

Relatório técnico final do projeto  
*Multiextrapolação de Richardson para reduzir  
e estimar o erro de discretização em CFD - III*  
*CFD-26*

Processo CNPq 307936/2016-3

**Período de execução: 1 Mar 2017 a 29 Fev 2020**

**Palavras-chave:** erro numérico, diferenças finitas, volumes finitos, erro de discretização, verificação, validação.

Projeto de pesquisa financiado pelo  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq)  
através do **Edital Produtividade em Pesquisa – PQ – 12/2016**  
com uma bolsa de produtividade em pesquisa (PQ)

**Carlos Henrique Marchi**  
(coordenador)  
Universidade Federal do Paraná (UFPR)

Curitiba, 20 de março de 2020.

## SUMÁRIO

1 – Resumo .....	2
2 – Metas e objetivos do projeto .....	2
3 – Resultados obtidos .....	3
4 – Equipe participante .....	6
5 – Conclusão .....	7

## 1 – RESUMO

O objetivo geral deste projeto de pesquisa científica era desenvolver técnicas para reduzir e estimar o erro de discretização em CFD (*Computational Fluid Dynamics*) através de múltiplas extrapolações de Richardson (MER). Pretendia-se melhorar, generalizar e testar o uso de MER visando diminuir a memória computacional e o tempo de CPU necessários para se resolver problemas de CFD, bem como obter soluções numéricas de grande acurácia. Seriam considerados: problemas governados pelas equações de Poisson, advecção-difusão, Laplace, Burgers e Navier-Stokes; fluidos incompressíveis e compressíveis; uma, duas e três dimensões espaciais; soluções numéricas obtidas com os métodos de diferenças finitas e volumes finitos; diversos tipos de variáveis de interesse e de aproximações numéricas; precisões dupla e quádrupla nos cálculos; e malhas uniformes, não uniformes e não ortogonais. O projeto estava dividido em doze etapas que deveriam ser executadas em três anos por 17 pessoas (8 pesquisadores-doutores, 8 doutorandos e 1 mestrando) de quatro instituições.

## 2 – METAS E OBJETIVOS DO PROJETO

O projeto foi estruturado em três metas, com 12 objetivos, para ser executado em três anos, conforme o texto original do projeto, abaixo, de 11 Ago 2016.

As metas e objetivos específicos deste projeto são:

### Meta 1: melhorar e testar o desempenho de MER

- 1) Melhorar o desempenho de MER em variáveis de campo que têm valores extremos locais ou globais (mínimos e máximos de funções), não linearidades e descontinuidades.
- 2) Testar o efeito dos seguintes parâmetros que afetam o desempenho de MER: tipo de equação; razão de refino de malha; número de dimensões das equações; número de dimensões de refino de malha; ordens do erro; perfis e campos; precisão dos cálculos; número de extrapolações; malha base.
- 3) Testar o efeito dos seguintes tipos de malha sobre o desempenho de MER: uniforme, não uniforme e não ortogonal.
- 4) Acelerar a convergência de processos iterativos com MER.
- 5) Melhorar e desenvolver estimadores do erro de discretização baseados em MER
- 6) Desenvolver um estimador do erro de iteração baseado em MER
- 7) Aplicar MER a problemas envolvendo fluidos compressíveis.
- 8) Implementar programas computacionais para analisar o desempenho de MER e para usuários de MER.

### Meta 2: validar resultados numéricos com e sem MER

- 9) Resolver problemas de aerodinâmica de foguetes.
- 10) Resolver problemas de propulsão de foguetes.

**Meta 3: gerar benchmarks com MER**

- 11) Obter os resultados mais acurados da literatura, com suas estimativas de erro, para o problema clássico do escoamento 2D dentro de uma cavidade quadrada causado pela sua tampa móvel.
- 12) Idem ao objetivo 11 para o escoamento 3D dentro de uma cavidade cúbica.

