Otimização do método multigrid em dinâmica dos fluidos computacional

***CFD*-8**

Palavras-chave: *solver*, diferenças finitas, volumes finitos, transferência de calor, termoelasticidade, mecânica dos fluidos

Projeto de pesquisa submetido ao
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq)
para concorrer a financiamento do Edital MCT/CNPq 02/2006 - Universal

Carlos Henrique Marchi

(coordenador)

Professor adjunto da
Universidade Federal do Paraná (UFPR)
Departamento de Engenharia Mecânica (DEMEC)

Endereço: Caixa postal 19040
81531-980, Curitiba, PR
Telefone: (41) 3361-3126
Fax: (41) 3361-3129
e-mail: marchi@demec.ufpr.br

Curitiba, 30 de maio de 2006.

RESUMO

O método *multigrid* é um dos métodos iterativos mais eficientes e gerais conhecidos hoje para solução de sistemas de equações. Teoricamente, o tempo de processamento (CPU) necessário para resolver um problema de dinâmica dos fluidos computacional (CFD), mesmo usando o método *multigrid*, pode ser reduzido de 10 a 100 vezes do atual. O objetivo principal deste projeto é desenvolver algoritmos com o método *multigrid* que permitam reduzir, em relação ao estado-da-arte atual, o tempo de CPU necessário para obter a solução numérica de problemas de transferência de calor, termoelasticidade e mecânica dos fluidos. O projeto está dividido em oito etapas, que serão executadas em dois anos por uma equipe de sete pesquisadores ligados a quatro instituições (UFPR, UEPG, Unibrasil e Unicenp). Tipos de malha a usar: totalmente uniforme, uniforme por direção, não-uniforme e não-estruturada. Alguns parâmetros a investigar: número de incógnitas; número de iterações internas; número de malhas; razão de engrossamento e de aspecto da malha; tipo de *solver*; esquemas CS e FAS; com e sem FULL-MG; tipos de restrição, prolongação e relaxação; tipo de condição inicial; tolerância e critério de convergência; métodos de diferenças finitas e volumes finitos; modelos matemáticos constituídos por uma, duas e três equações diferenciais, entre eles, equações de Laplace e de Navier-Stokes bidimensionais. Resultados esperados: melhorar o desempenho do método *multigrid* nos problemas abordados neste projeto; ter publicado ou submetido para publicação pelo menos oito artigos em congressos e revistas; e concluir três teses de doutorado.

1. INTRODUÇÃO

1.1 Fundamentação

Os problemas de engenharia podem ser resolvidos por meio de três tipos de abordagem (Maliska, 2004; Tannehill *et al.*, 1997): experimental, analítica e numérica. As soluções numéricas podem ser obtidas através de diversos métodos numéricos (Ferziger e Peric, 2001), entre eles, diferenças finitas, volumes finitos e elementos finitos.

A obtenção de uma solução numérica com os métodos citados pode ser dividida nas seguintes etapas:

1) definição dos dados do problema: modelo matemático, domínio de cálculo, modelo numérico etc;
2) discretização do domínio de cálculo, isto é, divisão do domínio em nós, elementos ou volumes de controle nos quais a solução numérica será obtida; o conjunto destes entes é chamado de malha;
3) aproximação das equações do modelo matemático com algum método numérico, gerando um ou vários sistemas de equações algébricas;
4) solução dos sistemas de equações com um ou vários métodos diretos ou iterativos, dependendo do problema; neste projeto, um método de solução de sistemas será abreviado por *solver*;
5) cálculo de outras variáveis e visualização dos resultados em listagens, tabelas ou gráficos.

O foco deste projeto é a etapa 4, acima. Em problemas de mecânica ou de dinâmica dos fluidos de interesse prático, os modelos matemáticos são não-lineares e compostos por diversas equações diferenciais. Por exemplo, a solução do escoamento tridimensional turbulento sobre um foguete ou avião envolve sete equações diferenciais e uma algébrica, se o modelo de turbulência escolhido for o k-epsilon, e as malhas empregadas têm de 25 a 100 milhões de nós (Brandt *et al.*, 2002). Geralmente, a solução destes problemas é obtida através de métodos iterativos ou *solvers*, como o Gauss-Seidel, ADI, SIP, MSI e outros (Kreyszig, 1999; Ferziger e Peric, 2001). A dificuldade principal destes *solvers* iterativos é que a taxa de convergência deles diminui à medida que se aumenta o número de nós ou incógnitas do sistema de equações.

