

**Simulação numérica de escoamento  
reativo, transferência de calor e  
termoelasticidade em motor-foguete**

**Financiador: AEB**

**Execução: grupo CFD/UFPR**

**Jul/2007 – Jun/2009**

# Objetivo principal

Implementar códigos computacionais para obter:

- Empuxo do motor-foguete
- Temperatura máxima da parede

Considerações:

- Motor-foguete a propelente líquido
- Propelente  $H_2/O_2$
- Refrigeração regenerativa ou radiativa

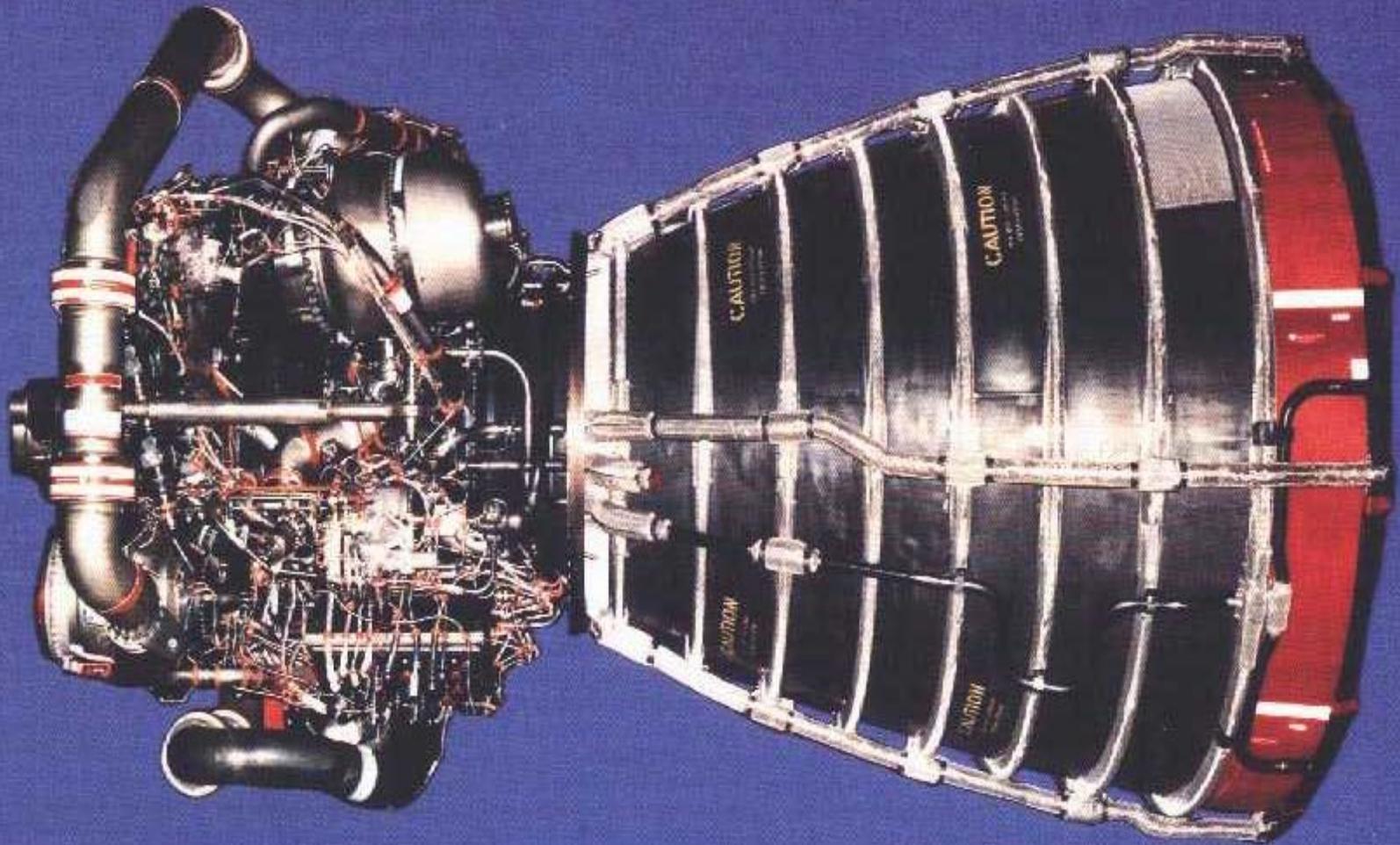


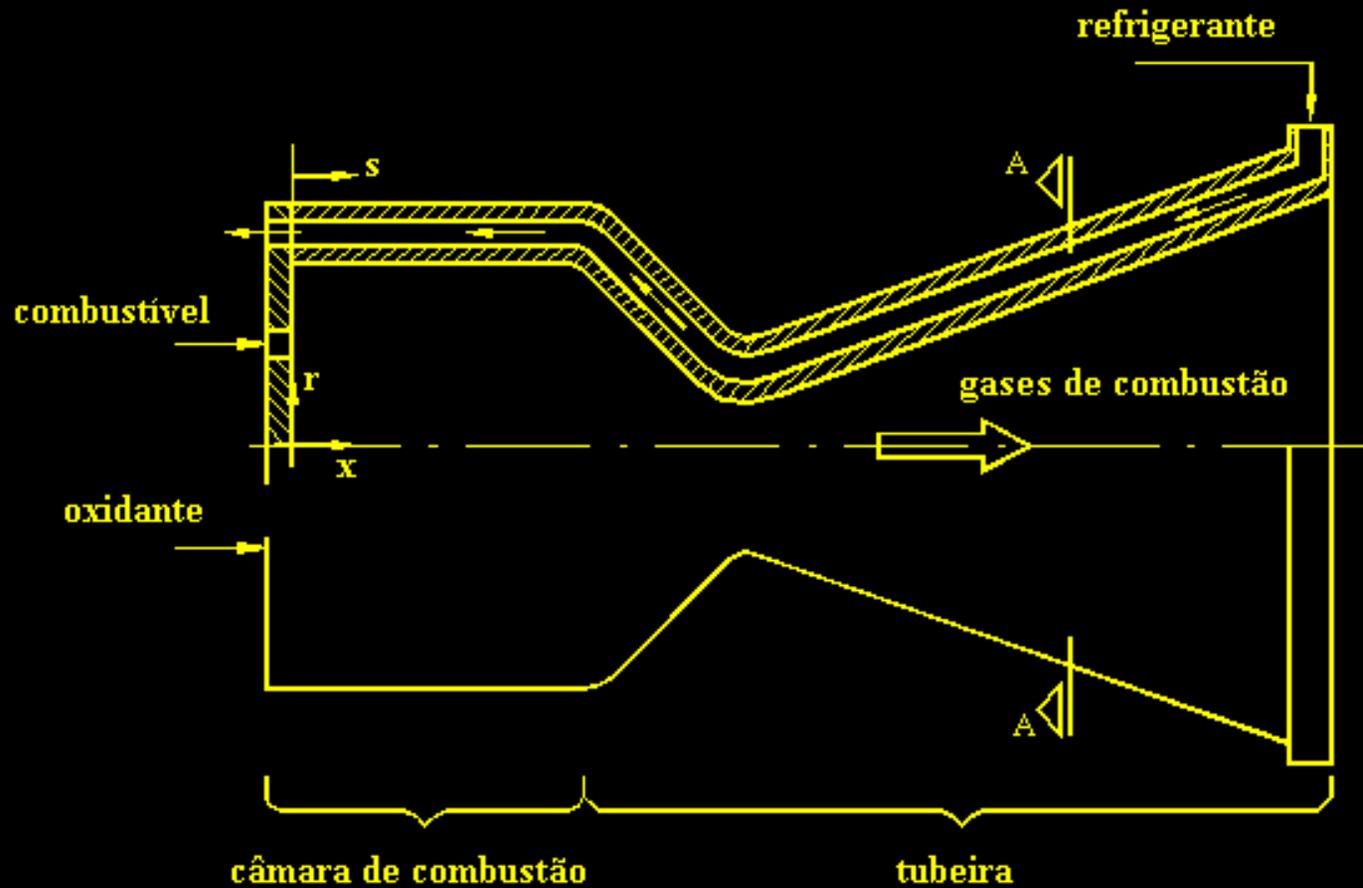
