PELO NÚMERO DE VARIÁVEIS DE PROJETO POR ALGORITMO EM MALHAS COM 64x16 VOLUMES	116
FIGURA 41 – NÚMERO DE CHAMADAS DA FUNÇÃO OBJETIVO PELO NÚMERO DE VARIÁVEIS DE PROJETO POR ALGORITMO EM MALHAS COM 128x32 VOLUMES	117
FIGURA 42 – NÚMERO DE CHAMADAS DA FUNÇÃO OBJETIVO PELO NÚMERO DE VARIÁVEIS DE PROJETO POR ALGORITMO EM MALHAS COM 256x64 VOLUMES	117

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – PROPRIEDADES DO ESCOAMENTO	53
TABELA 2 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS SIMULAÇÕES.....	58
TABELA 3 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTES	59
TABELA 4 – SOLUÇÕES OBTIDAS E ESTIMATIVAS DE ERRO DAS SOLUÇÕES PARA O Cd	59
TABELA 5 – SOLUÇÕES OBTIDAS E ESTIMATIVAS DE ERRO DAS SOLUÇÕES PARA O CFv	59
TABELA 6 – VALORES DO Cd EXTRAÍDOS DO GRÁFICO DE BACK, MASSIER E GIER (1965)	60
TABELA 7 – COMPARAÇÕES ENTRE AS SOLUÇÕES NUMÉRICAS E O RESULTADO EXPERIMENTAL DO Cd [RESULTADO EXPERIMENTAL: $0,9777\pm 0,0056$].....	61
TABELA 8 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO.....	65
TABELA 9 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO.....	65
TABELA 10 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM SEIS VARIÁVEIS DE PROJETO.....	65
TABELA 11 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM OITO VARIÁVEIS DE PROJETO.....	65
TABELA 12 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO E RAIO DE SAÍDA FIXO	66
TABELA 13 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIO DE SAÍDA FIXO	66
TABELA 14 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIO DE SAÍDA FIXO	67
TABELA 15 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIO DE SAÍDA FIXO	67
TABELA 16 – DIFERENÇAS RELATIVAS DAS COORDENADAS OTIMIZADAS COM O REFINO DA MALHA PARA UMA VARIÁVEL DE PROJETO E RAIO DE SAÍDA FIXO.....	67

TABELA 17 – DIFERENÇAS RELATIVAS DAS COORDENADAS OTIMIZADAS COM O REFINO DA MALHA PARA DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO	67
TABELA 18 – DIFERENÇAS RELATIVAS DAS COORDENADAS OTIMIZADAS COM O REFINO DA MALHA PARA TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO	68
TABELA 19 – DIFERENÇAS RELATIVAS DAS COORDENADAS OTIMIZADAS COM O REFINO DA MALHA PARA QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO	68
TABELA 20 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 64x16 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO	69
TABELA 21 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 128x32 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO	69
TABELA 22 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 256x64 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO	69
TABELA 23 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 512x128 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO	70
TABELA 24 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DA OTIMIZAÇÃO EM MALHAS COM 1024x256 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO	70
TABELA 25 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL OBTIDO COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO	73
TABELA 26 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL OBTIDO COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO	73
TABELA 27 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL OBTIDO COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO	73
TABELA 28 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL OBTIDO COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO	73

TABELA 29 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO.....	74
TABELA 30 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO.....	74
TABELA 31 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO.....	74
TABELA 32 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO.....	75
TABELA 33 – SOLUÇÕES NUMÉRICAS E ESTIMATIVAS DE INCERTEZA OBTIDAS COM O ESTIMADOR GCI EM MALHAS COM 2048x512 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO.....	75
TABELA 34 – SOLUÇÕES MULTIEXTRAPOLADAS E ESTIMATIVAS DE ERRO OBTIDAS COM MER EM MALHAS COM 512x128 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO.....	75
TABELA 35 – SOLUÇÕES CONVERGENTES E ESTIMATIVAS DE ERRO OBTIDAS COM O ESTIMADOR CONVERGENTE EM MALHAS COM 2048x512 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO.....	76
TABELA 36 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL LOGARÍTMICO.....	80
TABELA 37 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA A TUBEIRA PROTO 40.....	80
TABELA 38 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL LOGARÍTMICO.....	80
TABELA 39 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA A TUBEIRA PROTO 40.....	80
TABELA 40 – COEFICIENTES DE EMPUXO DAS GEOMETRIAS DE COMPARAÇÃO E SUAS ESTIMATIVAS DE ERRO PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO.....	81

TABELA 41 – DIFERENÇAS RELATIVAS ENTRE OS COEFICIENTES DE EMPUXO DAS GEOMETRIAS DE COMPARAÇÃO E DAS OTIMIZADAS COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO	82
TABELA 42 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO.....	84
TABELA 43 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO.....	84
TABELA 44 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM SETE VARIÁVEIS DE PROJETO.....	84
TABELA 45 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL	85
TABELA 46 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL	85
TABELA 47 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL	85
TABELA 48 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL	85
TABELA 49 – DIFERENÇAS RELATIVAS DAS COORDENADAS OTIMIZADAS COM O REFINO DA MALHA PARA UMA VARIÁVEL DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL.....	86
TABELA 50 – DIFERENÇAS RELATIVAS DAS COORDENADAS OTIMIZADAS COM O REFINO DA MALHA PARA DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL	86
TABELA 51 – DIFERENÇAS RELATIVAS DAS COORDENADAS OTIMIZADAS COM O REFINO DA MALHA PARA TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL	86
TABELA 52 – DIFERENÇAS RELATIVAS DAS COORDENADAS OTIMIZADAS COM O REFINO DA MALHA PARA QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL	86
TABELA 53 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 64x16 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL.....	87

TABELA 54 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 128x32 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL.....	88
TABELA 55 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 256x64 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL.....	88
TABELA 56 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 512x128 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL.....	88
TABELA 57 – RAIOS DE SAÍDA DOS PERFIS OTIMIZADOS OBTIDOS PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL.....	90
TABELA 58 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL OBTIDO COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL.....	91
TABELA 59 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL OBTIDO COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL.....	91
TABELA 60 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL OBTIDO COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL.....	91
TABELA 61 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL OBTIDO COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL.....	92
TABELA 62 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL.....	92
TABELA 63 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL.....	92
TABELA 64 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL.....	93

TABELA 65 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIO DE SAÍDA VARIÁVEL	93
TABELA 66 – SOLUÇÕES NUMÉRICAS E ESTIMATIVAS DE INCERTEZA OBTIDAS COM O ESTIMADOR GCI EM MALHAS COM 2048x512 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIO DE SAÍDA VARIÁVEL	93
TABELA 67 – SOLUÇÕES MULTIESTRAPOLADAS E ESTIMATIVAS DE ERRO OBTIDAS COM MER PARA O CASO COM O RAIO DE SAÍDA VARIÁVEL	94
TABELA 68 – SOLUÇÕES CONVERGENTES E ESTIMATIVAS DE ERRO OBTIDAS COM O ESTIMADOR CONVERGENTE EM MALHAS COM 1024x256 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIO DE SAÍDA VARIÁVEL	94
TABELA 69 – COMPARAÇÕES DAS SOLUÇÕES ANALÍTICAS E NUMÉRICAS DO COEFICIENTE DE EMPUXO	98
TABELA 70 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL LOGARÍTMICO (CASO 2).....	99
TABELA 71 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL GERADO PELO MÉTODO DE RAO.....	99
TABELA 72 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL LOGARÍTMICO (CASO 2).....	99
TABELA 73 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL GERADO PELO MÉTODO DE RAO	100
TABELA 74 – COEFICIENTES DE EMPUXO DAS GEOMETRIAS DE COMPARAÇÃO OBTIDOS EM MALHAS COM 2048x512 VOLUMES E SUAS ESTIMATIVAS DE ERRO PARA O CASO COM O RAIO DE SAÍDA VARIÁVEL	100
TABELA 75 – DIFERENÇAS RELATIVAS ENTRE OS COEFICIENTES DE EMPUXO DAS GEOMETRIAS DE COMPARAÇÃO E DAS OTIMIZADAS COM O RAIO DE SAÍDA VARIÁVEL.....	101
TABELA 76 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O TAMANHO DA POPULAÇÃO NO PROBLEMA COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO.....	110

TABELA 77 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O TAMANHO DA POPULAÇÃO NO PROBLEMA COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO.....	111
TABELA 78 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O TAMANHO DA POPULAÇÃO NO PROBLEMA COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO.....	111
TABELA 79 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O TAMANHO DA POPULAÇÃO NO PROBLEMA COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO.....	111
TABELA 80 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=1 E MALHA 64x16	114
TABELA 81 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=2 E MALHA 64x16	114
TABELA 82 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=3 E MALHA 64x16	114
TABELA 83 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=4 E MALHA 64x16	114
TABELA 84 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=1 E MALHA 128x32	114
TABELA 85 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=2 E MALHA 128x32	115
TABELA 86 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=3 E MALHA 128x32	115
TABELA 87 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=4 E MALHA 128x32	115

TABELA 88 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=1 E MALHA 256x64	115
TABELA 89 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=2 E MALHA 256x64	115
TABELA 90 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=3 E MALHA 256x64	116
TABELA 91 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=4 E MALHA 256x64	116
TABELA 92 – CLASSIFICAÇÃO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO	118
TABELA 93 – PARÂMETROS DO ALGORITMO DE	120
TABELA 94 – PARÂMETROS DO ALGORITMO DE1220	120
TABELA 95 – PARÂMETROS DO ALGORITMO SADE	120
TABELA 96 – PARÂMETROS DO ALGORITMO CMA-ES	120

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ASME	– <i>American Society of Mechanical Engineers</i>
CDS	– <i>Central Differencing Scheme</i>
CFD	– <i>Computational Fluid Dynamics</i>
CMA-ES	– <i>Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy</i>
DE	– <i>Differential Evolution</i>
DE1220	– <i>Differential Evolution 1220</i>
DE-RSM	– <i>Differential Evolution hybridized with Response Surface Methodology</i>
DR	– <i>Diferença relativa</i>
GCI	– <i>Grid Convergence Index</i>
MER	– <i>Multiextrapolação de Richardson</i>
NASA	– <i>National Aeronautics and Space Administration</i>
PNAE	– <i>Programa Nacional de Atividades Espaciais</i>
SADE	– <i>Self-adaptive Differential Evolution</i>
TOC	– <i>Thrust-Optimized Contour</i>
TOP	– <i>Thrust-Optimized Parabola</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

A	– Área [m ²]
a	– Velocidade do som [m/s]
C_d	– Coeficiente de descarga
C_F	– Coeficiente de empuxo
∂	– Arestas no contorno do domínio
E	– Energia total por unidade de massa [J/kg]
E_π	– Erro de arredondamento
E_{comp}	– Erro de comparação
E_h	– Erro de truncamento
E_i	– Erro de iteração
E_{model}	– Erro de modelagem
E_n	– Erro numérico
F	– Empuxo [N]
F_S	– Fator de segurança do estimador GCI
F^c	– Fluxo advectivo [kg/m.s]
f	– Função
g	– Função
\bar{I}	– Matriz identidade
L	– Comprimento [m]
M	– Número de Mach
m	– Malha
\dot{m}	– Vazão mássica de gases [kg/s]
N	– Número de pontos ou de variáveis de projeto
N_f	– Número de chamadas da função objetivo
N_x	– Número de volumes na direção axial
N_y	– Número de volumes na direção radial
n	– Direção normal [m]
\vec{n}	– Vetor normal [m]
na	– Número de arestas
nv	– Número de vértices
P	– Volume de controle

p	– Pressão [Pa]
p_0	– Ordem assintótica
p_{min}	– Ordem de acurácia
p_U^*	– Ordem aparente equivalente
q	– Razão de refino
R	– Constante do gás [J/kg.K]
r	– Raio [m]
S	– Superfície
s	– Pontuação
T	– Temperatura [K]
t	– Tempo [s]
U	– Vetor das variáveis conservativas
U_C	– Estimador convergente
U_{exp}	– Incerteza padrão do erro experimental
U_{GCI}	– Estimador GCI
U_{MER}	– Estimador baseado em MER
U_{med}	– Incerteza das medições
U_n	– Erro estimado
U_{val}	– Incerteza padrão de validação
u	– Componente axial do vetor velocidade [m/s]
V	– Magnitude do vetor velocidade [m/s]
$V^{\mathcal{V}}$	– Métrica de malha relacionada ao volume da célula
$v^{\mathcal{V}}$	– Métrica de malha
v	– Componente radial do vetor velocidade [m/s]
\vec{v}	– Vetor velocidade [m/s]
X	– Resultado experimental
x	– Coordenada axial [m]
Y	– Vetor das variáveis de projeto [m]
y	– Coordenada radial [m]

Símbolos Gregos

γ	– Razão de calores específicos
ε_e	– Razão de expansão

θ	– Direção tangencial
π	– Número Pi
ρ	– Massa específica [kg/m ³]
σ	– Desvio padrão
Φ	– Solução analítica
ϕ	– Solução numérica
Ω	– Volume de controle genérico

Subscritos

0	– Propriedade na câmara de combustão
1	– Propriedade na entrada da tubeira
2	– Propriedade na saída da tubeira
3	– Propriedade no ambiente
∞	– Solução extrapolada
F	– Malha fina
G	– Malha grossa
i	– Índice do vértice
<i>ideal</i>	– Propriedade calculada com a teoria quase unidimensional
k	– Número da aresta
NB	– Volume de controle vizinho
P	– Volume de controle
S	– Processo isentrópico
SG	– Malha supergrossa
<i>saida</i>	– Variável na saída da tubeira
t	– Propriedade na garganta da tubeira
v	– Propriedade avaliada no vácuo

Sobrescrito

0	– Propriedade no instante de tempo anterior
---	---

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	24
1.1	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	24
1.2	IMPORTÂNCIA DO PROBLEMA.....	26
1.3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	27
1.4	OBJETIVOS DO TRABALHO	31
1.5	ESTRUTURA DO TRABALHO	32
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	33
2.1	TUBEIRA	33
2.2	NÚMERO DE MACH	35
2.3	EMPUXO	36
2.4	COEFICIENTE DE EMPUXO	37
2.5	TEORIA DE ESCOAMENTO QUASE UNIDIMENSIONAL.....	38
2.6	OTIMIZAÇÃO	40
3	MODELOS FÍSICO, MATEMÁTICO E NUMÉRICO	42
3.1	MODELO FÍSICO	42
3.2	MODELO MATEMÁTICO	42
3.3	MODELO NUMÉRICO.....	43
3.3.1	Aproximação da variável de interesse	47
4	METODOLOGIA	49
4.1	OTIMIZAÇÃO	49
4.2	SIMULAÇÃO DO ESCOAMENTO.....	53
4.2.1	Verificação e validação.....	54
4.3	GERAÇÃO DAS MALHAS.....	62
5	RESULTADOS PARA O CASO COM RAIO DE SAÍDA FIXO	64
5.1	DEFINIÇÃO DAS COORDENADAS AXIAIS	64
5.2	OTIMIZAÇÃO DO PERFIL DA TUBEIRA.....	66
5.3	COMPARAÇÕES	79
6	RESULTADOS PARA O CASO COM RAIO DE SAÍDA VARIÁVEL	83
6.1	DEFINIÇÃO DAS COORDENADAS AXIAIS	83
6.2	OTIMIZAÇÃO DO PERFIL DA TUBEIRA.....	84
6.3	COMPARAÇÕES	98
7	CONCLUSÃO	102

7.1	CONTRIBUIÇÕES.....	102
7.2	TRABALHOS FUTUROS.....	103
	REFERÊNCIAS.....	105
	APÊNDICE A – DEFINIÇÃO DO TAMANHO DA POPULAÇÃO	110
	APÊNDICE B – SELEÇÃO DO ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO	113
	APÊNDICE C – CONFIGURAÇÃO DOS ALGORITMOS DO CÓDIGO PAGMO ..	120
	APÊNDICE D – CONFIGURAÇÃO DO CÓDIGO DEPP	121
	APÊNDICE E – CONFIGURAÇÃO DO CÓDIGO SU2	122

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo introdutório é apresentado o problema tratado no presente trabalho, que consiste na otimização da geometria de uma tubeira de motor-foguete visando a maximização do coeficiente de empuxo. São apresentados ainda a motivação, a revisão bibliográfica, os objetivos e a estrutura deste documento.

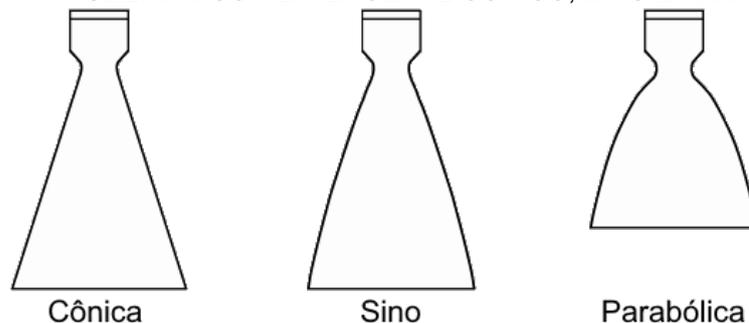
1.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Melhorar o desempenho de tubeiras de motores-foguete é importante e necessário por diversas razões, entre elas reduzir o consumo de combustível e permitir um incremento na carga útil do foguete. Uma forma de aprimorar o desempenho de tubeiras é otimizar o perfil geométrico do bocal visando a maximização do empuxo.

O desenvolvimento de bocais do tipo convergente-divergente tem início no ano de 1888 quando o inventor sueco Gustaf de Laval desenvolveu um bocal contendo uma seção convergente seguida de uma seção divergente com o objetivo de aumentar a eficiência de uma turbina a vapor. Em 1915, Robert Hutchings Goddard (1882-1945), após verificar que a eficiência na transformação da energia do propelente em energia cinética em foguetes era de somente 2%, decidiu usar um bocal do tipo convergente-divergente em um foguete. Com isso a eficiência subiu para aproximadamente 64% (GODDARD, 1919, p. 12-17).

Os bocais convergente-divergente, ou tubeiras, são classificados de acordo com o formato da parede da seção divergente. Os principais tipos são: cônico, sino e parabólico, ilustrados na FIGURA 1.

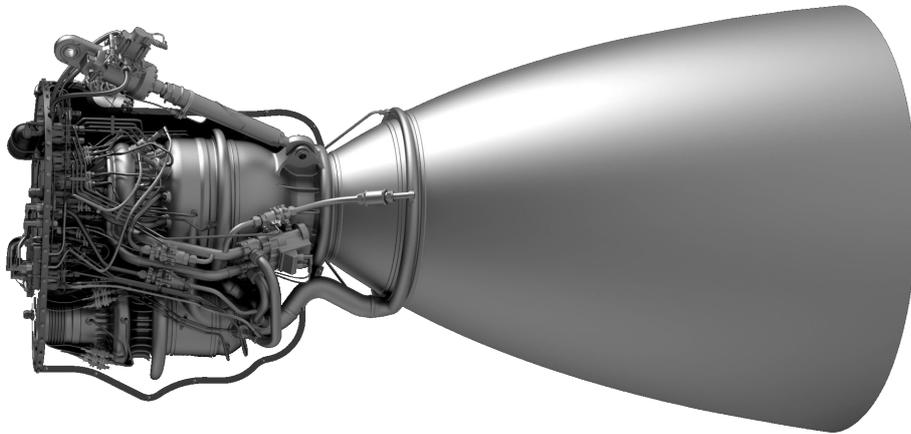
FIGURA 1 – TUBEIRAS COM DIVERGENTE CÔNICO, SINO E PARABÓLICO



FONTE: Adaptado de Sutton e Biblarz (2016, p. 74).

Dentre os principais formatos de tubeiras, o formato cônico apresenta a mais simples forma construtiva, normalmente sendo fabricado com semiângulo de 15° na parede da seção divergente (SUTTON; BIBLARZ, 2016, p. 75). Contudo, tubeiras cônicas apresentam perdas de desempenho devido à divergência de escoamento na saída. Para melhorar o desempenho das tubeiras, seções divergentes com contornos que redirecionam o escoamento para a direção axial são comumente usadas, destacando-se os contornos parabólicos e em forma de sino (HOFFMAN, 1987; SUTTON; BIBLARZ, 2016, p. 76). A FIGURA 2 ilustra uma tubeira com contorno curvo de um motor-foguete do veículo Starship da SpaceX (SPACE X, 2016).

FIGURA 2 – TUBEIRA DE UM MOTOR-FOGUETE DO VEÍCULO STARSHIP DA SPACE X



FONTE: Adaptado de SpaceX (2016).

Durante os últimos anos, esquemas numéricos eficientes para a solução de escoamentos compressíveis e algoritmos de otimização robustos têm sido desenvolvidos. Somados ao aumento do poder computacional dos últimos anos, torna-se possível uma avaliação mais detalhada na otimização do perfil da parede de tubeiras de motores-foguete.

Dessa forma, nesta dissertação o método de otimização de forma foi utilizado para encontrar o contorno ideal do divergente da tubeira que maximiza o coeficiente de empuxo, enquanto que a geometria da seção convergente foi considerada fixa. Esse método almeja encontrar a geometria que minimiza ou maximiza uma função objetivo enquanto satisfaz certas restrições de projeto (SOKOLOWSKI; ZOLELIO, 1992, p. 5-6).

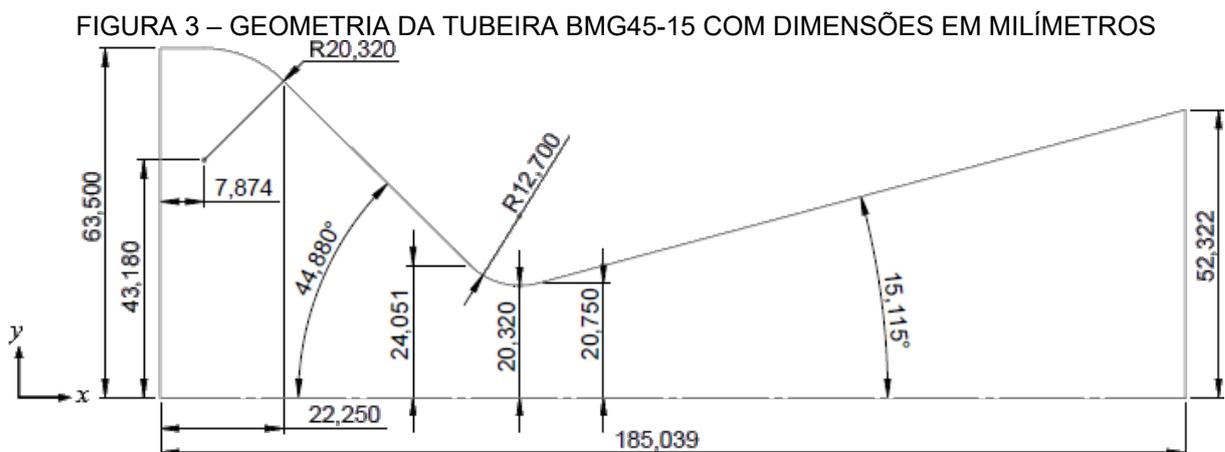
A representação geométrica da tubeira se deu de forma bidimensional axissimétrica, em que o eixo de simetria corresponde ao comprimento na direção paralela ao escoamento livre e o eixo y representa o comprimento radial. O perfil do

divergente foi gerado a partir de N pontos, distribuídos ao longo de seu comprimento, sugeridos pelo otimizador. Esses N pontos representam as variáveis de projeto ou pontos de otimização. Foi utilizado de um a quatro pontos. Dois casos foram considerados para a otimização: raio de saída fixo e raio de saída variável. O primeiro caso implica em uma razão de expansão fixa e o segundo em uma razão de expansão variável.

Na metodologia empregada, resolve-se inicialmente o problema em uma malha grossa, considerando que as coordenadas axiais e radiais dos pontos de otimização são variáveis. Em seguida, a malha é refinada e reinicia-se a otimização, mas considerando apenas as coordenadas radiais variáveis, enquanto que as coordenadas axiais dos pontos de otimização são fixas e possuem o valor obtido na etapa anterior. Com as coordenadas axiais fixas é possível reduzir a complexidade do problema do ponto de vista de otimização, reduzindo o custo computacional.

As geometrias são avaliadas através da solução numérica do escoamento. O escoamento é modelado pelas Equações de Euler e resolvido numericamente pelo Método dos Volumes Finitos implementado no código SU2 (ECONOMON et al., 2016).

A geometria do convergente que foi utilizada é baseada na tubeira BMG45-15 apresentada no estudo experimental de Back, Massier e Gier (1965, p. 1610, figura 3). O perfil da tubeira BMG45-15 está ilustrado na FIGURA 3. Além disso, a tubeira possui o mesmo comprimento que a tubeira BMG45-15.



FONTE: O autor (2021).

1.2 IMPORTÂNCIA DO PROBLEMA

A redução de custos para acesso ao espaço é uma das metas do Programa Nacional de Atividades Espaciais (PNAE), além do desenvolvimento de tecnologias e

capacitação de especialistas (AGÊNCIA ESPACIAL BRASILEIRA, 2012). A demanda por redução de custos força os pesquisadores a investigarem novas tecnologias, como o aprimoramento da economia de combustível. Grande economia do consumo de combustível pode ser alcançada com o design de melhores sistemas de propulsão (HUSSAINI; KORTE, 1996, p. 3).

Futuras explorações espaciais exigirão aumento na fração de carga útil e redução da massa do sistema. De acordo com a compilação de dados de massa dos veículos aeroespaciais da Administração Nacional da Aeronáutica e Espaço (NASA, do inglês, *National Aeronautics and Space Administration*) publicados por Heineman Júnior (1994), aproximadamente 80% da massa dos veículos aeroespaciais se refere à massa de propelente. Portanto, o projeto de sistemas de propulsão otimizados e eficientes pode reduzir a quantidade de massa de propelente requerida, o que também implicaria em uma menor poluição ambiental causada pela queima do propelente.

Ainda, Caisso et al. (2009) apontam que, a respeito do aumento de desempenho do motor-foguete, cada segundo de impulso específico adicional no motor resulta em um incremento em torno de 100 kg na carga útil, no caso do foguete Ariane ou do foguete H2. O impulso específico é diretamente proporcional ao coeficiente de empuxo, assim ganhos de 1% no coeficiente empuxo implicam em aumento de 1% no impulso específico. Portanto, um aumento de 1% no coeficiente empuxo do motor do estágio superior do foguete Ariane, que possui impulso específico de 446 s (ARIANEGROUP, 2017), permitiria um aumento de 446 kg de carga útil.

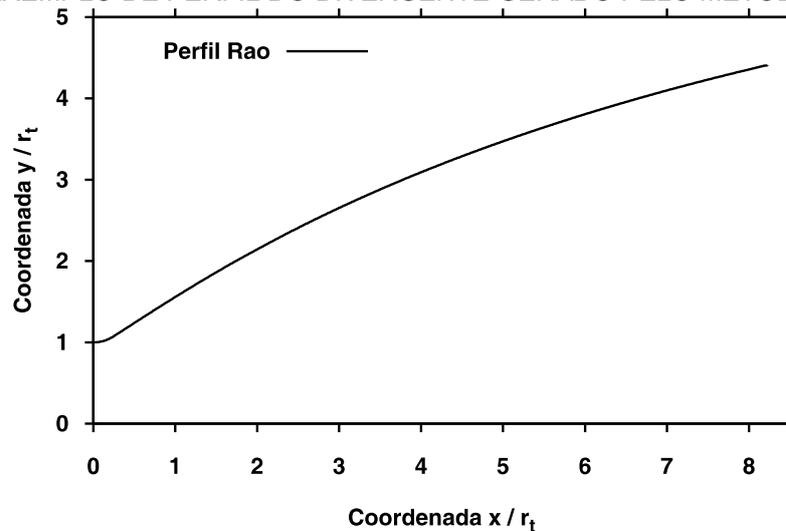
Jones (2018) avalia que no período de 1970 a 2000 o custo médio para transportar um quilograma de carga útil para a órbita terrestre baixa era de US\$ 18500, com uma faixa típica de US\$ 10000/kg a US\$ 32000/kg. Atualmente o foguete Falcon 9 da SpaceX possui um custo de US\$ 2720/kg (JONES, 2018). Desse modo, tendo em vista o valor médio de US\$ 18500/kg, o aumento de 446 kg de carga útil causado por um ganho de 1% no coeficiente empuxo do motor do estágio superior do foguete Ariane implicaria em um ganho de US\$ 8251000.

1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Gadicharla V. R. Rao foi um dos pioneiros na busca do perfil ótimo para tuberias. Rao (1958) apresentou um método para determinar o perfil ótimo do

divergente de uma tubeira. Este método é baseado no cálculo variacional e no método das características, sendo o escoamento considerado invíscido e isentrópico. O desempenho de tubeiras geradas pelo método proposto por Rao (1958) foi avaliado experimentalmente por Farley e Campbell (1960) e Bloomer, Antl e Renas (1962). A FIGURA 4 ilustra um perfil gerado pelo método de Rao (1958), o qual foi implementado por Guilherme Bertoldo no código MoCA (BERTOLDO, 2020).

FIGURA 4 – EXEMPLO DE PERFIL DO DIVERGENTE GERADO PELO MÉTODO DE RAO (1958)



FONTE: O autor (2021).

Farley e Campbell (1960) avaliaram experimentalmente as performances de três tubeiras geradas pelo método de Rao (RAO, 1958) e de uma tubeira cônica de 15° . Foi concluído que, para razões de pressão entre a pressão de estagnação e a pressão ambiente acima de 200, cerca de 1% de aumento em empuxo, sem incremento na área superficial, pode ser obtido com o uso de uma tubeira gerada pelo método de Rao ao invés de uma tubeira cônica de 15° . Além disso, para um mesmo empuxo, reduções na área superficial do divergente na ordem de 25% são possíveis (FARLEY; CAMPBELL, 1960).

Bloomer, Antl e Renas (1962) avaliaram experimentalmente o desempenho de tubeiras geradas pelo método proposto por Rao (1958). Os experimentos mostraram que para um mesmo tamanho e razão de área, ganhos de desempenho de 1% são possíveis ao se utilizar tubeiras projetadas pelo método de Rao.

Em 1960, Rao propôs uma aproximação para o seu método, simplificando o contorno do divergente da tubeira por uma parábola. Rao (1960) escreve que o contorno parabólico é uma boa aproximação para o contorno gerado pelo método das

características. O contorno parabólico gerado por esse método ficou conhecido como contorno parabólico otimizado para o empuxo (TOP, do inglês, *Thrust-Optimized Parabola*), enquanto que o contorno gerado pelo método proposto em 1958 ficou conhecido como contorno otimizado para o empuxo (TOC, do inglês, *Thrust-Optimized Contour*).

Allman e Hoffman (1981) apresentaram um procedimento para o desenho do perfil do divergente de tubeiras que gere empuxo máximo utilizando métodos de otimização direta. O contorno da tubeira foi representado por um polinômio de segunda ordem. Os coeficientes do polinômio foram ajustados durante a otimização visando maximizar o empuxo gerado pela tubeira. Na investigação, o escoamento foi tratado como isentrópico e o fluido foi aproximado como um gás perfeito. Além disso, o comprimento da tubeira foi considerado uma restrição de projeto (ALLMAN; HOFFMAN, 1981). Os contornos obtidos com a metodologia proposta possuem empuxo comparável aos contornos determinados pelo método de Rao (1958), sendo que os desempenhos obtidos foram entre 0,05 e 0,66% inferiores ao desempenho das tubeiras de Rao. Esse foi um dos primeiros estudos a utilizar métodos de otimização numérica para resolver o problema.