O tempo computacional (t) necessário para obter a solução numérica de um problema pode ser expressa por

$$t = aN^b \tag{1}$$

onde a e b são fator e expoente dependentes de cada problema, e N é o número de nós da malha. Para os *solvers* citados acima, tem-se $b > 1$, sendo geralmente 2 ou até 3 para satisfazer um determinado critério de convergência. Nas mesmas condições, um método direto, como a eliminação de Gauss, tem $b \approx 4$. Com o método *multigrid* ideal, a taxa de convergência e o número de iterações se mantêm constante quando se aumenta o número de incógnitas do sistema de equações (Wesseling e Oosterlee, 2001), resultando em $b = 1$. Ou seja, o *multigrid* é o algoritmo mais eficiente.

O método *multigrid* (Brandt, 1977; Wesseling, 1992) consiste no uso de malhas auxiliares mais grossas ou com menor número de nós do que aquela que se quer empregar. São usados processos chamados de restrição e prolongação para transferir informações entre as diversas malhas. Pode ser usado qualquer *solver*, em princípio (Tannehill *et al.*, 1997), no processo chamado de relaxação. A seqüência com que as diversas malhas são empregadas resulta no que se chama de um ciclo *multigrid*; existem diversos, denominados por V, W etc. Em cada tipo de ciclo, pode-se partir da malha mais grossa, esquema FMG (*Full MultiGrid*), ou da mais fina, esquema padrão. Além disso, existem os esquemas CS (*Correction Scheme*) e FAS (*Full Aproximation Scheme*) que são mais indicados, respectivamente, a problemas lineares e não-lineares. Finalmente, podem ser distinguidos os métodos *multigrid* geométrico e algébrico, respectivamente indicados para malhas estruturadas e não-estruturadas.

1.2 Definição do problema

Wesseling e Oosterlee (2001) fizeram uma revisão dos desenvolvimentos, nos últimos 10 anos, do método *multigrid* geométrico em dinâmica dos fluidos computacional (CFD), mostrando o estado-da-arte para escoamentos incompressíveis e compressíveis. Segundo eles, *multigrid* (MG) permanece um tópico ativo de pesquisa em CFD e é um dos mais significativos desenvolvimentos em análise numérica na segunda metade do século XX. Estes autores concluem seu trabalho informando que a eficiência teórica do MG (b=1 na eq. 1) ainda não é obtida para todos os problemas relevantes de CFD. Brandt (1998) indica as principais dificuldades: linhas de corrente não alinhadas com a malha, escoamentos recirculantes, pontos de estagnação, razões de aspecto da malha grandes, camadas limite, física e geometrias complexas.

Stüben (2001) fez uma revisão dos desenvolvimentos, nos últimos 10 anos, do método *multigrid* algébrico, que é o tipo mais adequado a malhas não-estruturadas. Segundo este autor, esta é uma das áreas de pesquisa mais ativas em análise numérica. Stüben (2001) conclui que muitos métodos têm sido desenvolvidos mas até agora nenhum deles é capaz de tratar eficientemente todos os problemas práticos relevantes.

Segundo Ferziger e Peric (2001), os melhores desempenhos do método *multigrid* são obtidos em problemas totalmente elípticos (dominados pela difusão); e os menores, em problemas dominados pela advecção (equações de Euler). Fatores de aceleração típicos estão na faixa de 10 a 100 quando cinco níveis de malha são usados. O fator de aceleração (S) mede quantas vezes o método *multigrid* é mais rápido na obtenção da solução de um problema do que sem ele.

Num problema puramente difusivo, equação de Laplace bidimensional, com malha uniforme de 128x128 elementos, S = 325 (Tannehill *et al.*, 1997). Teoricamente, este valor de S deveria se manter o mesmo em qualquer problema com esta mesma malha. Porém, num problema de escoamento bidimensional, governado pelas equações de Navier-Stokes, com malha uniforme de 128x128 elementos, S = 42 e 15, respectivamente para número de Reynolds 100 e 1000 (Ferziger e Peric, 2001). Isso mostra a deterioração do desempenho do método *multigrid* em problemas não-lineares e também devido ao aumento do grau de não-linearidade, associado a um maior número de

Reynolds.

