



# ***SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS COMPRESSÍVEIS EM MOTORES-FOGUETE***

**Palavras-chave:** CFD, volumes finitos,  $H_2/O_2$ , ondas de choque, *multigrid*, erro numérico.

PL-01

Projeto de **pesquisa básica** submetido ao  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq)  
para concorrer a financiamento do **Edital MCT/CNPq 014/2011 - Universal, faixa A**

**Pesquisador Responsável: Luciano Kiyoshi Araki**

Doutor em Métodos Numéricos em Engenharia (UFPR) em 2007

Professor Adjunto da Universidade Federal do Paraná (UFPR)

Departamento de Engenharia Mecânica (DEMEC)

CEP 81531-980, Curitiba, PR

Telefone: (41) 3361-3126; Fax: (41) 3361-3436; Cel: (41) 9614-5338.

e-mail: [lucaraki@ufpr.br](mailto:lucaraki@ufpr.br)

## **Colaboradores:**

**Carlos Henrique Marchi** (UFPR)

**Diogo Figueiredo dos Santos** (UFPR)

**Márcio André Martins** (UNICENTRO)

**Marcio Augusto Villela Pinto** (UFPR)

**Mateus das Neves Gomes** (UFPR)

**Reedlei Nagornni Jr** (UFPR)

**Simone de Fátima T. Gonçalves** (UFPR)

# SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS COMPRESSÍVEIS EM MOTORES-FOGUETE

## RESUMO

Escoamentos compressíveis são observados em diversas aplicações na moderna engenharia: aerodinâmica de aviões comerciais, escoamentos internos em motores-foguete e em turbinas a jato, processos de combustão em motores recíprocos, entre outras. Nota-se, contudo, que a fundamentação teórica a respeito de erros numéricos envolvendo equações do tipo hiperbólico, que regem os escoamentos do tipo supersônico, é aquém da satisfatória. Este trabalho visa preencher tal lacuna, através do estudo de erros numéricos para escoamentos reativos ou não, uni e bidimensionais em motores-foguete. Para tanto, duas classes de problemas serão abordadas: a formação de choques, para modelos uni e bidimensionais; e o mapeamento dos efeitos de diferentes composições químicas (razão oxidante/combustível) sobre parâmetros de propulsão. Além disso, será avaliada uma metodologia para avaliar o erro numérico de variáveis sujeitas a descontinuidades (como as que ocorrem através de ondas de choque), através da técnica de Multiextrapolações de Richardson, bem como a possibilidade de utilização do método *multigrid* para problemas que envolvam tais escoamentos.

## INTRODUÇÃO

A Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD, do inglês, "*Computational Fluid Dynamics*") tem contribuído extensivamente aos estudos de escoamentos de altas velocidades presentes na Engenharia Aeroespacial desde os anos de 1970 (Fujii, 2008), como, por exemplo, na determinação de ondas de choque e no projeto de aeronaves comerciais. Tais escoamentos são modelados pelas equações de conservação: da massa, de quantidade de movimento linear (Navier-Stokes) e da energia, além de uma equação de estado. Essas equações, à exceção da equação de estado, são diferenciais parciais, com características parabólicas e/ou hiperbólicas, dependendo das condições do escoamento.

Nota-se, contudo, que a fundamentação teórica para problemas não-lineares hiperbólicos, como é o caso de escoamentos supersônicos, é ainda aquém da satisfatória, no que tange as análises de erros numéricos "*a priori*" e "*a posteriori*" (Zhang et al., 2001). Apenas recentemente tem-se observado uma maior atenção em relação à estimativa e ao controle de erros numéricos para equações do tipo hiperbólico, apesar de sua importância em aplicações práticas (Zhang et al., 2001). Várias dessas propostas, contudo, referem-se ao uso de esquemas de interpolação de elevado grau de acurácia (Guo e Liu, 2009; Svärd e Mishra, 2009; Rawat e Zhong, 2010; Shen e Zha, 2011).

De modo geral, ao se propor um novo esquema de interpolação, empregam-se problemas-testes unidimensionais, para os quais existe uma solução analítica conhecida. Nota-se, contudo, que mesmo existindo uma solução analítica, em muitos casos não é realizada uma análise de erros "*a posteriori*", que permita avaliar, efetivamente, que o grau de acurácia alcançado na prática seja o teórico. As análises, quando feitas, são realizadas baseando-se em normas globais ( $L_\infty$ ,  $L_1$  e/ou  $L_2$ ) do erro, nunca localmente. Por exemplo, a correta predição do ponto onde ocorre uma descontinuidade (como é o caso de uma onda de choque), ou qual é a ordem de acurácia observada com o refino de malha para tal ponto, nunca é apresentada.