A otimização do perfil do divergente de motor-foguete também foi investigada por Cai et al. (2007). O escoamento foi resolvido considerando as equações de Navier-Stokes bidimensionais axissimétricas e de transporte. Cai et al. (2007) também fizeram o uso de métodos de otimização, sendo que as variáveis de projeto consistiam das coordenadas radiais de sete pontos distribuídos ao longo da parede do divergente, conforme apresentado na FIGURA 5. Uma interpolação por *spline* cúbica foi utilizada para determinar o perfil do divergente a partir desses sete pontos. O comprimento do bocal e a razão de área foram prescritos, assim, limitando-se a realizar a otimização para um envelope específico.

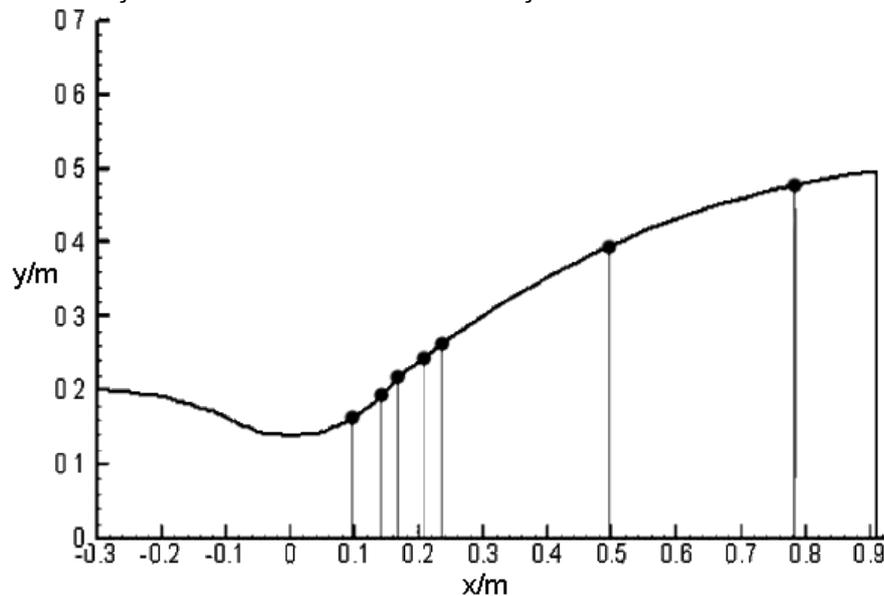
Ao aplicar o método de otimização com algoritmo genético, a tubeira otimizada atingiu 1,5% de melhora no coeficiente de empuxo no vácuo em relação ao perfil inicial (CAI et al., 2007). Esse resultado indica que a metodologia de otimização utilizada produz bons resultados na otimização do perfil do divergente de tubeiras.

Moro (2014) pesquisou o efeito da geometria da seção divergente sobre o empuxo de motores-foguete. Os desempenhos das geometrias foram avaliados por simulações numéricas bidimensionais, em que os escoamentos foram modelados

pelas equações de Euler. Além disso, foi considerado que os motores-foguete operavam no vácuo.

Cinco geometrias foram comparadas por Moro (2014): cônica, logarítmica, 1/2 cosseno, 1/4 seno e meia parábola. Considerando as mesmas razões de expansão e os mesmos comprimentos, concluiu-se que o divergente logarítmico proporcionou o melhor coeficiente de empuxo, enquanto que a geometria 1/2 cosseno apresentou o pior desempenho, sendo a diferença do coeficiente de empuxo entre elas de 1,5%.

FIGURA 5 – POSIÇÃO DOS PONTOS DE OTIMIZAÇÃO NO TRABALHO DE CAI et al. (2007)



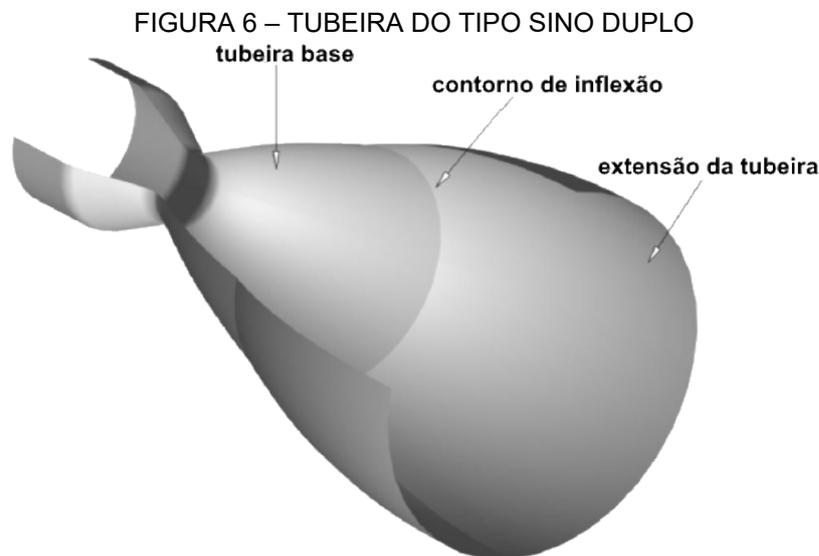
FONTE: Adaptado de Cai et al. (2007).

De modo diferente dos demais trabalhos citados, Germer (2014) avaliou diversos perfis para a seção convergente da tubeira para determinar a influência dessa seção no desempenho da tubeira. As geometrias propostas tinham como base as tubeiras avaliadas no estudo experimental de Back, Massier e Gier (1965) e foram avaliadas por simulação numérica. Germer (2014) obteve aumento de até 0,64% no empuxo em relação aos valores de referência de Back, Massier e Gier (1965), aumento comparável ao obtido quando utilizado perfis do divergente gerados pelo método de Rao (1958). O efeito de combinar o seu convergente com um divergente gerado pelo método de Rao (1958) não foi avaliado por Germer (2014).

Diferentes conceitos de tubeiras também foram propostos visando a maximização do desempenho, como as tubeiras sino duplo (HORN; FISHER, 1993). A tubeira sino duplo é um conceito de tubeira adaptável à altitude, combinando duas

tubeiras, uma com menor razão de área para baixas altitudes e outra com maior razão de área para altitudes elevadas. A FIGURA 6 ilustra o conceito.

A inflexão permite que a separação do escoamento ocorra de modo controlado quando a tubeira opera sob alta pressão ambiente, enquanto que a extensão é projetada de modo que a uma certa altitude o escoamento “cole” na parede estendida da tubeira, permitindo uma maior expansão do escoamento. Stark et al. (2016) avaliaram o impacto do uso de uma tubeira do tipo sino duplo na massa de carga útil do foguete Ariane 5. Os resultados analíticos e numéricos mostraram ganhos de até 490 kg de carga útil para o veículo Ariane 5.



FONTE: Adaptado de Stark et al. (2016).

Os estudos apresentados expõem conceitos e metodologias para a geração de tubeiras que possibilitam desempenho comparável ao de tubeiras de Rao. Os trabalhos de Allman e Hoffman (1981) e Cai et al. (2007) indicam que a utilização de métodos de otimização são adequados para obter perfis que maximizam o coeficiente de empuxo.

1.4 OBJETIVOS DO TRABALHO

O objetivo principal dessa dissertação é determinar numericamente a geometria da seção divergente da tubeira que maximiza o coeficiente de empuxo.

Como parte dessa meta, foram traçados os seguintes objetivos específicos:

- verificar a solução numérica do código SU2;

- validar o modelo matemático de Euler para o escoamento em tubeiras;
- determinar um algoritmo de otimização estocástico eficaz para o problema;
- estudar o efeito do tamanho da população na eficiência de algoritmos de otimização estocástico para o problema;
- avaliar o efeito do nível de refino da malha na determinação das geometrias otimizadas;
- avaliar o efeito do número de pontos de otimização na determinação das geometrias otimizadas;
- determinar a geometria ótima para o divergente da tubeira.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho apresenta-se estruturado em sete capítulos. No capítulo dois, Fundamentação Teórica, são apresentados conceitos e aspectos de sistemas de propulsão, tubeiras, parâmetros de desempenho de foguetes, entre outros. Além disso, conta com informações sobre otimização.

O capítulo três apresenta o modelo físico, o modelo matemático e o modelo numérico que definem o problema. Também é apresentada a aproximação numérica da variável de interesse.

No capítulo quatro, Metodologia, é apresentada a metodologia para resolver o problema de otimização, contendo informações da configuração do simulador de escoamento e da geração de malhas. Ainda, é apresentado um estudo de verificação e validação.

Os capítulos cinco e seis apresentam os resultados obtidos para os casos com raio de saída fixo e variável, respectivamente. São apresentadas as geometrias otimizadas e comparações com resultados de outros autores.

As considerações finais deste trabalho são apresentadas no capítulo sete.

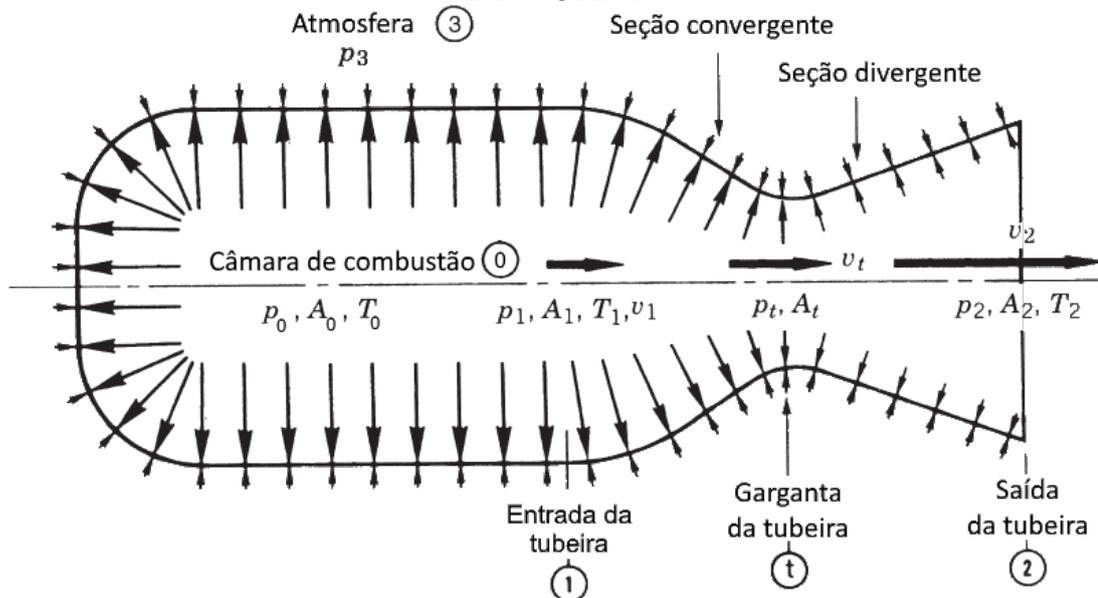
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são apresentados alguns conceitos da área de propulsão para melhor se compreender o problema tratado. Além disso, são apresentadas algumas definições da área de otimização.

2.1 TUBEIRA

Uma tubeira é um bocal do tipo convergente-divergente, com a função principal de canalizar e acelerar os produtos da combustão produzidos pela queima do propelente, de tal modo a maximizar a velocidade da exaustão na saída para a velocidade supersônica (NAKKA, 1984, p. 4). A FIGURA 7 ilustra as diferentes seções de uma tubeira, além de apresentar as magnitudes relativas da velocidade e das forças de pressão. A magnitude relativa é indicada pelo comprimento das setas.

FIGURA 7 – BALANÇO DE PRESSÃO NAS PAREDES INTERNAS DA CÂMARA DE COMBUSTÃO E DA TUBEIRA



FONTE: Adaptado de Sutton e Biblarz (2016, p. 32).

A seção convergente da tubeira tem a função de diminuir a área de passagem dos gases, diminuindo a pressão do fluido e aumentando sua velocidade. Contudo, a máxima velocidade obtível em um bocal convergente é a velocidade sônica, que ocorre na saída do bocal (ÇENGEL; BOLES; KANOĞLU, 2019, p. 833).

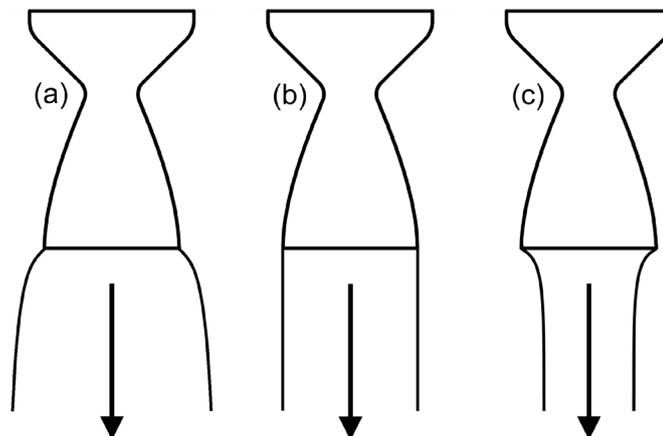
Entre o convergente e o divergente há uma área denominada garganta, seção em que o fluido atinge a velocidade sônica, caso a pressão na garganta atinja um valor crítico (SUTTON; BIBLARZ, 2016, p. 57). Duas características de projeto dessa seção são o raio da garganta r_t e a área da garganta A_t . A tubeira considerada neste trabalho possui $r_t = 0,02032 \text{ m}$.

Por sua vez, a seção divergente tem a função de aumentar a área de passagem dos gases. Para escoamentos a número de Mach maior do que um, o incremento na área de passagem ocasiona o aumento da velocidade e a diminuição da pressão. Logo, é nessa região que os gases atingem velocidades supersônicas. Número de Mach é definido na seção 2.2. A razão entre a área da saída do divergente A_2 e a área da garganta A_t é denominada razão de expansão (ε_e), também chamada de razão de área, expressa como

$$\varepsilon_e = \frac{A_2}{A_t} \quad (1)$$

Dependendo da relação entre a pressão de saída da tubeira e a pressão externa, uma tubeira pode ser descrita como: subexpandida, expansão ótima e superexpandida (PRITCHARD, 2011, p. 725). Os escoamentos para esses regimes de operação estão representados na FIGURA 8.

FIGURA 8 – REPRESENTAÇÃO DO ESCOAMENTO EM TUBEIRAS NOS REGIMES DE OPERAÇÃO SUBEXPANDIDO (a), EXPANSÃO ÓTIMA (b) E SUPEREXPANDIDO (c)



FONTE: O autor (2021).

Quando a pressão de saída da tubeira é igual à pressão externa, a tubeira está operando na condição de expansão ótima (PRITCHARD, 2011, p. 725). Nessa

condição, opera-se com maior eficiência, pois não há perdas devido à expansão incompleta ou geração de baixa pressão na saída da tubeira.

Na condição de subexpansão, a pressão de projeto na saída é maior do que a pressão externa, ocasionando a expansão completa fora do bocal. Nesse caso, a tubeira tem uma razão de expansão menor do que a ideal e haverá a presença de ondas de choque oblíquas na saída da tubeira, partindo de sua borda (PRITCHARD, 2011, p. 725).

Já na condição de superexpansão, a pressão externa é maior do que a pressão de projeto na saída da tubeira, devido a uma razão de expansão maior do que a ideal. Nessa condição, há a separação do fluido da parede da tubeira e a presença de onda de choque oblíqua no interior da tubeira (PRITCHARD, 2011, p. 725).

Como a maioria das tubeiras tem razão de expansão fixa, nota-se que a tubeira de um foguete operará em condição ótima apenas em um determinado ponto da trajetória do foguete (SUTTON; BIBLARZ, 2016, p. 33).

2.2 NÚMERO DE MACH

Número de Mach é um parâmetro adimensional do escoamento, sendo definido como a razão entre a velocidade local do escoamento V e a velocidade local do som a (SUTTON; BIBLARZ, 2016, p. 49):

$$M = \frac{V}{a} \quad (2)$$

Anderson Júnior (2017), com base no número de Mach, classifica os regimes de escoamento como: subsônico ($M < 1$), sônico ($M = 1$) e supersônico ($M > 1$). Além disso, há as definições de regime transônico ($0,8 \leq M \leq 1,2$) e regime hipersônico ($M > 5$) (ANDERSON JÚNIOR, 2017, p. 65). Regimes supersônicos são caracterizados pela presença de ondas de choque, as quais geram grandes descontinuidades nas propriedades do escoamento e nas linhas de corrente (SUTTON; BIBLARZ, 2016, p. 68).

Na equação (2), a velocidade do som pode ser expressa por

$$a = \sqrt{\left(\frac{dp}{d\rho}\right)_s}, \quad (3)$$

representando uma medida da compressibilidade do gás (ANDERSON JÚNIOR, 2017, p. 569). Na equação (3), dp e $d\rho$ representam, respectivamente, variações infinitesimais na pressão e na massa específica. O subscrito s presente na equação (3) indica um processo isentrópico, ou seja, um processo sem variação de entropia, podendo ser caracterizado por um processo adiabático reversível. Para gases perfeitos, pode-se reescrever a equação (3) como

$$a = \sqrt{\gamma RT}, \quad (4)$$

em que γ é a razão de calores específicos, R é a constante do gás e T é a temperatura do meio.

2.3 EMPUXO

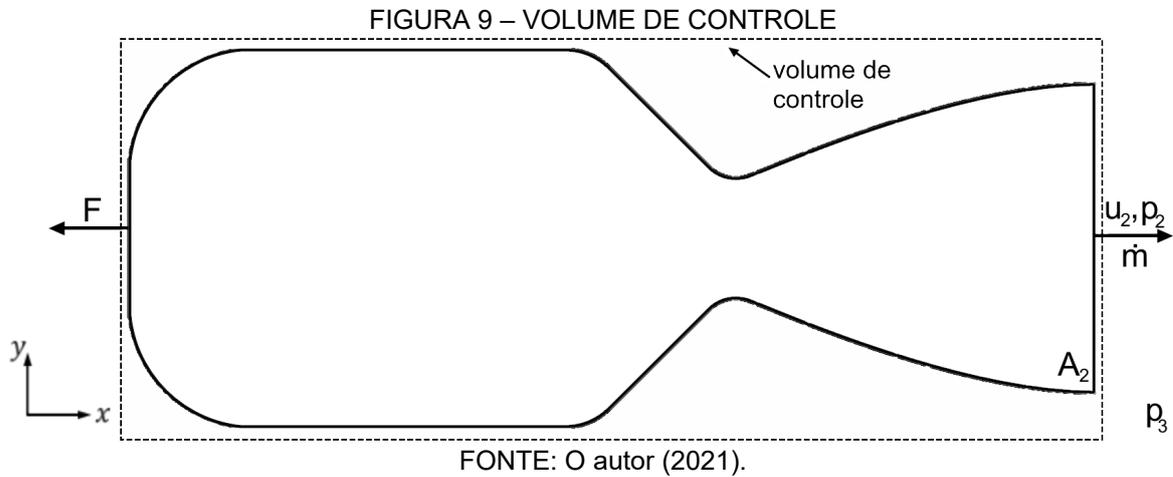
Empuxo é o termo dado para a força produzida pelo motor-foguete devido à rápida saída de gases de exaustão pela tubeira (ÇENGEL; BOLES; KANOĞLU, 2019, p. 516). A expressão para o empuxo F de um motor-foguete é dada por (SUTTON; BIBLARZ, 2016, p. 33)

$$F = \dot{m}u_2 + (p_2 - p_3)A_2 \quad (5)$$

Essa equação é obtida ao aplicar a segunda Lei de Newton no volume de controle apresentado na FIGURA 9.

O primeiro termo da equação (5) é o empuxo causado pela transferência de momento, representado pelo produto da vazão mássica de gases \dot{m} e sua velocidade axial de exaustão u_2 relativa ao veículo. Na expressão, o segundo termo representa o empuxo de pressão, consistindo no produto da área de saída da tubeira A_2 pela diferença entre a pressão dos gases de exaustão na saída p_2 e a pressão ambiente p_3 (SUTTON; BIBLARZ, 2016, p. 33). Quando uma tubeira opera na condição de

expansão ótima, o empuxo de pressão é nulo. Já o empuxo máximo é encontrado quando $p_3 = 0$, ou seja, quando a tubeira opera no vácuo.



O empuxo também pode ser representado na forma integral, dado por

$$F = \int_{A_2} \rho u u dA + \int_{A_2} (p - p_3) dA, \quad (6)$$

sendo ρ a massa específica.

2.4 COEFICIENTE DE EMPUXO

O coeficiente de empuxo C_F é um parâmetro adimensional usado para quantificar a performance da expansão do fluido através da tubeira. Essa quantidade reflete as propriedades do gás de exaustão e a qualidade do projeto da tubeira (HUZEL; HUANG, 1992, p. 13).

Define-se coeficiente de empuxo como o empuxo F dividido pelo produto da pressão na câmara de combustão p_0 e da área da garganta A_t , representado matematicamente por (SUTTON; BIBLARZ, 2016, p. 62-63)

$$C_F = \frac{F}{p_0 A_t} \quad (7)$$

O coeficiente de empuxo determina a amplificação do empuxo devido à expansão do gás na tubeira quando comparado ao empuxo que seria exercido se a pressão da câmara atuasse somente sobre a área da garganta (NAKKA, 1984, p. 24). O coeficiente de empuxo tem valores que variam de pouco menos de 1,0 a cerca de 2,0 (SUTTON; BIBLARZ, 2016, p. 63).

Sutton e Biblarz (2016, p. 62) reescrevem o coeficiente de empuxo, apresentado na equação (7), com base na teoria de escoamento quase unidimensional e nas relações de um foguete ideal, sendo dado por

$$C_F = \sqrt{\frac{2\gamma^2}{\gamma-1} \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} + \frac{p_2 - p_3}{p_0} \frac{A_2}{A_t}, \quad (8)$$

em que γ é a razão de calores específicos. As demais variáveis possuem os mesmos significados já apresentados.

Dentre as hipóteses assumidas para um foguete ideal (SUTTON; BIBLARZ, 2016, p. 46), são consideradas que não há transferência de calor, não há efeitos de camada limite, não há ondas de choque e o escoamento é uniforme e axial na saída da tubeira. Na próxima seção é apresentada a teoria de escoamento quase unidimensional.

2.5 TEORIA DE ESCOAMENTO QUASE UNIDIMENSIONAL

A teoria de escoamento quase unidimensional para tubeiras é baseada em princípios termodinâmicos para descrever o escoamento em tubeiras. Estas equações são válidas para motores-foguete ideais, para os quais são feitas as seguintes hipóteses (SUTTON; BIBLARZ, 2016, p. 46):

1. A substância de trabalho (produtos da reação química do propelente) é homogênea;
2. Todas as fases do fluido de trabalho são gasosas. Qualquer fase condensada (líquida ou sólida) possui massa desprezível;
3. A substância de trabalho obedece às leis de gases perfeitos;
4. Não há transferência de calor pelas paredes do motor; ou seja, o escoamento é adiabático;

5. Não há atrito e os efeitos de camada limite são desprezados;
6. Não há ondas de choque ou descontinuidades ao longo do escoamento;
7. O escoamento dos produtos da combustão se dá em regime permanente e constante. A expansão do fluido de trabalho se dá de forma uniforme e em regime permanente, sem vibrações. Efeitos transientes (inícios e paradas) são de curta duração e podem ser desprezados;
8. Todos os gases de exaustão que deixam a tubeira do motor-foguete saem com velocidades apenas na direção axial;
9. A velocidade, a pressão, a temperatura e a densidade do gás são uniformes ao longo de qualquer seção normal ao eixo da tubeira;
10. O equilíbrio químico é estabelecido dentro da câmara de combustão e a sua composição não se altera ao longo da tubeira;
11. Os propelentes armazenados estão à temperatura ambiente. Os propelentes criogênicos estão em seus pontos de ebulição.

Para essas condições, as seguintes relações para o escoamento quase unidimensional são obtidas (SUTTON; BIBLARZ, 2016, p. 47-63):

$$p = p_0 \left[1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1)M^2 \right]^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} \quad (9)$$

$$T = T_0 \left[1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1)M^2 \right]^{-1} \quad (10)$$

$$\rho = \rho_0 \left[1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1)M^2 \right]^{\frac{-1}{\gamma-1}} \quad (11)$$

$$u = \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1}RT_0 \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \quad (12)$$

$$A = \frac{A_t}{M} \left[\frac{2}{\gamma+1} \left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2 \right) \right]^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}}, \quad (13)$$

sendo M o número de Mach, γ a razão de calores específicos e R a constante dos gases perfeitos. Ainda, T é a temperatura, p é a pressão, ρ é a massa específica, u a velocidade axial e A é a área transversal ao eixo de simetria. Os subscritos 0 e t se referem às propriedades avaliadas na câmara de combustão e na garganta, respectivamente.

Além disso, tem-se que a vazão mássica \dot{m} é constante e avaliada com base nas propriedades da garganta e de estagnação, isto é,

$$\dot{m} = p_0 A_t \sqrt{\frac{\gamma}{RT_0} \left(\frac{2}{\gamma + 1}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}}} \quad (14)$$

Ainda, a pressão crítica na garganta é encontrada como sendo uma função da razão de calores específicos e da pressão de estagnação

$$p_t = p_0 \left(\frac{\gamma + 1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \quad (15)$$

A equação analítica do coeficiente de empuxo com base na teoria de escoamento quase unidimensional, equação (8), é obtida ao aplicar a equação (12) e a equação (14) na equação do empuxo, equação (5), e então substitui-se a equação resultante na equação (7).

2.6 OTIMIZAÇÃO

Otimização significa encontrar a melhor solução em um conjunto de soluções factíveis. Soluções factíveis são aquelas que satisfazem a todas as restrições do problema de otimização. A melhor solução, por exemplo, pode ser aquela que minimiza o custo de um processo ou maximiza a eficiência de um sistema. Atualmente, métodos de otimização são aplicados para resolver problemas de todas as disciplinas, seja economia, ciências ou engenharia (ARORA, 2015, p. 1-2).

Em um problema de otimização, a função que está sendo minimizada ou maximizada é definida como função objetivo. Um problema pode possuir mais de uma função objetivo, caso em que a otimização é denominada de otimização multiobjetivo. Os parâmetros de entrada das funções objetivo são definidos como variáveis de projeto, as quais são sugeridas pelo otimizador durante o processo de otimização em uma tentativa de maximizar ou minimizar as funções objetivo. Frequentemente, as variáveis de projeto são restringidas em uma região de interesse ou de soluções possíveis (KOCHENDERFER; WHEELER, 2019, p. 5).

Em relação aos tipos de métodos de otimização, pode-se dividi-los em duas categorias: determinísticos e estocásticos. Métodos determinísticos são caracterizados pelo uso do gradiente da função objetivo e por buscarem pelo ótimo local, ou seja, encontram um ótimo na vizinhança do ponto inicial. Já os métodos estocásticos, baseiam-se no uso de procuras aleatórias e são capazes de encontrar o ótimo global, mas frequentemente requerem mais avaliações da função objetivo do que técnicas baseadas no gradiente. Assim, métodos estocásticos são preferidos em problemas em que o cálculo do gradiente da função objetivo é complexo ou problemas com múltiplos ótimos locais, situação em que métodos determinísticos se tornam altamente ineficientes (GOLDBERG, 1989). Métodos estocásticos foram utilizados neste trabalho.

É comum métodos estocásticos fazerem uso de uma população inicial. Essa população deve ser dispersa o suficiente no espaço de soluções para aumentar a chance de indivíduos estarem próximos ao mínimo ou máximo global.

Alguns métodos estocásticos se baseiam na evolução biológica, em que indivíduos com características favoráveis são mais propensos a passar suas características, ou genes, para a próxima geração (KOCHENDERFER; WHEELER, 2019, p. 5). Os algoritmos genéticos (HOLLAND, 1992) e os algoritmos de evolução diferencial (STORN; PRICE, 1997) são exemplos desses métodos. O interesse na mimetização da natureza por alguns algoritmos de otimização deve-se à robustez, à eficiência e à flexibilidade de sistemas e processos biológicos (GOLDBERG, 1989, p. 2).

Algoritmos de otimização têm sido aplicados para uma ampla quantidade de problemas, assim, implementações em diversas linguagens de programação estão disponíveis. O uso de tais códigos e bibliotecas traz muitas vantagens para o usuário, permitindo a rápida utilização e experimentação de algoritmos de otimização, além de assegurar a qualidade do código implementado. Algumas das bibliotecas de otimização mais populares são (RAMÍREZ; SIMONS, 2017): DEAP, jMetal, NiaPy, Pagmo, PlatEMO, Platypus e Scipy. Destas bibliotecas citadas, foi utilizada a biblioteca Pagmo (BISCANI; IZZO, 2020) desenvolvida pela Agência Espacial Europeia. Também foi utilizado o código DEPP (RADTKE; BERTOLDO; MARCHI, 2020).

3 MODELOS FÍSICO, MATEMÁTICO E NUMÉRICO

Neste capítulo são apresentados os modelos físico, matemático e numérico para o problema tratado neste trabalho.

3.1 MODELO FÍSICO

Para o escoamento dos gases no interior da tubeira são adotadas as seguintes hipóteses:

- desprezam-se os efeitos viscosos;
- ausência de atrito;
- não há transferência de calor entre o fluido e a parede da tubeira;
- o escoamento se dá em regime permanente;
- escoamento com simetria axial; e
- escoamento de ar, compressível e não reativo.

3.2 MODELO MATEMÁTICO

Para as hipóteses apresentadas na seção 3.1, o escoamento pode ser modelado pelas equações de Euler, as quais podem ser representadas por (HIRSCH, 2007)

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot F^c(U) = 0, \quad (16)$$

em que U é o vetor das variáveis conservativas e F^c é o fluxo advectivo, representados por

$$U = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho \vec{v} \\ \rho E \end{Bmatrix}, \quad F^c = \begin{Bmatrix} \rho \vec{v} \\ \rho \vec{v} \otimes \vec{v} + \bar{I}p \\ \rho E \vec{v} + p \vec{v} \end{Bmatrix} \quad (17)$$

Na equação (16) t é o tempo e na equação (17) ρ é a massa específica, \vec{v} é o vetor velocidade, E é a energia total por unidade de massa e p é a pressão. Além

disso, \bar{I} é uma matriz identidade 2x2, \otimes representa o produto tensorial e $\nabla \cdot F^c(U) = \frac{\partial [F_x^c(U)]}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial [yF_y^c(U)]}{\partial y}$. No sistema de equações de Euler, as equações representam a conservação de massa, a conservação de quantidade de movimento linear e a conservação de energia térmica.

Aplicando um operador diferencial em coordenadas cilíndricas e eliminando as derivadas em relação a θ (direção tangencial), ou seja, despreza-se o efeito do giro do escoamento (*swirl*), a equação (16) pode ser reescrita como

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial(y\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u u + p)}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial(y\rho u v)}{\partial y} = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v u)}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial(y(\rho v v + p))}{\partial y} = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho E u + p u)}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial(y(\rho E v + p v))}{\partial y} = 0, \quad (21)$$

em que x e y representam as coordenadas axial e radial, respectivamente, u e v são as respectivas componentes do vetor velocidade. Além disso, a equação na direção tangencial foi desconsiderada pois a velocidade nessa direção foi considerada como zero.

As equações de Euler possuem como variáveis dependentes ρ , \vec{v} , p e E , sendo necessário assumir uma relação constitutiva ou equação de estado para o fluido de modo a fechar o sistema de equações, por exemplo

$$p = (\gamma - 1)\rho[E - 0,5(\vec{v} \cdot \vec{v})], \quad (22)$$

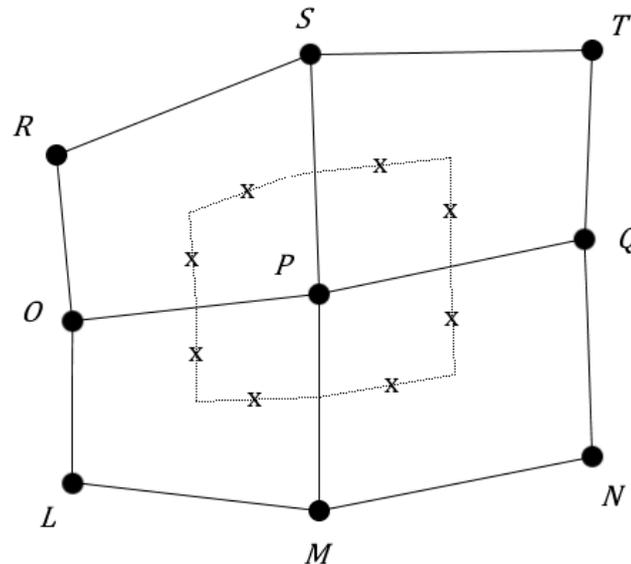
onde γ é a razão de calores específicos.