Além das não-linearidades em escoamentos de fluidos, um outro fator que deteriora o desempenho do método *multigrid* é a anisotropia, que pode ter dois tipos de causas (Larsson *et al.*, 2005): (1) a física do problema, por exemplo em condução de calor, valores de condutividade térmica muito variáveis no domínio; e (2) a geometria do domínio ou da malha, muito comum em problemas de camada limite ou com malhas não-uniformes.

Em resumo, o problema deste projeto pode ser assim definido: como atingir a eficiência teórica (b=1 na eq. 1) do método *multigrid* em problemas mais complexos de dinâmica dos fluidos computacional? Especificamente, como melhorar o desempenho do método *multigrid* em problemas difusivos anisotrópicos e em problemas de escoamento com altos números de Reynolds?

1.3 Relevância do problema

A importância de abordar o problema em consideração neste projeto pode ser avaliada pelos seguintes pontos:

(a) O método *multigrid* é um dos métodos iterativos mais eficientes e gerais conhecidos hoje (Hirsch, 1988; Tannehill *et al.*, 1997). Portanto, melhorando-o, os resultados são de larga aplicação, muito além de apenas CFD.
(b) Os algoritmos atuais usados com o *multigrid* podem ser bastante otimizados. Teoricamente, o tempo computacional necessário para resolver um problema de escoamento em CFD pode ser reduzido de 10 a 100 vezes (Brandt *et al.*, 2002) do atual.
(c) A redução do tempo computacional para resolver um mesmo problema resulta na redução do custo dos projetos das empresas.
(d) O aumento da eficiência atual do método *multigrid* também permitiria, no mesmo tempo computacional, resolver um problema com uma malha mais fina, isto é, com maior número de nós. Isto significa obter uma solução numérica com menor erro de discretização (Roache, 1998), melhorando a qualidade e confiabilidade dos projetos das empresas.
(e) No Brasil, poucos grupos trabalham em pesquisa com o método *multigrid*. Além dos grupos que integram este projeto, da UFPR e UEPG, conhecemos apenas mais seis, com base no Diretório dos Grupos de Pesquisa no Brasil, do CNPq.

2. OBJETIVOS

Os objetivos deste projeto são:

1) Desenvolver algoritmos com o método *multigrid* que permitam reduzir, em relação ao estado-da-arte atual, o tempo computacional necessário para obter a solução numérica de problemas de transferência de calor, termoelasticidade e mecânica dos fluidos.
2) Identificar causas da degeneração do desempenho do método *multigrid* em relação ao seu potencial teórico, contribuindo para atingir o objetivo 1.
3) Divulgar o método *multigrid* no Brasil e no exterior através de artigos, *site* do projeto, disciplinas de pós-graduação e apostila sobre o método.
4) Fornecer tema de tese para cinco doutorandos, sendo que três deles defenderão suas teses durante a execução do projeto.
5) Melhorar a infra-estrutura computacional dos dois grupos de pesquisa, registrados no CNPq, que integram este projeto, um da UFPR e outro da UEPG.

Para atingir os objetivos 1 a 4, pelo menos os seguintes problemas deverão ser abordados: equação de Poisson unidimensional (1D); equação de Laplace bidimensional (2D); equação de advecção-difusão 1D e 2D; equação de Burgers 1D; problema termoelástico linear 2D; escoamento turbulento 1D; e equações de Navier-Stokes 2D. Os seguintes tipos de malha devem ser usados: totalmente uniforme, uniforme por direção, não-uniforme e não-estruturada. Os efeitos causados pelos seguintes parâmetros devem ser investigados: número de incógnitas ou tamanho do sistema de equações; número de iterações internas; número de malhas; razão de engrossamento e de aspecto da malha; tipo de *solver*; esquemas CS e FAS; com e sem FULL-MG; tipos de restrição, prolongação e relaxação; tipo de condição inicial; tolerância e critério de convergência; métodos de diferenças finitas e volumes finitos; modelos matemáticos constituídos por uma, duas e três equações diferenciais.

3. METODOLOGIA

Para atingir os objetivos propostos, o projeto está estruturado em oito etapas descritas nesta seção, que totalizam dois anos. Ao final de cada etapa, pretende-se ter um ou mais códigos computacionais correspondentes a ela e um artigo a ser submetido a congresso ou revista científica para publicação.

