



Relatório técnico final do projeto
*Multiextrapolação de Richardson para reduzir
e estimar o erro de discretização em CFD - IV*
CFD-28

Processo CNPq 308208/2019-6

Período de execução: 1 Mar 2020 a 28 Fev 2023

Palavras-chave: erro numérico, diferenças finitas, volumes finitos, erro de discretização, verificação, validação.

Projeto de pesquisa financiado pelo
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq)
através do **Edital Produtividade em Pesquisa – PQ – 6/2019**
com uma bolsa de produtividade em pesquisa (PQ) nível 2

Carlos Henrique Marchi
(coordenador)
Universidade Federal do Paraná (UFPR)

Curitiba, 28 de abril de 2023.

SUMÁRIO

1 – Resumo		2
2 – Objetivos geral e específicos		2
3 – Resultados obtidos		2
4 – Equipe participante		4
5 – Conclusão		4

1 – RESUMO

O objetivo geral deste projeto de pesquisa científica era desenvolver técnicas para reduzir e estimar o erro de discretização em CFD (*Computational Fluid Dynamics*) através de múltiplas extrapolações de Richardson (MER). Pretendia-se melhorar, generalizar e testar o uso de MER visando diminuir a memória computacional e o tempo de CPU necessários para resolver problemas de CFD, bem como obter soluções numéricas de grande acurácia. Seriam considerados: problemas governados pelas equações de Poisson, advecção-difusão, Laplace, Burgers e Navier-Stokes; fluidos incompressíveis e compressíveis; uma, duas e três dimensões espaciais; soluções numéricas obtidas com os métodos de diferenças finitas e volumes finitos; diversos tipos de variáveis de interesse e de aproximações numéricas; precisões dupla e quádrupla nos cálculos; e malhas uniformes, não uniformes e não ortogonais. O projeto estava dividido em nove etapas que deveriam ser executadas em três anos por 19 pessoas. Os principais produtos gerados foram 7 artigos em periódicos, e formados 5 doutores e 3 mestres.

2 – OBJETIVOS GERAL E ESPECÍFICOS

O objetivo geral deste projeto era desenvolver técnicas para reduzir e estimar o erro de discretização em CFD através do método denominado Múltiplas Extrapolações de Richardson (MER). Para tanto, pretendia-se melhorar, generalizar e testar o uso de MER. Com isso, visava-se diminuir a memória computacional e o tempo de CPU necessários para resolver problemas de CFD, bem como obter soluções numéricas de grande acurácia.

Os objetivos específicos deste projeto eram:

- 1) Testar o efeito dos seguintes tipos de malha sobre o desempenho de MER: uniforme, não uniforme e não ortogonal.
- 2) Reduzir e estimar o erro de iteração com base em MER.
- 3) Aplicar o processo de verificação em problemas de radiação térmica.
- 4) Otimizar o coeficiente de empuxo de tubeira de foguete.
- 5) Otimizar o coeficiente de arrasto do nariz de foguete.
- 6) Melhorar o desempenho de MER em ondas de choque.
- 7) Obter os resultados mais acurados da literatura, com suas estimativas de erro, para o problema clássico do escoamento 2D dentro de uma cavidade quadrada causado pela sua tampa móvel.
- 8) Idem ao objetivo 7 para o escoamento 3D dentro de uma cavidade cúbica.
- 9) Gerar um novo tipo de benchmark para o escoamento 2D axissimétrico de fluido compressível em tubeira de motor-foguete, com MER e estimativa de erro.

3 – RESULTADOS OBTIDOS

Os produtos gerados com a execução deste projeto foram:

7 artigos completos publicados em periódicos:

