



Relatório técnico final do projeto
Verificação e estimação do
erro de discretização em CFD

CFD-11

Processo CNPq 306871/2007-6

Período: 1 Mar 2008 a 28 Fev 2011

Palavras-chave: erro numérico, volumes finitos, diferenças finitas, malhas irregulares, extrapolação de Richardson

Projeto de pesquisa financiado pelo
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq)
através de uma bolsa de produtividade em pesquisa (PQ)

Carlos Henrique Marchi

Professor associado da
Universidade Federal do Paraná (UFPR)
Departamento de Engenharia Mecânica (DEMEC)
Endereço: Caixa postal 19040
81531-980, Curitiba, PR
Telefone: (41) 3361-3126
Fax: (41) 3361-3701
e-mail: marchi@ufpr.br

Curitiba, 29 de abril de 2011.

RESUMO

O objetivo geral deste projeto é contribuir para melhorar a qualidade (acurácia e confiabilidade) das estimativas do erro de discretização em CFD (*Computational Fluid Dynamics*). O erro de discretização é definido pela diferença entre as soluções analítica e numérica de um problema. Este projeto envolve: (a) a solução numérica de equações diferenciais lineares e não-lineares, uni (1D) e bidimensionais (2D), em regime permanente, representando problemas básicos de condução e convecção de calor e mecânica dos fluidos; (b) para avaliar a qualidade das estimativas de erro, a solução analítica exata é conhecida para todas as equações e variáveis de interesse consideradas; (c) o uso dos métodos de diferenças finitas e de volumes finitos, com diversos tipos de aproximações numéricas; (d) malhas uniformes e irregulares (não-uniformes e não-estruturadas); (e) os três tipos de condições de contorno e a forma de aplicá-las; (f) estimativas de erro *a priori* baseadas na série de Taylor; e (g) verificação e estimação do erro *a posteriori* com sete estimadores baseados na extrapolação de Richardson, que emprega múltiplas malhas. Com a execução deste projeto de pesquisa, os resultados e contribuições que se espera são: (1) deduzir e comprovar o valor da ordem assintótica do erro de discretização para diversas aproximações numéricas e variáveis; (2) mostrar qual é o melhor esquema para cálculo da condutividade térmica nas faces de volumes de controle em problemas 1D de condução e convecção de calor; (3) mostrar qual é a melhor forma de aplicar condições de contorno em problemas 1D no método de volumes finitos, e o efeito do tipo de condição de contorno; (4) mostrar o efeito do tipo de aproximação numérica; (5) mostrar o efeito de ondas de choque normais e escoamentos supersônicos em problemas quase-unidimensionais; (6) verificar qual o estimador de erro que é mais acurado e confiável; (7) obter soluções numéricas altamente acuradas (malhas com 2048x2048 volumes de controle), do problema da cavidade quadrada com tampa móvel, com suas estimativas de erro; (8) ter publicado ou submetido para publicação oito artigos em congressos ou revistas científicas internacionais para divulgar a pesquisa realizada; e (9) formar três mestres e três doutores no tema do projeto.

OBJETIVOS DO PROJETO

O objetivo geral deste projeto é contribuir para melhorar a qualidade (acurácia e confiabilidade) das estimativas do erro de discretização em CFD. Serão consideradas soluções numéricas obtidas com os métodos de diferenças finitas e volumes finitos, para problemas 1D e 2D de condução e convecção de calor e mecânica dos fluidos, em malhas uniformes e irregulares (não-uniformes e não-estruturadas), com diversos tipos de aproximações numéricas e condições de contorno.

Os objetivos específicos deste projeto são:

- 1) Deduzir o valor das ordens verdadeiras e assintótica (p_L, p_2, p_3, \dots) do erro de discretização.
- 2) Com base em experimentos numéricos, comprovar se os valores das ordens efetiva (p_E) e aparente (p_U) do erro tendem a p_L à medida que o tamanho (h) dos volumes de controle tende a zero. E verificar o valor verdadeiro do erro de discretização em função de h .

- 3) Mostrar a existência do comportamento assintótico do erro, e de p_E e p_U em problemas bidimensionais.
- 4) Fazer análises *a priori* e *a posteriori* do desempenho de diversos estimadores do erro de discretização, verificando a acurácia e confiabilidade deles. Se necessário, propor e testar alterações dos estimadores existentes ou novos. Verificar qual o estimador de erro que é mais acurado e confiável.
- 5) Gerar um *benchmark* do problema da cavidade quadrada com tampa móvel, clássico em CFD, incluindo a aplicação de diversos estimadores de erro e o uso de malhas com 2048x2048 volumes de controle.
- 6) Formar três mestres e três doutores no tema do projeto, habilitados para aplicar o processo de verificação de soluções numéricas em CFD.