Do ponto de vista prático, o interesse é resolver problemas multidimensionais de escoamento cujos modelos matemáticos são compostos por várias equações diferenciais, que são abordados nas etapas 7 e 8. As outras etapas são dedicadas a problemas unidimensionais e/ou com apenas uma equação diferencial; elas são consideradas importantes para isolar as causas que afetam o desempenho do método *multigrid*, permitindo entender melhor cada aspecto do método e, assim, otimizá-lo; além disso, algumas destas equações também têm aplicação prática.

Algumas características gerais do projeto são: (i) todos os programas computacionais que serão utilizados para investigar o desempenho do método *multigrid* serão implementados pela equipe deste projeto usando a linguagem de programação FORTRAN 95; (ii) será usado *multigrid* com ciclo V, por demandar menos tempo de computação (Hirsch, 1988); e (iii) também serão considerados nas outras etapas, quando pertinentes, os efeitos mencionados na etapa 1, abaixo.

A seguir, são descritas de forma resumida as oito etapas do projeto, seu respectivo cronograma físico e a equipe técnica.

Etapa 1: Problemas isotrópicos 1D com 1 equação e malha uniforme

Nesta etapa serão considerados: problemas isotrópicos (coeficientes constantes) unidimensionais; malhas uniformes; método de diferenças finitas; *solver* Gauss-Seidel; dois modelos matemáticos, compostos cada um por uma única equação, e dados por

$$\frac{d^2T}{dx^2} = S(x) \qquad \text{(equação de Poisson 1D)} \qquad (2)$$

$$Pe\frac{dT}{dx} = \frac{d^2T}{dx^2} + S(x) \qquad \text{(equação de advecção-difusão 1D)} \qquad (3)$$

onde x = coordenada espacial, T = temperatura, S = termo fonte, e Pe = número de Peclet.

Pretende-se investigar os efeitos sobre o desempenho do método *multigrid* causados por: número de elementos da malha de 2 até a ordem de milhões; tipos diferentes de restrição, prolongação e relaxação; razões de engrossamento (r) 2, 3, 4 e 5; valor de Pe; número de iterações internas do *solver*, dos tipos fixo e dinâmico; número de malhas; esquemas CS e FAS; com e sem FMG; tipo de condição inicial; tolerância e critério de convergência; e aproximações numéricas do tipo UDS e CDS, com e sem correção adiada (Ferziger e Peric, 2001).

Responsáveis: Santiago, Pinto, Oliveira e Marchi.

Etapa 2: Problemas anisotrópicos 1D com 1 equação

Nesta etapa serão considerados: problemas anisotrópicos (coeficientes variáveis) unidimensionais; método de diferenças finitas; *solver* Gauss-Seidel; três modelos matemáticos, compostos cada um por uma única equação, dados pela Eq. (2) e por

$$\frac{d}{dx}\left(k\frac{dT}{dx}\right) = S(x) \qquad \text{(difusão de calor 1D)} \qquad (4)$$

$$Re\frac{d(u^2)}{dx} = \frac{d^2u}{dx^2} + S(x) \qquad \text{(equação de Burgers 1D)} \qquad (5)$$

onde u = componente do vetor velocidade na direção x, k = condutividade térmica e Re = número de Reynolds.

Pretende-se investigar os efeitos sobre o desempenho do método *multigrid* causados por: anisotropia geométrica devido ao uso de malhas não-uniformes na Eq. (2) e área (A) de troca de calor variável no lugar de k na Eq. (4); anisotropia física causada por k e u variáveis, nas Eqs. (4) e (5); valor de Re.

Responsáveis: Pinto, Oliveira e Marchi.

Etapa 3: Problema isotrópico 2D com 1 equação e malha uniforme

Nesta etapa serão considerados: problemas isotrópicos (coeficientes constantes) bidimensionais; malhas totalmente uniformes, ou seja, com razão de aspecto unitária; método de diferenças finitas; modelo matemático composto por uma única equação:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \qquad \text{(Equação de Laplace 2D)} \qquad (6)$$

onde x e y = direções coordenadas.

Pretende-se investigar os efeitos sobre o desempenho do método *multigrid* causados pelos seguintes *solvers* iterativos: Gauss-Seidel, ADI e MSI; e compará-los a um *solver* direto (eliminação de Gauss).

Responsável: Pinto e Marchi.

Etapa 4: Problema anisotrópico geométrico 2D com 1 equação

Nesta etapa serão considerados: problemas anisotrópicos (coeficientes variáveis) bidimensionais; método de diferenças finitas; um modelo matemático composto por uma única equação e dado pela Eq. (6).