**Motor-foguete**

**Vulcain do**

**Ariane V**

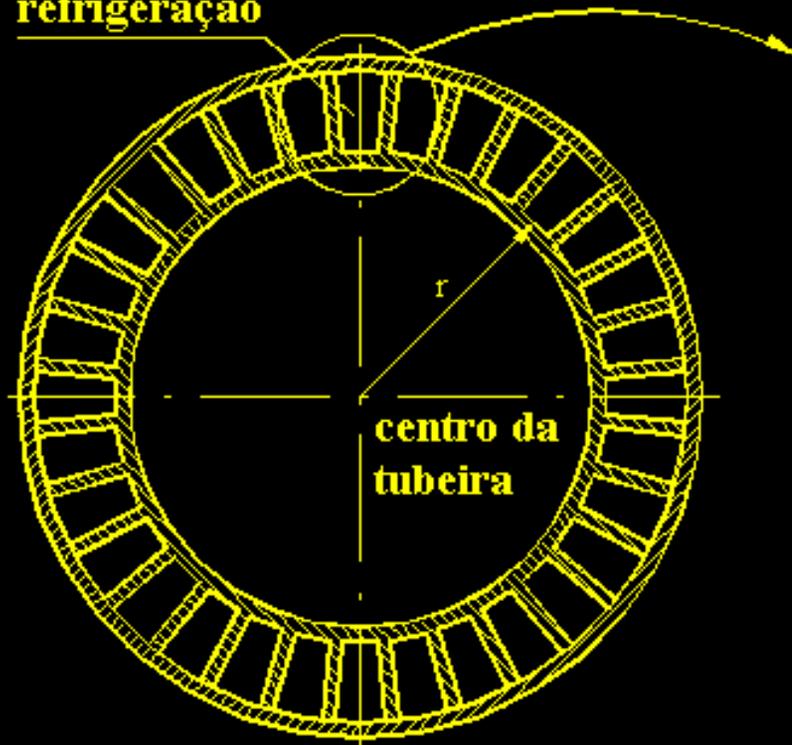
# Motor-foguete SSME do Space Shuttle





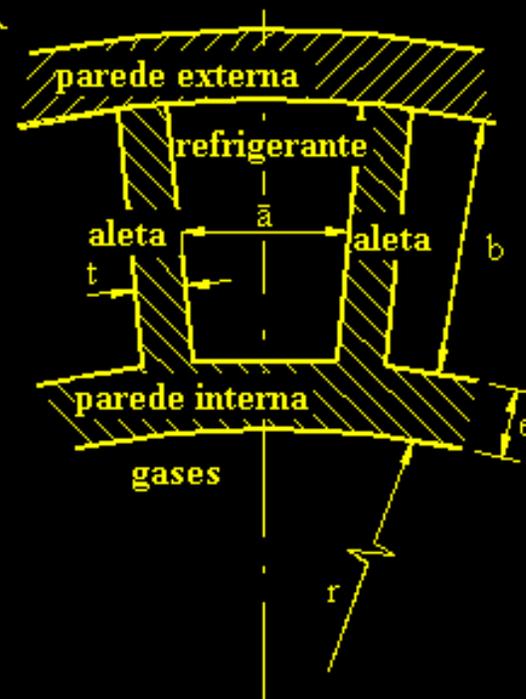
**Esquema de motor-foguete bipropelente com refrigeração regenerativa**

canais de  
refrigeração



seção A-A

ambiente externo



detalhes dos canais

## Detalhes dos canais de refrigeração

# Motor Vulcain (Ariane V)

- $F$  (nível do mar) = 103 tf
- $T_w$ -max = 750 K
- $T_o$  = 3.500 K
- $P_o$  = 100 atm
- $q''$ max = 60 MW/m<sup>2</sup>
- Canais = 360
- Altura = 9,5 a 12 mm
- Largura = 1,3 a 2,6 mm

# Metas

- 1: escoamento laminar 2D não-reativo (tubeteira)
- 2: escoamento laminar 2D reativo (tubeteira)
- 3: Acoplar refrigeração regenerativa e radiativa 1D
- 4: Condução e termoelasticidade 2D na parede

# Modelos físicos para escoamento na tubeira

- 1: Gás com propriedades constantes
- 2: Gás com propriedades variáveis
- 3: Gases congelados
- 4: Gases em equilíbrio químico local
- 5: Gases com taxa finita de reação