Outros estudos envolvendo equações do tipo hiperbólico estão mais focados nos fenômenos físicos existentes em escoamentos compressíveis, reativos ou não. Wang

(2006), por exemplo, estudou o escoamento reativo em motores-foguete com refrigeração regenerativa ou radiativa. Para tanto, foi empregado o método de volumes finitos, para malhas estruturadas e/ou não-estruturadas, bi e tridimensionais, modelo de turbulência  $k-\epsilon$ , e diferentes modelos de escoamentos reativos (modelos congelado, em equilíbrio químico local e em desequilíbrio químico). Apesar de ser feita a validação dos resultados com base em dados experimentais, não foram realizados, entretanto, análises sobre os erros numéricos envolvidos para cada modelo numérico proposto.

Wang (2009), dando continuidade ao trabalho anterior, estudou também o período de inicialização do motor-foguete (regime transiente) e o carregamento estrutural relacionado à propagação de ondas de choque no interior do equipamento refrigerado regenerativamente. Por sua vez, Wang e Gidos (2009) também estudaram o período de inicialização de um motor-foguete refrigerado, contudo, por filme; nesse trabalho, são apresentados, também, os efeitos do filme refrigerante sobre a propagação da onda de choque no interior do equipamento. Nota-se, no entanto, que em ambos os trabalhos também não foi realizada uma análise de erros numéricos envolvidos.

Martelli et al. (2010), por sua vez, estudaram o processo de separação do escoamento em motores-foguete, existente em um escoamento sobre-expandido de nitrogênio resfriado. Apesar de os resultados serem validados através de dados experimentais, novamente não foram realizados quaisquer estudos sobre os erros numéricos referentes aos modelos adotados.

Com base nos exemplos apresentados, é notável a não realização de procedimentos para estimativa dos erros numéricos envolvidos na obtenção de soluções numéricas. Conseqüentemente, conclusões equivocadas podem ser extraídas ao se comparar resultados numéricos provenientes de modelos matemáticos distintos ou entre resultados numéricos e experimentais (Marchi e Hobmeir, 2007). Isto ocorre mesmo com o crescimento dos recursos computacionais, que fornece à área de simulação numérica a oportunidade de descrever fenômenos naturais em escalas anteriormente inimagináveis. A habilidade em explorar as incertezas numéricas, contudo, fornece novos desafios à área de computação como um todo. As complexidades da simulação numérica estão sendo ponderadas não apenas em relação à solução exata de um dado modelo matemático, mas também com relação à toda sorte de erros experimentais, que transcendem os modelos matemáticos dos quais as soluções numéricas são obtidas (Ghanem, 2009). Sendo assim, a verificação numérica, apesar de não se constituir em uma prática comum na maioria dos trabalhos em CFD, possui papel crucial na qualidade da solução numérica.

Dentre as várias técnicas de verificação numérica disponíveis, a mais comumente empregada, seja em sua forma original ou em formulações alternativas e/ou derivadas, é a baseada na Extrapolação de Richardson (ER) (Richardson, 1910; Richardson e Gaunt, 1927). De forma mais usual, emprega-se a ER uma única vez, como forma de reduzir a magnitude do erro de discretização, como feito por Wang e Zhang (2009) e Ma e Ge (2010). Observa-se, no entanto, que a ER pode ser empregada recursivamente para diversas malhas, como efetuado inicialmente por Richardson e Gaunt (1927) e mais recentemente por Benjamin e Denny (1979), Schreiber e Keller (1983), Erturk et al. (2005), Marchi et al. (2008, 2010) e Marchi e Germer (2009).

Ao se empregar ER recursivamente, tem-se o método de Multiextrapolações de Richardson (MER), que provou ser eficiente na redução e estimativa de erros numéricos para variáveis locais e globais em diversos tipos de problemas. MER pode ser empregado com duas finalidades (Marchi et al., 2008; Marchi e Germer, 2009): (1) para um dado nível de erro numérico, reduzir as necessidades computacionais pelo uso de malhas mais grosseiras; (2) para um dado nível de malha, reduzir os erros numéricos associados. Observa-se, contudo, que MER não tem sido aplicado a problemas do tipo hiperbólico.

Além disso, em certos casos não apresenta o mesmo desempenho teórico observado nos trabalhos anteriormente citados.