Pretende-se investigar os efeitos sobre o desempenho do método *multigrid* causados pelos seguintes tipos de anisotropia geométrica: domínio quadrado com número de elementos diferentes em cada direção; domínio retangular com número de elementos iguais nas duas direções mas com o tamanho dos elementos diferentes em cada direção; domínio retangular com tamanho dos elementos iguais nas duas direções mas com o número de elementos diferentes em cada direção; razões de aspecto da malha de 2 até a ordem de 10 mil.

Responsáveis: Pinto, Oliveira e Marchi.

Etapa 5: Problema anisotrópico físico 2D com 1 equação

Nesta etapa serão considerados: problema anisotrópico (coeficientes variáveis) bidimensional; malhas uniformes; método de diferenças finitas; um modelo matemático composto por uma única equação e dado pela equação de advecção-difusão 2D:

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + S(x,y) \qquad (7)$$

onde v = componente do vetor velocidade na direção y.

Pretende-se investigar os efeitos sobre o desempenho do método *multigrid* causados pela magnitude e pela direção do vetor velocidade.

Responsáveis: Pinto, Oliveira e Marchi.

Etapa 6: Problemas com 2 equações e malha uniforme

Nesta etapa serão considerados: escoamento quase-unidimensional de fluido incompressível; malhas uniformes; *solver* TDMA (Ferziger e Peric, 2001); método de volumes finitos com solução seqüencial das equações e método de acoplamento pressão-velocidade do tipo SIMPLEC (Ferziger e Peric, 2001); modelo matemático composto por duas equações, equações de conservação da massa e da quantidade de movimento linear, dadas respectivamente por:

$$\frac{d(\rho u A)}{dx} = 0 \qquad (8)$$

$$\frac{d(\rho A u^2)}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\mu A\frac{du}{dx}\right) - A\frac{dp}{dx} - S(u) \qquad (9)$$

onde A = área do escoamento em cada coordenada x, p = pressão, ρ = massa específica e μ = viscosidade.

Pretende-se investigar os efeitos sobre o desempenho do método *multigrid* causados por um modelo matemático composto por duas equações. Também pretende-se abordar apenas a Eq. (9), visando evitar a questão do acoplamento pressão-velocidade, e um problema termoelástico linear 2D, descrito por

$$\frac{(1+\lambda)}{(1-\lambda)}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 2\alpha\frac{(1+\lambda)}{(1-\lambda)}\frac{\partial T}{\partial x} \qquad (10)$$

$$\frac{(1+\lambda)}{(1-\lambda)}\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right) + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 2\alpha\frac{(1+\lambda)}{(1-\lambda)}\frac{\partial T}{\partial y} \qquad (11)$$

onde λ = razão de Poisson, α = coeficiente de expansão térmica, T = temperatura, x e y = direções coordenadas, u e v = deslocamentos nas direções x e y.

Responsáveis: Santiago, Araki e Marchi.

Etapa 7: Problema não-linear de escoamento 2D com 3 equações

Nesta etapa serão considerados: escoamento bidimensional de fluido incompressível; malhas uniformes; método de volumes finitos com solução seqüencial das equações e método de acoplamento pressão-velocidade do tipo SIMPLEC; modelo matemático composto por três equações, equações de conservação da massa e da quantidade de movimento linear nas direções *x* e *y*, dadas respectivamente por:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{12}$$

$$\rho\frac{\partial (u^2)}{\partial x} + \rho\frac{\partial (uv)}{\partial y} = \mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) - \frac{\partial p}{\partial x} \tag{13}$$

$$\rho\frac{\partial (uv)}{\partial x} + \rho\frac{\partial (v^2)}{\partial y} = \mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) - \frac{\partial p}{\partial y} \tag{14}$$

onde p = pressão, ρ = massa específica, μ = viscosidade, u e v = componentes do vetor velocidade nas direções x e y.

Pretende-se investigar os efeitos sobre o desempenho do método *multigrid* causados por: um modelo matemático composto por três equações; valor de *Re*.

Responsáveis: Santiago, Araki e Marchi.

<u>Etapa 8: Problemas 2D em malhas não-estruturadas</u>

Nesta etapa serão considerados: os problemas bidimensionais das etapas 3 a 7; malhas não-estruturadas; método de volumes finitos.

Pretende-se investigar os efeitos sobre o desempenho do método *multigrid* causados pelo uso de malhas não-estruturadas.