# Escoamento relativo 2D laminar

$$C^\phi \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\rho \phi) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} (r \rho v \phi) \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left( r \Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + P^\phi + S^\phi$$

| Equação  | $\phi$ | $C^\phi$ | $\Gamma^\phi$ | $P^\phi$                                      | $S^\phi$   |
|----------|--------|----------|---------------|---|--|
| Massa    | 1      | 1        | 0             | 0   | 0  |
| QML-x    | $u$    | 1        | $\mu$         | $-\frac{\partial p}{\partial x}$              | $\frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\mu}{r} \frac{\partial}{\partial y} (r v) \right]$   |
| QML-y    | $v$    | 1        | $\mu$         | $-\frac{\partial p}{\partial y}$              | $\frac{1}{3r} \frac{\partial}{\partial y} \left( r \mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{4}{3} f \frac{u}{r^2} v - \frac{2}{3r} f v \frac{\partial \mu}{\partial y}$               |
| Energia  | $T$    | $c_p$    | $k$           | $\frac{\partial p}{\partial t} - uP^u - vP^v$ | $2\mu \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + f \left( \frac{v}{r} \right)^2 \right] + \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + f \frac{v}{r} \right)^2 + S_{eq/1f}$ |
| Espécies | $Y_i$  | 1        | 0             | 0   | $\dot{w}_i$  |

# Escoamento reativo 2D laminar

Equilíbrio químico local

$$S_{eq/tf} = -\frac{\partial}{\partial x} \left( \sum_{i=1}^{N_e} \rho h_i Y_i u \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left( \sum_{i=1}^{N_e} r \rho h_i Y_i v \right)$$

Taxa finita:  $S_{eq/tf} = -\sum_{i=1}^{N_e} h_i \dot{w}_i$   $p = \sum_{i=1}^{N_e} p_i$

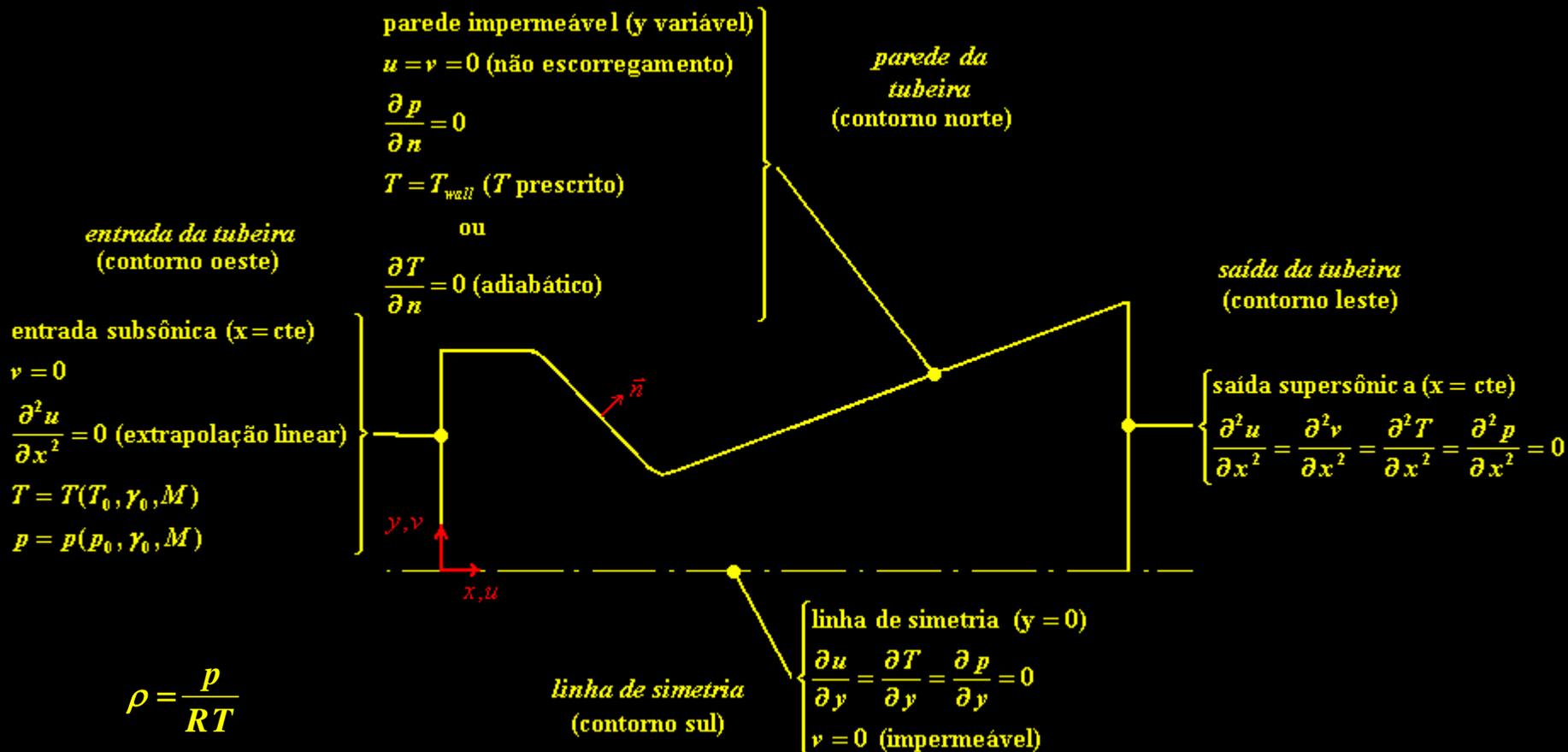
$$c_p = \sum_{i=1}^{N_e} Y_i (c_p)_i \quad R = \sum_{i=1}^{N_e} Y_i R_i \quad p = \rho R T$$