**3 – RESULTADOS OBTIDOS**

Os resultados obtidos com a execução deste projeto foram:

**5 artigos completos publicados em periódicos:**

- DA SILVA, NICHOLAS D. P. ; MARCHI, CARLOS H.; ARAKI, LUCIANO K.; BORGES, RAFAEL B. DE R.; BERTOLDO, GUILHERME; SHU, CHI-WANG. Completed repeated Richardson extrapolation for compressible fluid flows. **APPLIED MATHEMATICAL MODELLING**, 77:724-737, 2020.
- VICENTIN, I. C. F. S.; MARCHI, C. H.; FOLTRAN, A. C.; MORO, D. F.; SILVA, N. D. P.; CAMPOS, M. C.; ARAKI, L. K.; DIOGENES, A. N. Theoretical and Experimental Heat Transfer in Solid Propellant Rocket Engine. **JOURNAL OF AEROSPACE TECHNOLOGY AND MANAGEMENT (ONLINE)**, 11(e3819):1-18, 2019.
- GERMER, E. M.; Marchi, C.H. Effect of Convergent Section Contour on the Sonic Line in Rocket Engine Nozzles. **JOURNAL OF AEROSPACE TECHNOLOGY AND MANAGEMENT (ONLINE)**, 10(e3218):1-7, 2018.
- BERTOLDO, GUILHERME; HENRIQUE MARCHI, CARLOS. Verification and validation of the foredrag coefficient for supersonic and hypersonic flow of air over a cone of fineness ratio 3. **APPLIED MATHEMATICAL MODELLING**, 44:409-424, 2017.
- Araki, Luciano Kiyoshi; Marchi, Carlos Henrique. VERIFICATION AND VALIDATION OF NUMERICAL SOLUTIONS OF TWO-DIMENSIONAL REACTIVE FLOW IN ROCKET ENGINE NOZZLES. **APPLIED MATHEMATICAL MODELLING**, 52:544-557, 2017.

**nenhum artigo aceito para publicação em periódico:****3 artigos submetidos a periódicos:**

- GERMER, E. M.; MARCHI, C. H. Effect of convergent section contour on rocket engine nozzle thrust. Submetido a **Theoretical and Computational Fluid Dynamics**, 2019.
- RADTKE, J. J.; BERTOLDO, G.; MARCHI, C. H. DEPP – Differential evolution parallel program. Submetido a **The Journal of Open Source Software**, 2019.
- FOLTRAN, A. C.; MARCHI, C. H.; MOURA, L. M. Truncation error for the Simpson's 1/3 rule based on Taylor series expansion. Submetido a **Computational and Applied Mathematics**, 2019.

**4 artigos completos publicados em congressos:**

- LIMA, L. P. B.; Marchi, C.H. Estimação do erro de arredondamento em problemas térmicos 1D. In: Simpósio de Métodos Numéricos em Engenharia, 2018, Curitiba. SMNE-2018, 2018. v. 1. p. 1-5.
- MORO, D. F.; MARCHI, C. H. Study of additive correction multigrid application. In: Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2017, Florianópolis. CILAMCE/2017, 2017. v. 1. p. 1-16.
- SILVA, N. D. P.; BORGES, R. B. R.; MARCHI, C. H.; ARAKI, L. K. Verification of WENO for hyperbolic conservation laws. In: Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2017, Florianópolis. CILAMCE/2017, 2017. v. 1. p. 1-13.
- VICENTIN, I. C. F. S.; MARCHI, C. H.; FOLTRAN, A. C.; MORO, D. F.; SILVA, N. D. P.; CAMPOS, M. C.; ARAKI, L. K. Theoretical and experimental heat transfer in rocket engine

with solid propellant. In: International Congress of Mechanical Engineering, 2017, Curitiba. COBEM/2017, 2017. v. 1. p. 1-10.

### **nenhum resumo de artigo publicado em congresso:**

#### **1 supervisão de pós-doutorado concluída:**

- SANTIAGO, C. D. Método multigrid otimizado para resolver as equações de Navier-Stokes 2D com volumes finitos. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2017. Relatório de atividades de estágio pós-doutoral em Engenharia Mecânica.