## **OBJETIVOS**

O principal objetivo deste projeto é o de implementar códigos computacionais para solucionar o escoamento reativo (ou não) em motores-foguete operando com o par propelente  $H_2/O_2$ . Serão avaliados:

- Os efeitos de diferentes modelos físicos (escoamento invíscido, laminar ou turbulento) sobre parâmetros de propulsão (coeficiente de descarga, empuxo, temperatura dos gases na saída do motor-foguete, número de Mach na garganta, entre outros).
- A eficiência de estimadores de erro quando aplicados a escoamentos com descontinuidades (ondas de choque), para escoamentos reativos ou não, uni ou bidimensionais.
- Possíveis efeitos do sistema de refrigeração adotado sobre os parâmetros de propulsão e/ou sobre as ordens dos erros numéricos.
- O efeito da composição química (razão oxidante/combustível) sobre os principais parâmetros de propulsão, com respectivas estimativas de erros numéricos.
- Os erros numéricos associados a cada modelo físico e/ou químico adotado.

Pretende-se, também, gerar soluções numéricas de referência ("*benchmarks*") com o emprego de malhas refinadas, com suas respectivas estimativas de erro, empregando-se multiextrapolações de Richardson.

## **METODOLOGIA**

O presente projeto está dividido em cinco metas, totalizando dois anos de execução do projeto (período correspondente de novembro/2011 a outubro/2013). Todos os códigos computacionais serão implementados integralmente pelos membros do projeto, empregando o método de volumes finitos e linguagem de programação Fortran 2003. Ressalta-se que o grupo possui conhecimento prévio em escoamentos reativos (tema de doutorado de Araki, além de se constituir de objeto de estudo de projetos anteriormente financiados pela Agência Espacial Brasileira (AEB), através do Programa Uniespaço), aumentando a chance de sucesso com relação aos objetivos definidos.

### **Meta 1: Ondas de choque em escoamentos unidimensionais**

Esta meta se constitui no estudo de ondas de choque em escoamentos unidimensionais, reativos ou não, com ou sem refrigeração regenerativa. Os primeiros estudos serão realizados para o escoamento monoespécie, com propriedades termofísicas constantes, isentrópico. Sob tais condições, o escoamento no interior de um motor-foguete apresenta solução analítica e, desse modo, a verificação numérica pode ser realizada com base em erros e em estimativas de erros numéricos. Diversos trabalhos, como os de Guo e Liu (2009), Svärd e Mishra (2009), Rawat e Zhong (2010) e Shen e Zha (2011), também apresentam resultados numéricos para modelos unidimensionais. Sendo validada a metodologia para escoamentos com solução analítica, a mesma será estendida para outros escoamentos: monoespécie com propriedades variáveis e escoamentos reativos (congelado, em equilíbrio químico local e em desequilíbrio químico). Também serão estudados os efeitos do choque sobre o sistema

de refrigeração (carga térmica adicional provocada pelo choque). Deverá ser aplicado, para todos os casos, o método de Multiextrapolações de Richardson (MER), para redução e estimativa de erros numéricos, uma vez que seus resultados são bastante promissores, tendo-se como base resultados para outras classes de problemas (Marchi et al., 2008; Marchi e Germer, 2009).

Para esta meta, serão adaptados os códigos Mach1D, versão 5.1 e RHG1D, já implementados pelo grupo, com a finalidade de prever as propriedades do escoamento na presença de choques normais.

Executores principais: Nagornni e Araki; colaboração: Marchi.

Período de execução: de novembro de 2011 a dezembro de 2012. Esta meta será dividida em duas etapas, para facilitar sua execução. A primeira fase, correspondente aos escoamentos monoespécie, será executada no período de novembro de 2011 a março de 2012. A segunda, relacionada aos escoamentos reativos, será executada entre abril de 2012 e dezembro de 2012. Em ambos os casos serão estudados os casos com e sem sistema de refrigeração acoplado.

## **Meta 2: Ondas de choque em escoamentos bidimensionais axissimétricos**

Para esta meta, serão considerados os escoamentos invíscidos e laminares, monoespécie e reativos. Será avaliada a geometria do choque, que neste momento passa a não ser mais normal, assim a captura de possíveis interações existentes entre a camada-limite e as ondas de choque do escoamento e o modo como tais interações afetam a composição química (no caso de escoamentos reativos). Vários trabalhos recentes, como os de Détery e Dussauge (2009) e Hadjadj e Onofri (2009), abordam interações entre ondas de choque e camadas-limite. Observa-se, também, que não são avaliados, para tais escoamentos, os erros numéricos relacionados aos modelos adotados.