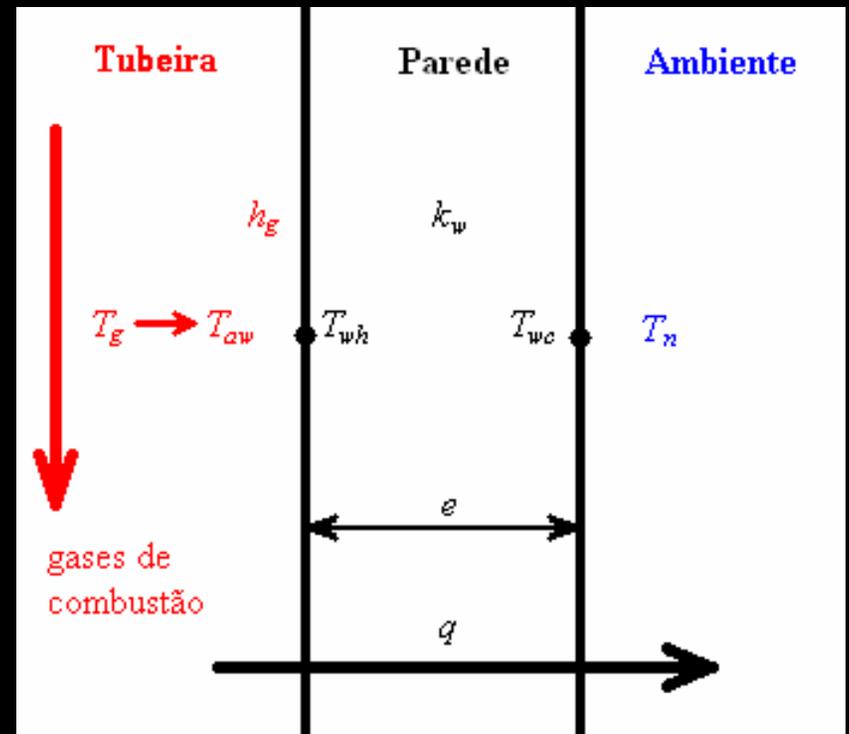
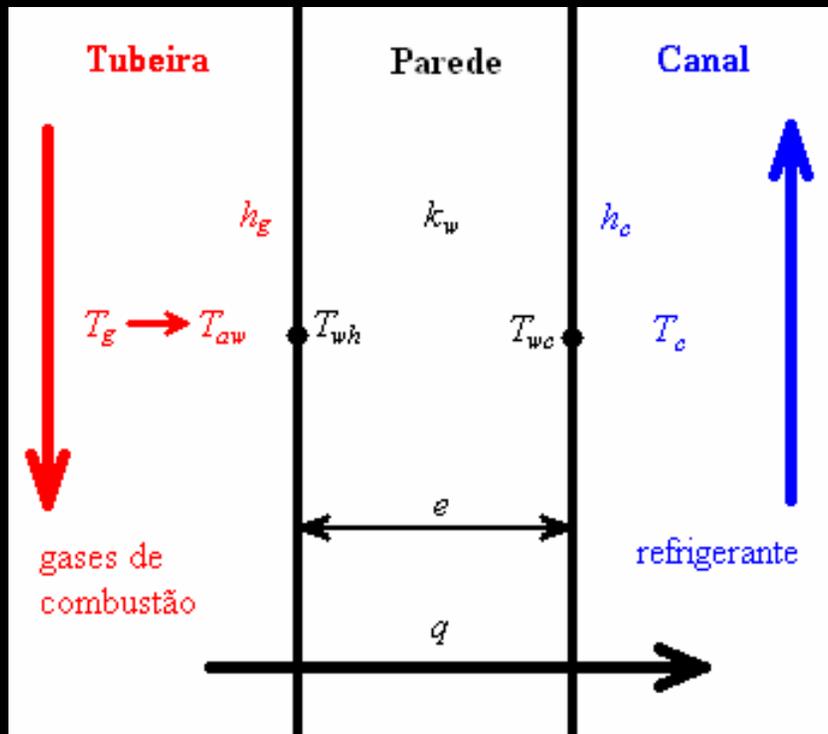
# Modelos químicos para $H_2/O_2$