Responsáveis: Suero, Pinto, Schneider e Marchi.

<u>Cronograma</u>

Na tabela abaixo, apresenta-se o cronograma de execução física das atividades previstas nas etapas 1 a 8, organizado em períodos trimestrais. Atualmente, as etapas 1 a 4 e 6 estão em andamento.

Início: novembro/2006. Término: outubro/2008.

Etapa	Atividade		2007				2008		
		4º	1º	2º	3º	4º	1º	2º	3º
1	Problemas isotrópicos 1D com 1 eq. e malha uniforme	X	X						
2	Problemas anisotrópicos 1D com 1 equação	X	X	X	X				
3	Problema isotrópico 2D com 1 eq. e malha uniforme	X	X						
4	Problema anisotrópico geométrico 2D com 1 equação	X	X	X	X				
5	Problema anisotrópico físico 2D com 1 equação					X	X	X	X
6	Problemas com 2 equações e malha uniforme	X	X	X					
7	Problema não-linear de escoamento 2D com 3 equações				X	X	X	X	X
8	Problemas 2D em malhas não-estruturadas		X	X	X	X	X	X	X

<u>4. EQUIPE TÉCNICA</u>

O proponente deste projeto é orientador de todos os demais seis membros da equipe, que são doutorandos no Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia (PPGMNE) e no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PG-Mec), ambos da Universidade

Federal do Paraná. Todos integram o Grupo de Pesquisa em Dinâmica dos Fluidos Computacional da UFPR.

A formação de graduação dos membros da equipe é em engenharia mecânica (três) e matemática (quatro), com mestrado em métodos numéricos, mecânica computacional, programação matemática e análise numérica, áreas envolvidas neste projeto. Estes pesquisadores trabalham em quatro instituições de ensino superior diferentes: UFPR, UEPG, Unibrasil e Unicenp. Praticamente ainda no início deste projeto, em fevereiro de 2007, mais dois membros da equipe (Schneider e Pinto) já deverão ser doutores.

O proponente deste projeto usa e pesquisa *multigrid* desde 1999: para avaliar erros de discretização (Silva e Marchi, 2000); orientação de dissertação de mestrado (Martins, 2002) que avaliou estimadores de erro de iteração, e outra (Moro Filho, 2004) que investigou o uso de razão de engrossamento (*r*) maior que a padrão, 2. Atualmente, o proponente do projeto orienta quatro teses de doutorado sobre *multigrid*, além de outra tese em andamento que usará o método *multigrid*.

Três membros da equipe já publicaram dois trabalhos (Pinto *et al.*, 2005a; Pinto *et al.*, 2005b) sobre *multigrid* em congressos internacionais. Recentemente, foram submetidos dois artigos ao CILAMCE/2006, e estão em preparação mais dois trabalhos, um para congresso e outro para revista científica internacional, envolvendo quatro membros da equipe. Nestes trabalhos, temos usado a estratégia de investigar os fundamentos do método *multigrid* em problemas extremamente simples, mas que envolvem suas dificuldades em problemas complexos. Isso nos permite entender melhor o funcionamento do *multigrid* e suas dificuldades, facilitando propor melhorias. Com isso, temos feito descobertas inéditas e importantes, entre elas: encontrado comportamentos sistemáticos em relação ao número de iterações internas e níveis de malha; esquema FAS é mais rápido que CS em problemas lineares; em problemas não-lineares resolvidos com o esquema FAS, $r > 2$ é mais rápido que 2, valor quase sempre usado. Neste projeto pretendemos usar esta estratégia e juntar com outras da literatura visando atingir os objetivos propostos.

Segue uma breve descrição sobre cada membro da equipe:

Carlos Henrique Marchi
Título: doutor em engenharia mecânica, UFSC, 2001
Instituição que atua: Universidade Federal do Paraná (UFPR)
Vínculo com a UFPR: professor efetivo adjunto
Dedicação ao projeto: 10 horas/semana
Especialização: métodos numéricos

Luciano Kiyoshi Araki
Título: engenheiro mecânico, UFPR, 2003
Instituição que atua: Universidade Federal do Paraná (UFPR)
Vínculo com a UFPR: doutorando, bolsista CAPES
Dedicação ao projeto: 5 horas/semana
Especialização: mecânica computacional