#### **4 teses de doutorado concluídas:**

- SILVA, N. D. P. **Extrapolação de Richardson completa e repetida para escoamentos com fluido compressível.** Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2019. Tese de doutorado em Engenharia Mecânica.
- OLIVEIRA JR, A. A. **Otimização numérica de coeficiente de arrasto de nariz de foguete em escoamento supersônico.** Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2018. Tese de doutorado em Engenharia Mecânica.
- MORO, D. F. **Desenvolvimento de técnicas para reduzir o erro de iteração e discretização em CFD.** Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2018. Tese de doutorado em Engenharia Mecânica.
- FERREIRA, A. E. G. **Multiextrapolação de Richardson completa para o método de volumes finitos.** Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2017. Tese de doutorado em Engenharia Mecânica.

#### **1 dissertação de mestrado concluída:**

- AGUIAR, F. M. **Análise de desempenho de tubeira plug anelar em motor-foguete a propelente sólido.** Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2020. Dissertação de mestrado em Engenharia Mecânica.

#### **4 trabalhos de fim de curso de graduação concluídos:**

- Éderson Luiz dos Santos Dias. **Estimativa numérica da pressão e taxa de queima transiente de motor-foguete a propelente sólido.** 2017. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Paraná.
- Felipe Geraldo Moura Milde. **Estimador Psi médio para o erro de discretização em CFD.** 2017. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Paraná.
- Eduardo Antônio Ribas Lima. **Redução do arrasto aerodinâmico de minifoguetes.** 2017. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Paraná.
- Tobias Pinheiro Queluz. **Cálculo e validação do coeficiente de arrasto através de CFD.** 2016. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Paraná.

#### **1 orientação de iniciação científica concluída:**

- Lucas Petzold Barbosa Lima. **ESTIMAÇÃO DO ERRO DE ARREDONDAMENTO EM PROBLEMAS TÉRMICOS 1D.** 2018. Iniciação Científica. (Graduando em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Paraná.

#### **6 projetos (qualificações) de doutorado aprovados:**

- Luciano Pereira da Silva. **Verificação e validação em aerodinâmica supersônica de foguetes utilizando o método *Smoothed Particle Hydrodynamics*.** 2019. Exame de qualificação (Doutorando em Métodos Numéricos em Engenharia) - Universidade Federal do Paraná.

- Phillipe Mendes Rosa. **Otimização numérica do arrasto aerodinâmico de nariz de foguete em regimes subsônico e transônico**. 2019. Exame de qualificação (Doutorando em Métodos Numéricos em Engenharia) - Universidade Federal do Paraná.
- Izabel Cecília Ferreira de Souza Vicentin. **Otimização numérica do contorno de tubeira de motor-foguete para empuxo máximo**. 2019. Exame de qualificação (Doutoranda em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Paraná.
- Carlos Alberto Rezende de Carvalho Junior. **Efeito do tipo de malha sobre multiextrapolação de Richardson em problemas de CFD**. 2017. Exame de qualificação (Doutorando em Métodos Numéricos em Engenharia) - Universidade Federal do Paraná.
- Antonio Carlos Foltran. **Verificação do erro numérico em problemas de radiação térmica**. 2017. Exame de qualificação (Doutorando em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Paraná.
- Caroline Dall'Agnol. **ESTIMATIVA E REDUÇÃO DO ERRO DE ITERAÇÃO EM DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL**. 2017. Exame de qualificação (Doutoranda em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Paraná.

#### **1 projeto (qualificação) de mestrado aprovado:**

- Tobias Pinheiro Queluz. **Cálculo e validação do coeficiente de arrasto de foguetes através de CFD**. 2018. Exame de qualificação (Mestrando em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Paraná.

#### **nenhum aplicativo computacional relevante implementado:**

#### **nenhum relatório de pesquisa preparado:**

#### **1 projeto (com financiamento e além do presente) executado no período e coordenado por C. H. Marchi:**

- Validação em propulsão e aerodinâmica de foguetes. Período: Jul/2012 a Set/2017. Financiador: CAPES. Total: R\$ 600.000,00.