9 equilíbrio e 6 taxa finita

| Modelo | Número de reações | Número de espécies | Espécies envolvidas                      |
|--------|-------------------|--------------------|--|
| 0      | 0                 | 3                  | $H_2O, O_2, H_2$                         |
| 1      | 1                 | 3                  | $H_2O, O_2, H_2$                         |
| 2      | 2                 | 4                  | $H_2O, O_2, H_2, OH$                     |
| 3      | 4                 | 6                  | $H_2O, O_2, H_2, OH, O, H$               |
| 4      | 4                 | 6                  | $H_2O, O_2, H_2, OH, O, H$               |
| 5      | 8                 | 6                  | $H_2O, O_2, H_2, OH, O, H$               |
| 7      | 8                 | 6                  | $H_2O, O_2, H_2, OH, O, H$               |
| 10     | 6                 | 8                  | $H_2O, O_2, H_2, OH, O, H, HO_2, H_2O_2$ |
| 9      | 18                | 8                  | $H_2O, O_2, H_2, OH, O, H, HO_2, H_2O_2$ |

# Condições de contorno





# Escoamento 1D nos canais

$$\frac{d}{ds}(\rho_c u_c S_c) = 0$$

$$\frac{d}{ds}(\rho_c u_c S_c u_c) = -S_c \frac{d p_c}{ds} + F'_c$$

$$(c_p)_c \frac{d}{ds}(\rho_c u_c S_c T_c) = \beta T_c u_c S_c \frac{d p_c}{ds} + q'_c$$

$$F'_c = -\frac{\pi}{8} f_c \rho_c u_c |u_c| D_c \quad q'_c = |u_c F'_c| + S'_{wc} h_c (T_{wc} - T_c)$$

# Problema térmico - transversal



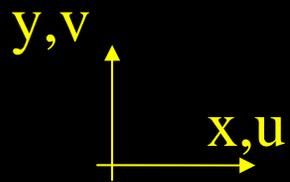
# Problema termoelástico – transversal; $u, v, \sigma, \varepsilon: x, y$ ?

ambiente externo (pa)

Termoelasticidade linear 2D plana permanente

$$u = v = 0$$

material 2 –  $T_2(x, y)$



líquido refrigerante (pc)

$$u = v = 0$$

$$u = v = 0$$

material 1 –  $T_1(x, y)$

Estado plano de tensões

gás quente (pg)

# Modelo matemático - transversal

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) = 0$$

$$\frac{(1+\lambda)}{(1-\lambda)} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 2\alpha \frac{(1+\lambda)}{(1-\lambda)} \frac{\partial T}{\partial x}$$

$$\frac{(1+\lambda)}{(1-\lambda)} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 2\alpha \frac{(1+\lambda)}{(1-\lambda)} \frac{\partial T}{\partial y}$$

# Problema térmico - longitudinal

Condução de calor 2D axissimétrica permanente

$$T(z,r) = ?$$

ambiente externo ( $T_a$ ,  $h_a$ ,  $\epsilon_a$ )