3.3 MODELO NUMÉRICO

Em dinâmica dos fluidos computacional (CFD, do inglês, *Computational Fluid Dynamics*), as equações que modelam o escoamento no interior da tubeira, equação (16), são discretizadas. No código SU2 a discretização é realizada através do Método

dos Volumes Finitos em uma malha baseada nos vértices (ECONOMON et al., 2016). Os fluxos advectivos e difusivos são avaliados no ponto central das arestas, conforme ilustrado na FIGURA 10, em que os pontos x indicam as posições para os cálculos dos fluxos advectivos e difusivos para o volume de controle baseado no vértice P . Na FIGURA 10, o volume de controle é formado pelas linhas tracejadas. Já a discretização no tempo foi implementada na forma implícita e na forma explícita. A discretização baseada nos vértices das equações de Euler em malhas não estruturadas para problemas axissimétricos (coordenadas cilíndricas) é apresentada por Guardone e Vigevano (2007), enquanto que a discretização para coordenadas cartesianas é apresentada por Palacios et al. (2013).

FIGURA 10 – MALHA NÃO ESTRUTURADA COM VOLUMES CENTRADOS NOS VÉRTICES



FONTE: O autor (2021).

Antes de iniciar a discretização, multiplica-se a equação (16) por y , de modo a remover a singularidade em $\nabla \cdot F^c(U)$ quando $y = 0$. Assim, tem-se

$$y \frac{\partial U}{\partial t} + y \nabla \cdot F^c(U) = \frac{\partial(yU)}{\partial t} + y \frac{\partial[F_x^c(U)]}{\partial x} + \frac{y}{y} \frac{\partial[yF_y^c(U)]}{\partial y} = 0, \quad (23)$$

ou

$$\frac{\partial(yU)}{\partial t} + \nabla \cdot (yF^c(U)) = 0 \quad (24)$$

Representando a equação (24) na forma integral, tem-se

$$\int_{\Omega} \frac{\partial(yU)}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \nabla \cdot (yF^c(U)) d\Omega = 0, \quad (25)$$

ou

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} yU d\Omega + \int_{\Omega} \nabla \cdot (yF^c(U)) d\Omega = 0, \quad (26)$$

onde Ω é um volume arbitrário no espaço. Aplicando-se o Teorema da Divergência de Gauss no segundo termo da equação (26),

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} yU d\Omega + \int_S y\vec{n} \cdot F^c(U) dS = 0, \quad (27)$$

sendo S a área da superfície do volume Ω e \vec{n} é o seu vetor normal.

Avaliando a equação (27) em um volume de controle P , tem-se

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_P} yU d\Omega_P + \int_{S_P} y\vec{n} \cdot F^c(U) dS_P = 0 \quad (28)$$

Na equação (28), o primeiro termo é o termo temporal e o segundo termo corresponde ao termo advectivo. O termo temporal é integrado no espaço utilizando o teorema do valor intermediário. Dessa forma

$$V_P^y \frac{\partial U_P}{\partial t} + \int_{S_P} y\vec{n} \cdot F^c(U) dS_P = 0, \quad (29)$$

em que

$$V_P^y = \int_{\Omega_P} y d\Omega_P \quad (30)$$

Além disso, a integral de superfície na equação (29) pode ser reescrita como

$$\int_{S_P} y\vec{n} \cdot F^c(U) dS_P = \sum_{k=1}^{na} \int_{S_{Pk}} y\vec{n} \cdot F^c(U) dS_P + \int_{S_P^\partial} y\vec{n} \cdot F^c(U) dS_P, \quad (31)$$

onde o primeiro termo à direita representa o somatório de todas as integrais sobre cada aresta do volume P compartilhada com outro volume e a segunda integral é a respeito de arestas pertencentes ao contorno do domínio. Além disso, na é o número de arestas compartilhadas do volume de controle, k é o índice do somatório, representando o número da aresta, e ∂ indica arestas pertencentes ao contorno do domínio.

Assim, a equação (29) pode ser reescrita como

$$V_P^y \frac{\partial U_P}{\partial t} + \sum_{k=1}^{na} \int_{S_{Pk}} y\vec{n} \cdot F^c(U) dS_P + \int_{S_P^\partial} y\vec{n} \cdot F^c(U) dS_P = 0 \quad (32)$$

Considerando-se que $F^c(U)$ é constante nas interfaces entre os volumes, tem-se

$$V_P^y \frac{\partial U_P}{\partial t} + \sum_{k=1}^{na} F_k^c \cdot v_k^y + F_P^c \cdot v_P^y = 0, \quad (33)$$

em que os subscritos P e k indicam que as variáveis são avaliadas no centro do volume P e no centro da aresta k . Além disso, tem-se que

$$v_k^y = \int_{S_{Pk}} y\vec{n} dS_P, \quad v_P^y = \int_{S_P^\partial} y\vec{n} dS_P \quad (34)$$

Nota-se que é necessário, ainda, realizar a integração da equação (33) com relação ao tempo. Assim, integrando a equação (33) do instante de tempo t a $t + \Delta t$, em que Δt é um incremento de tempo, e aplicando-se um esquema totalmente implícito obtém-se

$$\frac{V_P^y}{\Delta t} (U_P - U_P^0) + \sum_{k=1}^{na} F_k^c \cdot v_k^y + F_P^c \cdot v_P^y = 0 \quad (35)$$

Na equação (35), U_P^0 é a propriedade U avaliada no instante de tempo anterior. Para avaliar o valor F_k^c , o qual é avaliado no centro de cada aresta do volume de controle pelo código SU2, um esquema de interpolação deve ser utilizado. Esse valor pode ser aproximado como o valor médio entre F_P^c e F_{NB}^c , valor no centro do volume vizinho que compartilha a aresta k . Essa aproximação se reduz ao esquema de diferenças centradas (CDS, do inglês, *Central Differencing Scheme*) em malhas cartesianas e possui segunda ordem de acurácia. Desse modo, tem-se

$$\frac{V_P^y}{\Delta t} (U_P - U_P^0) + \sum_{k=1}^{na} \frac{F_P^c + F_{NB}^c}{2} \cdot v_k^y + F_P^c \cdot v_P^y = 0, \quad (36)$$

que representa a equação de Euler discretizada.

O código SU2 permite a aplicação de outros esquemas de interpolação, dentre eles está o esquema JST (JAMESON; SCHMIDT; TURKEL, 1981), o qual insere um termo de dissipação artificial para auxiliar a reduzir oscilações e estabilizar os cálculos. Este termo dissipativo funciona aplicando um fluxo difusivo à solução.

3.3.1 Aproximação da variável de interesse

O coeficiente de empuxo C_F é a variável de interesse deste trabalho, tendo sido definido na seção 2.4. Para o coeficiente de empuxo ser calculado numericamente, é necessário aproximar o valor do empuxo F , equação (6), do seguinte modo

$$F = \sum_{k=1}^{na} (\rho u^2)_k A_k + \sum_{k=1}^{na} (p_k - p_3) A_k \quad (37)$$

$$F = \sum_{k=1}^{na} ((\rho u^2)_k + (p_k - p_3)) A_k, \quad (38)$$

onde na é o número de arestas na saída da tubeira e k é o índice do somatório. As propriedades $(\rho u)_k$, e A_k são calculadas no centro de cada aresta. O produto da massa específica e da velocidade axial pode ser calculado como a média entre os vértices que formam a aresta k ,

$$(\rho u)_k = \frac{\rho_{i+1}u_{i+1} + \rho_i u_i}{2}, \quad (39)$$

em que i e $i + 1$ são os índices dos vértices que compõem a aresta k . Já a área A_k é calculada como a área de um círculo vazado, em que y_i e y_{i+1} são os raios do círculo menor e do círculo maior, respectivamente. Assim,

$$A_k = \pi(y_{i+1}^2 - y_i^2) \quad (40)$$

Desse modo, pode-se reescrever a equação (38) como

$$F = \pi \sum_{i=1}^{nv-1} \left\{ \left[\frac{\rho_{i+1}u_{i+1}^2 + \rho_i u_i^2}{2} + \left(\frac{p_{i+1} + p_i}{2} - p_3 \right) \right] (y_{i+1}^2 - y_i^2) \right\}, \quad (41)$$

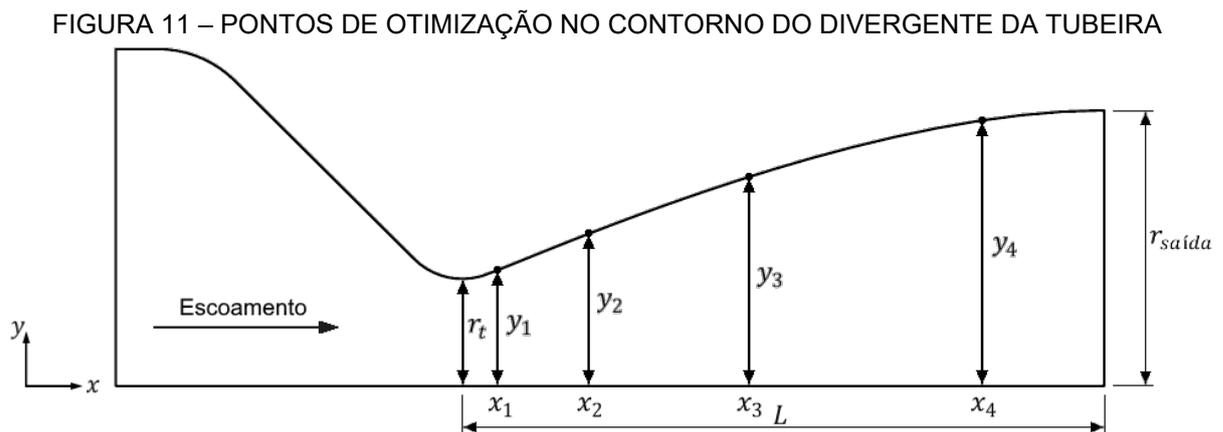
em que nv é o número de vértices na saída da tubeira. Esta equação também pode ser obtida ao aplicar a Regra do Trapézio na equação (6).

4 METODOLOGIA

No processo de otimização, geometrias para o divergente da tubeira são sugeridas pelo otimizador, sendo que cada geometria proposta é avaliada através da solução numérica do escoamento, de onde se obtém os dados do escoamento necessários para calcular o coeficiente de empuxo. Assim, neste capítulo, apresentam-se as metodologias para a otimização e para a simulação do escoamento. Também é apresentada a metodologia para a geração das malhas.

4.1 OTIMIZAÇÃO

Para a otimização do perfil do divergente da tubeira foi feito o uso de um método de otimização estocástico. A otimização era de objetivo único, visando a maximização do coeficiente de empuxo. Além disso, as variáveis de projeto são as coordenadas radiais de N pontos, utilizados na definição da geometria do divergente da tubeira. A FIGURA 11 ilustra uma geometria com $N = 4$ pontos de otimização. Como apresentado na seção 1.1, dois casos foram considerados para a otimização: raio de saída fixo e raio de saída variável. Para o segundo caso, um dos pontos de otimização está localizado na saída da tubeira.



FONTE: O autor (2021).

As coordenadas radiais dos pontos de otimização possuem como limite inferior o raio da garganta r_t e limite superior o raio da saída da tubeira $r_{saída}$, assim $r_t \leq y \leq r_{saída}$. Para a tubeira BMG45-15 de Back, Massier e Gier (1965), a qual foi usada como geometria de referência para este trabalho, $r_t = 0,02032 \text{ m}$ e $r_{saída} =$

0,0523215 m. No caso em que o raio de saída é variável, $r_{saída}$ é limitado a 0,075 m, pois testes preliminares indicaram que o $r_{saída}$ não ultrapassa esse valor. As geometrias que possuísem as coordenadas de maneira crescente ($y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_N$) foram consideradas válidas, caso contrário elas eram descartadas. Essa restrição foi imposta por problemas de convergência na simulação de geometrias com as coordenadas não crescentes.

Dessa forma, o problema de otimização é dado por

$$\max_Y C_F[f(Y)], \quad (42)$$

sujeito aos limites

$$r_t \leq y_{1,2,\dots,N} \leq r_{saída} \quad (43)$$

e à restrição

$$y_1 \leq y_2 \leq \dots \leq y_N \quad (44)$$

Na equação (42), Y é o vetor que contém as variáveis de projeto, $f(Y)$ representa a superfície gerada a partir da interpolação das variáveis de projeto e $C_F[f(Y)]$ é o coeficiente de empuxo do perfil definido por $f(Y)$.

As coordenadas axiais das variáveis de projeto foram definidas a partir de otimizações considerando que as coordenadas radiais e axiais eram livres, realizadas em malhas grossas, resultados que são apresentados nos capítulos 5 e 6. Nessas otimizações, o limite inferior das coordenadas axiais é a posição da garganta x_t e o limite superior é o comprimento da tubeira L , assim $x_t < x < L$. Para a tubeira BMG45-15 de Back, Massier e Gier (1965), $x_t = 0,0648716 m$ e $L = 0,185039 m$. As coordenadas axiais dos pontos de otimização obtidas dessas otimizações foram fixadas no código de otimização. Com as coordenadas axiais definidas é possível reduzir a complexidade do problema do ponto de vista de otimização, otimizando apenas as coordenadas radiais em malhas mais finas. Com o uso dessas coordenadas axiais otimizadas é possível obter resultados melhores do que com o uso de coordenadas axiais obtidas de outras maneiras.

Durante o processo de otimização, a geometria do divergente é gerada a partir da interpolação dos N pontos sugeridos pelo otimizador e um ponto fixo na garganta. Para o caso em que o raio de saída era fixo, é acrescentado na interpolação um ponto na saída da tubeira. A interpolação é realizada pelo método de interpolação por polinômio cúbico monotônico por partes, proposto por Fritsch e Carlson (1980), visando uma representação suave (sem variações abruptas) do perfil do divergente. Com a geometria da tubeira definida, o código GMSH (GEUZAINÉ; REMACLE, 2009) é utilizado para a geração da malha.

Em seguida, cada geometria proposta é avaliada através da solução numérica do escoamento, de onde se obtém os dados necessários do escoamento para calcular o coeficiente de empuxo. Para resolver numericamente o escoamento é utilizado o código SU2 (ECONOMON et al., 2016). Anteriormente à solução numérica do escoamento, é gerada uma estimativa inicial da solução com base na solução do escoamento da geometria mais similar que já tenha sido avaliada, com o objetivo de reduzir o tempo de simulação. Por fim, concluída a simulação da geometria, o coeficiente de empuxo é calculado e o seu valor é retornado ao otimizador.

Quanto ao algoritmo de otimização utilizado para a otimização do contorno do divergente de tubeira, foi empregado o algoritmo de Evolução Diferencial (DE, do inglês, *Differential Evolution*) da biblioteca Pagmo (BISCANI; IZZO, 2020). Este algoritmo foi selecionado a partir da avaliação de desempenho de cinco algoritmos no problema de otimização deste trabalho, visto que o desempenho de um algoritmo de otimização depende do problema a ser resolvido. Foram avaliados algoritmos de otimização estocásticos da biblioteca Pagmo e o algoritmo de Evolução Diferencial híbrido com o Método das Superfícies de Resposta (DE-RSM, do inglês, *Differential Evolution hybridized with Response Surface Methodology*) do código DEPP (RADTKE; BERTOLDO; MARCHI, 2020). Este estudo está apresentado no APÊNDICE B. No estudo para a definição das coordenadas axiais foi utilizado o algoritmo DE-RSM. Os parâmetros utilizados nos algoritmos estão apresentados no APÊNDICE C e no APÊNDICE D. A variação desses parâmetros não foi explorada no presente trabalho.

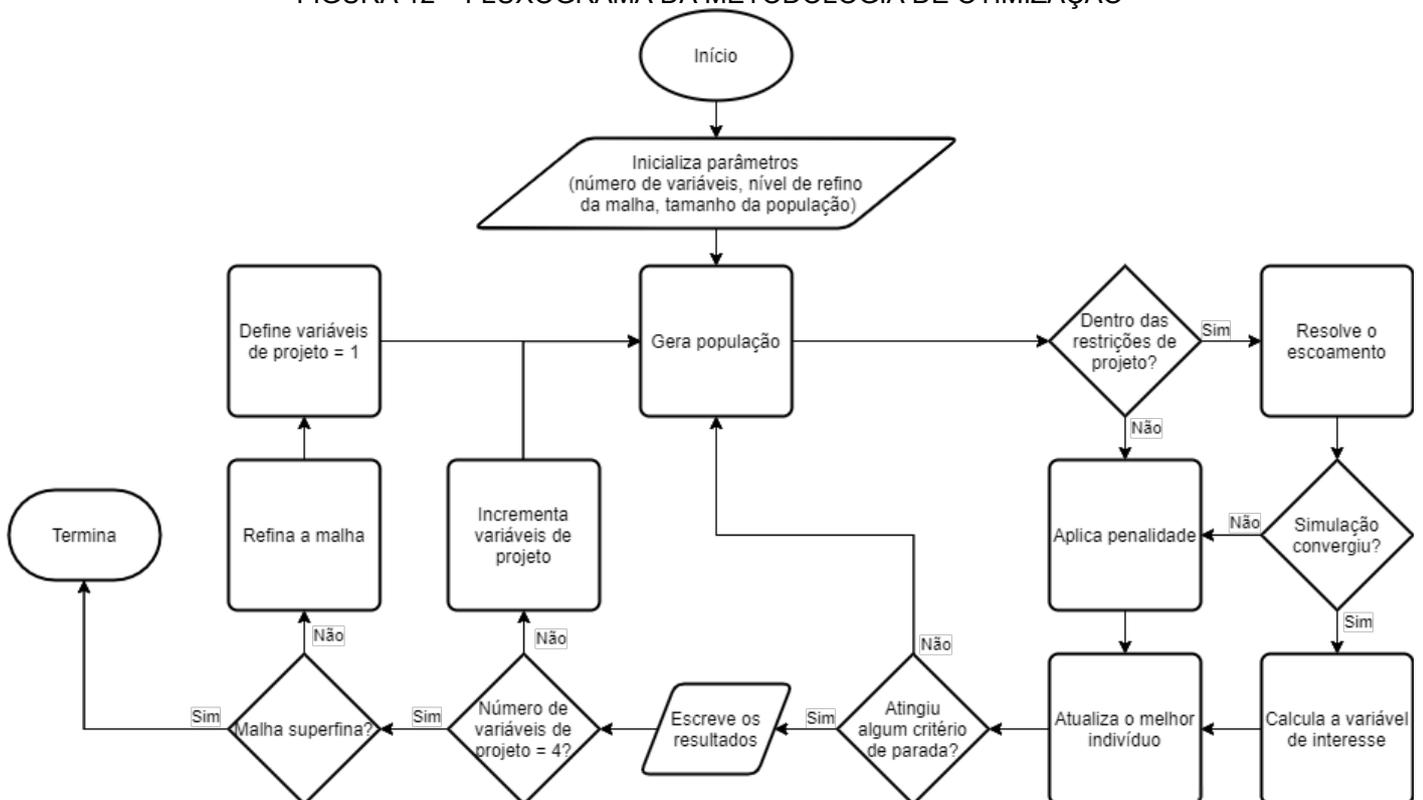
Os algoritmos utilizados neste trabalho empregam estratégias baseadas na evolução biológica, fazendo uso de uma população de indivíduos, que no caso representam geometrias de tuberias. Assim, foi realizado um estudo para definir o

tamanho da população, apresentado no APÊNDICE A. Com base nesse estudo, foi utilizada uma população com dez indivíduos nas otimizações.

Quanto ao critério de parada da otimização, o processo foi encerrado quando a distância máxima dos indivíduos de uma geração em relação ao indivíduo mais bem avaliado fosse menor do que 10^{-6} , critério recomendado por Zielinski, Peters e Laur (2005) para o algoritmo de evolução diferencial. Também foi utilizado um critério de parada adicional para interromper o processo caso não houvesse melhora no valor ótimo em 300 gerações.

Por fim, a otimização foi realizada com um número crescente de variáveis de projeto, ou pontos de otimização, iniciando em um e terminando em quatro variáveis de projeto, assim, $1 \leq N \leq 4$. Além disso, para cada número de variáveis, a otimização foi realizada em diferentes malhas, iniciando em uma malha grossa e prosseguindo para malhas mais finas. O fluxograma apresentado na FIGURA 12 resume a metodologia de otimização.

FIGURA 12 – FLUXOGRAMA DA METODOLOGIA DE OTIMIZAÇÃO



FONTE: O autor (2021).

4.2 SIMULAÇÃO DO ESCOAMENTO

Neste trabalho foram considerados os parâmetros físicos e geométricos do experimento de Back, Massier e Gier (1965, p. 1610) com a tubeira BMG45-15. Com base neste experimento, foram utilizadas a temperatura de estagnação T_0 , na câmara de combustão, igual a 833,333 K (1500 °R) e a pressão de estagnação p_0 igual a 1725,068 kPa (250,2 psia). Além disso, o fluido de trabalho é o ar e a pressão externa é nula, ou seja, $p_3 = 0 \text{ kPa}$. As tubeiras avaliadas neste trabalho operam sob a condição de subexpansão. Foram utilizadas a razão de calores específicos γ igual a 1,4 e a constante dos gases perfeitos R igual a 287,058 J/kg.K. Esses dados estão resumidos na TABELA 1.

TABELA 1 – PROPRIEDADES DO ESCOAMENTO	
Parâmetro	Valor
Temperatura de estagnação	833,333 K (1500 °R)
Pressão de estagnação	1725,068 kPa (250,2 psia)
Pressão externa	0 kPa
Razão de calores específicos	1,4
Constante dos gases perfeitos	287,058 J/kg.K

FONTE: O autor (2021).

Quanto às condições de contorno para o escoamento no interior da tubeira, sob a sua parede foram tomadas condições de adiabaticidade e impermeabilidade, ou seja, não há fluxo de calor nem de fluido nas direções normais à parede. Na forma matemática

$$\hat{n} \cdot \vec{v} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0, \quad (45)$$

sendo \vec{v} o vetor velocidade com componentes axial u e radial v , p a pressão, T a temperatura, \hat{n} o vetor normal e n a direção normal à parede. Além disso, a primeira equação representa a condição de deslizamento do fluido, pois neste trabalho foi considerado o escoamento invíscido.

Na linha de simetria também foram tomadas condições de adiabaticidade e impermeabilidade, além da condição de que a velocidade radial é zero. Assim,

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0, \quad v = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (46)$$

Na entrada da tubeira foi considerado que a velocidade é completamente axial, além de se considerar que a temperatura e a pressão são funções das propriedades da câmara de combustão. Assim,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad v = 0, \quad p_1 = f(p_0), \quad T_1 = g(T_0), \quad (47)$$

em que x é a direção axial e os subscritos 0 e 1 se referem às propriedades na câmara de combustão e na entrada da tubeira, respectivamente. As funções f e g de p e T , respectivamente, em relação às propriedades da câmara de combustão são dadas pelas equações (9) e (10).

Na saída não são necessárias condições de contorno pois o escoamento é supersônico, situação em que o escoamento depende somente das características a montante do escoamento. Contudo, numericamente é preciso de uma condição de contorno, sendo que a condição utilizada pelo código SU2 é a extrapolação linear das propriedades do interior do domínio para a saída (ECONOMON, 2020).

A respeito do critério de parada das simulações, cada simulação foi interrompida quando o resíduo da equação de conservação de massa fosse menor ou igual à tolerância de 10^{-14} .

Para as simulações foi utilizada a versão 7.0.6 do código SU2 com suporte a multiprocessamento para o sistema operacional Linux. As opções utilizadas no arquivo de configuração do código SU2 estão apresentadas no APÊNDICE E. O computador utilizado para realizar as simulações das geometrias propostas durante o processo de otimização possui um processador Intel Core i5-9600K e 16 GB de memória RAM.

4.2.1 Verificação e validação

Nesta seção é apresentado um estudo sobre a verificação da solução do modelo numérico de Euler implementado no código SU2 e a validação do modelo matemático de Euler na solução do escoamento interno em uma tubeira. Verificação

é o processo que quantifica o erro numérico e validação é o processo que quantifica o erro de modelagem causado pelas limitações do modelo matemático em representar o fenômeno real (ROACHE, 2009).

Erros numéricos estão embutidos nas soluções para o escoamento obtidas por meio de CFD, sendo que as principais fontes de erro são: erros de truncamento E_h , erros de arredondamento E_π e erros de iteração E_i (ROACHE, 2009). Dessa forma, o erro numérico E_n , presente na solução numérica ϕ de uma variável de interesse genérica, pode ser representado simbolicamente por

$$E_n(\phi) = f(E_h, E_\pi, E_i) \quad (48)$$

O erro numérico também pode ser definido como a diferença entre a solução numérica ϕ e a solução analítica Φ de uma variável de interesse (FERZIGER; PERIĆ; STREET, 2020, p. 62), ou seja,

$$E_n(\phi) = \Phi - \phi \quad (49)$$

Erros de arredondamento são causados pela representação finita dos números reais nos computadores. Assim, esse erro pode ser definido como a diferença entre um número real e a sua representação digital. Além disso, esse erro pode ser minimizado fazendo-se uso de variáveis com alta precisão, como a precisão dupla, a qual possui, no máximo, 16 dígitos de precisão.

Os erros de iteração são oriundos dos processos iterativos usados para se obter a solução numérica. Esse erro pode ser minimizado ao se utilizar como critério de parada o erro de máquina, de modo que os erros de iteração possam ser considerados desprezíveis.

Já o erro de truncamento é a principal fonte de erro numérico em soluções numéricas. Esse erro é resultado da discretização das equações diferenciais que modelam o escoamento, visto que as equações discretizadas são representadas por aproximações truncadas da equação diferencial (FERZIGER; PERIĆ; STREET, 2020, p. 62).

Neste estudo foram tomadas medidas para se minimizar os erros de arredondamento e iteração, de modo que esses erros pudessem ser considerados

desprezíveis. Dessa forma, o erro da solução numérica é representado apenas pelo erro de truncamento, ou seja,

$$E_h(\phi) = E_n(\phi) = \Phi - \phi \quad (50)$$

Nessa condição, o erro numérico é denominado erro de discretização. Nota-se que na prática a solução Φ não é conhecida, assim os erros devem ser estimados (U_n).

O erro de discretização pode ser estimado efetivamente após a obtenção da solução numérica. Alguns dos estimadores de erro de discretização são: estimador GCI (do inglês, *Grid Convergence Index*) (ROACHE, 1994), estimador Convergente (MARCHI; SILVA, 2002) e estimador baseado na Multiextrapolação de Richardson (MER) (MARTINS, 2013). Com estes estimadores é possível quantificar o erro de discretização (MARCHI, 2001, p. 51).

O estimador GCI se baseia nas soluções numéricas obtidas em duas malhas e tem a estimativa do erro da solução numérica representada matematicamente por

$$U_{GCI}(\phi_F) = F_S \frac{|\phi_F - \phi_G|}{q^{p_{min}} - 1} \quad (51)$$

Na equação (51) ϕ_F representa a solução numérica obtida na malha fina, ϕ_G representa a solução na malha grossa, q é a razão de refino de malha e F_S é um fator de segurança, o qual possui valor três para aplicações em geral (ROACHE, 1994). p_{min} é a ordem de acurácia, calculada como o valor mínimo entre p_0 e p_U^* , sendo o primeiro a ordem assintótica e o segundo a ordem aparente equivalente. A ordem assintótica é a ordem de acurácia dominante utilizada nas aproximações numéricas, isto é, para aproximações de primeira ordem $p_0 = 1$ e para aproximações de segunda ordem $p_0 = 2$. p_U^* é calculada do seguinte modo

$$p_U^* = \frac{\log\left(\left|\frac{\phi_G - \phi_{SG}}{\phi_F - \phi_G}\right|\right)}{\log(q)}, \quad (52)$$

sendo ϕ_{SG} a solução obtida na malha supergrossa. A Sociedade dos Engenheiros Mecânicos dos Estados Unidos (ASME, do inglês, *American Society of Mechanical*

Engineers) publicou a norma ASME V&V 20-2009 (ASME, 2009), a qual recomenda a realização de um estudo de convergência da ordem aparente.

A solução numérica deve ser representada da seguinte forma

$$\phi = \phi_F \pm U_{GCI}(\phi_F) \quad (53)$$

Já o estimador convergente tem a estimativa de erro definida como

$$U_C(\phi_F) = \frac{|\phi_\infty(p_0) - \phi_\infty(p_U^*)|}{2}, \quad (54)$$

onde as soluções $\phi_\infty(p_0)$ e $\phi_\infty(p_U^*)$ são obtidas com a extrapolação de Richardson (RICHARDSON, 1910), usando a ordem assintótica no primeiro e a ordem aparente equivalente no segundo. A extrapolação de Richardson é dada da seguinte forma para p_0

$$\phi_\infty(p_0) = \phi_F + \frac{\phi_F - \phi_G}{q^{p_0} - 1} \quad (55)$$

Além disso, a solução numérica convergente é dada por

$$\phi_C = \frac{|\phi_\infty(p_0) + \phi_\infty(p_U^*)|}{2} \quad (56)$$

A representação da solução numérica ϕ utilizando o estimador convergente é a seguinte

$$\phi = \phi_C \pm U_C \quad (57)$$

Quanto ao processo de quantificar o erro de modelagem, a norma ASME V&V 20-2009 (ASME, 2009) define que o erro de modelagem E_{model} está contido no intervalo dado por

$$E_{model} \in [E_{comp} - U_{val}; E_{comp} + U_{val}], \quad (58)$$

em que os termos E_{comp} e U_{val} são definidos pela norma ASME V&V 20-2009 como métricas de validação. A métrica E_{comp} é dada pela diferença entre a solução numérica ϕ e o resultado experimental X . Esta métrica é denominada erro de comparação. U_{val} é denominada incerteza padrão de validação e combina as incertezas experimentais, numéricas e dos dados de entrada da simulação. A norma ASME V&V 20-2009 apresenta a metodologia para o cálculo dessa métrica de validação.

Na verificação e na validação realizadas foram considerados os parâmetros físicos e geométricos do experimento de Back, Massier e Gier (1965, p. 1610) com a tubeira BMG45-15. Para esta tubeira, existe resultado experimental para o coeficiente de descarga, um coeficiente que caracteriza as perdas de fluxo e de pressão, e definido como a razão entre a vazão mássica real \dot{m} e a vazão mássica ideal \dot{m}_{ideal} , equação (14). A FIGURA 3 apresentou a geometria dessa tubeira e a TABELA 1 apresentou as propriedades do escoamento.

São apresentadas na TABELA 2 as características gerais das simulações numéricas realizadas utilizando o código SU2. Na tabela, N_x é o número de volumes na direção axial e N_y é o número de volumes na direção radial. Ainda, “Iterações” indica o número de iterações realizadas, “Tempo” representa o tempo total de simulação, “RAM” representa o consumo máximo de memória RAM durante a execução de cada simulação, C_d é o coeficiente de descarga, C_{F_v} é o coeficiente de empuxo no vácuo e na coluna “Malha”, a nomenclatura dada às malhas é apresentada. O tempo e o uso de memória RAM das simulações foram obtidos com o comando “/usr/bin/time -f 'Time: %e s\nMemory: %M KB\n” do Linux. O coeficiente de empuxo foi definido na seção 2.4.