Roberta Suero
Título: mestre em métodos numéricos em engenharia, UFPR, 2006
Instituição que atua: Universidade Federal do Paraná (UFPR)
Vínculo com a UFPR: doutoranda, bolsista CAPES
Dedicação ao projeto: 40 horas/semana
Especialização: mecânica computacional

Márcio Augusto Villela Pinto
Título: mestre em matemática e computação científica, UFSC, 1997
Instituição que atua: Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG)
Vínculo com a UEPG: professor efetivo assistente

Dedicação ao projeto: 10 horas/semana
Especialização: análise numérica

Cosmo Damião Santiago
Título: mestre em métodos numéricos em engenharia, UFPR, 2001
Instituição que atua: Complexo de Ensino Superior do Brasil (Unibrasil)
Vínculo com a Unibrasil: professor associado
Dedicação ao projeto: 20 horas/semana
Especialização: análise numérica

Fabiane de Oliveira
Título: mestre em métodos numéricos em engenharia, UFPR, 2000
Instituição que atua: Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG)
Vínculo com a UEPG: professora efetiva assistente
Dedicação ao projeto: 40 horas/semana
Especialização: programação matemática

Fábio Alencar Schneider
Título: mestre em engenharia mecânica, UFSC, 1998
Instituição que atua: Centro Universitário Positivo (UNICENP)
Vínculo com o UNICENP: professor efetivo adjunto
Dedicação ao projeto: 5 horas/semana
Especialização: métodos numéricos

5. RESULTADOS ESPERADOS

Com a realização deste projeto, pretende-se obter os seguintes resultados:

1) Melhorar o desempenho do método *multigrid* nos problemas abordados neste projeto.
2) Difundir a tecnologia do método *multigrid* no Brasil e no exterior através de: publicação de artigos; *site* do projeto com os programas-fonte implementados; disciplinas de pós-graduação; apostila sobre o método; e treinamento dos participantes deste projeto, que pertencem a quatro instituições diferentes (UFPR, UEPG, Unibrasil e Unicenp).
3) Concluir três teses (Pinto, Araki e Santiago) de doutorado envolvendo o tema deste projeto.
4) Ter publicado ou submetido para publicação pelo menos cinco artigos científicos em congressos nacionais e internacionais com os resultados deste projeto.
5) Ter publicado ou submetido para publicação pelo menos três artigos em revistas científicas internacionais com os resultados deste projeto.
6) Treinar seis doutorandos no tema do projeto, que é atual e tem grande potencial para ser aplicado em tipos diferentes de problemas.
7) Aumentar a capacidade computacional dos dois grupos de pesquisa envolvidos no projeto, permitindo ampliar o escopo de suas atividades de pesquisa, ensino e extensão.

6. ORÇAMENTO

A seguir apresenta-se o orçamento do projeto para cada rubrica em que se permite o financiamento.

Rubrica	Qtde.	Valor (R$)	Justificativa da necessidade para o projeto
Equipamentos e material permanente: microcomputador Pentium IV 3,4 GHz, 4 GB RAM, HD 80 GB, monitor 17” etc	4	18.000,00	Realizar as simulações do projeto na UFPR
Equipamentos e material permanente: microcomputador Pentium IV 3,0 GHz, 2 GB RAM, HD 80 GB, monitor 17” etc	1	3.500,00	Realizar as simulações do projeto na UEPG
Equipamentos e material permanente: impressora laser HP 2840 multifuncional e colorida	1	3.000,00	Imprimir, scannear e xerocar arquivos referentes às simulações do projeto na UFPR
Equipamentos e material permanente: impressora laser HP 2600n colorida	1	1.600,00	Imprimir arquivos referentes às simulações do projeto na UEPG
Custeio/serviços de terceiros/pessoa jurídica: artigos COMUT	vários	500,00	Adquirir artigos científicos através do sistema COMUT para atualização na literatura
Custeio/serviços de terceiros/pessoa jurídica: tradução de artigos	8	5.000,00	Traduzir artigos científicos do projeto para publicação em congressos e revistas
Equipamentos e material permanente: condicionador de ar Consul de 21 mil BTU	2	4.800,00	Refrigerar os computadores das duas salas do LENA-2, sede do grupo de CFD da UFPR
Custeio/despesas acessórias: instalação dos dois condicionadores de ar (materiais elétricos e mão-de-obra)	---	1.500,00	Instalação dos dois condicionadores de ar
Custeio/material de consumo: *software* Fortran v.10 Absoft 64-bit	1	2.100,00	Implementar os programas computacionais do projeto
Custeio/passagem Curitiba-Brasília	2	1.500,00	Participar e apresentar trabalhos no COBEM/2007
Custeio/passagem Curitiba-Recife	2	3.400,00	Participar e apresentar trabalhos no CILAMCE/2007
Diária	12	2.250,00	Participar e apresentar trabalhos no COBEM/2007 e CILAMCE/2007
Custeio/material de consumo: toner para impressora laser HP 2600n	2	700,00	Confecção de trabalhos, relatórios etc
Custeio/material de consumo: toner para impressora laser HP 2840	5	1.950,00	Confecção de trabalhos, relatórios etc
Custeio/material de consumo: caixa de 5 mil folhas de papel A4	2	200,00	Confecção de trabalhos, relatórios etc
Total		50.000,00	