#### **Atividades administrativas relevantes ligadas à pesquisa no período:**

- **Fundador e líder** (desde a sua criação no ano de 2002) **do grupo de pesquisa em CFD, propulsão e aerodinâmica de foguetes da UFPR**, registrado no Diretório Nacional dos Grupos de Pesquisas do CNPq e certificado pela UFPR. Este grupo conta atualmente com 10 pesquisadores, 16 alunos e 1 técnico.
- De 2012 a 2017, Editor Associado na área de Propulsão e Combustão do periódico **Journal of Aerospace Technology and Management**, publicado pelo Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE), de São José dos Campos (SP).
- Desde 2013, membro do Comitê Assessor de Engenharia da Fundação Araucária (Paraná).
- Revisor de um artigo submetido em 2019 ao periódico **Advances in Space Research**, publicado pela editora Elsevier e incluído no Web of Science do ISI.
- **Fundador e coordenador** (desde a sua criação no ano de 1995) do **Laboratório de Experimentação Numérica (LENA)**, da UFPR.
- **Fundador e coordenador** (desde a sua criação no ano de 2011) do **Laboratório de Atividades Espaciais (LAE)**, da UFPR.

## **4 – EQUIPE PARTICIPANTE**

A equipe que efetivamente participou da execução do projeto soma 32 pessoas, e foi a seguinte:

### **4 professores doutores, da UFPR**

Carlos Henrique Marchi  
Luciano Kiyoshi Araki  
Luis Mauro Moura  
Marcos Carvalho Campos

### **8 professores doutores, colaboradores de outras 5 instituições**

Alysson Nunes Diógenes (UP)  
CHI-WANG SHU (Brown University, USA)  
Cosmo Damião Santiago (UTFPR)  
Eduardo Matos Germer (UTFPR)  
Guilherme Bertoldo (UTFPR)  
Jonas Joacir Radtke (UTFPR)  
Rafael B. R. Borges (UERJ)  
Roberta Suero (IFPR)

### **10 doutorandos**

Abimael Alves de Oliveira Junior  
Ana Eliza Gonçalves Ferreira  
Antonio Carlos Foltran  
Carlos Alberto Rezende de Carvalho Junior  
Caroline Dall' Agnol  
Diego Fernando Moro  
Izabel Cecília Ferreira de Souza Vicentin  
Luciano Pereira da Silva  
Nicholas Dicati Pereira da Silva  
Phillipe Mendes Rosa

### **5 mestrandos**

Carlos Eduardo Américo  
Dener Augusto Iorio  
Filipe Melo de Aguiar  
Giovanna Deni Iorio  
Tobias Pinheiro Queluz

### **4 graduandos**

Éderson Luiz dos Santos Dias  
Eduardo Antônio Ribas Lima  
Felipe Geraldo Moura Milde  
Lucas Petzold Barbosa Lima

### **1 técnico da UFPR**

José Osmar Klein Júnior

## **5 – CONCLUSÃO**

Onze dos 12 objetivos foram alcançados total ou parcialmente. Na continuação deste projeto, parte IV, deveremos concluir o que for possível e encerrá-lo.

Em resumo, os resultados obtidos durante a execução deste projeto foram:

- Publicados 5 artigos completos em periódicos.
- Publicados 4 artigos completos em congressos.
- Formados 4 doutores e 1 mestre.
- Concluídas 4 orientações de trabalho de fim de curso de graduação.
- Concluída 1 orientação de trabalho de iniciação científica.
- Concluída 1 supervisão de pós-doutorado.
- Aprovados 6 projetos de tese de doutorado e 1 projeto de dissertação de mestrado.

Além disso:

- Foram submetidos 3 artigos para publicação em periódicos.
- Este projeto está sendo continuado através de um novo financiamento do CNPq, por meio de uma bolsa de produtividade em pesquisa PQ-2, no período Mar/20 a Fev/23.

Material relativo aos resultados deste projeto estão disponíveis na internet em <http://servidor.demec.ufpr.br/CFD/>

Agradecemos o apoio do CNPq a este projeto, que motivou a equipe e proporcionou avançar nas pesquisas realizadas no grupo de CFD da UFPR.