TABELA 2 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS SIMULAÇÕES

Malha	N_x	N_y	Iterações	Tempo	RAM (MB)	C_d	C_{F_v}
m_1	32	16	1436	1,49 s	113,92	1,01206217E+00	1,60052054E+00
m_2	64	32	1844	5,56 s	120,19	9,88127628E-01	1,57073999E+00
m_3	128	64	2538	30,73 s	148,87	9,83761632E-01	1,56576440E+00
m_4	256	128	3398	4,20 min	249,24	9,82109643E-01	1,56368980E+00
m_5	512	256	5354	31,06 min	635,93	9,81543049E-01	1,56288304E+00
m_6	1024	512	10428	4,81 h	2176,48	9,81427137E-01	1,56272167E+00
m_7	2048	1024	24535	1,91 dia	8297,22	9,81401820E-01	1,56268553E+00

FONTE: O autor (2021).

Na TABELA 3 são apresentadas as ordens aparentes equivalentes obtidas para o C_d e o C_{F_v} . Em ambos os casos p_U^* oscila entre o valor dois, sendo este o valor esperado para p_0 . Nessa tabela não é apresentado o valor de p_U^* para os dois primeiros casos pois são necessários resultados em três malhas distintas para calculá-lo.

Por fim, na TABELA 4 e na TABELA 5 apresentam-se as soluções com suas estimativas de erro/incerteza numérica. Para calcular as estimativas de erro/incerteza foi utilizado o programa Richardson 4.0, desenvolvido pelo Grupo de Pesquisa em Dinâmica dos Fluidos Computacional da Universidade Federal do Paraná.

TABELA 3 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTES

Caso	$p_U^*(C_d)$	$p_U^*(C_{F_v})$
m_1	-	-
m_2	-	-
m_3	2,45	2,58
m_4	1,40	1,26
m_5	1,54	1,36
m_6	2,29	2,32
m_7	2,19	2,16

FONTE: O autor (2021).

TABELA 4 – SOLUÇÕES OBTIDAS E ESTIMATIVAS DE ERRO DAS SOLUÇÕES PARA O C_d

Método	Estimativa de erro	C_d
GCI	1,05E-05	0,981402 ± 0,000010
Convergente	6,82E-07	0,98139406 ± 0,00000068
MER	4,82E-08	0,981393831 + 0,000000048

FONTE: O autor (2021).

TABELA 5 – SOLUÇÕES OBTIDAS E ESTIMATIVAS DE ERRO DAS SOLUÇÕES PARA O C_{F_v}

Método	Estimativa de erro	C_{F_v}
GCI	1,51E-05	1,562686 ± 0,000015
Convergente	8,10E-07	1,56267430 ± 0,00000081
MER	2,34E-07	1,56267356 + 0,00000023

FONTE: O autor (2021).

Para realizar a validação dos resultados computacionais foram utilizados os resultados experimentais do coeficiente de descarga obtidos por Back, Massier e Gier (1965, p. 1612). Nesse estudo os resultados experimentais não foram tabelados, sendo apresentados somente na forma gráfica. Dessa forma, foi feito o uso do código

WebPlotDigitizer 4.2 (MARIN; ROHATGI; CHARLOT, 2017) para extrair os dados do gráfico, os quais estão apresentados na TABELA 6.

TABELA 6 – VALORES DO C_d EXTRAÍDOS DO GRÁFICO DE BACK, MASSIER E GIER (1965)

Ponto	Medida 1	Medida 2	Medida 3	Desvio padrão
1	9,80250000E-01	9,80345494E-01	9,80250000E-01	4,50160871E-05
2	9,78000000E-01	9,78100562E-01	9,78125000E-01	5,40934565E-05
3	9,74625000E-01	9,74611465E-01	9,74625000E-01	6,38030036E-06

FONTE: O autor (2021).

Assim, o valor do coeficiente de descarga foi definido como a média das medidas da TABELA 6 e a incerteza dessas medições U_{med} foi calculada por meio da incerteza padrão combinada, dada por

$$U_{med} = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial C_{d_1}}\right)^2 \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial C_{d_2}}\right)^2 \sigma_2^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial C_{d_3}}\right)^2 \sigma_3^2}, \quad (59)$$

em que σ é o desvio padrão e $f = (C_{d_1} + C_{d_2} + C_{d_3})/3$, representando a equação da média dos três pontos. Assim,

$$U_{med} = \frac{1}{3} \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2} = 2,35543305 \cdot 10^{-5} \quad (60)$$

No estudo de Back, Massier e Gier (1965, p. 1607) é informado que a incerteza na medição da vazão mássica é de 1%. Assim, considerando essa incerteza para o valor médio de cada ponto na TABELA 6, tem-se que a incerteza propagada para o valor médio dos pontos é

$$U_{exp} = 5,64453387 \cdot 10^{-3} \quad (61)$$

Agora, combinando-se U_{med} em U_{exp} , tem-se que a incerteza padrão do erro experimental do coeficiente de descarga experimental é

$$U_{exp} = 5,64458302 \cdot 10^{-3} \quad (62)$$

Desse modo,

$$C_d = 0,9777 \pm 0,0056 \quad (63)$$

As comparações entre o coeficiente de descarga numérico e o resultado experimental obtido por Back, Massier e Gier (1965, p. 1610) são apresentadas na TABELA 7. Nota-se que a diferença reduz com o refino da malha.

TABELA 7 – COMPARAÇÕES ENTRE AS SOLUÇÕES NUMÉRICAS E O RESULTADO EXPERIMENTAL DO C_d [RESULTADO EXPERIMENTAL: 0,9777±0,0056]

Caso	C_d	Erro de comparação	Diferença relativa
m_1	1,01206217E+00	3,44E-02	3,51%
m_2	9,88127628E-01	1,04E-02	1,07%
m_3	9,83761632E-01	6,06E-03	0,620%
m_4	9,82109643E-01	4,41E-03	0,451%
m_5	9,81543049E-01	3,84E-03	0,393%
m_6	9,81427137E-01	3,73E-03	0,381%
m_7	9,81401820E-01	3,70E-03	0,379%

FONTE: O autor (2021).

Da TABELA 7 temos que a métrica de validação E_{comp} para a malha mais fina simulada é 0,0037. Quanto a incerteza padrão de validação U_{val} , ela foi calculada de acordo com a metodologia proposta pela norma ASME V&V 20-2009 (ASME, 2009) e resultou em $U_{val} = 0,0056$. Desse modo,

$$E_{model} \in [-0,0019; 0,0093] \quad (64)$$

Nota-se que a incerteza predominante no valor de U_{val} é a incerteza experimental. Quando comparado E_{comp} e U_{val} , nota-se que o segundo é maior, o que indica que a combinação das incertezas numérica, experimental e dos dados de entrada da simulação está na mesma ordem de magnitude do erro de modelagem E_{model} . Nessa situação não é possível avaliar se a diferença entre a solução numérica e o resultado experimental é causada pelo erro de modelagem ou outras fontes de erro.

Os resultados obtidos deste estudo de verificação e validação foram publicados em um artigo (IORIO; BERTOLDO; MARCHI, 2020). Nesse artigo, além de comparações com o resultado experimental, Iorio, Bertoldo e Marchi (2020)

apresentam comparações com soluções analíticas e com soluções numéricas de outros autores. Também são apresentadas análises a respeito da onda de choque formada no interior da tubeira.

4.3 GERAÇÃO DAS MALHAS

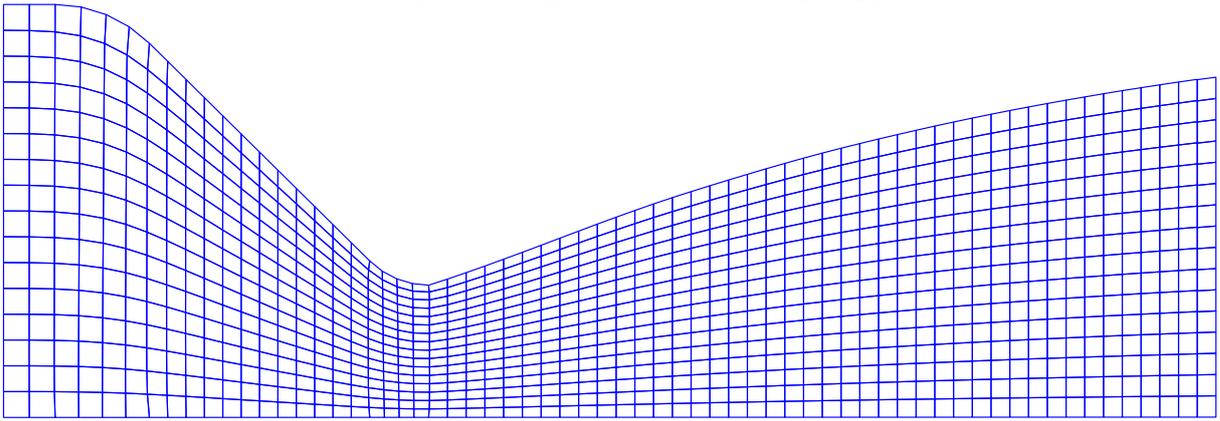
Como já mencionado, o perfil do convergente da tubeira era fixo, enquanto que o perfil do divergente foi gerado a partir da interpolação das coordenadas de N pontos de otimização distribuídos ao longo do comprimento do divergente. Para cada geometria sugerida pelo otimizador, foi gerada uma malha para ser utilizada na simulação.

A malha base utilizada nas otimizações possuía 64 volumes de controle na direção axial e 16 volumes na direção radial. A partir dessa malha, utilizando-se uma razão de refino fixa e igual em cada direção, com valor dois, as outras malhas foram geradas. Ao todo, foram utilizados cinco níveis de refino. Assim, as seguintes malhas foram utilizadas nas otimizações: 64x16, 128x32, 256x64, 512x128 e 1024x256 volumes. Desse modo, a otimização foi iniciada em malhas com 64x16 volumes e N variando de um a quatro, então prosseguiu-se para otimizações utilizando malhas com 128x32 e assim por diante. A otimização em malhas com 1024x256 volumes foi realizada em apenas um caso e para uma variável de projeto.

A FIGURA 13 exemplifica a malha base utilizada nas otimizações, a qual possui 64x16 volumes. Já a FIGURA 14 ilustra o seu primeiro nível de refino, em que se observa que cada volume foi dividido em quatro.

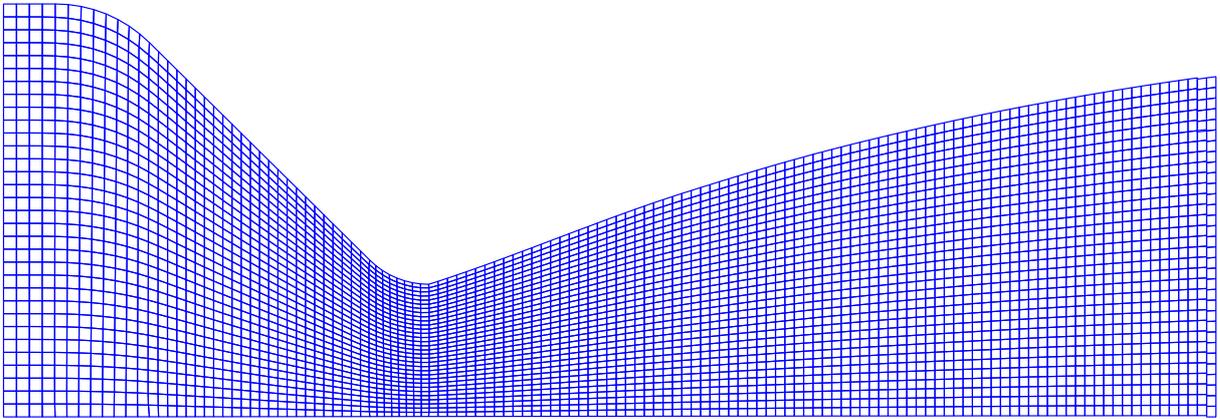
As malhas foram geradas utilizando-se o código GMSH versão 4.5.6 (GEUZAINÉ; REMACLE, 2009) para Linux, o qual suporta salvar malhas no formato nativo do código SU2. Fazendo-se uso da linguagem de programação do código GMSH, foi desenvolvido um código computacional para a geração das malhas.

FIGURA 13 – MALHA COM 64x16 VOLUMES



FONTE: O autor (2021).

FIGURA 14 – MALHA COM 128x32 VOLUMES



FONTE: O autor (2021).

5 RESULTADOS PARA O CASO COM RAIOS DE SAÍDA FIXO

Neste capítulo são apresentados os resultados do estudo para a definição das coordenadas axiais dos pontos de otimização e os resultados das otimizações para o caso em que o raio de saída da tubeira foi considerado fixo. São apresentadas análises quanto ao efeito do número de variáveis de projeto e ao nível de refino da malha na geometria ótima. Além disso, são apresentados resultados com estimativa de erro dos coeficientes de empuxo dos perfis obtidos nas otimizações usando malhas finas.

Também são apresentadas comparações do coeficiente de empuxo com os coeficientes de tubeiras com o divergente logarítmico (MORO, 2014) e com a tubeira Proto 40 do trabalho de Germer (2014), além de comparações com a tubeira base BMG45-15 (BACK; MASSIER; GIER, 1965).

5.1 DEFINIÇÃO DAS COORDENADAS AXIAIS

As coordenadas axiais dos pontos de otimização foram definidas em otimizações em malhas com 256x64 volumes. As otimizações foram realizadas considerando que as coordenadas radiais e axiais são livres, tendo ao todo duas, quatro, seis e oito variáveis de projeto. O limite inferior das coordenadas axiais é a posição da garganta x_t e o limite superior é o comprimento da tubeira L , assim $x_t < x < L$. As coordenadas radiais possuem como limite inferior o raio da garganta r_t e limite superior o raio da saída da tubeira $r_{saída}$, dessa forma $r_t \leq y \leq r_{saída}$. Para a tubeira BMG45-15 de Back, Massier e Gier (1965), $x_t = 0,0648716 \text{ m}$, $L = 0,185039 \text{ m}$, $r_t = 0,02032 \text{ m}$ e $r_{saída} = 0,0523215 \text{ m}$.

Para este estudo foi utilizado o código DEPP com o algoritmo Evolução Diferencial hibridizado com o Método das Superfícies de Resposta (DE-RSM, do inglês, *Differential Evolution hybridized with Response Surface Methodology*).

Nas tabelas 8 a 11 são apresentados os resultados das otimizações com duas, quatro, seis e oito variáveis de projeto, respectivamente. Nessas tabelas são apresentados os coeficientes de empuxo (C_F) das tubeiras otimizadas bem como as coordenadas x e y otimizadas. Também são apresentados o tempo de otimização e o número de chamadas da função objetivo, o que indica o número de simulações realizadas.

Percebe-se que o aumento no número de variáveis de projeto aumentou o custo computacional, mas possibilitou geometrias com coeficientes de empuxo mais elevados. O coeficiente de empuxo obtido na otimização com oito variáveis de projeto foi o mais elevado, mas com um aumento percentual de apenas 0,0017% em relação a otimização com seis variáveis de projeto. Dessa forma, não será avaliado um número maior de variáveis de projeto.

TABELA 8 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO

Parâmetro	Valor
Coefficiente de empuxo	1,574962
Ponto 1 (m)	(0,1387385; 0,0439740)
Tempo de otimização	3,88 h
Chamadas da função	1135

FONTE: O autor (2021).

TABELA 9 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO

Parâmetro	Valor
Coefficiente de empuxo	1,575178
Ponto 1 (m)	(0,0648882; 0,0203262)
Ponto 2 (m)	(0,1273912; 0,0412731)
Tempo de otimização	22,98 h
Chamadas da função	3966

FONTE: O autor (2021).

TABELA 10 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM SEIS VARIÁVEIS DE PROJETO

Parâmetro	Valor
Coefficiente de empuxo	1,575263
Ponto 1 (m)	(0,0660285; 0,0207143)
Ponto 2 (m)	(0,1106407; 0,0365591)
Ponto 3 (m)	(0,1460718; 0,0456102)
Tempo de otimização	1,32 dia
Chamadas da função	5194

FONTE: O autor (2021).

TABELA 11 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM OITO VARIÁVEIS DE PROJETO

Parâmetro	Valor
Coefficiente de empuxo	1,575290
Ponto 1 (m)	(0,0658096; 0,0206290)
Ponto 2 (m)	(0,1038285; 0,0344064)
Ponto 3 (m)	(0,1293748; 0,0418105)
Ponto 4 (m)	(0,1582031; 0,0480223)
Tempo de otimização	3,45 dias
Chamadas da função	13586

FONTE: O autor (2021).

As coordenadas axiais dos pontos de otimização apresentadas nessas tabelas foram fixadas nos códigos de otimização. Com as coordenadas axiais definidas foi possível reduzir a complexidade do problema do ponto de vista de otimização, otimizando apenas as coordenadas radiais em malhas mais finas.

5.2 OTIMIZAÇÃO DO PERFIL DA TUBEIRA

A otimização do perfil do divergente da tubeira foi realizada com o uso do algoritmo DE da biblioteca Pagmo e fazendo uso de uma população de dez indivíduos, escolhas feitas em acordo com os estudos apresentados no APÊNDICE A e no APÊNDICE B. Os limites superiores e inferiores das coordenadas radiais, os critérios de parada e demais informações da metodologia foram apresentados na seção 4.1.

Nas tabelas 12 a 15 são apresentados os resultados obtidos nas otimizações com uma, duas, três e quatro variáveis de projeto e com diferentes níveis de refino de malha. Essas tabelas estão organizadas por número de variáveis de projeto e apresentam as coordenadas radiais otimizadas dos pontos de otimização, os coeficientes de empuxo C_F obtidos e as malhas utilizadas. Os coeficientes de empuxo apresentados nessas tabelas não apresentam estimativas de erro, mas estimativas de erro para os resultados das malhas mais finas serão apresentadas no decorrer desta subseção. Todas as otimizações foram concluídas pelo critério de distância máxima.

TABELA 12 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO

Malha	Coefficiente de empuxo	y_1 (m)
64x16	1,608954	0,0452798
128x32	1,581237	0,0442117
256x64	1,574962	0,0439743
512x128	1,574547	0,0439325
1024x256	1,574675	0,0439348

FONTE: O autor (2021).

TABELA 13 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO

Malha	Coefficiente de empuxo	y_1 (m)	y_2 (m)
64x16	1,614169	0,0203421	0,0423263
128x32	1,581203	0,0203280	0,0414306
256x64	1,575178	0,0203262	0,0412730
512x128	1,574886	0,0203259	0,0412611

FONTE: O autor (2021).

TABELA 14 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO

Malha	Coefficiente de empuxo	y_1 (m)	y_2 (m)	y_3 (m)
64x16	1,626713	0,0219918	0,0383730	0,0467661
128x32	1,581565	0,0209496	0,0370295	0,0458379
256x64	1,575263	0,0207142	0,0365653	0,0456103
512x128	1,574998	0,0206956	0,0365297	0,0456178

FONTE: O autor (2021).

TABELA 15 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO

Malha	Coefficiente de empuxo	y_1 (m)	y_2 (m)	y_3 (m)	y_4 (m)
64x16	1,628736	0,0219847	0,0332892	0,0414468	0,0473103
128x32	1,581669	0,0208911	0,0349242	0,0422434	0,0481454
256x64	1,575291	0,0206290	0,0343924	0,0417788	0,0480138
512x128	1,575037	0,0206117	0,0343433	0,0417569	0,0480288

FONTE: O autor (2021).

Das tabelas 12 a 15, constata-se que com o refino da malha as coordenadas radiais dos pontos de otimização apresentam menores diferenças e tendem a um valor fixo. Para a otimização com uma única variável de projeto, a diferença relativa entre a coordenada otimizada na malha mais refinada e o nível de refino anterior foi de apenas 0,005%. As tabelas 16 a 19 apresentam as demais diferenças relativas. Em todos os casos a diferença relativa reduz com o refino da malha. Nas tabelas, “DR” indica a diferença relativa.

TABELA 16 – DIFERENÇAS RELATIVAS DAS COORDENADAS OTIMIZADAS COM O REFINO DA MALHA PARA UMA VARIÁVEL DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO

Malha	DR(y_1)
64x16	-
128x32	2,36%
256x64	0,537%
512x128	0,0951%
1024x256	0,00524%

FONTE: O autor (2021).

TABELA 17 – DIFERENÇAS RELATIVAS DAS COORDENADAS OTIMIZADAS COM O REFINO DA MALHA PARA DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO

Malha	DR(y_1)	DR(y_2)
64x16	-	-
128x32	0,0693%	2,12%
256x64	0,00885%	0,380%
512x128	0,00148%	0,0288%

FONTE: O autor (2021).

TABELA 18 – DIFERENÇAS RELATIVAS DAS COORDENADAS OTIMIZADAS COM O REFINO DA MALHA PARA TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXOS

Malha	DR(y_1)	DR(y_2)	DR(y_3)
64x16	-	-	-
128x32	4,74%	3,50%	1,98%
256x64	1,12%	1,25%	0,497%
512x128	0,0898%	0,0974%	0,0164%

FONTE: O autor (2021).

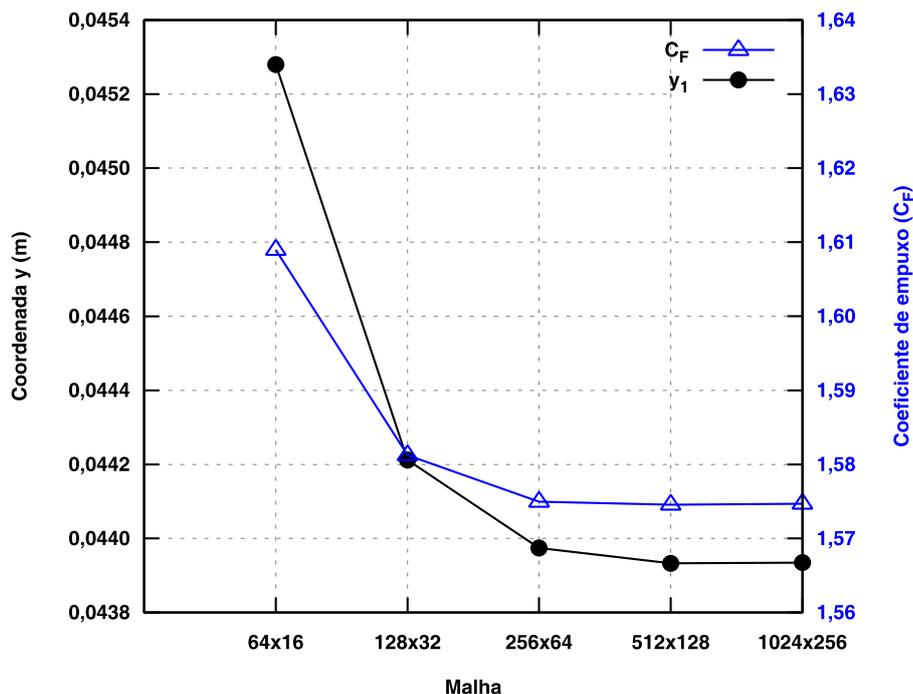
TABELA 19 – DIFERENÇAS RELATIVAS DAS COORDENADAS OTIMIZADAS COM O REFINO DA MALHA PARA QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXOS

Malha	DR(y_1)	DR(y_2)	DR(y_3)	DR(y_4)
64x16	-	-	-	-
128x32	4,97%	4,91%	1,92%	1,77%
256x64	1,25%	1,52%	1,10%	0,273%
512x128	0,0839%	0,143%	0,0524%	0,0312%

FONTE: O autor (2021).

A FIGURA 15 ilustra as variações do coeficiente de empuxo e da coordenada radial do ponto otimizado com o refino da malha para a otimização com apenas uma variável de projeto. Nota-se que menores diferenças nos valores são obtidas com o refino da malha.

FIGURA 15 – VARIAÇÃO DO COEFICIENTE DE EMPUXO E DAS COORDENADAS OTIMIZADAS COM O REFINO DA MALHA PARA UMA VARIÁVEL DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXOS



FONTE: O autor (2021).

A otimização em malhas contendo 1024x256 volumes para uma variável de projeto foi realizada considerando as coordenadas radiais limitadas por $0,0426 \leq y \leq 0,0453$. Esses limites superior e inferior foram obtidos considerando a variação da coordenada radial do ponto de otimização com o refino da malha. Esta alteração foi realizada visando a redução do número de chamadas da função objetivo e a redução do tempo de otimização.

As características gerais das otimizações, como o tempo de otimização e o número de chamadas da função objetivo, são apresentadas nas tabelas 20 a 24. Essas tabelas estão organizadas por quantidade de volumes nas malhas, a fim de facilitar a posterior análise do efeito do aumento do número de variáveis. Ainda em relação ao efeito do refino da malha, nota-se que o número de chamadas da função objetivo é pouco afetado com o refino da malha, resultados que são ilustrados na FIGURA 16.

TABELA 20 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 64x16 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO

Variáveis de projeto	Coefficiente de empuxo	DR(C_F)	Chamadas da função	Tempo (min)
1	1,608954	-	220	1,86
2	1,614169	0,324%	651	6,85
3	1,626713	0,777%	1040	9,64
4	1,628736	0,124%	1637	15,2

FONTE: O autor (2021).

TABELA 21 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 128x32 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO

Variáveis de projeto	Coefficiente de empuxo	DR(C_F)	Chamadas da função	Tempo (min)
1	1,581237	-	250	8,95
2	1,581203	0,00215%	510	22,43
3	1,581565	0,0229%	712	30,88
4	1,581669	0,00658%	1117	46,08

FONTE: O autor (2021).

TABELA 22 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 256x64 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO

Variáveis de projeto	Coefficiente de empuxo	DR(C_F)	Chamadas da função	Tempo (h)
1	1,574962	-	220	0,87
2	1,575178	0,0137%	568	2,74
3	1,575263	0,00540%	601	2,90
4	1,575291	0,00178%	1024	4,83

FONTE: O autor (2021).

TABELA 23 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 512x128 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIÃO DE SAÍDA FIXO

Variáveis de projeto	Coefficiente de empuxo	DR(C_F)	Chamadas da função	Tempo
1	1,574547	-	250	7,22 h
2	1,574886	0,0215%	616	24,26 h
3	1,574998	0,00711%	845	1,29 dia
4	1,575037	0,00248%	1337	2,01 dias

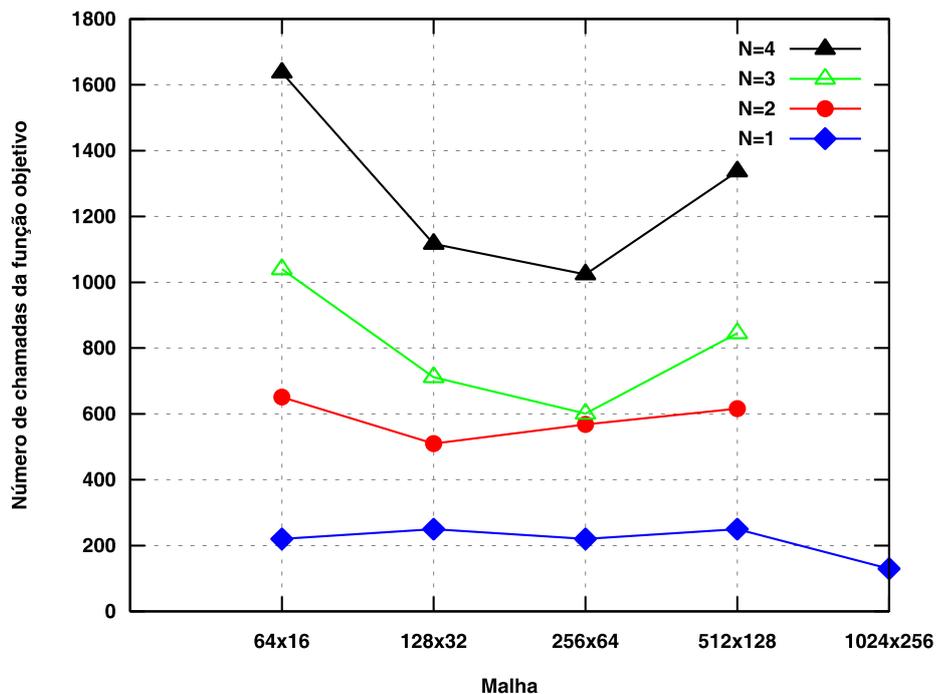
FONTE: O autor (2021).

TABELA 24 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DA OTIMIZAÇÃO EM MALHAS COM 1024x256 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIÃO DE SAÍDA FIXO

Variáveis de projeto	Coefficiente de empuxo	DR(C_F)	Chamadas da função	Tempo
1	1,574675	-	130	4,27 dias

FONTE: O autor (2021).

FIGURA 16 – NÚMERO DE CHAMADAS DA FUNÇÃO OBJETIVO PELO REFINO DA MALHA PARA O CASO COM O RAIÃO DE SAÍDA FIXO

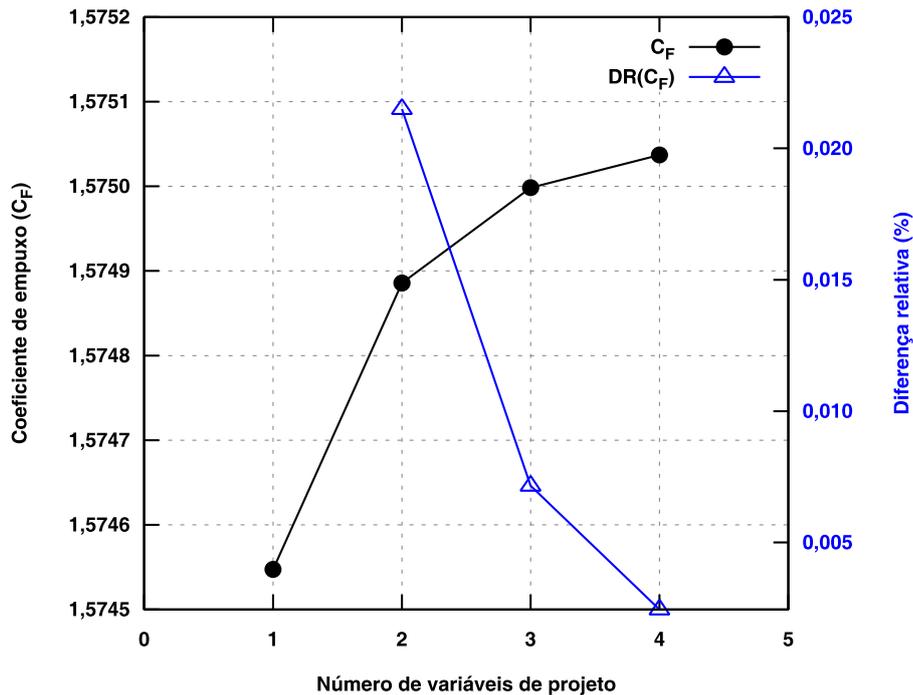


FONTE: O autor (2021).

Quanto ao efeito do aumento do número de variáveis, nota-se que o aumento do número de variáveis de três para quatro trouxe um pequeno aumento no coeficiente de empuxo, sendo mais expressivo no aumento de uma variável de projeto para duas variáveis de projeto. Para as otimizações em malhas com 512x256 volumes, resultados apresentados na TABELA 23 e ilustrados na FIGURA 17, a diferença relativa de 0,0215% no coeficiente de empuxo foi obtida no aumento de uma variável de projeto para duas. Já no aumento de três variáveis de projeto para quatro variáveis

de projeto a diferença relativa foi de apenas 0,00248%. Mas, ainda assim, o aumento do número de variáveis de projeto possibilitou geometrias com coeficientes de empuxo mais elevados. O aumento do número de variáveis de projeto também ocasionou o aumento no número de chamadas da função objetivo e, conseqüentemente, no tempo total de otimização.