RESULTADOS OBTIDOS

Os resultados obtidos com a execução deste projeto foram:

Artigos publicados em periódicos:

- MARTINS, M. A.; MARCHI, C. H. Estimate of iteration errors in computational fluid dynamics. **Numerical Heat Transfer, Part B**, v. 53, p. 234-245, 2008.
- ARAKI, L. K.; MARCHI, C. H. Effects of chemical and physical models on a one-dimensional flow in a rocket nozzle. **Journal of Aerospace Engineering, Sciences and Applications**, v. 1, n. 2, p. 1-13, 2008.
- MARCHI, C. H.; SUERO, R.; ARAKI, L. K. The lid-driven square cavity flow: numerical solution with a 1024x1024 grid. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. XXXI, n. 3, p. 186-198, 2009.
- ARAKI, L. K.; MARCHI, C. H. Verification of numerical solutions for reactive flows in a regeneratively cooled nozzle. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. XXXII, n. 3, p. 267-275, 2010.

Artigos publicados em congressos:

- SOUZA, W. L. C.; MARCHI, C. H.; D'OLIVEIRA, A. S. C. M. Simulação numérica do processo de revestimento por plasma de arco transferido. In: Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. **Anais...** Maceió, 2008. 12 p. XXIX CILAMCE.
- MARCHI, C. H.; ALVES, A. C. Verificação de soluções numéricas 1D obtidas com diferenças finitas e malhas uniformes. In: Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. **Anais...** Maceió, 2008. 14 p. XXIX CILAMCE.
- MARCHI, C. H.; NOVAK, L. A.; SANTIAGO, C. D. Múltiplas extrapolações de Richardson para reduzir e estimar o erro de discretização da equação de Laplace 2D. In: Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. **Anais...** Maceió, 2008. 14 p. XXIX CILAMCE.
- SANTIAGO, C. D.; MARCHI, C. H. Parâmetros do método multigrid geométrico CS e FAS para problemas 2D com duas equações. In: Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. **Anais...** Maceió, 2008. 17 p. XXIX CILAMCE.

- OLIVEIRA, F.; PINTO, M. A. V.; MARCHI, C. H. Efeito de roteiros do método multigrid sobre o tempo de CPU para a equação de Laplace 2D. In: Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. **Anais...** Maceió, 2008. 21 p. XXIX CILAMCE.
- MARCHI, C. H.; SUERO, R. The lid-driven square cavity flow: numerical solution with a 1024x1024 grid. In: Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. **Anais...** Maceió, 2008. 17 p. XXIX CILAMCE.
- ARAKI, L. K.; MARCHI, C. H. Effects of chemical reaction schemes and physical models on flow in rocket engine nozzles. In: Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. **Anais...** Maceió, 2008. 17 p. XXIX CILAMCE.
- SUERO, R.; PINTO, M. A. V.; MARCHI, C. H. Efeito da anisotropia física sobre o método multigrid na solução da equação de advecção-difusão 2D. In: Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. **Anais...** Maceió, 2008. 12 p. XXIX CILAMCE.
- MARCHI, C. H.; GERMER, E. M. Verificação de esquemas advectivo-difusivos 1D com e sem múltiplas extrapolações de Richardson. In: Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. **Anais...** Armação de Búzios, 2009. 11 p. XXX CILAMCE.
- GIACOMINI, F. F.; MARCHI, C. H. Verificação da forma de aplicar condições de contorno em problemas unidimensionais com o método dos volumes finitos. In: Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. **Anais...** Armação de Búzios, 2009. 16 p. XXX CILAMCE.
- CARVALHO, N. F.; MARCHI, C. H. Avaliação de esquemas numéricos para problemas difusivos 2D resolvidos com volumes finitos. In: Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering. **Anais...** Armação de Búzios, 2009. 14 p. XXX CILAMCE.
- OLIVEIRA, F.; PINTO, M. A. V.; MARCHI, C. H.; ARAKI, L. K. Efeito de malhas anisotrópicas bidimensionais sobre o desempenho do método multigrid geométrico. In: Congresso Nacional de Engenharia Mecânica. **Anais...** Campina Grande, 2010. 10 p. VI CONEM.
- SANTIAGO, C. D.; MARCHI, C. H.; SOUZA, L. F. Análise do desempenho do método multigrid geométrico com a formulação função de corrente e velocidade. In: Congresso Nacional de Engenharia Mecânica. **Anais...** Campina Grande, 2010. 10 p. VI CONEM.
- SUERO, R.; PINTO, M. A. V.; MARCHI, C. H.; ARAKI, L. K.; ALVES, A. C. Otimização do método multigrid algébrico para as equações bidimensionais de Laplace e Poisson. In: Congresso Nacional de Engenharia Mecânica. **Anais...** Campina Grande, 2010. 10 p. VI CONEM.
- MARCHI, C. H.; ARAKI, L. K.; ALVES, A. C.; SUERO, R.; GONÇALVES, S. F. T.; PINTO, M. A. V. Solutions of the 2D Laplace equation with triangular grids and multiple Richardson extrapolations. In: Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering. **Anais...** Uberlândia, 2010. 7 p. XIII ENCIT.
- MARCHI, C. H.; MARTINS, M. A. Effect of p-norms on the accuracy order of numerical solution errors in CFD. In: Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering. **Anais...** Uberlândia, 2010. 10 p. XIII ENCIT.