Executores principais: Gomes e Araki; colaboração: Marchi.

Período de execução: de abril de 2012 a outubro de 2013. Esta meta será dividida em duas etapas, para facilitar sua execução. A primeira etapa está relacionada ao estudo de choque em escoamentos invíscidos (inicialmente, com escoamentos não-reativos), com execução planejada de abril a dezembro de 2012. A segunda etapa relaciona-se ao estudo de choque em escoamentos laminares, com execução planejada de janeiro a outubro de 2013.

## **Meta 3: Estudo sistemático de diferentes razões de mistura oxidante/combustível sobre parâmetros de propulsão**

Deseja-se, nesta meta, mapear os efeitos de se empregar diferentes razões de mistura combustível/oxidante sobre: a temperatura máxima obtida na parede de um motor-foguete; a variação de empuxo observada; a variação no consumo do par propelente. Tal meta surge do fato de que não são encontrados trabalhos na literatura em que se estudem as variações em parâmetros de propulsão em função de diferentes razões de mistura combustível/oxidante. Deseja-se fazê-lo para diferentes modelos físicos de escoamento (em especial para os modelos de escoamento congelado e em equilíbrio químico local, além do escoamento em desequilíbrio químico), estudando-se, também, os erros numéricos envolvidos. Os estudos serão realizados principalmente para códigos unidimensionais.

Executores principais: Santos e Araki.

Período de execução: de novembro de 2011 a outubro de 2012. Esta meta está dividida em três etapas: a primeira, correspondente aos meses de novembro de 2011 a fevereiro de 2012, para o estudo do escoamento congelado; a segunda, de março a junho de 2012, para o estudo do escoamento em equilíbrio químico local; e a terceira, de julho a outubro de 2012 para o estudo do escoamento em desequilíbrio químico.

#### **Meta 4: Estudo de MER para determinação de pontos extremos**

Nesta meta será definida uma metodologia para a aplicação de MER em variáveis chamadas de pontos extremos (pontos de máximo, de mínimo ou pontos de descontinuidade). Estudos preliminares realizados pelo grupo de pesquisa proponente mostram que, para tais pontos, a eficiência de MER é reduzida. Isto é causado, principalmente, pelo fato de que a convergência de uma variável em um ponto extremo (mínimo, máximo ou descontinuidade) não ocorre monotonicamente: por exemplo, na determinação da posição de um ponto extremo, é comum que o mesmo varie de acordo com a malha adotada. Tal comportamento não-monotônico afeta o desempenho de MER. Deseja-se, desta forma, estudar procedimentos tais que permitam que o comportamento teórico de MER seja atingido, também, no caso de pontos extremos. Serão estudados, dentro desta meta, problemas uni e bidimensionais, de diferentes categorias: equações de Poisson, advecção-difusão e Navier-Stokes.

Executor principal: Martins; colaboração: Pinto, Araki e Marchi.

Período de execução: de novembro de 2011 a outubro de 2013. Esta meta será dividida em quatro etapas: a primeira, relacionada ao estudo da equação de Poisson 1D, com execução entre novembro de 2011 e março de 2012; a segunda, correspondente ao estudo da equação de Poisson 2D, com execução prevista para o período de abril a setembro de 2012; a terceira, relacionada à equação de advecção-difusão 2D, com execução entre outubro de 2012 e março de 2013; e a última, relacionada às equações de Navier-Stokes, com execução a partir de abril de 2013.

#### **Meta 5: Estudo do *multigrid* para aceleração de convergência em problemas advectivo-difusivos e escoamentos (Equações de Navier-Stokes).**

Nesta meta serão estudados os fenômenos de advecção-difusão e de escoamento em geometrias bidimensionais, empregando-se o método *multigrid*, que se constitui em um dos métodos iterativos mais gerais e eficientes existentes (Tannehill et al., 1997). A filosofia do método reside no fato de que os erros de alta frequência são efetivamente reduzidos em malhas mais finas, enquanto os erros de baixa frequência diminuem rapidamente em malhas mais grossas, de modo que, ao se visitar malhas refinadas e grosseiras, há uma melhora significativa da taxa de convergência (Versteeg e Malalasekera, 2007). Teoricamente, a complexidade do método *multigrid* é da ordem de  $N$ , sendo  $N$  o número total de incógnitas do problema estudado, ao passo que métodos iterativos (como Jacobi ou Gauss-Seidel) apresentam complexidade de  $N^2$  (Trottenberg et al., 2001). Nota-se, contudo, que a complexidade teórica do método é alcançada apenas no caso de problemas elípticos (como no caso das equações de Laplace e Poisson), havendo significativa perda de eficiência para problemas mais complexos. Sendo assim, torna-se necessário estudar o método *multigrid*, de modo a que se melhore a taxa de convergência do mesmo para problemas complexos, de modo que seja possível agregá-lo aos códigos computacionais relacionados ao estudo de escoamentos compressíveis. Deste modo, serão estudados dois problemas principais: o primeiro, relacionado à equação de advecção-difusão bidimensional e o segundo, às equações de Navier-Stokes.