FIGURA 17 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 512x128 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO

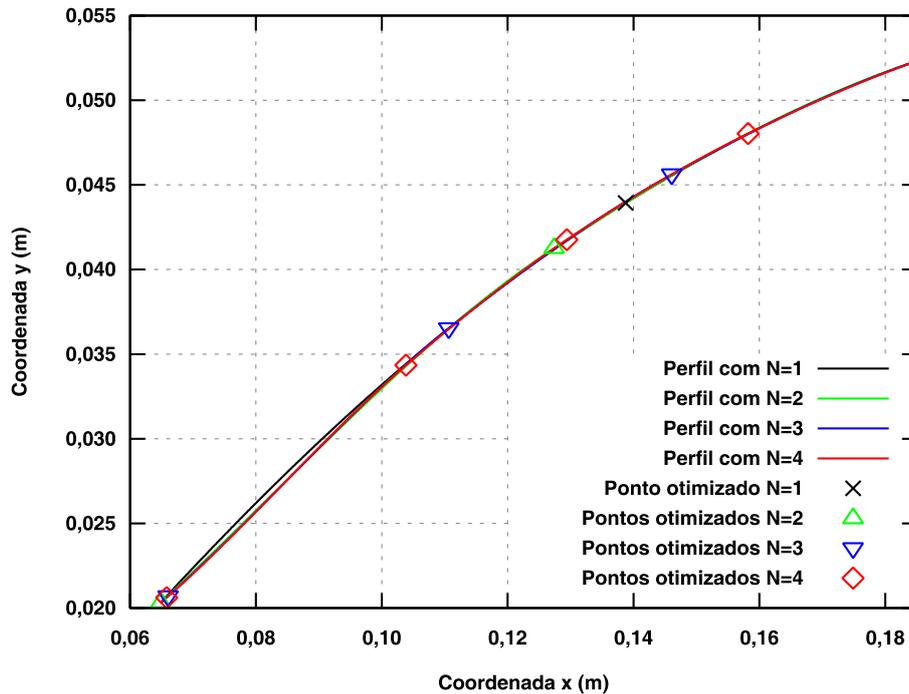


FONTE: O autor (2021).

Com base nos resultados obtidos, conclui-se que não é necessário realizar a otimização do perfil do divergente da tubeira em malhas mais finas, visto que as geometrias obtidas apresentam pouca diferença com o refino da malha. Além disso, realizar a otimização com um número mais elevado de variáveis de projeto não é necessário pois apresentaria pouca diferença em relação ao resultado obtido com quatro variáveis de projeto, e apresentaria um custo computacional mais elevado.

A FIGURA 18 apresenta os perfis otimizados obtidos nas otimizações com malhas finas (512x256 volumes para $N = 2, 3$ e 4 e 1024x512 volumes para $N = 1$). Pode-se notar a grande semelhança entre os perfis obtidos. Além disso, pode-se observar que os perfis obtidos com duas, três e quatro variáveis de projeto apresentam um ponto de inflexão localizado em aproximadamente $x = 0,08$ m.

FIGURA 18 – PERFIS OTIMIZADOS OBTIDOS PARA CADA NÚMERO DE VARIÁVEIS DE PROJETO PARA O CASO COM O RAIO DE SAÍDA FIXO



FONTE: O autor (2021).

As soluções numéricas das geometrias ótimas obtidas nas otimizações com malhas finas para cada número de variáveis de projeto foram verificadas. Para tal, as geometrias foram simuladas em diversas malhas e suas estimativas de erro/incerteza numérica foram estimadas com o estimador GCI (ROACHE, 1994), o estimador Convergente (MARCHI; SILVA, 2002) e o estimador baseado na Multiextrapolação de Richardson (MER) (MARTINS, 2013). As seguintes malhas foram utilizadas: 64x16, 128x32, 256x64, 512x128, 1024x256 e 2048x512 volumes.

Nas tabelas 25 a 28 são apresentadas para cada perfil as ordens aparentes equivalentes (p_U^*) obtidas e as soluções em cada malha. Em todos os casos p_U^* oscila entre o valor dois, sendo este o valor esperado para a ordem assintótica (p_0). Nas tabelas 25 a 28 não são apresentados os valores de p_U^* para as duas primeiras malhas pois são necessários resultados em três malhas distintas para calculá-los. Nas duas malhas mais refinadas os valores de p_U^* apresentaram uma queda, provavelmente devido ao aumento de outras fontes de erro, como o erro de arredondamento.

TABELA 25 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL OBTIDO COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO

Malha	C_F	p_U^*
64x16	1,607615	-
128x32	1,581166	-
256x64	1,574960	2,09
512x128	1,574547	3,91
1024x256	1,574675	1,69
2048x512	1,574711	1,84

FONTE: O autor (2021).

TABELA 26 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL OBTIDO COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO

Malha	C_F	p_U^*
64x16	1,604781	-
128x32	1,580678	-
256x64	1,575168	2,13
512x128	1,574886	4,28
1024x256	1,575034	0,928
2048x512	1,575077	1,82

FONTE: O autor (2021).

TABELA 27 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL OBTIDO COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO

Malha	C_F	p_U^*
64x16	1,604181	-
128x32	1,580530	-
256x64	1,575251	2,16
512x128	1,574998	4,39
1024x256	1,575148	0,750
2048x512	1,575193	1,76

FONTE: O autor (2021).

TABELA 28 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL OBTIDO COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO

Malha	C_F	p_U^*
64x16	1,604006	-
128x32	1,580465	-
256x64	1,575277	2,18
512x128	1,575037	4,43
1024x256	1,575182	0,729
2048x512	1,575226	1,70

FONTE: O autor (2021).

As tabelas 29 a 32 apresentam para cada geometria as soluções e as estimativas de erro/incerteza numérica obtidas com os estimadores GCI (U_{GCI}), MER

(U_{MER}) e Convergente (U_C). Também são apresentadas as soluções multiextrapoladas com MER e as soluções convergentes. Para os cálculos das estimativas foi considerado $p_0 = 2$ e que a diferença entre as ordens verdadeiras tem valor unitário, ou seja, as ordens verdadeiras são 2, 3, 4, etc. Ainda, no estimador GCI a ordem de acurácia foi calculada como o valor mínimo entre a ordem assintótica e a ordem aparente equivalente.

TABELA 29 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO

Malha	GCI		MER		Convergente	
	C_F	U_{GCI}	C_F	U_{MER}	C_F	U_C
64x16	1,607615	-	-	-	-	-
128x32	1,581166	2,64E-02	1,572350	6,19E-04	-	-
256x64	1,574960	2,59E-03	1,572969	-	1,5729743	8,30E-05
512x128	1,574547	1,72E-04	1,574737	3,57E-05	1,5744639	5,41E-05
1024x256	1,574675	5,34E-05	1,574772	-	1,5747256	7,46E-06
2048x512	1,574711	1,74E-05	1,574719	-	1,5747242	9,98E-07

FONTE: O autor (2021).

TABELA 30 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO

Malha	GCI		MER		Convergente	
	C_F	U_{GCI}	C_F	U_{MER}	C_F	U_C
64x16	1,604781	-	-	-	-	-
128x32	1,580678	2,41E-02	1,572644	7,86E-04	-	-
256x64	1,575168	2,30E-03	1,573430	-	1,5734338	1,02E-04
512x128	1,574886	1,18E-04	1,575104	3,11E-05	1,5748308	3,95E-05
1024x256	1,575034	6,20E-05	1,575135	-	1,5751415	5,76E-05
2048x512	1,575077	2,10E-05	1,575087	-	1,5750920	1,35E-06

FONTE: O autor (2021).

TABELA 31 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO

Malha	GCI		MER		Convergente	
	C_F	U_{GCI}	C_F	U_{MER}	C_F	U_C
64x16	1,604181	-	-	-	-	-
128x32	1,580530	2,37E-02	1,572646	9,66E-04	-	-
256x64	1,575251	2,20E-03	1,573612	-	1,5736122	1,21E-04
512x128	1,574998	1,05E-04	1,575218	3,02E-05	1,5749501	3,57E-05
1024x256	1,575148	6,25E-05	1,575248	-	1,5752832	8,49E-05
2048x512	1,575193	2,31E-05	1,575205	-	1,5752092	1,88E-06

FONTE: O autor (2021).

TABELA 32 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA FIXO

Malha	GCI		MER		Convergente	
	C_F	U_{GCI}	C_F	U_{MER}	C_F	U_C
64x16	1,604006	-	-	-	-	-
128x32	1,580465	2,35E-02	1,572619	1,06E-03	-	-
256x64	1,575277	2,16E-03	1,573680	-	1,5736790	1,31E-04
512x128	1,575037	1,00E-04	1,575257	2,06E-05	1,5749912	3,42E-05
1024x256	1,575182	6,03E-05	1,575277	-	1,5753162	8,60E-05
2048x512	1,575226	2,46E-05	1,575239	-	1,5752437	2,44E-06

FONTE: O autor (2021).

As soluções mais acuradas obtidas com os estimadores GCI, MER e Convergente são apresentadas nas tabelas 33 a 35, as quais contêm os coeficientes de empuxo e as estimativas de erro/incerteza numérica para cada geometria. Os resultados mais acurados obtidos com os estimadores GCI e Convergente foram obtidos em malhas com 2048x512 volumes. As soluções multiextrapoladas com MER mais acuradas foram obtidas em malhas com 512x128 volumes, visto que nas soluções com mais extrapolações não foi possível calcular as estimativas de erro.

TABELA 33 – SOLUÇÕES NUMÉRICAS E ESTIMATIVAS DE INCERTEZA OBTIDAS COM O ESTIMADOR GCI EM MALHAS COM 2048x512 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO

Variáveis de projeto	Incerteza numérica	Coefficiente de empuxo
1	1,74E-05	1,574711 ± 0,000017
2	2,10E-05	1,575077 ± 0,000021
3	2,31E-05	1,575193 ± 0,000023
4	2,46E-05	1,575226 ± 0,000025

FONTE: O autor (2021).

TABELA 34 – SOLUÇÕES MULTIEXTRAPOLADAS E ESTIMATIVAS DE ERRO OBTIDAS COM MER EM MALHAS COM 512x128 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO

Variáveis de projeto	Estimativa de erro	Coefficiente de empuxo
1	3,57E-05	1,574737 + 0,000036
2	3,11E-05	1,575104 + 0,000031
3	3,02E-05	1,575218 + 0,000030
4	2,06E-05	1,575257 + 0,000021

FONTE: O autor (2021).

Das tabelas 33 a 35, observa-se que as soluções convergentes foram as que apresentaram as estimativas de erro mais baixas, ou seja, as mais acuradas. Ainda, as estimativas de erro numérico das soluções multiextrapoladas com MER estão na mesma ordem de grandeza que as estimativas obtidas com o uso do estimador GCI.

Assim, os melhores resultados são os apresentados na TABELA 35, obtidos com a solução convergente e o estimador convergente. O perfil obtido na otimização com quatro variáveis de projeto foi o que possibilitou o coeficiente de empuxo mais elevado, com valor de $1,5752437 \pm 0,0000024$. Os campos do número de Mach, pressão, temperatura e massa específica para este perfil estão ilustrados na FIGURA 19, na FIGURA 20, na FIGURA 21 e na FIGURA 22, respectivamente. Estes campos foram extraídos dos resultados das simulações na malha mais fina para esta geometria.

TABELA 35 – SOLUÇÕES CONVERGENTES E ESTIMATIVAS DE ERRO OBTIDAS COM O ESTIMADOR CONVERGENTE EM MALHAS COM 2048x512 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO

Variáveis de projeto	Estimativa de erro	Coeficiente de empuxo
1	9,98E-07	$1,5747242 \pm 0,0000010$
2	1,35E-06	$1,5750920 \pm 0,0000013$
3	1,88E-06	$1,5752092 \pm 0,0000019$
4	2,44E-06	$1,5752437 \pm 0,0000024$

FONTE: O autor (2021).

FIGURA 19 – CAMPO DO NÚMERO DE MACH PARA O PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA FIXO



FIGURA 20 – CAMPO DE PRESSÃO PARA O PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA FIXO

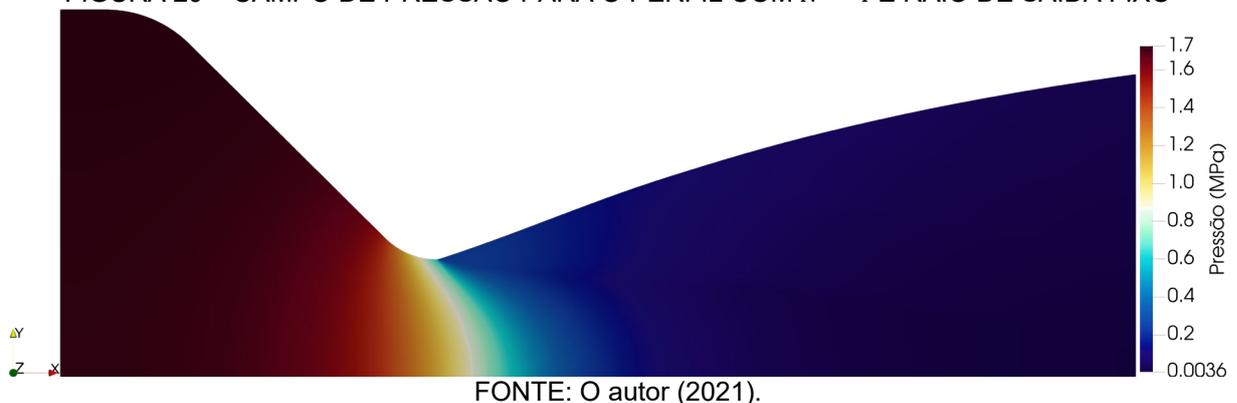


FIGURA 21 – CAMPO DE TEMPERATURA PARA O PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA FIXOS

FONTE: O autor (2021).

FIGURA 22 – CAMPO DE MASSA ESPECÍFICA PARA O PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA FIXOS

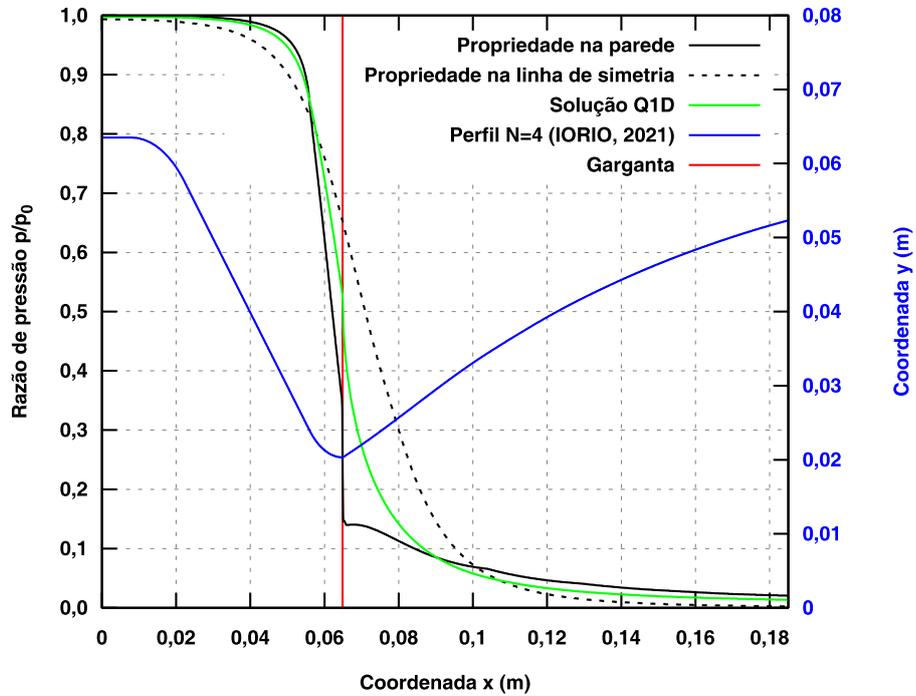
FONTE: O autor (2021).

Os campos para os demais perfis são qualitativamente similares aos campos apresentados nas figuras 19 a 22. Nas figuras, é notável a presença de uma onda de choque que se origina na garganta da tubeira. A intersecção da onda de choque com a linha de simetria não ocorre no interior da tubeira, assim evitando a formação de áreas com grande descontinuidade em seu interior. Essas áreas são chamadas de diamantes de choque ou diamantes de Mach.

A FIGURA 23 apresenta as distribuições da razão de pressão na parede da tubeira e na linha de simetria da solução numérica na malha com 2048×512 volumes para o perfil otimizado com quatro variáveis de projeto. A figura também apresenta a solução analítica obtida com o uso da teoria de escoamento quase unidimensional. As maiores diferenças entre os resultados da teoria de escoamento quase unidimensional e os resultados numéricos estão na transição entre o convergente e o divergente. A solução analítica do coeficiente de empuxo com base na teoria de escoamento quase unidimensional, equação (8), para as geometrias otimizadas é 1,6135488. O valor é o mesmo para todas as geometrias pois a área de saída das tuberias é a mesma. As

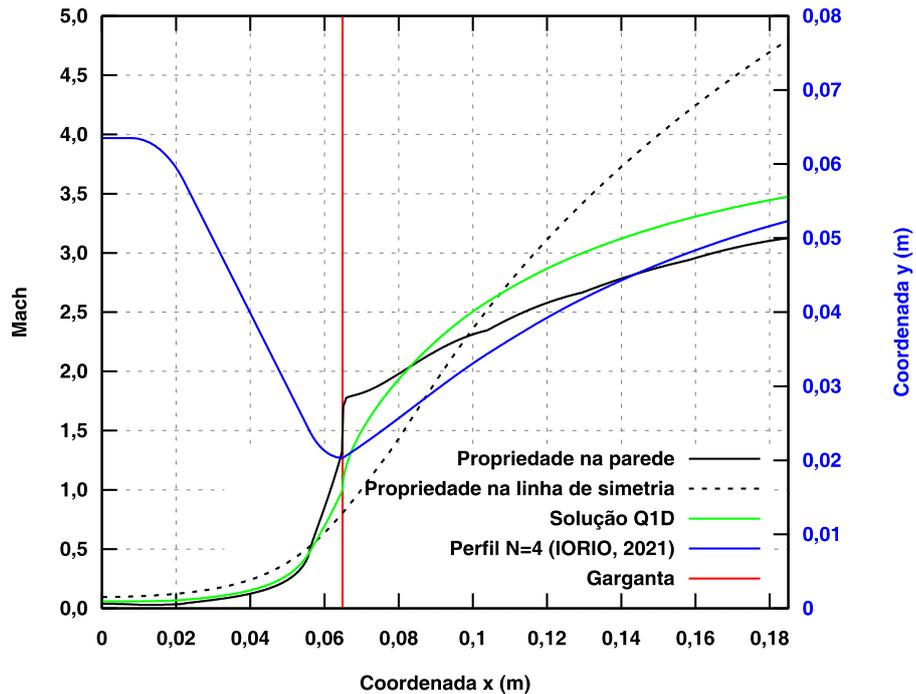
distribuições do número de Mach na parede da tubeira e na linha de simetria são apresentadas na FIGURA 24.

FIGURA 23 – RESULTADOS NUMÉRICOS DA RAZÃO DE PRESSÃO NA PAREDE DA TUBEIRA E NA LINHA DE SIMETRIA DO PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA FIXO



FONTE: O autor (2021).

FIGURA 24 – RESULTADOS NUMÉRICOS DO NÚMERO DE MACH NA PAREDE DA TUBEIRA E NA LINHA DE SIMETRIA DO PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA FIXO



FONTE: O autor (2021).

Arquivos de texto contendo as coordenadas dos perfis otimizados e as propriedades do escoamento nestes pontos estão disponíveis no seguinte link:

http://ftp.demec.ufpr.br/CFD/monografias/2021_Giovanne_lorio_mestrado

Nesse link, também estão incluídos arquivos das geometrias das tubeiras utilizadas nas comparações, apresentadas na seção seguinte.

5.3 COMPARAÇÕES

Nesta seção as geometrias ótimas obtidas das otimizações apresentadas na seção 5.2 são comparadas com resultados da literatura. Para tal são consideradas uma tubeira com perfil logarítmico para o divergente, com base no estudo de Moro (2014), e uma tubeira baseada na tubeira Proto 40 de Germer (2014), a qual possui o divergente cônico com ângulo de 15° e o convergente com ângulo de 30° . A tubeira base BMG45-15 (BACK; MASSIER; GIER, 1965) também é considerada nas comparações. Todas estas tubeiras possuem o mesmo comprimento do divergente e o mesmo raio de saída que a tubeira BMG45-15. Tubeiras geradas pelo método de Rao (1958) não são consideradas neste momento pois não possuem o mesmo raio de saída.

As geometrias das tubeiras com perfil logarítmico e da Proto 40 foram geradas de acordo com as metodologias de seus autores. As tubeiras foram simuladas com o código SU2 em malhas com 64×16 , 128×32 , 256×64 , 512×128 , 1024×256 e 2048×512 volumes. Ainda, as estimativas de erro/incerteza numérica das soluções numéricas dos coeficientes de empuxo foram estimadas com o estimador GCI, o estimador Convergente e o estimador baseado na Multiextrapolação de Richardson (MER). Na TABELA 36 e na TABELA 37 são apresentadas para a tubeira com perfil logarítmico e para a tubeira Proto 40 as ordens aparentes equivalentes (p_U^*) obtidas e as soluções em cada malha. Já a TABELA 38 e a TABELA 39 apresentam as soluções e as estimativas de erro/incerteza numérica obtidas com os estimadores GCI (U_{GCI}), MER (U_{MER}) e Convergente (U_C). Os resultados com a tubeira BMG45-15 foram apresentados na seção 4.2.1.

TABELA 36 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL LOGARÍTMICO

Malha	C_F	p_U^*
64x16	1,591147	-
128x32	1,576665	-
256x64	1,573748	2,31
512x128	1,573069	2,10
1024x256	1,572898	1,99
2048x512	1,572851	1,86

FONTE: O autor (2021).

TABELA 37 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA A TUBEIRA PROTO 40

Malha	C_F	p_U^*
64x16	1,592050	-
128x32	1,584612	-
256x64	1,583202	2,40
512x128	1,582398	0,81
1024x256	1,582034	1,14
2048x512	1,581962	2,33

FONTE: O autor (2021).

TABELA 38 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL LOGARÍTMICO

Malha	GCI		MER		Convergente	
	C_F	U_{GCI}	C_F	U_{MER}	C_F	U_C
64x16	1,591147	-	-	-	-	-
128x32	1,576665	1,45E-02	1,571838	1,07E-03	-	-
256x64	1,573748	1,22E-03	1,572910	-5,77E-05	1,57289381	1,18E-04
512x128	1,573069	2,83E-04	1,572849	-1,03E-05	1,57285297	1,02E-05
1024x256	1,572898	7,20E-05	1,572840	-1,94E-05	1,57284075	2,92E-07
2048x512	1,572851	2,24E-05	1,572834	8,75E-06	1,57283412	1,11E-06

FONTE: O autor (2021).

TABELA 39 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA A TUBEIRA PROTO 40

Malha	GCI		MER		Convergente	
	C_F	U_{GCI}	C_F	U_{MER}	C_F	U_C
64x16	1,592050	-	-	-	-	-
128x32	1,584612	7,44E-03	1,582133	6,85E-04	-	-
256x64	1,583202	5,88E-04	1,582818	-	1,582802	7,01E-05
512x128	1,582398	1,33E-03	1,581992	-1,47E-04	1,581730	4,00E-04
1024x256	1,582034	3,76E-04	1,581867	4,94E-05	1,581824	8,96E-05
2048x512	1,581962	3,01E-05	1,581949	-1,27E-04	1,581941	3,09E-06

FONTE: O autor (2021).

As soluções mais acuradas dos coeficientes de empuxo das tubeiras de comparação estão apresentadas na TABELA 40, a qual também inclui as estimativas

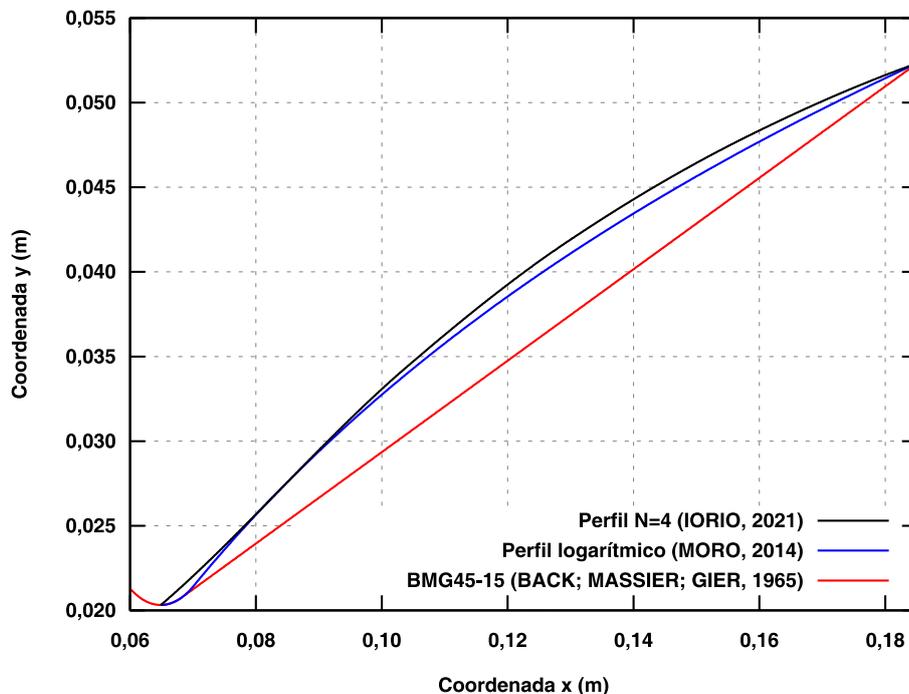
de erro das soluções calculadas. A solução convergente da tubeira Proto 40 na malha com 2048x512 volumes obteve uma menor estimativa de erro do que a apresentada na tabela, mas está não é confiável porque a ordem aparente equivalente não converge monotonicamente para a ordem assintótica com o refino da malha, sendo esse um requisito para a estimativa do estimador convergente ser confiável (MARCHI, 2001). A FIGURA 25 apresenta os perfis dos divergentes da tubeira logarítmica e da tubeira BMG45-15. Também é ilustrado o perfil otimizado obtido com quatro variáveis de projeto. O perfil do divergente da tubeira Proto 40 é o mesmo da tubeira BMG45-15, por esta razão não é apresentado na figura. Na FIGURA 25 é notável que os perfis das geometrias de comparação possuem uma transição suave entre o convergente e o divergente, diferente dos perfis otimizados obtidos.

TABELA 40 – COEFICIENTES DE EMPUXO DAS GEOMETRIAS DE COMPARAÇÃO E SUAS ESTIMATIVAS DE ERRO PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO

Geometria	Estimativa de erro	Coefficiente de empuxo
BMG45-15	2,34E-07	1,56267356 + 0,00000023
Logarítmica	2,92E-07	1,57284075 ± 0,00000029
Proto 40	3,01E-05	1,581962 ± 0,000030

FONTE: O autor (2021).

FIGURA 25 – PERFIS DE COMPARAÇÃO PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO



FONTE: O autor (2021).

Na TABELA 41 são apresentadas as diferenças relativas entre os valores nominais das soluções dos perfis otimizados deste capítulo e das soluções da TABELA 40. Nota-se que em relação ao perfil base (BMG45-15) obteve-se melhora de até 0,8%. Em relação à geometria logarítmica, os perfis otimizados apresentaram coeficientes de empuxo mais elevados, com diferença relativa mínima de 0,12% e máxima de 0,15%. A tubeira Proto 40 apresentou coeficiente de empuxo superior a todas as tuberias otimizadas, mesmo possuindo um divergente cônico, indicando a importância da seção convergente. A diferença relativa entre a tubeira Proto 40 e a BMG45-15 é de 1,2%.

TABELA 41 – DIFERENÇAS RELATIVAS ENTRE OS COEFICIENTES DE EMPUXO DAS GEOMETRIAS DE COMPARAÇÃO E DAS OTIMIZADAS COM O RAIOS DE SAÍDA FIXO

Geometria	Coefficiente de empuxo	DR(C_F) N1	DR(C_F) N2	DR(C_F) N3	DR(C_F) N4
BMG45-15	1,56267356	0,771%	0,795%	0,802%	0,804%
Logarítmica	1,57284075	0,120%	0,143%	0,151%	0,153%
Proto 40	1,581962	-0,458%	-0,434%	-0,427%	-0,425%

FONTE: O autor (2021).

6 RESULTADOS PARA O CASO COM RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Os resultados para o caso em que o raio de saída da tubeira é variável são apresentados neste capítulo. Primeiramente são apresentados os resultados da definição das coordenadas axiais e em seguida os resultados das otimizações. Assim como no capítulo 5, são apresentadas análises quanto ao efeito do número de variáveis de projeto e ao nível de refino da malha na geometria ótima. Além disso, são apresentados resultados com estimativa de erro dos coeficientes de empuxo dos perfis obtidos nas otimizações usando malhas finas.

Por fim, são apresentadas comparações dos coeficientes de empuxo com os coeficientes de tubeiras geradas pelo método de Rao (1958), tubeiras com o divergente logarítmico (MORO, 2014), com a tubeira Proto 40 do trabalho de Germer (2014) e com a tubeira base BMG45-15 (BACK; MASSIER; GIER, 1965).

6.1 DEFINIÇÃO DAS COORDENADAS AXIAIS

Nesta seção as coordenadas axiais dos pontos de otimização foram definidas, assim como apresentado na seção 5.1, mas para o caso em que o raio de saída é variável. Neste caso, considera-se que um dos pontos de otimização está localizado na saída da tubeira e varia apenas radialmente, assim, a sua coordenada axial já está definida. Portanto, a otimização foi realizada com três, cinco e sete variáveis de projeto.

Foram utilizadas malhas com 256x64 volumes e foi utilizado o código DEPP com o algoritmo Evolução Diferencial hibridizado com o Método das Superfícies de Resposta (DE-RSM, do inglês, *Differential Evolution hybridized with Response Surface Methodology*). A metodologia de otimização foi apresentada na seção 4.1.

Os resultados são apresentados nas tabelas 42 a 44. Nessas tabelas são apresentados os coeficientes de empuxo (C_F) das tubeiras otimizadas bem como as coordenadas x e y otimizadas. Também são apresentados o tempo de otimização e o número de chamadas da função objetivo. A otimização com sete variáveis de projeto foi a que obteve o coeficiente de empuxo mais elevado, mas foi a que apresentou o maior custo computacional. O tempo da otimização com sete variáveis de projeto foi mais elevado do que o tempo de otimização com oito variáveis de projeto do caso em

que o raio de saída da tubeira era fixo. As coordenadas axiais dos pontos de otimização obtidas nessas otimizações foram fixadas nos códigos de otimização.

TABELA 42 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO

Parâmetro	Valor
Coefficiente de empuxo	1,584519
Ponto 1 (m)	(0,1331756; 0,0488525)
Ponto 2 (m)	(0,1850390; 0,0625661)
Tempo de otimização	10,21 h
Chamadas da função	3663

FONTE: O autor (2021).

TABELA 43 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM CINCO VARIÁVEIS DE PROJETO

Parâmetro	Valor
Coefficiente de empuxo	1,584589
Ponto 1 (m)	(0,1332792; 0,0490390)
Ponto 2 (m)	(0,1850389; 0,0626332)
Ponto 3 (m)	(0,1850390; 0,0626333)
Tempo de otimização	3,14 dias
Chamadas da função	22361

FONTE: O autor (2021).

TABELA 44 – RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO COM SETE VARIÁVEIS DE PROJETO

Parâmetro	Valor
Coefficiente de empuxo	1,584622
Ponto 1 (m)	(0,0670821; 0,0214834)
Ponto 2 (m)	(0,1234017; 0,0457495)
Ponto 3 (m)	(0,1600277; 0,0566595)
Ponto 4 (m)	(0,1850390; 0,0626118)
Tempo de otimização	8,47 dias
Chamadas da função	44615

FONTE: O autor (2021).