Totais:		
	Material Bibliográfico	R$ 0,00
	Custeio	R$ 11.950,00
	Diárias	R$ 2.250,00
	Passagens	R$ 4.900,00
	Equipamentos e Material permanente	R$ 30.900,00
	Bolsas	R$ 0,00

Total geral R$ 50.000,00

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRANDT, A. Multi-level adaptive solutions to boundary-value problems. **Mathematics of computation**, v. 31, p. 333-390, 1977.

BRANDT, A. **Barriers to achieving textbook multigrid efficiency (TME) in CFD**. Hampton, VA, USA: ICASE/NASA, 1998. NASA/CR-1998-207647.

BRANDT, A.; DISKIN, B.; THOMAS, J. L. **Recent advances in achieving textbook multigrid efficiency for computational fluid dynamics simulations**. Hampton, VA, USA: ICASE/NASA, 2002. NASA/CR-2002-211656.

FERZIGER, J. H.; PERIC, M. **Computational methods for fluid dynamics**. 3. ed. Berlin: Springer, 2001.

HIRSCH, C. **Numerical computation of internal and external flows**. Chichester: Wiley, 1988. v. 1.

KREYSZIG, E. **Advanced engineering mathematics**. 8. ed. New York: Wiley, 1999.

LARSSON, J.; LIEN, F. S.; YEE, E. C. Conditional semicoarsening multigrid algorithm for the Poisson equation on anisotropic grids. **Journal of Computational Physics**, v. 208, p. 368-383, 2005.

MALISKA, C. R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004.

MARTINS, M. A. **Estimativa de erros de iteração em dinâmica dos fluidos computacional**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2002. Dissertação de mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia.

MORO FILHO, R. C. **Aplicação da técnica multigrid em transferência de calor computacional**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 2004. Dissertação de mestrado em Engenharia Mecânica.

PINTO, M. A. V.; SANTIAGO, C. D.; MARCHI, C. H. Effect of parameters of a multigrid method on CPU time for one-dimensional problems. In: XVIII INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING. **Proceedings…** Ouro Preto, 2005a, p. 1-8. COBEM/2005, paper 619.

PINTO, M. A. V.; SANTIAGO, C. D.; MARCHI, C. H. Efeito de parâmetros do método multigrid sobre o tempo de CPU para a equação de Burgers unidimensional. In: XXVI IBERIAN LATIN-AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING. **Anais…** Guarapari, 2005b, p. 1-13. CILAMCE/2005, paper CIL16-0098.

ROACHE, P. J. **Verification and validation in computational science and engineering**, Albuquerque: Hermosa, 1998.

SILVA, A. F. C.; MARCHI, C. H. Estimativa de erros de discretização multidimensional em dinâmica dos fluidos. In: IV SIMPÓSIO MINEIRO DE MECÂNICA COMPUTACIONAL. **Anais...** Uberlândia, v. 1, 2000, p. 497–504.

STUBEN, K. A review of algebraic multigrid. **Journal of Computation and Applied Mathematics**, v. 128, p. 281-309, 2001.

TANNEHILL, J. C.; ANDERSON, D. A.; PLETCHER, R. H. **Computational fluid mechanics and heat transfer**. 2. ed. Washington: Taylor & Francis, 1997.

WESSELING, P. **An introduction to multgrid methods**. New York: Wiley, 1992.

WESSELING, P.; OOSTERLEE, C. W. Geometric multigrid with applications to computational fluid dynamics. **Journal of Computation and Applied Mathematics**, v. 128, p. 311-334, 2001.