Em ambos os casos, serão avaliados parâmetros ótimos para o *multigrid*, incluindo: número ótimo de iterações internas para o *solver*, número ótimo de níveis de malha, número de Reynolds e efeito do acoplamento (no caso das equações de Navier-Stokes). Para cada um dos problemas, é previsto um período de um ano de duração.

Executor principal: Gonçalves; colaboração de Pinto, Araki e Marchi.

Período de execução: de novembro de 2011 a outubro de 2013. Esta meta será dividida em duas etapas: a primeira, correspondente ao estudo do *multigrid* nas equações de advecção-difusão, nos primeiros doze meses; e a segunda, correspondente ao estudo do *multigrid* nas equações de Navier-Stokes, durante os últimos doze meses de execução desta meta.

### **Cronograma.**

Com base nas metas descritas anteriormente, propõe-se o seguinte cronograma para execução do projeto. Os períodos assinalados estão fornecidos em trimestres.

Atividade	2011	2012				2013		
	4	1	2	3	4	1	2	3
Meta 1:								
Etapa 1:								
Etapa 2:								
Meta 2:								
Etapa 1:								
Etapa 2:								
Meta 3:								
Etapa 1:								
Etapa 2:								
Etapa 3:								
Meta 4:								
Etapa 1:								
Etapa 2:								
Etapa 3:								
Etapa 4:								
Meta 5:								
Etapa 1:								
Etapa 2:								

### **RESULTADOS E CONTRIBUIÇÕES ESPERADAS**

Ao final do presente projeto, pretende-se alcançar os seguintes resultados:

- Ter publicado ou ao menos submetido para publicação em periódicos internacionais ao menos dois artigos científicos como forma de divulgação da pesquisa realizada.
- Editar relatórios técnicos completos sobre a pesquisa realizada.
- Dar suporte à dissertação de mestrado de Nagornni, bem como às teses de doutorado de Gomes, Gonçalves e Martins. Também será feito o suporte ao trabalho de iniciação científica de Santos.
- Realizar um mapeamento da influência de diferentes razões oxidante/combustível sobre os parâmetros de propulsão.

- Promover os passos iniciais para o estudo da interação choque/camada-limite e o escoamento transiente em motores-foguete.

### **EQUIPE TÉCNICA**

Este projeto será executado por uma equipe de cinco pessoas, pertencentes a duas instituições:

#### **Luciano Kiyoshi Araki (proponente)**

Título: Doutor em Métodos Numéricos em Engenharia (UFPR), 2007.

Instituição: Universidade Federal do Paraná (UFPR).

Cargo: professor adjunto, desde 2008.

Especialidades principais: simulação numérica de escoamentos reativos, análise de erros numéricos.

#### **Carlos Henrique Marchi**

Título: Doutor em Engenharia Mecânica (Universidade Federal de Santa Catarina), 2001.

Instituição: Universidade Federal do Paraná (UFPR).

Cargo: professor assistente (desde 1994) e associado (desde 2009).

Especialidades principais: simulação numérica de escoamentos multidimensionais em qualquer regime de velocidade, análise de erros numéricos, métodos *multigrid*, multiextrapolações de Richardson.

#### **Marcio Augusto Villela Pinto**

Título: Doutor em Métodos Numéricos em Engenharia (UFPR), 2006.

Instituição: Universidade Federal do Paraná (UFPR).

Cargo: professor adjunto, desde 2009.

Especialidades principais: análise numérica, métodos *multigrid*.

#### **Márcio André Martins**

Título: Mestre em Métodos Numéricos em Engenharia (UFPR), 2002.

Instituição: Universidade Estadual do Centro-Oeste (UNICENTRO).

Cargo: professor assistente, desde 2007.

Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da UFPR.

Bolsista CAPES.

Especialidades principais: análise numérica, análise de erros numéricos.

#### **Mateus das Neves Gomes**

Título: Mestre em Modelagem Computacional (Universidade Federal do Rio Grande), 2010.

Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia da UFPR.

Bolsista CAPES.