6.2 OTIMIZAÇÃO DO PERFIL DA TUBEIRA

Obtidas as coordenadas axiais dos pontos de otimização, prosseguiu-se para a otimização das coordenadas radiais dos pontos de otimização do perfil do divergente da tubeira. Os resultados obtidos nas otimizações com uma, duas, três e quatro variáveis de projeto e com diferentes níveis de refino de malha são apresentados nas tabelas 45 a 48. Essas tabelas estão organizadas por número de variáveis de projeto e apresentam as coordenadas radiais otimizadas dos pontos de otimização, os coeficientes de empuxo C_F obtidos e as malhas utilizadas. Os coeficientes de empuxo

apresentados nessas tabelas não apresentam estimativas de erro, mas estimativas de erro para os resultados das malhas mais finas serão apresentadas no decorrer desta subseção. Todas as otimizações foram concluídas pelo critério de distância máxima. As otimizações realizadas com quatro variáveis de projeto e malhas com 64x16 e 128x32 volumes não convergiram e por esta razão os resultados não são apresentados na TABELA 48.

TABELA 45 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Malha	Coefficiente de empuxo	y_1 (m)
64x16	1,612456	0,0705939
128x32	1,582793	0,0652683
256x64	1,576290	0,0641992
512x128	1,575787	0,0639399

FONTE: O autor (2021).

TABELA 46 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Malha	Coefficiente de empuxo	y_1 (m)	y_2 (m)
64x16	1,634602	0,0620499	0,0766933
128x32	1,592851	0,0504030	0,0640829
256x64	1,584519	0,0488529	0,0625672
512x128	1,583805	0,0486476	0,0623393

FONTE: O autor (2021).

TABELA 47 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Malha	Coefficiente de empuxo	y_1 (m)	y_2 (m)	y_3 (m)
64x16	1,637630	0,0623543	0,0767726	0,0767726
128x32	1,593212	0,0507898	0,0642827	0,0642827
256x64	1,584589	0,0490384	0,0626315	0,0626316
512x128	1,583834	0,0487442	0,06235076	0,06235078

FONTE: O autor (2021).

TABELA 48 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Malha	Coefficiente de empuxo	y_1 (m)	y_2 (m)	y_3 (m)	y_4 (m)
256x64	1,584622	0,0214834	0,0457497	0,0566603	0,0626119
512x128	1,583913	0,0213562	0,0454475	0,0563723	0,0622204

FONTE: O autor (2021).

Para todos os níveis de refino de malha, as otimizações com maiores números de variáveis de projeto obtiveram coeficientes de empuxo mais elevados. Assim como

nas otimizações com o raio de saída fixo, as coordenadas radiais dos pontos de otimização apresentam menores diferenças com o refino da malha, mas neste caso as diferenças relativas são mais elevadas. As tabelas 49 a 52 apresentam as diferenças relativas, referenciadas por “DR” nas tabelas. Em todos os casos a diferença relativa reduz com o refino da malha. A FIGURA 26 ilustra as variações do coeficiente de empuxo e da coordenada radial do ponto otimizado com o refino da malha para a otimização com apenas uma variável de projeto.

TABELA 49 – DIFERENÇAS RELATIVAS DAS COORDENADAS OTIMIZADAS COM O REFINO DA MALHA PARA UMA VARIÁVEL DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Malha	DR(y_1)
64x16	-
128x32	7,54%
256x64	1,64%
512x128	0,404%

FONTE: O autor (2021).

TABELA 50 – DIFERENÇAS RELATIVAS DAS COORDENADAS OTIMIZADAS COM O REFINO DA MALHA PARA DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Malha	DR(y_1)	DR(y_2)
64x16	-	-
128x32	18,8%	16,4%
256x64	3,08%	2,37%
512x128	0,420%	0,364%

FONTE: O autor (2021).

TABELA 51 – DIFERENÇAS RELATIVAS DAS COORDENADAS OTIMIZADAS COM O REFINO DA MALHA PARA TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Malha	DR(y_1)	DR(y_2)	DR(y_3)
64x16	-	-	-
128x32	18,5%	16,3%	16,3%
256x64	3,45%	2,57%	2,57%
512x128	0,600%	0,448%	0,448%

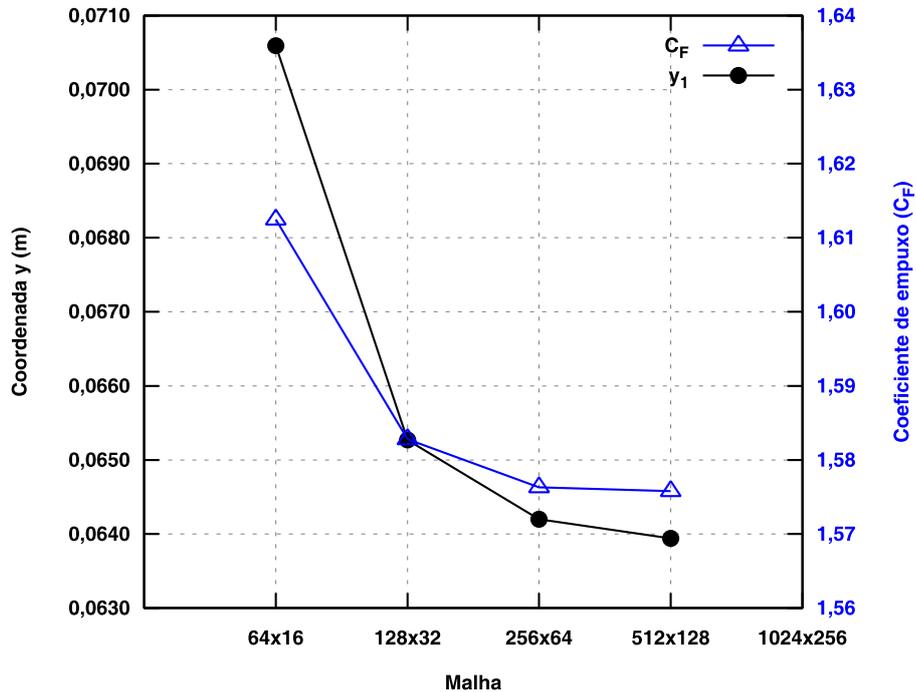
FONTE: O autor (2021).

TABELA 52 – DIFERENÇAS RELATIVAS DAS COORDENADAS OTIMIZADAS COM O REFINO DA MALHA PARA QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Malha	DR(y_1)	DR(y_2)	DR(y_3)	DR(y_4)
256x64	-	-	-	-
512x128	0,592%	0,661%	0,508%	0,625%

FONTE: O autor (2021).

FIGURA 26 – VARIAÇÃO DO COEFICIENTE DE EMPUXO E DAS COORDENADAS OTIMIZADAS COM O REFINO DA MALHA PARA UMA VARIÁVEL DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL



FONTE: O autor (2021).

As tabelas 53 a 56 apresentam as características gerais das otimizações. São apresentados para cada otimização o número de chamadas da função objetivo, o tempo de otimização, o coeficiente de empuxo e a diferença relativa do coeficiente de empuxo com o aumento do número de variáveis de projeto. Dessas tabelas, percebe-se que o aumento do número de variáveis de projeto possibilitou geometrias com coeficientes de empuxo mais elevados, mas ocasionou o aumento no número de chamadas da função objetivo e no tempo total de otimização, com exceção do aumento de três para quatro variáveis de projeto. Neste caso, observa-se o aumento no coeficiente de empuxo e a redução no número de chamadas da função objetivo e no tempo total de otimização. Acredita-se que a posição axial dos pontos de otimização permitiu um processo de otimização mais simples nesse caso. A FIGURA 27 e a FIGURA 28 apresentam graficamente os resultados das tabelas.

TABELA 53 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 64x16 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Variáveis de projeto	Coefficiente de empuxo	DR(C _F)	Chamadas da função	Tempo (min)
1	1,612456	-	280	2,74
2	1,634602	1,37%	671	5,81
3	1,637630	0,185%	1894	18,14
4	-	-	-	-

FONTE: O autor (2021).

TABELA 54 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 128x32 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Variáveis de projeto	Coefficiente de empuxo	DR(C_F)	Chamadas da função	Tempo (min)
1	1,582793	-	280	7,90
2	1,592851	0,635%	585	19,71
3	1,593212	0,0227%	1111	38,30
4	-	-	-	-

FONTE: O autor (2021).

TABELA 55 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 256x64 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Variáveis de projeto	Coefficiente de empuxo	DR(C_F)	Chamadas da função	Tempo (h)
1	1,576290	-	300	0,83
2	1,584519	0,522%	587	2,12
3	1,584589	0,00442%	1681	6,67
4	1,584622	0,00208%	1505	6,54

FONTE: O autor (2021).

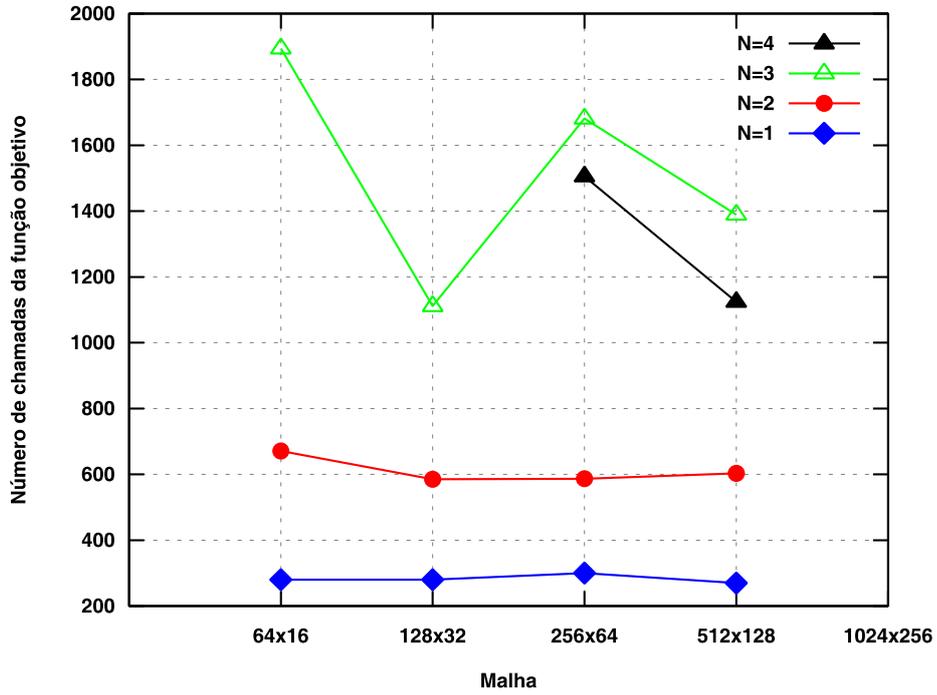
TABELA 56 – CARACTERÍSTICAS GERAIS DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 512x128 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Variáveis de projeto	Coefficiente de empuxo	DR(C_F)	Chamadas da função	Tempo
1	1,575787	-	270	5,95 h
2	1,583805	0,509%	603	17,86 h
3	1,583834	0,00183%	1389	1,94 dia
4	1,583913	0,00499%	1124	1,57 dia

FONTE: O autor (2021).

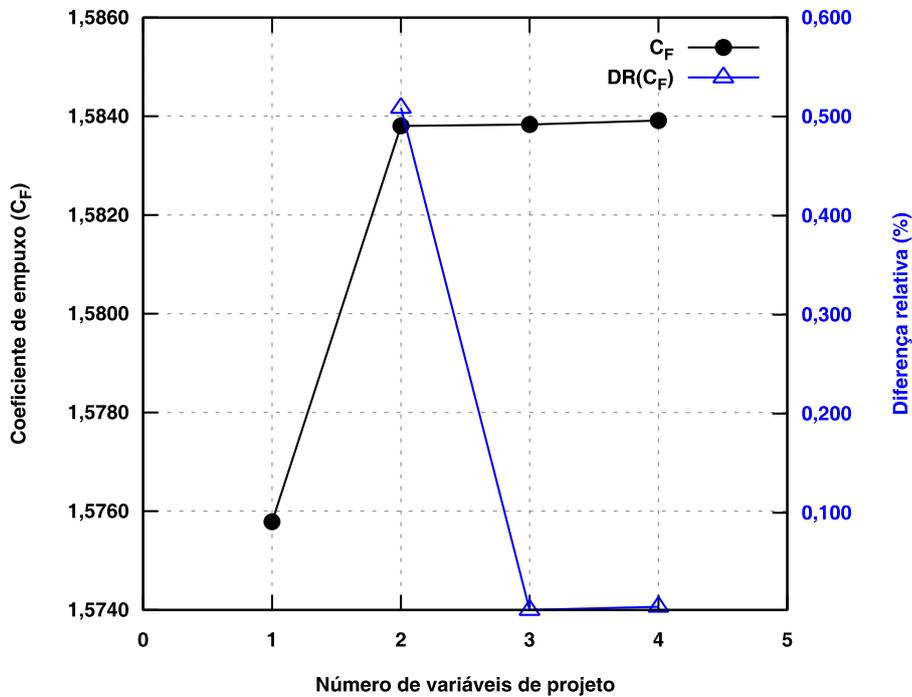
Das tabelas 53 a 56 é notável que o aumento de uma variável de projeto para duas permitiu o maior aumento no coeficiente de empuxo. Ainda, quando analisado um número de variáveis de projeto em diferentes níveis de refino, nota-se que o número de chamadas da função objetivo é pouco afetado com o refino da malha, como é possível observar na FIGURA 27. Outro ponto a se observar é que a otimização apenas das coordenadas radiais permitiu grande redução no tempo de otimização. Nas otimizações em malhas com 256x64 volumes e com quatro pontos de otimização (sete variáveis de projeto para o caso com coordenadas axiais variáveis e quatro variáveis de projeto para o caso em que eram fixas), o tempo de otimização foi reduzido de 8,47 dias para apenas 6,54 horas.

FIGURA 27 – NÚMERO DE CHAMADAS DA FUNÇÃO OBJETIVO PELO REFINO DA MALHA PARA O CASO COM O RAIÃO DE SAÍDA VARIÁVEL



FONTE: O autor (2021).

FIGURA 28 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES EM MALHAS COM 512x128 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIÃO DE SAÍDA VARIÁVEL

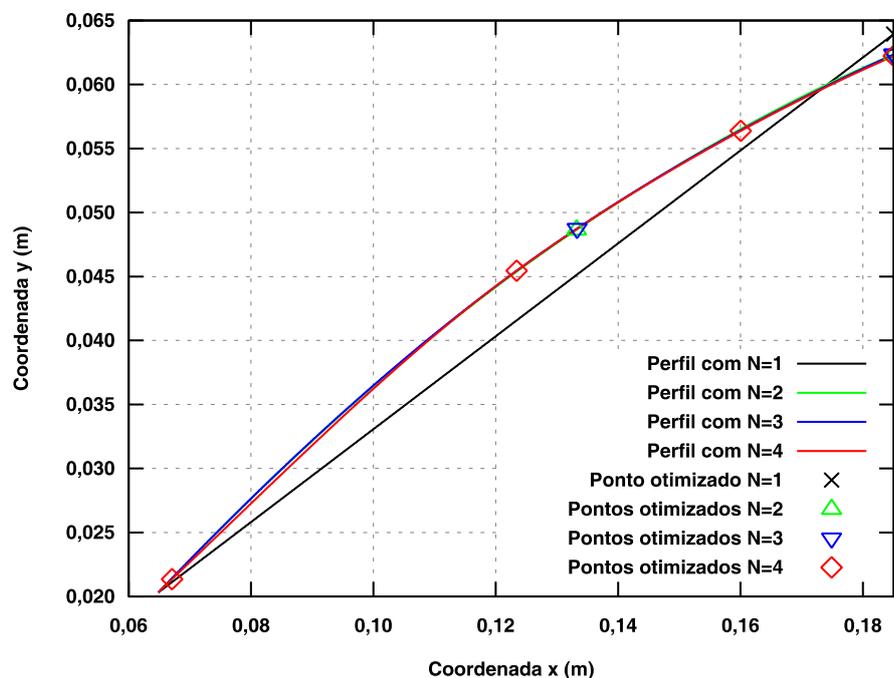


FONTE: O autor (2021).

Na FIGURA 29 são apresentados os perfis otimizados obtidos nas otimizações em malhas com 512x256 volumes. Nota-se que o perfil obtido com uma

variável de projeto é um perfil cônico e os demais são curvos. O ângulo do divergente do perfil cônico obtido é de $21,284^\circ$. O perfil otimizado com quatro variáveis de projeto apresenta um ponto de inflexão, assim como nos perfis obtidos no caso com o raio de saída fixo. O perfil cônico apresentou o maior raio de saída e o perfil obtido com $N = 4$ o menor, como observado na TABELA 57 que apresenta os raios de saída dos perfis. Na FIGURA 29, o segundo e o terceiro pontos otimizados do perfil obtido com $N = 3$ estão muito próximos e se sobrepõem na figura.

FIGURA 29 – PERFIS OTIMIZADOS OBTIDOS PARA CADA NÚMERO DE VARIÁVEIS DE PROJETO PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL



FONTE: O autor (2021).

TABELA 57 – RAIOS DE SAÍDA DOS PERFIS OTIMIZADOS OBTIDOS PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Variáveis de projeto	Raios de saída (mm)
1	63,9398
2	62,3393
3	62,3508
4	62,2204

FONTE: O autor (2021).

Foram realizadas verificações das soluções dos coeficientes de empuxo das tuberias com os perfis de divergente otimizados ilustrados na FIGURA 29. Os estimadores GCI (ROACHE, 1994), Convergente (MARCHI; SILVA, 2002) e o estimador baseado em MER (MARTINS, 2013) foram utilizados para calcular as

estimativas de erro/incerteza numérica. As tubearas foram simuladas em malhas com 64x16, 128x32, 256x64, 512x128, 1024x256 e 2048x512 volumes.

As ordens aparentes equivalentes (p_U^*) obtidas e as soluções em cada malha para cada perfil otimizado são apresentadas nas tabelas 58 a 61. Em todos os casos p_U^* parece tender ao valor dois e apresenta uma queda na malha mais refinada, provavelmente devido ao aumento do erro de arredondamento causado pelo maior número de cálculos. O valor esperado para a ordem assintótica (p_0) é dois.

TABELA 58 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL OBTIDO COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Malha	C_F	p_U^*
64x16	1,610052	-
128x32	1,582667	-
256x64	1,576285	2,10
512x128	1,575787	3,68
1024x256	1,575886	2,32
2048x512	1,575923	1,45

FONTE: O autor (2021).

TABELA 59 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL OBTIDO COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Malha	C_F	p_U^*
64x16	1,626025	-
128x32	1,592486	-
256x64	1,584512	2,07
512x128	1,583805	3,50
1024x256	1,583942	2,37
2048x512	1,583998	1,29

FONTE: O autor (2021).

TABELA 60 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL OBTIDO COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Malha	C_F	p_U^*
64x16	1,626452	-
128x32	1,592642	-
256x64	1,584573	2,07
512x128	1,583834	3,45
1024x256	1,583959	2,56
2048x512	1,584010	1,31

FONTE: O autor (2021).

TABELA 61 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL OBTIDO COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Malha	C_F	p_U^*
64x16	1,623851	-
128x32	1,592034	-
256x64	1,584537	2,09
512x128	1,583913	3,59
1024x256	1,584057	2,11
2048x512	1,584112	1,40

FONTE: O autor (2021).

Nas tabelas 62 a 65 são apresentadas as estimativas de erro/incerteza numérica obtidas com os estimadores GCI (U_{GCI}), MER (U_{MER}) e Convergente (U_C) e as soluções convergentes e multiextrapoladas com MER. Para os cálculos das estimativas foi considerado $p_0 = 2$ e que as ordens verdadeiras são 2, 3, 4, etc. Ainda, no estimador GCI a ordem de acurácia foi calculada como o valor mínimo entre a ordem assintótica e a ordem aparente equivalente.

TABELA 62 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Malha	GCI		MER		Convergente	
	C_F	U_{GCI}	C_F	U_{MER}	C_F	U_C
64x16	1,610052	-	-	-	-	-
128x32	1,582667	2,74E-02	1,573539	7,06E-04	-	-
256x64	1,576285	2,66E-03	1,574245	-	1,5742509	9,39E-05
512x128	1,575787	2,07E-04	1,575935	3,75E-05	1,5756826	6,19E-05
1024x256	1,575886	4,15E-05	1,575972	-	1,5759152	4,15E-06
2048x512	1,575923	2,62E-05	1,575933	-	1,5759391	4,41E-06

FONTE: O autor (2021).

TABELA 63 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Malha	GCI		MER		Convergente	
	C_F	U_{GCI}	C_F	U_{MER}	C_F	U_C
64x16	1,626025	-	-	-	-	-
128x32	1,592486	3,35E-02	1,581307	6,25E-04	-	-
256x64	1,584512	3,32E-03	1,581932	-	1,5819389	8,53E-05
512x128	1,583805	2,95E-04	1,583940	1,35E-04	1,5836528	8,34E-05
1024x256	1,583942	5,71E-05	1,584067	-3,58E-05	1,5839812	6,36E-06
2048x512	1,583998	4,86E-05	1,584017	8,44E-05	1,5840269	1,01E-05

FONTE: O autor (2021).

TABELA 64 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Malha	GCI		MER		Convergente	
	C_F	U_{GCI}	C_F	U_{MER}	C_F	U_C
64x16	1,626452	-	-	-	-	-
128x32	1,592642	3,38E-02	1,581372	5,84E-04	-	-
256x64	1,584573	3,36E-03	1,581956	-	1,5819628	8,00E-05
512x128	1,583834	3,08E-04	1,583956	1,32E-04	1,5836732	8,59E-05
1024x256	1,583959	5,24E-05	1,584080	-3,71E-05	1,5839931	8,07E-06
2048x512	1,584010	4,32E-05	1,584027	8,00E-05	1,5840359	8,81E-06

FONTE: O autor (2021).

TABELA 65 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL OBTIDO COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Malha	GCI		MER		Convergente	
	C_F	U_{GCI}	C_F	U_{MER}	C_F	U_C
64x16	1,623851	-	-	-	-	-
128x32	1,592034	3,18E-02	1,581428	6,97E-04	-	-
256x64	1,584537	3,12E-03	1,582125	-	1,5821318	9,39E-05
512x128	1,583913	2,60E-04	1,584064	1,25E-04	1,5837803	7,57E-05
1024x256	1,584057	6,03E-05	1,584181	-3,57E-05	1,5841033	2,28E-06
2048x512	1,584112	4,19E-05	1,584130	7,51E-05	1,5841382	7,63E-06

FONTE: O autor (2021).

A TABELA 66 apresenta as soluções mais acuradas para cada geometria obtidas com o estimador GCI, apresentando os coeficientes de empuxo e as estimativas de incerteza numérica. A TABELA 67 e a TABELA 68 apresentam os resultados com o estimador baseado em MER e o estimador Convergente. Os resultados mais acurados obtidos com o estimador GCI foram obtidos em malhas com 2048x512 volumes. As soluções multiextrapoladas com MER e as soluções convergentes mais acuradas foram obtidas em malhas com 1024x256 volumes, com exceção da solução com MER para o caso com uma variável de projeto que obteve a menor estimativa de erro na malha com 512x128 volumes.

TABELA 66 – SOLUÇÕES NUMÉRICAS E ESTIMATIVAS DE INCERTEZA OBTIDAS COM O ESTIMADOR GCI EM MALHAS COM 2048x512 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Variáveis de projeto	Incerteza numérica	Coefficiente de empuxo
1	2,62E-05	1,575923 ± 0,000026
2	4,86E-05	1,583998 ± 0,000049
3	4,32E-05	1,584010 ± 0,000043
4	4,19E-05	1,584112 ± 0,000042

FONTE: O autor (2021).

TABELA 67 – SOLUÇÕES MULTIEXTRAPOLADAS E ESTIMATIVAS DE ERRO OBTIDAS COM MER PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Variáveis de projeto	Estimativa de erro	Coefficiente de empuxo
1	3,75E-05	1,575935 + 0,000037
2	-3,58E-05	1,584067 - 0,000036
3	-3,71E-05	1,584080 - 0,000037
4	-3,57E-05	1,584181 - 0,000036

FONTE: O autor (2021).

TABELA 68 – SOLUÇÕES CONVERGENTES E ESTIMATIVAS DE ERRO OBTIDAS COM O ESTIMADOR CONVERGENTE EM MALHAS COM 1024x256 VOLUMES PARA O CASO COM O RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

Variáveis de projeto	Estimativa de erro	Coefficiente de empuxo
1	4,15E-06	1,5759152 ± 0,0000041
2	6,36E-06	1,5839812 ± 0,0000064
3	8,07E-06	1,5839931 ± 0,0000081
4	2,28E-06	1,5841033 ± 0,0000023

FONTE: O autor (2021).

Das tabelas 66 a 68, observa-se que as soluções convergentes foram as que apresentaram as estimativas de erro mais baixas, seguidas pelas soluções multiextrapoladas com MER. As estimativas de incerteza numérica obtidas com o estimador GCI são as mais elevadas, mas na mesma ordem de grandeza que as estimativas com MER. Assim, os melhores resultados são os obtidos com a solução convergente e o estimador convergente, apresentados na TABELA 68. Dos perfis otimizados, tanto no caso com o raio de saída fixo quanto no caso com o raio de saída variável, o perfil obtido na otimização com quatro variáveis de projeto com o raio de saída variável é o que gerou o coeficiente de empuxo mais elevado, com valor de $1,5841033 \pm 0,0000023$.

A FIGURA 30 e a FIGURA 31 apresentam o campo do número de Mach para os perfis obtidos com uma e quatro variáveis de projeto, respectivamente. Observe-se que na FIGURA 31 a onda de choque sai da tubeira quase paralela à linha de simetria. O perfil obtido com $N = 1$ é um perfil cônico, assim como o perfil BMG45-15, mas a intersecção da onda de choque ocorre externamente à tubeira. As figuras 32 a 34 apresentam os campos de pressão, temperatura e massa específica para o perfil otimizado com quatro variáveis de projeto. Estes campos foram extraídos dos resultados das simulações nas malhas com 2048x512 volumes. Os campos para os perfis obtidos com duas e três variáveis de projeto são semelhantes aos apresentados para o perfil obtido com quatro variáveis de projeto. Percebe-se que os perfis

otimizados apresentam uma descontinuidade na transição entre o convergente e o divergente, ou seja, a transição não é suave.

FIGURA 30 – CAMPO DO NÚMERO DE MACH PARA O PERFIL COM $N = 1$ E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL



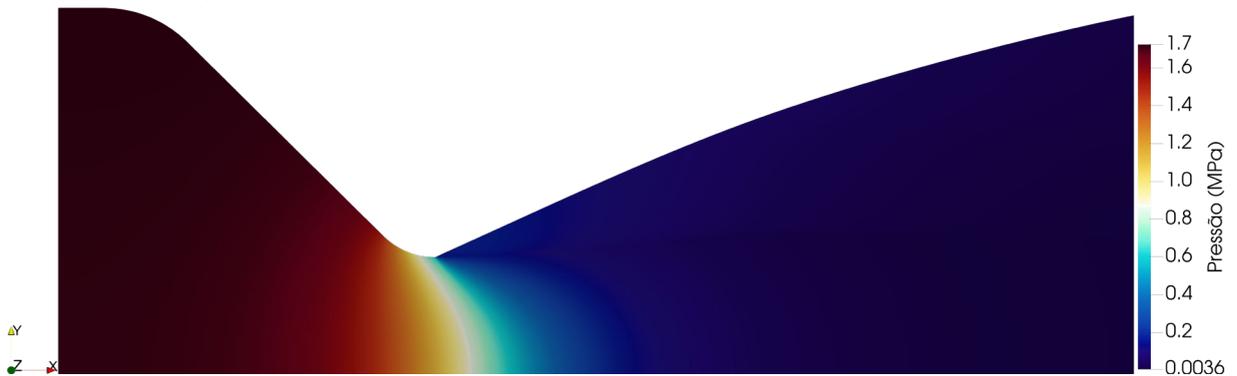
FONTE: O autor (2021).

FIGURA 31 – CAMPO DO NÚMERO DE MACH PARA O PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL



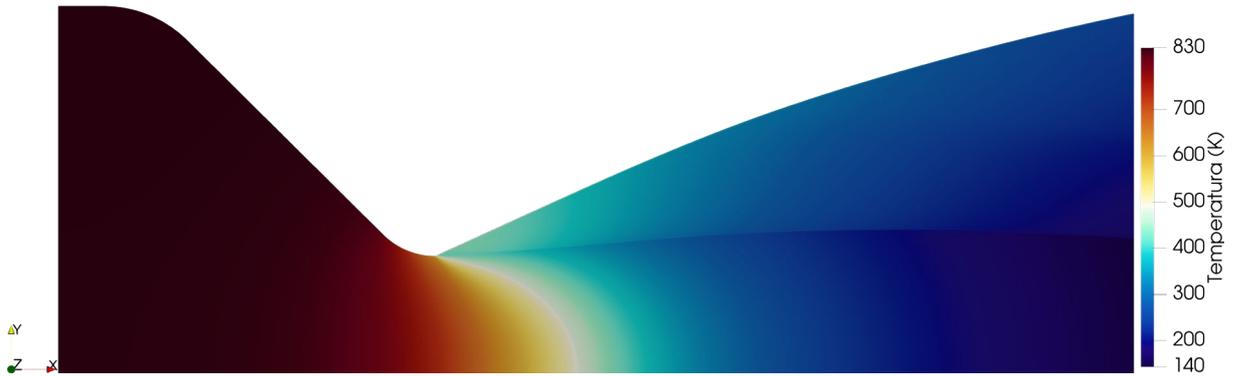
FONTE: O autor (2021).

FIGURA 32 – CAMPO DE PRESSÃO PARA O PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL



FONTE: O autor (2021).

FIGURA 33 – CAMPO DE TEMPERATURA PARA O PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL



FONTE: O autor (2021).

FIGURA 34 – CAMPO DE MASSA ESPECÍFICA PARA O PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL

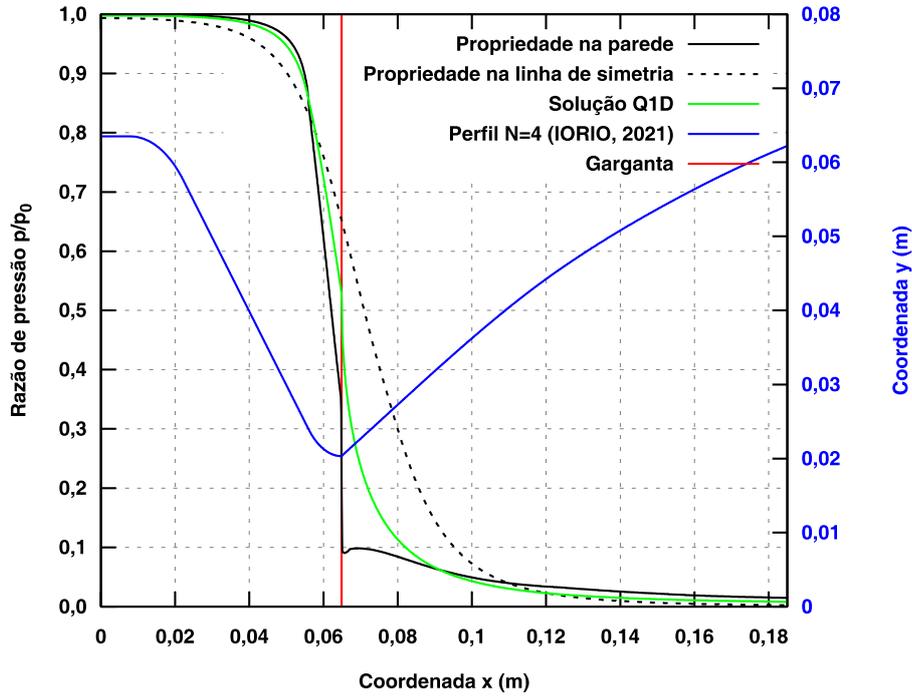


FONTE: O autor (2021).