Teses de doutorado concluídas:

- OLIVEIRA, F. **Efeito de malhas anisotrópicas bidimensionais sobre o desempenho do método multigrid geométrico**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2010. Tese de doutorado em Engenharia Mecânica. Defendida e aprovada em 26 Mai 2010.
- SUERO, R. **Otimização do método multigrid algébrico para problemas difusivos bidimensionais**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2010. Tese de doutorado em Métodos Numéricos em Engenharia. Defendida e aprovada em 10 Jun 2010.
- ALVES, A. C. **Verificação de soluções numéricas da equação de Laplace 2D com malhas triangulares e múltiplas extrapolações de Richardson**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2010. Tese de doutorado em Engenharia Mecânica. Defendida e aprovada em 21 Jun 2010.
- SANTIAGO, C. D. **Otimização de parâmetros do método multigrid para sistemas de equações 2D em CFD**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2010. Tese de doutorado em Engenharia Mecânica. Defendida e aprovada em 3 Ago 2010.

Dissertações de mestrado concluídas:

- PERTSCHI, C. T. L. **Esquemas de cálculo da condutividade térmica nas faces de volumes finitos**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2008. Dissertação de mestrado em Engenharia Mecânica. Defendida e aprovada em 5 Set 2008.
- SOUZA, W. L. C. **Comportamento físico, dinâmico e térmico de partículas de alumina escoando em plasma de arco transferido**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2009. Dissertação de mestrado em Engenharia Mecânica. Defendida e aprovada em 23 Mar 2009.
- GIACOMINI, F. F. **Verificação da forma de aplicar condições de contorno em problemas unidimensionais com o método dos volumes finitos**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2009. Dissertação de mestrado em Engenharia Mecânica. Defendida e aprovada em 14 Abr 2009.
- GERMER, E. M. **Verificação de funções de interpolação em advecção-difusão 1D com volumes finitos**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2009. Dissertação de mestrado em Engenharia Mecânica. Defendida e aprovada em 28 Ago 2009.

Trabalhos de graduação concluídos:

- OLIVEIRA, T. H. S. **Esquemas de cálculo da condutividade térmica nas faces de volumes finitos**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2008. Trabalho de graduação em engenharia mecânica. Defendido e aprovado em 8 Dez 2008.
- BOUABSI, D. P. **Estudo numérico de escoamento em mancais deslizantes**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2009. Trabalho de graduação em engenharia mecânica. Defendido e aprovado em 17 Dez 2009.
- JOECKEL, R. D. N. **Efeito da precisão dos cálculos em CFD com múltiplas extrapolações de Richardson**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2010. Trabalho de graduação em engenharia mecânica. Defendido e aprovado em 7 Dez 2010.

Projetos (com financiamento e além do presente) executados no período e coordenados por C. H. Marchi:

- Simulação numérica de escoamento reativo, transferência de calor e termoelasticidade em motor-foguete. Período: Jul/2007 a Mai/2012. Financiador: Agência Espacial Brasileira (AEB). Total: R\$ 153.000,00.
- Otimização do método multigrid para problemas de mecânica computacional. Período: Out/2006 a Nov/2009. Financiadores: CNPq (processo 475885/2006-6) e Fundação Araucária (Paraná) (protocolo 9174). Total: R\$ 55.530,00.
- Desenvolvimento de minifoguetes educativos (espaçomodelos) para difusão e popularização da Astronáutica. Período: Ago/2008 a Jul/2011. Financiador: CNPq (processo 550729/2008-9). Total: R\$ 71.846,00.