Especialidades principais: métodos numéricos.



### **Simone de Fátima Tomazzoni Gonçalves**

Título: Mestre em Matemática Aplicada (Universidade Federal do Rio Grande do Sul), 2002.

Instituição: Universidade Federal do Paraná (UFPR), desde 2010.

Cargo: professor assistente.

Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Especialidades principais: análise numérica, métodos *multigrid*.

### **Reedlei Nagornni Junior**

Título: Bacharel em Engenharia da Computação (Pontifícia Universidade Católica do Paraná), 2006.

Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia da UFPR.

Bolsista CAPES.

Especialidades principais: métodos numéricos.

### **Diogo Figueiredo dos Santos**

Graduando em Engenharia Mecânica na Universidade Federal do Paraná

Aluno de iniciação científica voluntária.

## **TRABALHOS PRÉVIOS RELACIONADOS COM O PROJETO**

A equipe responsável pela execução deste projeto possui os seguintes trabalhos relacionados ao tema do projeto proposto:

- Marchi et al. (2005) apresentaram o código Gibbs 1.3, que apresenta diversos modelos químicos para as reações entre o par oxigênio/hidrogênio. Os resultados foram validados através de comparações com os obtidos com o auxílio do código CEA e do Teqworks (ambos disponibilizados pela NASA), bem como com outros resultados apresentados na literatura. O mesmo código foi descrito em detalhes nos Relatórios Técnicos 1 e 2 (Marchi e Araki, 2005, 2006), fornecidos à AEB como resultados do projeto CFD-5/UFPR, financiado pela AEB através do anúncio de oportunidades 01/2004 do programa Uniespaço.
- Empregando-se o código Gibbs 1.3, foi possível o estudo de escoamentos reativos, tanto unidimensionais, sem refrigeração (Araki e Marchi, 2008) e com refrigeração regenerativa (Araki e Marchi, 2006; 2009), quanto bidimensionais axissimétricos sem refrigeração (Araki e Marchi, 2007).
- Análises de erros e de incertezas numéricas foram realizadas no artigo de Marchi e Silva (2002), em que foram examinadas a confiabilidade e a acurácia para soluções numéricas de problemas unidimensionais, utilizando-se o método de diferenças finitas e empregando-se os estimadores de Richardson e convergente. A estimativa do erro numérico em problemas multidimensionais foi abordado em outro trabalho de Marchi e Silva (2005), no qual foram empregados os métodos de diferenças e de volumes finitos e estimador de Richardson.
- A técnica de Multiextrapolações de Richardson (MER), que visa reduzir e estimar o erro de discretização em soluções numéricas foi abordado por Marchi et al. (2008) para o problema de condução de calor bidimensional em regime permanente, apresentando como resultados uma redução significativa do erro de discretização.

Outros trabalhos relacionados a MER produzidos pelo grupo são: Marchi e Germer (2009) e Marchi et al. (2010).

- O método *multigrid* tem sido extensivamente explorado pelo grupo, tendo sido publicados diversos trabalhos sobre o tema, como os trabalhos de Pinto e Marchi (2006, 2007), em que foram estudados os parâmetros ótimos e diferentes técnicas para o emprego do método *multigrid* para a equação de Laplace bidimensional. O emprego do método *multigrid* para problemas bidimensionais, envolvendo equações acopladas, foram estudados por Santiago e Marchi (2007, 2008), sendo avaliados os efeitos de diversos parâmetros sobre o tempo de CPU alcançado e a possível degeneração da aceleração da convergência ocasionada pelo acoplamento de equações.
- Ressalta-se também que as teses de Araki (2007) e Marchi (2001), bem como a dissertação de Martins (2002) estão relacionadas à verificação numérica, que Araki (2007) trabalhou com escoamentos reativos em motores-foguetes, enquanto Pinto (2006) estudou em sua tese a otimização do método *multigrid* para problemas de transferência de calor uni e bidimensionais.