As distribuições da razão de pressão e do número de Mach na parede e na linha de simetria da tuberia para o perfil otimizado com quatro variáveis de projeto são apresentadas na FIGURA 35 e na FIGURA 36. Nas figuras são incluídas as soluções analíticas obtidas com o uso da teoria de escoamento quase unidimensional. Observa-se nas figuras que a variação das propriedades na transição entre o convergente e o divergente não é suave na parede da tuberia.

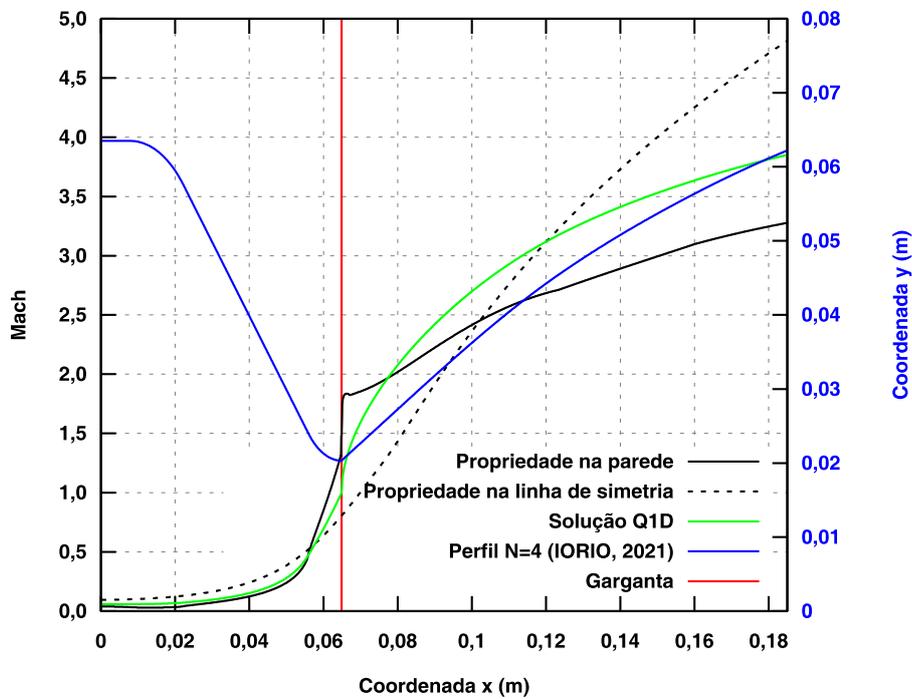
A TABELA 69 apresenta as soluções analíticas dos coeficientes de empuxo com base na teoria de escoamento quase unidimensional, equação (8), para as geometrias otimizadas. Com o uso dessa teoria, referenciada por “Q1D” na tabela, o perfil que possui o coeficiente de empuxo mais elevado é o que possui o maior raio de saída, no caso o perfil obtido com uma variável de projeto. Isso ocorre devido às simplificações desse modelo matemático, como as considerações de que não há ondas de choque e da uniformidade das propriedades na direção radial. Essas considerações não são válidas para os escoamentos nos perfis otimizados, conforme pode ser visualizado nas figuras 30 a 36.

FIGURA 35 – RESULTADOS NUMÉRICOS DA RAZÃO DE PRESSÃO NA PAREDE DA TUBEIRA E NA LINHA DE SIMETRIA DO PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL



FONTE: O autor (2021).

FIGURA 36 – RESULTADOS NUMÉRICOS DO NÚMERO DE MACH NA PAREDE DA TUBEIRA E NA LINHA DE SIMETRIA DO PERFIL COM $N = 4$ E RAIOS DE SAÍDA VARIÁVEL



FONTE: O autor (2021).

TABELA 69 – COMPARAÇÕES DAS SOLUÇÕES ANALÍTICAS E NUMÉRICAS DO COEFICIENTE DE EMPUXO

Variáveis de projeto	Coefficiente de empuxo analítico (Q1D)	Coefficiente de empuxo numérico
1	1,6462033	1,5759152 ± 0,0000041
2	1,6424330	1,5839812 ± 0,0000064
3	1,6424607	1,5839931 ± 0,0000081
4	1,6421451	1,5841033 ± 0,0000023

FONTE: O autor (2021).

Arquivos de texto contendo as coordenadas dos perfis otimizados e as propriedades do escoamento nestes pontos estão disponíveis no seguinte link:

http://ftp.demec.ufpr.br/CFD/monografias/2021_Giovanne_lorio_mestrado

Nesse link, também estão incluídos arquivos das geometrias das tubeiras utilizadas nas comparações, apresentadas na seção seguinte.

6.3 COMPARAÇÕES

Comparações dos perfis otimizados do divergente da tubeira com geometrias da literatura são apresentadas nesta seção. As tubeiras consideradas são uma tubeira com perfil logarítmico para o divergente (MORO, 2014), uma tubeira com o perfil do divergente gerado pelo método de Rao (1958) e a tubeira base BMG45-15 (BACK; MASSIER; GIER, 1965). Todas estas tubeiras possuem o mesmo comprimento que a tubeira BMG45-15. Também são utilizadas para comparações a tubeira obtida com quatro variáveis de projeto do estudo que considerava o raio de saída fixo e a tubeira baseada na tubeira Proto 40 de Germer (2014), a qual apresentou o melhor desempenho na seção 5.3.

A tubeira logarítmica foi gerada de acordo com a metodologia de Moro (2014) e possui o raio de saída de 63,2423 mm, diferindo da apresentada na seção 5.3. Este foi o raio de saída que segundo Moro (2014) permite o coeficiente de empuxo máximo para tubeiras logarítmicas. A tubeira de Rao foi gerada pelo código MoCA (BERTOLDO, 2020) e possui raio de saída de 60,9899 mm. As tubeiras foram simuladas com o código SU2 em malhas com 64x16, 128x32, 256x64, 512x128, 1024x256 e 2048x512 volumes. As estimativas de erro/incerteza numérica das

soluções numéricas dos coeficientes de empuxo foram estimadas com o estimador GCI, o estimador Convergente e o estimador baseado em MER.

Na TABELA 70 e na TABELA 71 são apresentadas as ordens aparentes equivalentes (p_U^*) e as soluções em cada malha para a tubeira com perfil logarítmico e para a tubeira gerada pelo método de Rao, respectivamente. Nos dois perfis a ordem aparente equivalente tende a ordem esperada, a qual possui valor dois. A TABELA 72 e a TABELA 73 apresentam as soluções e as estimativas de erro/incerteza numérica obtidas com os estimadores GCI (U_{GCI}), MER (U_{MER}) e Convergente (U_C).

TABELA 70 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL LOGARÍTMICO (CASO 2)

Malha	C_F	p_U^*
64x16	1,610890	-
128x32	1,586243	-
256x64	1,581458	2,36
512x128	1,580570	2,43
1024x256	1,580378	2,21
2048x512	1,580335	2,15

FONTE: O autor (2021).

TABELA 71 – ORDENS APARENTES EQUIVALENTE PARA O PERFIL GERADO PELO MÉTODO DE RAO

Malha	C_F	p_U^*
64x16	1,603915	-
128x32	1,585692	-
256x64	1,582166	2,37
512x128	1,581384	2,17
1024x256	1,581198	2,07
2048x512	1,581153	2,04

FONTE: O autor (2021).

TABELA 72 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL LOGARÍTMICO (CASO 2)

Malha	GCI		MER		Convergente	
	C_F	U_{GCI}	C_F	U_{MER}	C_F	U_C
64x16	1,610890	-	-	-	-	-
128x32	1,586243	2,46E-02	1,57802680	2,10E-03	-	-
256x64	1,581458	1,99E-03	1,58012482	2,48E-04	1,58008369	2,21E-04
512x128	1,580570	3,70E-04	1,58034667	-2,53E-05	1,58032088	4,69E-05
1024x256	1,580378	7,99E-05	1,58031817	2,90E-06	1,58031971	5,53E-06
2048x512	1,580335	1,81E-05	1,58032139	-2,93E-07	1,58032121	8,95E-07

FONTE: O autor (2021).

TABELA 73 – SOLUÇÕES E ESTIMATIVAS DE ERRO/INCERTEZA NUMÉRICA PARA O PERFIL GERADO PELO MÉTODO DE RAO

Malha	GCI		MER		Convergente	
	C_F	U_{GCI}	C_F	U_{MER}	C_F	U_C
64x16	1,603915	-	-	-	-	-
128x32	1,585692	1,82E-02	1,57961817	1,57E-03	-	-
256x64	1,582166	1,47E-03	1,58118612	-4,45E-05	1,58115474	1,65E-04
512x128	1,581384	3,26E-04	1,58114031	-3,01E-06	1,58114309	1,91E-05
1024x256	1,581198	7,76E-05	1,58113748	4,56E-07	1,58113808	1,90E-06
2048x512	1,581153	1,89E-05	1,58113802	8,14E-07	1,58113803	2,55E-07

FONTE: O autor (2021).

Os coeficientes de empuxo mais acurados para estas duas tubeiras estão apresentados na TABELA 74, a qual também inclui as estimativas de erro numérico das soluções calculadas. A FIGURA 37 apresenta os perfis dos divergentes da tubeira logarítmica e da tubeira de Rao. Também são incluídos na figura o perfil otimizado obtido com quatro variáveis de projeto e o perfil da tubeira base.

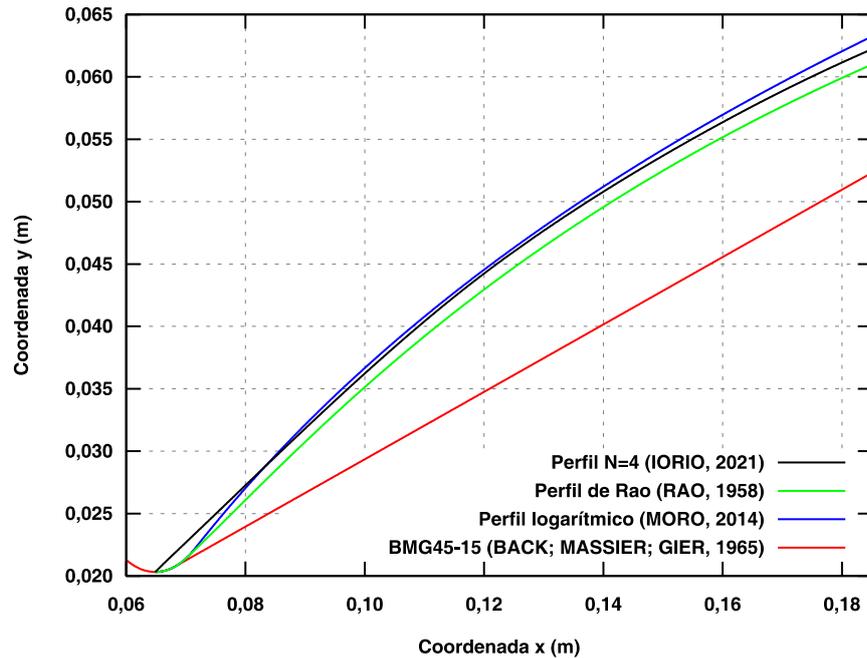
TABELA 74 – COEFICIENTES DE EMPUXO DAS GEOMETRIAS DE COMPARAÇÃO OBTIDOS EM MALHAS COM 2048x512 VOLUMES E SUAS ESTIMATIVAS DE ERRO PARA O CASO COM O RAO DE SAÍDA VARIÁVEL

Geometria	Estimativa de erro	Coefficiente de empuxo	Raio de saída (mm)
Logarítmica	-2,93E-07	1,58032139 - 0,00000029	63,2423
Rao	2,55E-07	1,58113803 ± 0,00000026	60,9899

FONTE: O autor (2021).

A TABELA 75 apresenta as diferenças relativas (DR) entre os valores nominais das soluções dos perfis otimizados e das soluções de comparação. Também são apresentadas as diferenças relativas entre os perfis e a geometria obtida no capítulo 5 com quatro variáveis de projeto e raio de saída fixo. Os perfis otimizados obtiveram coeficientes de empuxo até 1,37% mais elevados que o obtido pela tubeira BMG45-15. Nas comparações com a tubeira de Rao, os perfis obtidos com duas, três e quatro variáveis de projeto apresentaram coeficientes de empuxo superiores. Além disso, nota-se que os perfis otimizados obtidos neste capítulo apresentaram desempenho superior aos obtidos no estudo com o raio de saída fixo, sendo que até mesmo o perfil cônico obtido com uma única variável de projeto apresentou coeficiente de empuxo mais elevado. O perfil otimizado com quatro variáveis de projeto apresentou coeficiente de empuxo superior as demais geometrias.

FIGURA 37 – PERFIS DE COMPARAÇÃO PARA O CASO COM O RAIÃO DE SAÍDA VARIÁVEL



FONTE: O autor (2021).

TABELA 75 – DIFERENÇAS RELATIVAS ENTRE OS COEFICIENTES DE EMPUXO DAS GEOMETRIAS DE COMPARAÇÃO E DAS OTIMIZADAS COM O RAIÃO DE SAÍDA VARIÁVEL

Geometria	Coefficiente de empuxo	DR(C_F) N1	DR(C_F) N2	DR(C_F) N3	DR(C_F) N4
BMG45-15	1,56267356	0,847%	1,3635%	1,3643%	1,37%
Logarítmica	1,58032139	-0,279%	0,2316%	0,2323%	0,239%
Proto 40	1,581962	-0,382%	0,1276%	0,1284%	0,135%
Rao	1,58113803	-0,330%	0,180%	0,181%	0,188%
N4 (raio fixo)	1,5752437	0,043%	0,5547%	0,5554%	0,562%

FONTE: O autor (2021).

7 CONCLUSÃO

Nesta dissertação foi realizada a otimização da geometria da seção divergente de uma tubeira utilizando uma metodologia de otimização de forma, visando a maximização do coeficiente de empuxo. Dois casos foram considerados: raio de saída fixo e raio de saída variável. Aumento de coeficiente de empuxo de até 1,37% em relação ao perfil base BMG45-15 (BACK; MASSIER; GIER, 1965) foi obtido. Para o caso com o raio de saída fixo, a otimização do divergente não superou o coeficiente de empuxo da tubeira Proto 40 de Germer (2014), a qual é similar a tubeira base, mas com a geometria do convergente modificada. Este resultado foi superado na otimização que considerou o raio de saída variável. Além disso, com a metodologia utilizada, foram obtidos perfis com coeficientes de empuxo superiores aos alcançados por tubeiras geradas pelo método de Rao (1958) para o mesmo comprimento.

Para as otimizações foi utilizado o algoritmo de otimização de Evolução Diferencial (DE, do inglês, *Differential Evolution*) da biblioteca Pagmo (BISCANI; IZZO, 2020) em conjunto com o código de simulação numérica SU2 (ECONOMON et al., 2016) para avaliar numericamente as geometrias. Nestas simulações, o escoamento foi modelado pelas Equações de Euler. Foram realizadas a verificação da solução do modelo numérico de Euler implementado no código SU2 e a validação do modelo matemático de Euler na solução do escoamento interno em uma tubeira, de modo a quantificar o erro numérico e o erro de modelagem.

As otimizações foram realizadas com um, dois, três e quatro pontos de otimização e diferentes níveis de refino da malha com o intuito de avaliar o efeito desses parâmetros. Quanto ao efeito do refino da malha nas geometrias ótimas, constatou-se que com o refino da malha as coordenadas radiais dos pontos de otimização apresentam menores diferenças e tendem a um valor fixo. Ainda, concluiu-se que o aumento no número de pontos de otimização não produz aumento significativo no coeficiente de empuxo, sendo que esse aumento é mais expressivo na variação de um ponto de otimização para dois pontos de otimização. Além disso, no caso com o raio de saída variável, dois pontos de otimização foram suficientes para superar o desempenho de tubeiras geradas pelo método de Rao.

7.1 CONTRIBUIÇÕES

As principais contribuições dessa dissertação são:

- Desenvolveu-se uma metodologia de otimização capaz de obter geometrias com coeficiente de empuxo superiores aos de Rao, além de ser uma metodologia aplicável a outros problemas de CFD;
- Realizou-se a verificação da solução do modelo numérico de Euler implementado no código SU2 e a validação do modelo matemático de Euler na solução do escoamento em uma tubeira;
- Apresentou-se um estudo do desempenho de algoritmos de otimização estocásticos em um problema de CFD;
- Investigou-se o efeito do tamanho da população quanto à qualidade da solução e ao esforço computacional para um algoritmo baseado na Evolução Diferencial;
- Mostrou-se a aplicação de algoritmos de otimização em problemas de otimização de forma em CFD;
- Determinou-se as geometrias ótimas de tubeiras com até quatro pontos de otimização e documentou-se os coeficientes de empuxo, coordenadas dos pontos de otimização, tempos de otimização e números de chamadas da função objetivo;
- Apresentaram-se estudos do efeito do número de variáveis de projeto e do refino da malha na geometria ótima.

7.2 TRABALHOS FUTUROS

Com base nessa dissertação, são dadas as seguintes sugestões para trabalhos futuros:

- Realizar a otimização conjunta da geometria do convergente e do divergente da tubeira. Germer (2014) mostrou que a geometria do convergente possui tanto impacto no desempenho da tubeira quanto a geometria do divergente. Ainda, a sua tubeira Proto 40, que tem modificações apenas no convergente, apresentou aumento de desempenho em relação à tubeira base similar aos perfis otimizados obtidos neste trabalho;

- Otimizar a geometria da tubeira considerando a trajetória de voo do foguete, visto que durante o voo a tubeira trabalha em distintas condições de operação;
- Otimização multiobjetivo visando a maximização do coeficiente de empuxo e a minimização do peso. As tubeiras otimizadas obtidas neste trabalho apresentaram aumento na área superficial da parede do divergente, refletindo em um aumento de massa da tubeira. Dessa forma, na prática o aumento de desempenho obtido pode não significar o ganho real;
- Estender o trabalho de Moro (2014) com a avaliação de mais tipos de curvas para gerar a geometria do divergente da tubeira, como curvas parabólicas e curvas do tipo lei de potência. A utilização de curvas permite a geração mais simples e fácil de contornos de tubeiras;
- Explorar a influência da variação dos parâmetros dos algoritmos de otimização nos resultados da otimização. Parâmetros como a probabilidade de cruzamento e a variante de mutação estão diretamente relacionados ao funcionamento dos algoritmos, assim, influenciando o desempenho deles;
- Investigar métodos para reduzir o custo computacional e o tempo de otimização, como o uso de métodos para a predição de escoamentos e o acoplamento de técnicas de aprendizado de máquina em algoritmos de otimização estocásticos. A inclusão na população inicial de geometrias de referência da literatura que possuam um bom desempenho também poderia ser benéfica para a aceleração das otimizações. Também pode ser avaliado o uso de técnicas de processamento paralelo em GPU para reduzir o tempo das simulações numéricas.

REFERÊNCIAS

AGÊNCIA ESPACIAL BRASILEIRA. **Programa Nacional de Atividades Espaciais: PNAE: 2012-2021**. Brasília: 2012.

ALLMAN, J. G.; HOFFMAN, J. D. Design of maximum thrust nozzle contours by direct optimization methods. **AIAA Journal**, v. 19, n. 6, p. 750-751, jun. 1981. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/3.50999>. Acesso em: 13 jan. 2021.

ANDERSON JÚNIOR, J. D. **Fundamentals of aerodynamics**. 6. ed. Nova Iorque: McGraw-Hill Education, 2017.

ARIANEGROUP. **HM7B engine**. Paris: ArianeGroup, 2017. Disponível em: https://www.ariane.group/wp-content/uploads/2020/06/HM7B_2017_11_PS_EN_Web.pdf. Acesso em: 22 jun. 2021.

ARORA, R. K. **Optimization: algorithms and applications**. Boca Raton: CRC Press, 2015.

ASME. **ASME V&V 20-2009: Standard for verification and validation in computational fluid dynamics and heat transfer**. Nova Iorque, 2009.

BACK, L. H.; MASSIER, P. F.; GIER, H. L. Comparison of measured and predicted flows through conical supersonic nozzles, with emphasis on the transonic region. **AIAA Journal**, v. 3, n. 9, p. 1606–1614, set. 1965. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/3.3216>. Acesso em: 13 jan. 2021.

BERTOLDO, G. **MoCA - method of characteristics for axisymmetric flows**. Versão 1.0.0, 3 set. 2020. Disponível em: <https://github.com/gbertoldo/MoCA>. Acesso em: 13 jan. 2021.

BISCANI, F.; IZZO, D. **esa/pagmo2: pagmo 2.15.0**. Versão 2.15.0, 2 abr. 2020. Disponível em: <http://doi.org/10.5281/zenodo.3738182>. Acesso em: 13 jan. 2021.

BLOOMER, H. E.; ANTL, R. J.; RENAS, P. E. **Experimental study of effects of geometric variables on performance of contoured rocket-engine exhaust nozzles**. Cleveland: National Aeronautics and Space Administration, jan. 1962. (NASA TN-D-1181).

CAI, G. et al. Performance prediction and optimization for liquid rocket engine nozzle. **Aerospace Science and Technology**, v. 11, n. 2-3, p. 155-162, mar./abr. 2007. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ast.2006.07.002>. Acesso em: 13 jan. 2021.

CAISSO, P. et al. A liquid propulsion panorama. **Acta Astronautica**, v. 65, n. 11-12, p. 1723-1737, dez. 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2009.04.020>. Acesso em: 13 jan. 2021.

ÇENGEL, Y. A.; BOLES, M. A.; KANOĞLU, M. **Thermodynamics: an engineering approach**. 9. ed. Nova Iorque: McGraw-Hill, 2019.

ECONOMON, T. D. Inviscid Supersonic Wedge. **SU2CODE**, mar. 2020. Disponível em: https://su2code.github.io/tutorials/Inviscid_Wedge/. Acesso em: 13 jan. 2021.

ECONOMON, T. D. et al. SU2: An open-source suite for multiphysics simulation and design. **AIAA Journal**, v. 54, n. 3, p. 828-846, mar. 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/1.J053813>. Acesso em: 13 jan. 2021.

FARLEY, J. M.; CAMPBELL, C. E. **Performance of several method-of-characteristics exhaust nozzles**. Cleveland: National Aeronautics and Space Administration, out. 1960. 38 p. (NASA TN-D-293). Disponível em: <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19980227854>. Acesso em: 13 jan. 2021.

FERZIGER, J. H.; PERIĆ, M.; STREET, R. L. **Computational methods for fluid dynamics**. 4. ed. Suíça: Springer, 2020.

FRITSCH, F. N.; CARLSON, R. E. Monotone piecewise cubic interpolation. **SIAM Journal on Numerical Analysis**, v. 17, n. 2, p. 238-246, 1980. Disponível em: <https://doi.org/10.1137/0717021>. Acesso em: 13 jan. 2021.

GEUZAINÉ, C.; REMACLE, J. F. Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 79, n. 11, p. 1309-1331, mai. 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.1002/nme.2579>. Acesso em: 13 jan. 2021.

GODDARD, R. H. A method of reaching extreme altitudes. **Smithsonian Miscellaneous Collections**, v. 71, n. 2, 1919. Disponível em: <https://transcription.si.edu/project/8542>. Acesso em: 13 jan. 2021.

GOLDBERG, D. E. **Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning**. Massachusetts: Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., 1989.

GUARDONE, A.; VIGEVANO, L. Finite element/volume solution to axisymmetric conservation laws. **ELSEVIER Journal of Computational Physics**, v. 224, n. 2, p. 489-518, jun. 2007. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2006.08.018>. Acesso em: 13 jan. 2021.

HEINEMAN JÚNIOR, W. **Design Mass Properties II – Mass estimating and forecasting for aerospace vehicles based on historical data**. Houston: National Aeronautics and Space Administration, nov. 1994. 174 p. (JSC- 26098). Disponível em: http://www.alternatewars.com/BBOW/Space/JSC-26098_Design_Mass_Properties_II.pdf. Acesso em: 13 jan. 2021.

HIRSCH, C. **Numerical computation of internal and external flows: fundamentals of computational fluid dynamics**. 2. ed. Oxford: Elsevier, 2007.

HOFFMAN, J. Design of compressed truncated perfect nozzles. **Journal of Propulsion and Power**, v. 3, n. 2, p. 150-156, mar. 1987. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/3.22967>. Acesso em: 13 jan. 2021.

HOLLAND, J. H. Genetic algorithms. **Scientific American**, v. 267, n. 1, p. 66-72, jul. 1992. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1038/scientificamerican0792-66>. Acesso em: 13 jan. 2021.

HORN, M.; FISHER, S. **Dual-bell altitude compensating nozzles**. Pennsylvania: National Aeronautics and Space Administration, nov. 1993. 8 p. (NASA 94N23057). Disponível em: <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19940018584>. Acesso em: 13 jan. 2021.

HUSSAINI, M. M.; KORTE, J. J. **Investigation of low-Reynolds-number rocket nozzle design using PNS-based optimization procedure**. Hampton: National Aeronautics and Space Administration, nov. 1996. 13 p. (NASA TM-110295). Disponível em: <https://ntrs.nasa.gov/search.jsp?R=19970004933>. Acesso em: 13 jan. 2021.

HUZEL, D. K.; HUANG, D. H. **Modern engineering for design of liquid-propellant rocket engines**. Washington: AIAA, 1992. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/4.866197>. Acesso em: 13 jan. 2021.

IORIO, G. D.; BERTOLDO, G.; MARCHI, C. H. **Numerical solution of internal flow through a de laval nozzle based on the Euler model with the SU2 code: verification and validation**. In: BRAZILIAN CONGRESS OF THERMAL SCIENCES AND ENGINEERING - ENCIT, 18., 2020, Online. Anais... Rio Grande do Sul: Bento Gonçalves, 2020. Disponível em: http://ftp.demec.ufpr.br/CFD/artigos_congressos/2020_Giovanne_Bertoldo_Marchi_ENCIT.pdf. Acesso em: 13 jan. 2021.

JAMESON, A.; SCHMIDT, W.; TURKEL, E. Numerical solution of the Euler equations by finite volume methods using Runge Kutta time stepping schemes. **AIAA Meeting Paper**, jun. 1981. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/6.1981-1259>. Acesso em: 13 jan. 2021.

JONES, H. W. **The recent large reduction in space launch cost**. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENVIRONMENTAL SYSTEMS, 48., 2018, Albuquerque. Disponível em: <https://ntrs.nasa.gov/citations/20200001093>. Acesso em: 22 jun. 2021.

KOCHENDERFER, M. J.; WHEELER, T. A. **Algorithms for optimization**. Massachusetts: MIT Press, 2019.

NAKKA, R. A. **Solid propellant rocket motor design and testing**. 1984. 93 f. Tese (Bacharel em Engenharia Mecânica) — Faculdade de Engenharia, Universidade de Manitoba, Manitoba, 1984. Disponível em: <https://www.nakka-rocketry.net/download.html>. Acesso em: 13 jan. 2021.

MARCHI, C. H. **Verificação de soluções numéricas unidimensionais em dinâmica dos fluidos**. Orientador: Antônio Fábio Carvalho da Silva. 2001. 305 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001. Disponível em: <http://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/81533>. Acesso em: 13 jan. 2021.

MARCHI, C. H.; SILVA, A. F. C. Unidimensional numerical solution error estimation for convergent apparent order. **Numerical Heat Transfer Part B**, v. 42, n. 2. p. 167-188, jul. 2002. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/10407790190053888>. Acesso em: 13 jan. 2021.

MARIN, F.; ROHATGI, A.; CHARLOT, S. WebPlotDigitizer, a polyvalent and free software to extract spectra from old astronomical publications: application to ultraviolet spectropolarimetry. **French Society of Astronomy & Astrophysics**, ago. 2017. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1708.02025>. Acesso em: 13 jan. 2021.

MARTINS, M. A. **Multiextrapolação de Richardson com interpolação para reduzir e estimar o erro de discretização em CFD**. Orientador: Carlos Henrique Marchi. 2013. 200 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1884/34635>. Acesso em: 13 jan. 2021.

MORO, D. F. **Efeito da geometria do bocal divergente sobre o empuxo de motor-foguete operando no vácuo**. Orientador: Carlos Henrique Marchi. 2014. 99 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2014. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1884/36990>. Acesso em: 13 jan. 2021.

PALACIOS, F. et al. Stanford University Unstructured (SU2): An open- Source Integrated Computational Environment for Multi-Physics Simulation and Design. **AIAA Paper**, jan. 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/6.2013-287>. Acesso em: 13 jan. 2021.

PRITCHARD, P. J. **Fox and McDonald's introduction to fluid mechanics**. 8. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2011.

RADTKE, J. J.; BERTOLDO, G.; MARCHI, C. H. DEPP - differential evolution parallel program. **Journal of Open Source Software**, v. 5, n. 47. mar. 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.21105/joss.01701>. Acesso em: 13 jan. 2021.

RAMÍREZ, A.; SIMONS, C. Evolutionary computing frameworks for optimisation. **Overload Journal**, v. 142, p. 14-19, dez. 2017. Disponível em: <https://accu.org/index.php/journals/c380/>. Acesso em: 13 jan. 2021.

RAO, G. V. R. Exhaust nozzle contour for optimum thrust. **Journal of Jet Propulsion**, v. 28, n. 6, p. 377-382, jun. 1958. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/8.7324>. Acesso em: 13 jan. 2021.

RAO, G. V. R. Approximation of optimum thrust nozzle contour. **ARS Journal**, v. 30, n. 6, p. 561, jun. 1960. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/8.5151>. Acesso em: 13 jan. 2021.

RICHARDSON, L. F. The approximate arithmetical solution by finite differences of physical problems involving differential equations, with an application to the stresses in a masonry dam. **Philosophical Transactions of the Royal Society A**, v. 210, p. 307-357, mar. 1910. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/90994>. Acesso em: 13 jan. 2021.

ROACHE, P. J. Perspective: a method for uniform reporting of grid refinement studies. **Journal of Fluids Engineering-Transactions of the ASME**, v. 116, n. 3, p. 405-413, set. 1994. Disponível em: <https://doi.org/10.1115/1.2910291>. Acesso em: 13 jan. 2021.

ROACHE, P. J. **Fundamentals of verification and validation**. Albuquerque: Hermosa, 2009.

SOKOLOWSKI, J.; ZOLELIO, J. P. **Introduction to shape optimization: shape sensitivity analysis**. Berlin: Springer, 1992. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/978-3-642-58106-9>. Acesso em: 13 jan. 2021.

SPACE X. **Making life multiplanetary**. In: INTERNATIONAL ASTRONAUTICAL CONGRESS, 2016, México.

STARK, R. et al. Ariane 5 performance optimization using dual-bell nozzle extension. **Journal of Spacecraft and Rockets**, AIAA, v. 53, n. 4, p. 743-750, jul. 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.2514/1.A33363>. Acesso em: 13 jan. 2021.

STORN, R.; PRICE, K. Differential Evolution – a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. **Journal of Global Optimization**, v. 11, p. 341-359, 1997. Disponível em: <https://doi.org/10.1023/A:1008202821328>. Acesso em: 13 jan. 2021.

SUTTON, G. P.; BIBLARZ, O. **Rocket propulsion elements**. 9. ed. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2016.

ZIELINSKI, K.; PETERS, D.; LAUR, R. **Stopping criteria for single-objective optimization**. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTATIONAL INTELLIGENCE, ROBOTICS AND AUTONOMOUS SYSTEMS, 3., 2005, Singapura.

APÊNDICE A – DEFINIÇÃO DO TAMANHO DA POPULAÇÃO

Este apêndice contém a experimentação numérica que foi realizada para definir o tamanho da população. Os experimentos foram realizados em malhas com 128x32 volumes e com o número de variáveis de projeto (N) variando de um a quatro. Foram avaliadas populações com 10, 20, 30 e 40 indivíduos. Adicionalmente, foi avaliada uma população com cinco indivíduos para o caso com uma única variável de projeto. As otimizações foram encerradas quando a distância máxima dos indivíduos de uma geração em relação ao indivíduo mais bem avaliado fosse menor do que 10^{-6} . Também foi utilizado um critério de parada adicional para interromper o processo caso não houvesse melhora no valor ótimo em 300 gerações.