- FOLTRAN, A. C.; MARCHI, C. H.; MOURA, L. M. Verification of numerical solutions of thermal radiation problems in participating and nonparticipating media. **Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals**, 2023. DOI: 10.1080/10407790.2023.2191871.
- SILVA, L. P.; MARCHI, C. H.; MENEGUETTE, M. K.; FOLTRAN, A. C. Robust RRE technique for increasing the order of accuracy of SPH numerical solutions. **Mathematics and Computers in Simulation**, v. 199, p. 231-252, 2022.
- ALVES, A. L.; BENTO, S. S.; MARCHI, C. H. Movimento vertical de minifoguetes: equações de trajetórias e análises gráficas. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 43, p. 1-12, 2021.
- MARCHI, C.; SANTIAGO, C. D.; CARVALHO JUNIOR, C. A. R. de. Lid-driven square cavity flow: a benchmark solution with an 8192x8192 grid. **Journal of Verification, Validation and Uncertainty Quantification**, v. 6, p. 1-23, 2021.
- MARCHI, C. H.; FOLTRAN, A. C.; MORO, D. F.; SILVA, N. D. P.; ARAKI, L. K.; VICENTIN, I. C. F. S.; DIAS, E. L. S.; BENTO, A. V.; CAMPOS, M. C. Cold-Crafted KNSu Mechanically Pressed Burning Rate for Combustion Pressure Ranging from 0.9 to 7.7 bar. **Combustion Science and Technology**, v. 194, p. 1-13, 2021.
- RADTKE, J. J.; BERTOLDO, G.; MARCHI, C. H. DEPP – Differential evolution parallel program. **Journal of Open Source Software**, v. 5, p. 1701, 2020.
- ALVES, A. L.; PANETO, A. N.; LITTIKE, K. A.; BENTO, S. S.; MARCHI, C. H. Minifoguete a propelente sólido: aspectos teóricos e propostas experimentais para o ensino de física. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 42, p. 1-17, 2020.

5 teses de doutorado concluídas:

- Luciano Pereira da Silva. **Verificação de soluções numéricas em problemas difusivos resolvidos com o método Smoothed Particle Hydrodynamics**. 2022. Tese (Doutorado em Métodos Numéricos em Engenharia) - Universidade Federal do Paraná.
- Izabel Cecília Ferreira de Souza Vicentin. **Otimização numérica do contorno de tubeira de motor-foguete para empuxo máximo**. 2021. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Paraná.
- Caroline Dall' Agnol. **Proposta de um procedimento híbrido para estimar e reduzir o erro de iteração em problemas de transferência de calor**. 2020. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Paraná.
- Antonio Carlos Foltran. **Verificação de erros de discretização em problemas de radiação térmica**. 2020. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Paraná.
- Carlos Alberto Rezende de Carvalho Junior. **Experimentos com extrapolação de Richardson completa e algumas variações**. 2020. Tese (Doutorado em Métodos Numéricos em Engenharia) - Universidade Federal do Paraná.

3 dissertações de mestrado concluídas:

- Carlos Eduardo Américo. **Previsões numéricas do escoamento bidimensional compressível turbulento em tubeira de motor-foguete**. 2021. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Paraná.
- Dener Augusto Iorio. **Otimização numérica da geometria de nariz de foguete em escoamento supersônico para arrasto mínimo**. 2021. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Paraná.
- Giovanna Deni Iorio. **Projeto da geometria do divergente de tubeira de motor-foguete para empuxo máximo usando o método de otimização de forma**. 2021. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Paraná.

4 – EQUIPE PARTICIPANTE

A equipe que efetivamente participou da execução do projeto soma 19 pessoas, e foi a seguinte:

4 professores doutores da UFPR

Carlos Henrique Marchi
Luciano Kiyoshi Araki
Luis Mauro Moura
Marcos Carvalho Campos (in memoriam)

5 professores doutores, colaboradores de outras 3 instituições

André Luíz Alves (UFES)
Cosmo Damião Santiago (UTFPR)
Guilherme Bertoldo (UTFPR)
Jonas Joacir Radtke (UTFPR)
Messias Meneguette Júnior (UNESP)

7 doutorandos/doutores

Antonio Carlos Foltran
Carlos Alberto Rezende de Carvalho Junior
Caroline Dall' Agnol
Diego Fernando Moro
Izabel Cecília Ferreira de Souza Vicentin
Luciano Pereira da Silva
Nicholas Dicati Pereira da Silva

3 mestrandos/mestres

Carlos Eduardo Américo
Dener Augusto Iorio
Giovanna Deni Iorio

5 – CONCLUSÃO

Sete dos nove objetivos do projeto, citados na seção 2, foram alcançados total ou parcialmente.

Em resumo, os produtos gerados durante a execução deste projeto foram:

- Publicados 7 artigos completos em periódicos.
- Formados 5 doutores
- Formados 3 mestres.

Material relativo aos resultados deste projeto estão disponíveis na internet em <http://servidor.demec.ufpr.br/CFD/>

Agradecemos o apoio do CNPq a este projeto, que motivou a equipe e proporcionou avançar nas pesquisas realizadas no grupo de CFD da UFPR.