isolado

isolado

$k(T)$

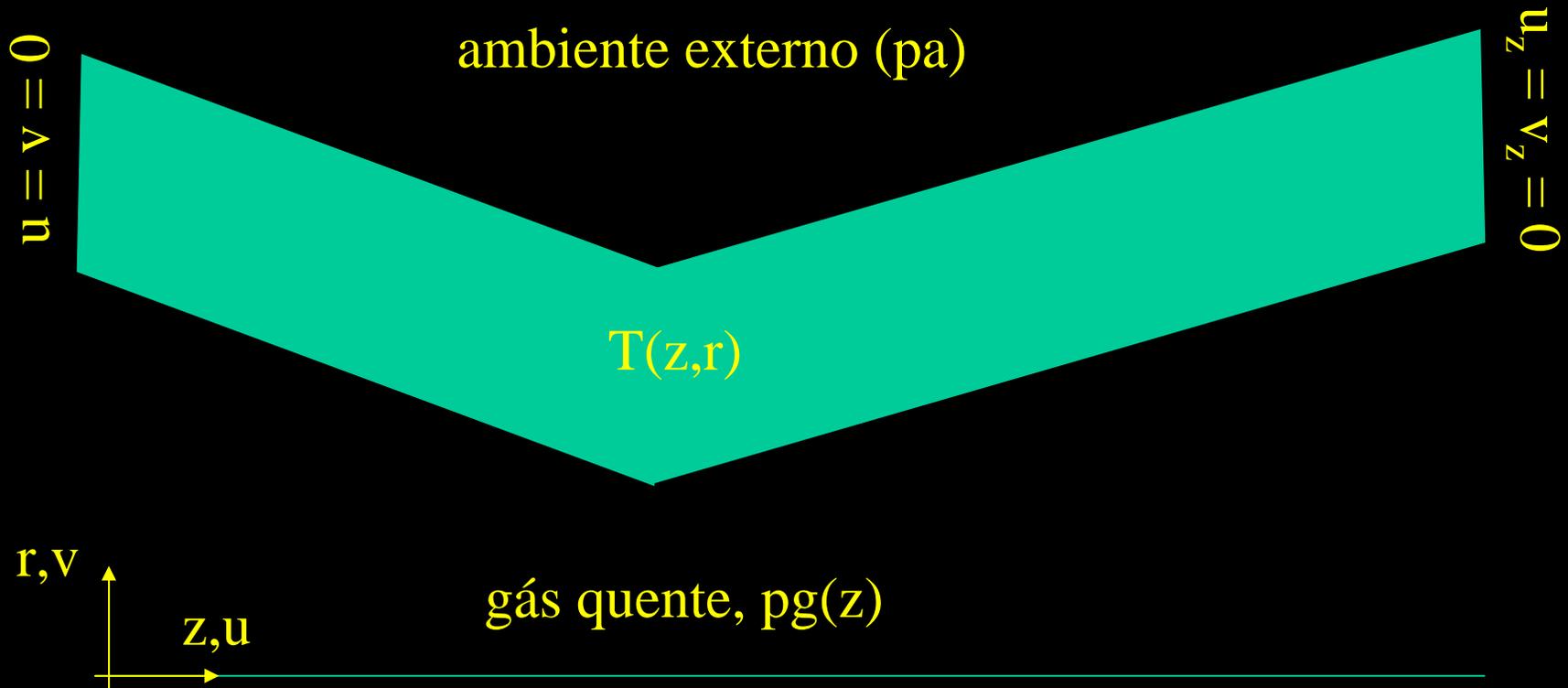
$r$

$z$

gás quente;  $T_{aw}(z)$ ,  $h_g(z)$ ,  $T_g(z)$ ,  $\epsilon_g$

# Problema termoelástico – longitudinal; $u, v, \sigma, \varepsilon: z, r$ ?

Termoelasticidade linear 2D axissimétrica permanente



# Metodologia geral

- Método dos Volumes Finitos
- Aproximações numéricas de segunda ordem
- Arranjo co-localizado de variáveis
- Formulação para qualquer regime de velocidades
- Malhas estruturadas cartesianas e não-ortogonais
- Estimativa do erro numérico com GCI
- Linguagem Fortran 90/95/2003
- *Solvers* G-S, ADI e MSI com *multigrid*

# Principais resultados esperados

- 3 códigos
- 4 artigos
- 4 relatórios técnicos

# Equipe atual

**Leandro A. Novak, D**

**Cosmo D.Santiago, D**

**Neil F. Carvalho, D**

**Fabiana F. Giacomini, M**

**Eduardo M. Germer, M**

**Carlos H. Marchi (UFPR)**

**2 M**

**Luciano K. Araki (UFPR)**

**3 D**

**Ricardo C. Almeida (UFPR)**

**6 P**

**Márcio A. V. Pinto (UEPG)**

**total = 11**

**A. Fábio C. Silva (UFSC)**

**J. Nivaldo Hinckel (INPE)**