Para este estudo foi utilizado o código DEPP com o algoritmo Evolução Diferencial hibridizado com o Método das Superfícies de Resposta (DE-RSM, do inglês, *Differential Evolution hybridized with Response Surface Methodology*). A configuração utilizada para o algoritmo DE-RSM está apresentada no APÊNDICE D. Foi definido que as coordenadas radiais possuem como limite inferior o raio da garganta r_t e limite superior o raio da saída da tubeira $r_{saída}$, assim $r_t \leq y \leq r_{saída}$. Essas otimizações foram realizadas para o caso com o raio da saída fixo.

Os resultados das otimizações são apresentados nas tabelas 76 a 79. Nessas tabelas, são apresentados os coeficientes de empuxo das tubeiras otimizadas, os tempos de otimização e os números de chamadas da função objetivo, o que indica o número de simulações realizadas. Também são apresentados para cada otimização o número de gerações e o tamanho da população. Os valores dos coeficientes de empuxo são apresentados com dez casas decimais para que sejam visíveis as diferenças entre as soluções. Todas as otimizações foram encerradas pelo critério de distância máxima.

TABELA 76 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O TAMANHO DA POPULAÇÃO NO PROBLEMA COM UMA VARIÁVEL DE PROJETO

População	Coefficiente de empuxo	Chamadas da função	Tempo (min)	Gerações
5	1,5812373285	115	4,46	23
10	1,5812373322	200	6,90	20
20	1,5812373334	400	13,35	20
30	1,5812373332	570	19,53	19
40	1,5812373326	920	31,13	23

FONTE: O autor (2021).

TABELA 77 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O TAMANHO DA POPULAÇÃO NO PROBLEMA COM DUAS VARIÁVEIS DE PROJETO

População	Coefficiente de empuxo	Chamadas da função	Tempo (h)	Gerações
10	1,5812027366	753	0,60	80
20	1,5812027365	1377	1,08	71
30	1,5812027366	2099	1,59	73
40	1,5812027364	2844	2,22	74

FONTE: O autor (2021).

TABELA 78 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O TAMANHO DA POPULAÇÃO NO PROBLEMA COM TRÊS VARIÁVEIS DE PROJETO

População	Coefficiente de empuxo	Chamadas da função	Tempo (h)	Gerações
10	1,5815646513	797	0,60	80
20	1,5815646524	2032	1,45	102
30	1,5815646520	2738	1,93	92
40	1,5815646520	3868	2,63	97

FONTE: O autor (2021).

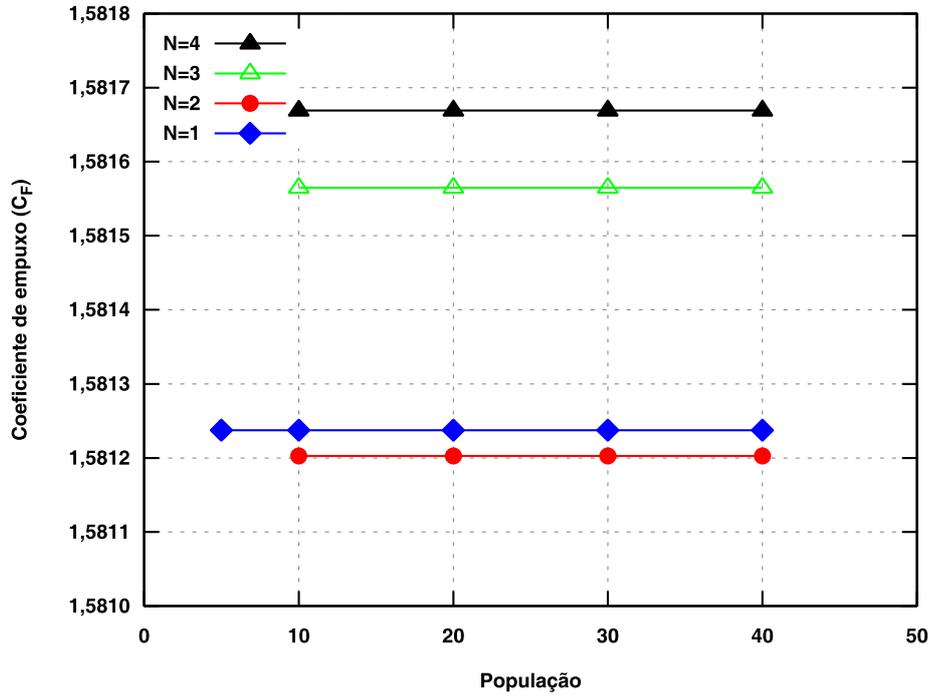
TABELA 79 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAR O TAMANHO DA POPULAÇÃO NO PROBLEMA COM QUATRO VARIÁVEIS DE PROJETO

População	Coefficiente de empuxo	Chamadas da função	Tempo (h)	Gerações
10	1,5816691736	2072	1,45	210
20	1,5816691766	5484	3,42	275
30	1,5816691762	7272	4,68	243
40	1,5816691766	9812	6,12	246

FONTE: O autor (2021).

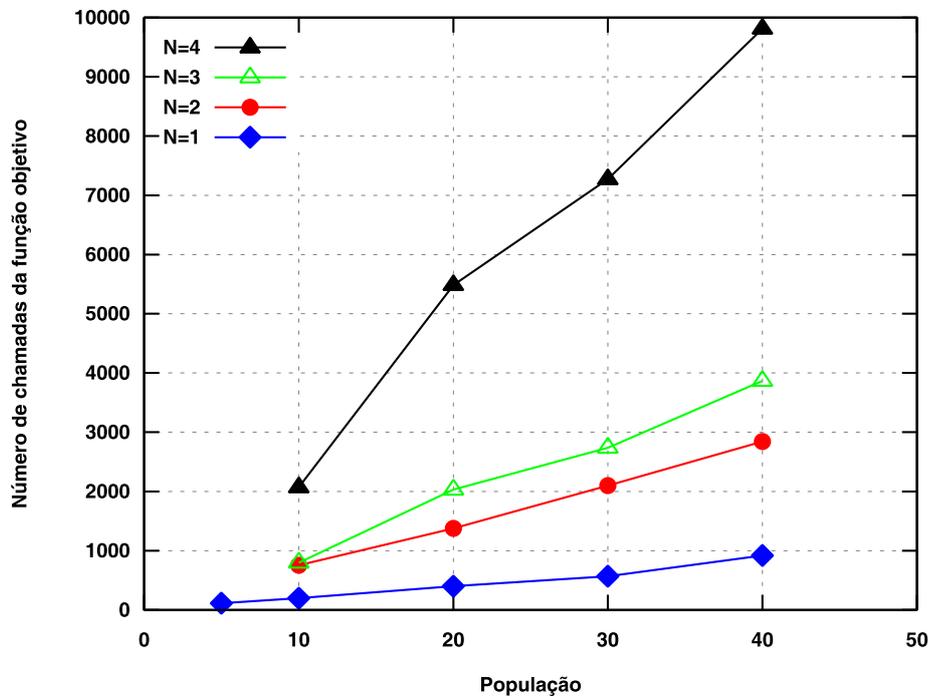
A FIGURA 38 e a FIGURA 39 apresentam, respectivamente, a variação dos coeficientes de empuxo obtido das otimizações e do número de chamadas da função objetivo pelo tamanho da população utilizada. Com base nessas figuras e dos resultados apresentados nas tabelas anteriores, conclui-se que o tamanho da população tem pouca influência no resultado da otimização para o problema em estudo. Porém, quanto maior a população, maior o impacto no custo computacional para resolver a otimização. Dessa forma, nas demais otimizações deste trabalho foram utilizadas populações com dez indivíduos.

FIGURA 38 – EFEITO DO TAMANHO DA POPULAÇÃO NOS COEFICIENTES DE EMPUXO OBTIDOS NAS OTIMIZAÇÕES



FONTE: O autor (2021).

FIGURA 39 – EFEITO DO TAMANHO DA POPULAÇÃO NO NÚMERO DE CHAMADAS DA FUNÇÃO OBJETIVO



FONTE: O autor (2021).

APÊNDICE B – SELEÇÃO DO ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO

Neste estudo os algoritmos Evolução Diferencial (DE, do inglês, *Differential Evolution*), Evolução Diferencial Auto Adaptativa (SADE, do inglês, *Self-adaptive Differential Evolution*), Evolução Diferencial 1220 (DE1220, do inglês, *Differential Evolution 1220*), Estratégia Evolutiva com Adaptação da Matriz de Covariância (CMA-ES, do inglês, *Covariance Matrix Adaptation Evolutionary Strategy*) e Evolução Diferencial hibridizado com o Método das Superfícies de Resposta (DE-RSM, do inglês, *Differential Evolution hybridized with Response Surface Methodology*) foram avaliados no problema de otimização do contorno do divergente de tubeira. As otimizações foram realizadas em malhas com 64x16, 128x32 e 256x64 volumes e com o número de variáveis de projeto (N) variando de um a quatro. As variáveis de projeto representam as coordenadas radiais dos pontos de otimização no divergente da tubeira. Essas coordenadas radiais possuem como limite inferior o raio da garganta r_t e limite superior o raio da saída da tubeira $r_{saída}$, assim $r_t \leq y \leq r_{saída}$. Essas otimizações foram realizadas para o caso com o raio da saída fixo.

Assim como no APÊNDICE A, as otimizações foram encerradas quando a distância máxima dos indivíduos de uma geração em relação ao indivíduo mais bem avaliado fosse menor do que 10^{-6} ou caso não houvesse melhora no valor ótimo em 300 gerações. Ainda, com base nos resultados do APÊNDICE A, foi utilizada uma população de dez indivíduos. No APÊNDICE C e no APÊNDICE D estão apresentadas as configurações utilizadas para os algoritmos da biblioteca Pagmo e para o algoritmo DE-RSM do código DEPP, respectivamente.

Os resultados das otimizações são apresentados nas tabelas 80 a 91. Nessas tabelas, são apresentados para cada otimização o coeficiente de empuxo da tubeira otimizada, o número de chamadas da função objetivo e o tempo de otimização. Também são apresentados os números de gerações e os algoritmos utilizados. Os valores dos coeficientes de empuxo são apresentados com dez casas decimais para que sejam visíveis as diferenças entre as soluções. O algoritmo CMA-ES não conseguiu resolver o problema com quatro variáveis de projeto, mesmo com mais de 150 tentativas. As demais otimizações foram encerradas pelo critério de distância máxima. As figuras 40, 41 e 42 apresentam graficamente os resultados do número de chamadas da função objetivo para os algoritmos avaliados.

TABELA 80 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=1 E MALHA 64x16

Algoritmo	Coefficiente de empuxo	Chamadas da função	Tempo (min)	Gerações
DE-RSM	1,6089539735	160	1,68	16
DE	1,6089539729	220	1,86	22
DE1220	1,6089539735	270	2,26	27
SADE	1,6089539729	250	2,19	25
CMA-ES	1,6089539728	201	1,76	21

FONTE: O autor (2021).

TABELA 81 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=2 E MALHA 64x16

Algoritmo	Coefficiente de empuxo	Chamadas da função	Tempo (min)	Gerações
DE-RSM	1,6141685840	857	9,98	92
DE	1,6141685796	651	6,85	83
DE1220	1,6141685318	535	5,80	113
SADE	1,6141685848	513	5,54	73
CMA-ES	1,6141685802	572	6,36	83

FONTE: O autor (2021).

TABELA 82 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=3 E MALHA 64x16

Algoritmo	Coefficiente de empuxo	Chamadas da função	Tempo (min)	Gerações
DE-RSM	1,6267126497	1353	16,58	195
DE	1,6267126254	1040	9,64	142
DE1220	1,6267126555	1526	12,20	236
SADE	1,6267126462	1338	11,86	201
CMA-ES	1,6267123635	614	5,80	129

FONTE: O autor (2021).

TABELA 83 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=4 E MALHA 64x16

Algoritmo	Coefficiente de empuxo	Chamadas da função	Tempo (min)	Gerações
DE-RSM	1,6287361813	2634	29,82	362
DE	1,6287361683	1637	15,18	255
DE1220	1,6287361806	2796	20,17	503
SADE	1,6287361740	1985	15,28	383
CMA-ES	-	-	-	-

FONTE: O autor (2021).

TABELA 84 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=1 E MALHA 128x32

Algoritmo	Coefficiente de empuxo	Chamadas da função	Tempo (min)	Gerações
DE-RSM	1,5812373333	170	6,04	17
DE	1,5812373118	250	8,95	25
DE1220	1,5812373246	190	6,43	19
SADE	1,5812373330	260	8,40	26
CMA-ES	1,5812373308	225	7,51	23

FONTE: O autor (2021).

TABELA 85 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=2 E MALHA 128x32

Algoritmo	Coefficiente de empuxo	Chamadas da função	Tempo (min)	Gerações
DE-RSM	1,5812027363	680	30,46	73
DE	1,5812027356	510	22,43	84
DE1220	1,5812027349	579	25,09	95
SADE	1,5812027364	747	30,20	136
CMA-ES	1,5812027309	539	25,66	90

FONTE: O autor (2021).

TABELA 86 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=3 E MALHA 128x32

Algoritmo	Coefficiente de empuxo	Chamadas da função	Tempo (min)	Gerações
DE-RSM	1,5815646505	865	36,48	87
DE	1,5815646498	712	30,88	107
DE1220	1,5815646502	922	38,20	123
SADE	1,5815646492	733	29,24	128
CMA-ES	1,5815646494	686	31,47	143

FONTE: O autor (2021).

TABELA 87 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=4 E MALHA 128x32

Algoritmo	Coefficiente de empuxo	Chamadas da função	Tempo (min)	Gerações
DE-RSM	1,5816691748	2045	82,36	206
DE	1,5816691724	1117	46,08	186
DE1220	1,5816691719	1300	52,37	273
SADE	1,5816621130	1321	52,06	231
CMA-ES	-	-	-	-

FONTE: O autor (2021).

TABELA 88 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=1 E MALHA 256x64

Algoritmo	Coefficiente de empuxo	Chamadas da função	Tempo (min)	Gerações
DE-RSM	1,5749621434	130	39,30	13
DE	1,5749621299	220	52,26	22
DE1220	1,5749621430	240	55,97	24
SADE	1,5749621454	190	43,11	19
CMA-ES	1,5749621459	214	41,93	22

FONTE: O autor (2021).

TABELA 89 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=2 E MALHA 256x64

Algoritmo	Coefficiente de empuxo	Chamadas da função	Tempo (h)	Gerações
DE-RSM	1,5751784534	606	3,05	62
DE	1,5751784529	568	2,74	105
DE1220	1,5751784526	535	2,58	160
SADE	1,5751784511	503	2,62	69
CMA-ES	1,5751784526	562	3,03	108

FONTE: O autor (2021).

TABELA 90 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=3 E MALHA 256x64

Algoritmo	Coefficiente de empuxo	Chamadas da função	Tempo (h)	Gerações
DE-RSM	1,5752625590	868	4,21	88
DE	1,5752625583	601	2,90	114
DE1220	1,5752625589	666	2,95	110
SADE	1,5752625586	752	3,44	115
CMA-ES	1,5752625585	465	2,73	119

FONTE: O autor (2021).

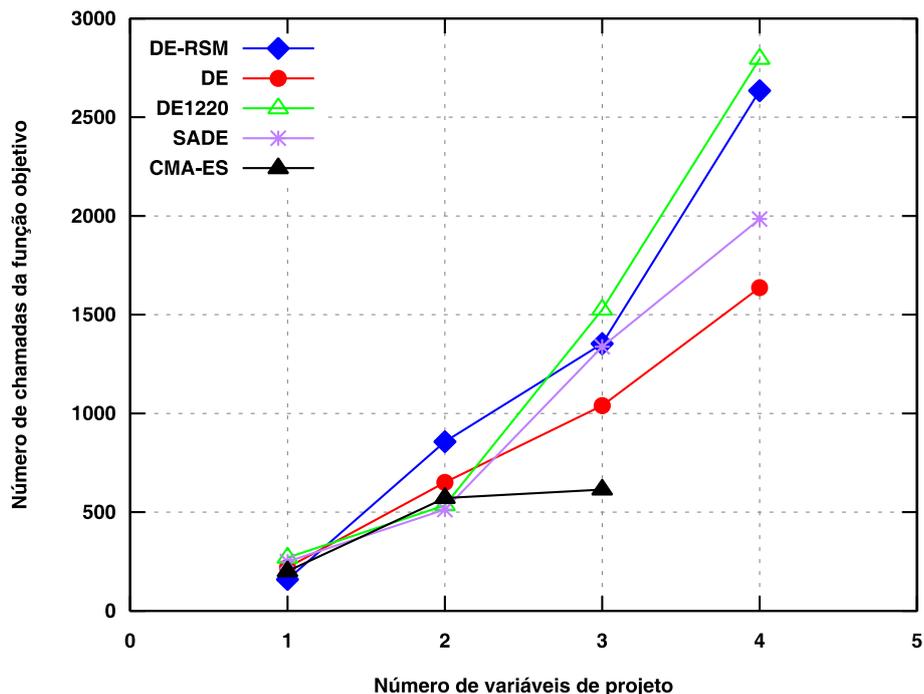
TABELA 91 – RESULTADOS DAS OTIMIZAÇÕES PARA AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DOS ALGORITMOS NO PROBLEMA COM N=4 E MALHA 256x64

Algoritmo	Coefficiente de empuxo	Chamadas da função	Tempo (h)	Gerações
DE-RSM	1,5752908216	1293	6,62	131
DE	1,5752908215	1024	4,83	332
DE1220	1,5752908215	921	4,13	220
SADE	1,5752908183	1325	6,12	388
CMA-ES	-	-	-	-

FONTE: O autor (2021).

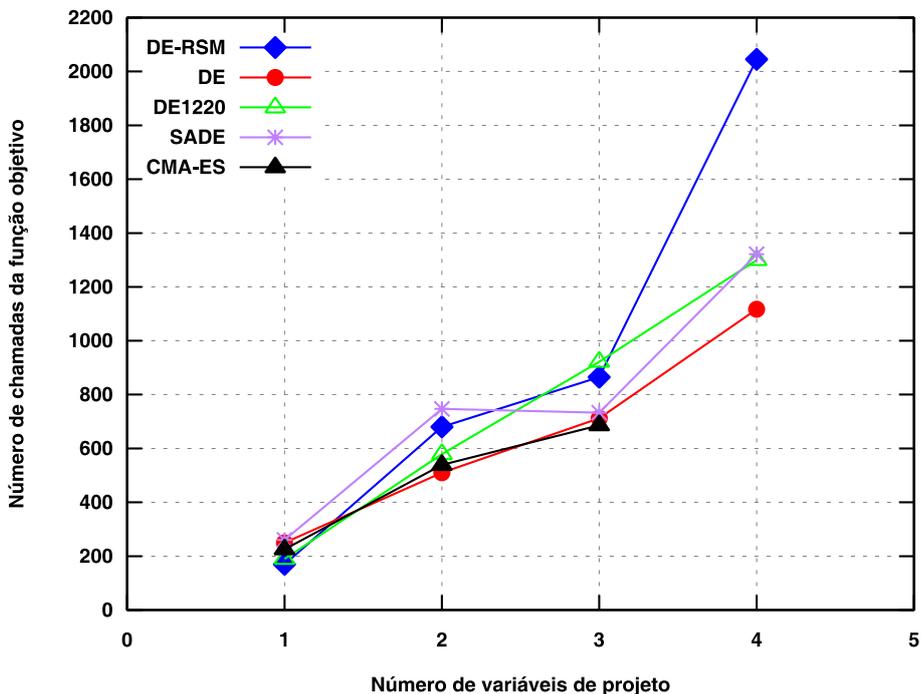
Das tabelas anteriores, percebe-se que as soluções obtidas pelos algoritmos apresentam pequenas diferenças para um determinado número de variáveis de projeto e nível de refino. Além disso, nota-se que a solução é superestimada nas malhas mais grossas.

FIGURA 40 – NÚMERO DE CHAMADAS DA FUNÇÃO OBJETIVO PELO NÚMERO DE VARIÁVEIS DE PROJETO POR ALGORITMO EM MALHAS COM 64x16 VOLUMES



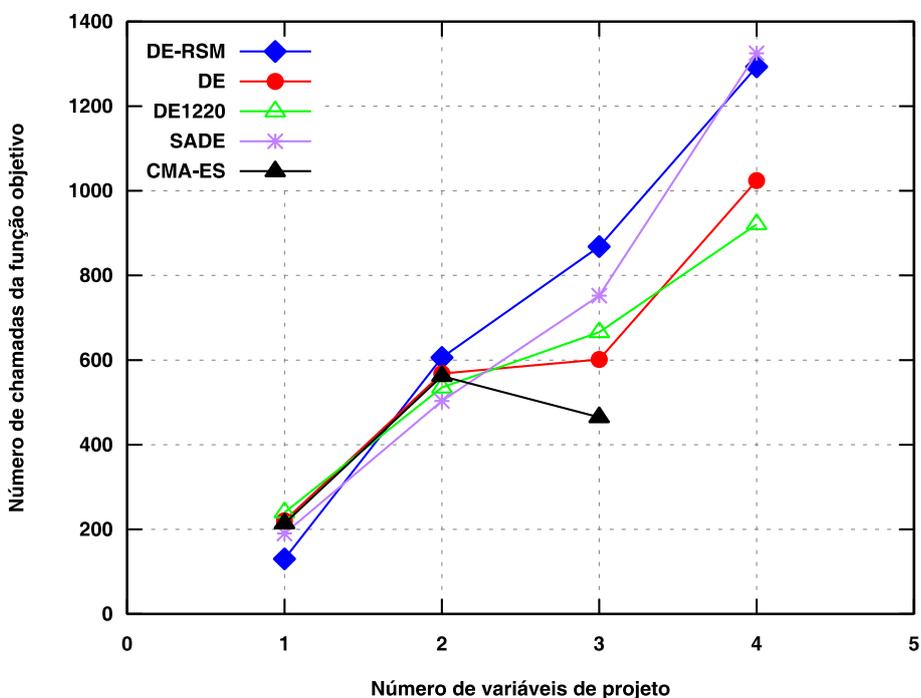
FONTE: O autor (2021).

FIGURA 41 – NÚMERO DE CHAMADAS DA FUNÇÃO OBJETIVO PELO NÚMERO DE VARIÁVEIS DE PROJETO POR ALGORITMO EM MALHAS COM 128x32 VOLUMES



FONTE: O autor (2021).

FIGURA 42 – NÚMERO DE CHAMADAS DA FUNÇÃO OBJETIVO PELO NÚMERO DE VARIÁVEIS DE PROJETO POR ALGORITMO EM MALHAS COM 256x64 VOLUMES



FONTE: O autor (2021).

A avaliação dos algoritmos foi realizada levando em consideração o número de chamadas da função objetivo e utilizando a equação (65) para obter uma pontuação s para cada algoritmo.

$$s = \sum_{m=1}^3 \left[\frac{m}{3} \sum_{N=1}^4 \left(\frac{N}{4} N_{f,m,N} \right) \right] \quad (65)$$

Na equação (65) N_f é o número de chamadas da função objetivo para um dado número de variáveis de projeto N e um dado nível de refino m . Nessa equação os resultados das otimizações obtidos em malhas mais finas e com números mais elevados de variáveis de projeto possuem mais peso. Assim, as otimizações em malhas com 256x64 volumes e com quatro variáveis de projeto foram mais significantes para a classificação dos algoritmos de otimização. Cada pontuação foi normalizada com o uso da equação (66) e estão apresentadas na TABELA 92. Embora o algoritmo CMA-ES tenha apresentado um excelente desempenho na otimização com três variáveis de projeto, ele foi descartado visto que não foi capaz de otimizar o problema com quatro variáveis de projeto.

$$s = \left[\frac{s}{\text{mínimo}(s)} \right]^{-1} \quad (66)$$

TABELA 92 – CLASSIFICAÇÃO DOS ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO

Algoritmo	Pontuação
DE-RSM	0,7117
DE	1,0000
DE1220	0,8589
SADE	0,8403
CMA-ES	-

FONTE: O autor (2021).

Da TABELA 92, conclui-se que o algoritmo que obteve o melhor desempenho na otimização do contorno do divergente de tubeira foi o DE, devido ao ótimo desempenho nas otimizações com quatro variáveis de projeto, a qual possuía o peso mais elevado na pontuação. Embora na classificação o algoritmo DE-RSM do código DEPP tenha ficado em quarto colocado, este algoritmo obteve as melhores soluções em 9 das 12 otimizações realizadas e apresentou o melhor desempenho com uma

variável de projeto. Por fim, foi selecionado o algoritmo DE da biblioteca Pagmo para ser utilizado nas otimizações.

APÊNDICE C – CONFIGURAÇÃO DOS ALGORITMOS DO CÓDIGO PAGMO

Este apêndice apresenta os parâmetros utilizados nos algoritmos de otimização estocásticos da biblioteca Pagmo. Os parâmetros estão apresentados nas tabelas a seguir.

TABELA 93 – PARÂMETROS DO ALGORITMO DE

Parâmetro	Valor
Número de máximo de gerações	6000
Coefficiente de peso	0,8
Probabilidade de cruzamento	0,9
Variante de mutação	2 (rand/1/exp)
Distância máxima tolerável	0,000001
Máximo de gerações sem melhora	300

FONTE: O autor (2021).

TABELA 94 – PARÂMETROS DO ALGORITMO DE1220

Parâmetro	Valor
Número de máximo de gerações	6000
Variantes de mutação permitidas	{2,3,7,10,13,14,15,16}
Esquema de auto adaptação	1 (jDE)
Distância máxima tolerável	0,000001
Máximo de gerações sem melhora	300

FONTE: O autor (2021).

TABELA 95 – PARÂMETROS DO ALGORITMO SADE

Parâmetro	Valor
Número de máximo de gerações	6000
Variante de mutação	2 (rand/1/exp)
Esquema de auto adaptação	1 (jDE)
Distância máxima tolerável	0,000001
Máximo de gerações sem melhora	300

FONTE: O autor (2021).

TABELA 96 – PARÂMETROS DO ALGORITMO CMA-ES

Parâmetro	Valor
Número de máximo de gerações	6000
Tamanho do passo inicial	0,5
Distância máxima tolerável	0,000001
Máximo de gerações sem melhora	300

FONTE: O autor (2021).

APÊNDICE D – CONFIGURAÇÃO DO CÓDIGO DEPP

Este apêndice contém a configuração utilizada no arquivo de entrada do código DEPP. Estas configurações foram utilizadas nas otimizações com o código DEPP apresentadas neste trabalho, sendo que o parâmetro nu (Number of unknowns) foi alterado para cada otimização.

```
=====
DEPP MAIN CONFIGURATION FILE
```

```
-----
nu= 4 (Number of unknowns)
np= 10 (Size of population)
search_strategy= DE-RSM (Search strategy model)
pop_initializer_model= uniform_random (Population initializer model)
```

```
=====
STOP CONDITION PARAMETERS
```

```
-----
ng= 6000 (Maximum number of generations)
GNoAcc= 300 (Max. num. of gen. before stopping if no improvement was found)
kpm= dimensionless (Kind of population convergence measure)
ptol= 1.0d-6 (Tolerance for the population convergence measure)
```

```
=====
CONSTRAINTS
```

```
-----
lower_bound= 0.02032d0 (Components of the lower bound vector)
upper_bound= 0.05194485627d0 (Components of the upper bound vector)
```

```
=====
PARAMETERS OF DE-RSM SEARCH STRATEGY
```

```
-----
DE-RSM-de_search_strategy= DE/RAND/1 (DE search strategy configuration)
DE-RSM-fh= 0.35d0 (Initial fraction of hybridization)
DE-RSM-fhmin= 0.10d0 (Minimum fraction of hybridization)
DE-RSM-fhmax= 0.90d0 (Maximum fraction of hybridization)
DE-RSM-fhm= dynamic (Model for calculation of the factor of hybridization)
RSM-RS_model= quadratic (Response Surface model)
RSM-crsh= -0.5d0 (Crossover probability of the hybridized model)
RSM-kw= 1 (Kind of weighting function for RSM fitting)
RSM-fnb= 2.0d0 (Multiple of the minimum number of points for RSM fitting)
RSM-netol= 0.0001d0 (Tolerance for distance when selecting neighbors points for RSM adjusting)
```

APÊNDICE E – CONFIGURAÇÃO DO CÓDIGO SU2

Este apêndice contém as opções utilizadas no arquivo de configuração do código SU2 versão 7.0.6. Estas foram as configurações utilizadas para realizar as simulações apresentadas neste trabalho.

```
% PROBLEM DEFINITION
SOLVER= EULER
AXISYMMETRIC= YES
RESTART_SOL= YES
SYSTEM_MEASUREMENTS= SI

% COMPRESSIBLE FREE-STREAM DEFINITION
MACH_NUMBER= 1E-9
AOA= 0.0
SIDESLIP_ANGLE= 0.0
FREESTREAM_PRESSURE= 1725068.0
FREESTREAM_TEMPERATURE= 833.333

% IDEAL GAS AND POLYTROPIC CONSTANTS
FLUID_MODEL= STANDARD_AIR
GAMMA_VALUE= 1.4
GAS_CONSTANT= 287.058

% REFERENCE VALUE DEFINITION
REF_LENGTH= 1.0
REF_AREA= 0.0084768592181048082957542899522478

% BOUNDARY CONDITION DEFINITION
MARKER_EULER= (Wall-convergent, Wall-divergent )
MARKER_SYM= ( Symmetry-convergent, Symmetry-divergent )
INLET_TYPE= TOTAL_CONDITIONS
MARKER_INLET= ( Inlet, 833.333, 1725068.0, 1.0, 0.0, 0.0 )
MARKER_OUTLET= ( Outlet, 1E-9 )

% SURFACES IDENTIFICATION
MARKER_PLOTTING= ( Outlet )
MARKER_MONITORING= ( Outlet )
MARKER_ANALYZE = ( Outlet )

% COMMON PARAMETERS DEFINING THE NUMERICAL METHOD
NUM_METHOD_GRAD= WEIGHTED_LEAST_SQUARES
CFL_NUMBER= 1.0
CFL_ADAPT= YES
CFL_ADAPT_PARAM= ( 0.1, 1.5, 1.0, 20.0 )
MAX_DELTA_TIME= 1E6
```

```
% LINEAR SOLVER DEFINITION
LINEAR_SOLVER= FGMRES
LINEAR_SOLVER_PREC= LU_SGS
LINEAR_SOLVER_ERROR= 1E-6
LINEAR_SOLVER_ITER= 20

% FLOW NUMERICAL METHOD DEFINITION
CONV_NUM_METHOD_FLOW= JST
MUSCL_FLOW= NO
SLOPE_LIMITER_FLOW= NONE
JST_SENSOR_COEFF= ( 0.5, 0.02 )
TIME_DISCRE_FLOW= EULER_IMPLICIT

% CONVERGENCE PARAMETERS
ITER= 6001
CONV_CRITERIA= RESIDUAL
CONV_RESIDUAL_MINVAL= -14
CONV_STARTITER= 10
CONV_CAUCHY_EPS= 1E-10

% INPUT/OUTPUT INFORMATION
MESH_FILENAME= Nozzle2D.su2
MESH_FORMAT= SU2
MESH_OUT_FILENAME= mesh_out.su2
SOLUTION_FILENAME= solution_flow.dat
TABULAR_FORMAT= CSV
CONV_FILENAME= history
RESTART_FILENAME= restart_flow.dat
VOLUME_FILENAME= flow
SURFACE_FILENAME= surface_flow
OUTPUT_WRT_FREQ= 100000
SCREEN_WRT_FREQ_INNER= 150
SCREEN_OUTPUT= (INNER_ITER, RMS_DENSITY)
```