Aplicativo computacional relevante implementado:

- MARCHI, C. H.; ARAKI, L. C. **MACH2D 6.1 (1989-2009): solução numérica das equações de Euler e Navier-Stokes bidimensionais, em qualquer regime de velocidade, utilizando-se variáveis co-localizadas em coordenadas generalizadas de escoamentos reativos (congelado e equilíbrio)**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2009.

Relatórios de pesquisa preparados:

- MARCHI, C. H. **Testes estáticos de 2006 a 2008 de motores-foguete do tipo SE (Saber Eletrônica) de espaçomodelos**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2008.
- MARCHI, C. H.; ARAKI, L. K. **Relatório técnico do projeto CFD-10/UFPR: códigos Mach2D 6.1 e RHG2D 1.0**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2009.
- MARCHI, C. H. **Testes estáticos de 27 Nov 2008 de motores-foguete do tipo BT (Bandeirante) de espaçomodelos**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2009.
- MARCHI, C. H. **Testes estáticos de 28 Set 2009 de motores-foguete do tipo BT (Bandeirante) de espaçomodelos**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2009.
- MARCHI, C. H. **Testes estáticos de 22 Mar 2010 de motores-foguete do tipo BT (Bandeirante) de espaçomodelos**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2010.
- MARCHI, C. H. **Testes estáticos de 27 Jul e 13 Set 2010 de motores-foguete do tipo BT de espaçomodelos**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2010.

Participação em bancas de pós-graduação adicionais às de seus orientandos:

- Mestrado de C. Cozin. Curitiba: Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Engenharia Mecânica e de Materiais, 21 Mai 2008.
- Qualificação de doutorado de F. A. Fagundes. Curitiba: Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUCPR), Engenharia Mecânica, 29 Ago 2008.
- Mestrado de W. A. Jacques. Curitiba: Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUCPR), Engenharia Mecânica, 18 Nov 2008.
- Doutorado de R. C. Moro Filho. São José dos Campos, SP: Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), Engenharia Aeronáutica e Mecânica, 16 Abr 2009.
- Mestrado de M. P. Tada. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Engenharia Mecânica, 7 Jul 2009.

Atividades administrativas relevantes ligadas à pesquisa:

- **Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da UFPR**, com cursos de mestrado acadêmico e doutorado, no período de 22 Mar 2006 a 21 Mar 2010. Neste período, o conceito CAPES destes cursos passou de 4 para 5.
- **Fundador e líder** (desde a sua criação no ano de 2002) **do grupo de pesquisa em dinâmica dos fluidos computacional (CFD) da UFPR**, registrado no Diretório Nacional dos Grupos de Pesquisas do CNPq e certificado pela UFPR. Este grupo conta atualmente com 8 pesquisadores, 13 alunos e 1 técnico.
- Desde 2010, membro do corpo editorial e revisor de artigos submetidos ao periódico **Journal of Aerospace Engineering, Sciences and Applications**, publicado pelo Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE), de São José dos Campos, SP.
- Desde 1994, revisor de artigos submetidos ao periódico **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, publicado pela Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas (ABCM), do Rio de Janeiro, e incluído no Web of Science do ISI.
- Desde 2010, revisor de artigos submetidos ao periódico **Numerical Heat Transfer**, publicado pela editora Taylor & Francis, da Inglaterra, e incluído no Web of Science do ISI.
- Desde 2010, revisor de artigos submetidos ao periódico **Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics**, de Hong Kong.

CONCLUSÃO

Em resumo, os resultados obtidos com a execução deste projeto foram:

- publicados 4 artigos em periódicos;
- publicados 16 artigos em congressos;
- formados 4 doutores;
- formados 4 mestres;
- concluídas 3 orientações de trabalho de graduação;
- em execução 3 projetos de pesquisa com financiamento;
- implementado 1 aplicativo computacional relevante; e
- preparados 6 relatórios técnicos de pesquisas.

Além disso, foram submetidos 6 artigos para publicação em periódicos e, estão andamento, a orientação de 10 teses de doutorado e 1 trabalho de iniciação científica.

Todos os artigos, teses, dissertações, trabalhos de graduação, projetos de pesquisa, aplicativo computacional e relatórios técnicos estão disponíveis na internet em

<http://www.cfd.ufpr.br/>