### ORÇAMENTO DO PROJETO

<b>Especificação de cada item</b>	<b>Valor Total R\$</b>	<b>Justificativa</b>
1.0 - Custeio		
Papel A4 (caixa contendo 5000 folhas)	500,00	Impressão de documentos, artigos, relatórios, listagens de programas, entre outros, relacionados à execução do projeto
Toners para as impressoras	2.500,00	Permitir a utilização das impressoras mencionadas para a confecção de documentos, artigos, relatórios (entre outros) relacionados ao projeto
Passagens e diárias para congressos	2.000,00	Divulgação de artigos relacionados aos resultados obtidos durante a execução do projeto
2.0 - Capital		
3 microcomputadores (processador Intel Core i7 ou similar, 8 GB RAM, gravador/leitor DVD, mouse óptico, teclado, caixas de som) e respectivos monitores 19" ou a melhor configuração possível com o aporte financeiro na data de aquisição	12.000,00	Implementação de códigos computacionais e realização de simulações numéricas, pós-processamento de resultados e confecção de artigos e relatórios
3 nobreaks compatíveis aos microcomputadores listados anteriormente	3.000,00	Garantir a segurança física dos equipamentos adquiridos contra variações/quedas do sistema elétrico
<b>TOTAL GERAL</b>	<b>20.000,00</b>	

## CONTRAPARTIDA DAS INSTITUIÇÕES

O desenvolvimento do projeto será feito no Laboratório de Experimentação Numérica (LENA) do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Paraná (UFPR), que conta atualmente com microcomputadores do tipo PC com processadores Pentium Core2Duo e Core2Quad, além de dois microcomputadores com processadores Xeon QC com 16 GB de memória RAM e impressoras laser preto-e-branco HP 3020 e colorida HP 2600n. Os softwares atualmente disponíveis no grupo são: *Microsoft Office 2003*, *Compilador Intel Visual Fortran 11.1*, *Matlab 7.0*, *Wgnuplot* e *Origin 6.1*.

Além da infra-estrutura disponível, a UFPR estará presente através do pagamento dos salários de Araki, Marchi, Pinto e Gonçalves, enquanto a Universidade Estadual do Centro-Oeste será responsável pelo salário de Martins e a CAPES estará envolvida pelo pagamento das bolsas de doutorado de Gomes e de mestrado de Nagornni.

## REFERÊNCIAS

ARAKI, L. K. **Verificação de soluções numéricas de escoamentos reativos em motores-foguete**. Tese (Doutorado em Métodos Numéricos em Engenharia). Universidade Federal do Paraná. Curitiba, PR, 2007.

ARAKI, L.K., MARCHI, C.H. Effects of chemical reaction schemes and physical models on flows in rocket engine nozzles. In: XXIX Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE 2008). **Proceedings...** Maceió, 2008.

ARAKI, L.K., MARCHI, C.H. Numerical solution of one-dimensional reactive flows in rocket engines with regenerative cooling. In: 11th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering (ENCIT 2006). **Proceedings...** Paper CIT06-0353. Curitiba, 2006.

ARAKI, L.K., MARCHI, C.H. Verification of numerical solution of two-dimensional reactive flow in rocket engine nozzles. In: 19th International Congress of Mechanical Engineering (COBEM 2007). **Proceedings...** Brasília, 2007.

ARAKI, L.K., MARCHI, C.H. Verification of Numerical Solutions for Reactive Flows in a Regeneratively Cooled Nozzle. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 32, n. 3, pp. 267-275, 2009.

BENJAMIN, A.S., DENNY, V.E. On the Convergence of Numerical Solutions for 2-D Flows in a Cavity at Large Re. **Journal of Computational Physics**, v. 33, pp. 340-358, 1979.

DÉLERY, J., DUSSAUGE, J.-P. Some Physical Aspects of Shock Wave/Boundary Layer Interactions. **Shock Waves**, v. 19, pp. 453-468, 2009.

FUJII, K. CFD Contributions to High-Speed Shock-Related Problems. **Shock Waves**, v.18, pp. 145-154, 2008.

ERTURK, E., CORKE, T.C., GÖKÇÖL, C. Numerical Solutions of 2-D Steady Incompressible Driven Cavity Flow at High Reynolds Numbers. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 48, pp. 747-774, 2005.

- GHANEM, R.G. Uncertainty quantification in computational and prediction science. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 80, pp. 671-672, 2009.
- GUO, Y., LIU, R.-X. Characteristic-Based Finite Volume Scheme for 1D Euler Equations. **Applied Mathematics and Mechanics (English Edition)**, v. 30, n. 3, pp. 303-312, 2009.
- HADJADJ, A., ONOFRI, M. Nozzle Flow Separation. **Shock Waves**, v. 19, pp. 163-169, 2009.
- MA, Y., GE, Y. A High Order Difference Method with Richardson Extrapolation for 3D Convection Diffusion Equation. **Applied Mathematics and Computation**, v.215, pp. 3408-3417, 2010.
- MARCHI, C. H. **Verificação de soluções numéricas unidimensionais em dinâmica dos fluidos**. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica). Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, SC, 2001.
- MARCHI, C. H.; ARAKI, L. K. Projeto CFD-5: relatório técnico 2; programa Gibbs 1.3: taxa finita, propriedades de transporte. Disponível em: <ftp://ftp.demec.ufpr.br/cfd/projetos/cfd5>. Curitiba, 2006.
- MARCHI, C. H.; ARAKI, L. K. Relatório técnico 1: programa Gibbs 1.3: propriedades termodinâmicas, equilíbrio químico, temperatura de combustão. Disponível em: <ftp://ftp.demec.ufpr.br/cfd/projetos/cfd5>. Curitiba, 2005.
- MARCHI, C. H.; ARAKI, L. K.; LAROCCA, F. Evaluation of thermochemical properties and combustion temperature for LOX/LH<sub>2</sub> reaction schemes. In: XXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE 2005). **Proceedings...** Paper CIL 06-0095. Guarapari, 2005.
- MARCHI, C.H., ARAKI, L.K., ALVES, A.C., SUERO, R., GONÇALVES, S.F.T., PINTO, M.A.V. Solutions of the 2D Laplace Equation with Triangular Grids and Multiple Richardson Extrapolations. In: **Proceedings of the XIII Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering**, Uberlândia, Brasil, 2010.
- MARCHI, C.H., GERMER, E.M. Verificação de Esquemas Advectivo-Difusivos 1D com e sem Múltiplas Extrapolações de Richardson. In: **Proceedings of the XXX Iberian-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE)**, Armação de Búzios, Brasil, 2009.
- MARCHI, C.H., HOBMEIR, M.A. Numerical solution of staggered circular tubes in two-dimensional laminar forced convection. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 24, n. 1, pp. 42 - 48, 2007.
- MARCHI, C.H., NOVAK, L.A., SANTIAGO, C.D. Múltiplas Extrapolações de Richardson para Reduzir e Estimar o Erro de Discretização da Equação de Laplace 2D. In: **Proceedings of the XXIX Iberian-Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE)**, Maceió, Brasil, 2008.
- MARCHI, C. H.; SILVA, A. F. C. Multi-dimensional discretization error estimation for convergent apparent order. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 27, n. 4, pp. 432 - 439, 2005.
- MARCHI, C. H.; SILVA, A. F. C. Unidimensional numerical solution error estimation for convergent apparent order. **Numerical Heat Transfer, part B**, v. 42, pp. 167 - 188, 2002.

MARTINS, M. A. **Estimativa de erros de iteração em dinâmica dos fluidos computacional**. Dissertação (Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia). Universidade Federal do Paraná. Curitiba, PR, 2002.

PINTO, M. A. V. **Comportamento do *multigrid* geométrico em problemas de transferência de calor**. Tese (Doutorado em Métodos Numéricos em Engenharia). Universidade Federal do Paraná. Curitiba, PR, 2006.

PINTO, M. A. V.; MARCHI, C. H. Efeito dos parâmetros do método multigrid CS e FAS sobre o tempo de CPU para a equação de Laplace bidimensional. In: 11th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering (ENCIT 2006). **Proceedings...** Paper CIT06-0348. Curitiba, 2006.

PINTO, M. A. V.; MARCHI, C. H. Optimum parameters of a geometric multigrid for the two-dimensional Laplace equation. In: 19th International Congress of Mechanical Engineering (COBEM 2007). **Proceedings...** Brasília, 2007.

RAWAT, P.S., ZHONG, X. On High-Order Shock-Fitting and Front-Tracking Schemes for Numerical Simulation of Shock-Disturbance Interactions. **Journal of Computational Physics**, v. 229, pp.6744-6780, 2010.

RICHARDSON, L.F. The Approximate Numerical Solution by Finite Differences of Physical Problems Involving Differential Equations with an Application to the Stresses in a Masonry Dam. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London A**, v. 210, pp. 307-357, 1910.

RICHARDSON, L.F., GAUNT, J.A. The Deferred Approach to the Limit. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London A**, v. 227, pp. 299-361, 1927.

SANTIAGO, C. D.; MARCHI, C. H. Optimum parameters of a geometric multigrid for a two-dimensional problem of two-equations. In: 19th International Congress of Mechanical Engineering (COBEM 2007). **Proceedings...** Brasília, 2007.

SANTIAGO, C. D.; MARCHI, C. H. Parâmetros ótimos do método multigrid geométrico CS e FAS para problemas 2D com duas equações. In: XXIX Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE 2008). **Proceedings...** Maceió, 2008.

SCHREIBER, R., KELLER, H.B., Driven Cavity Flows by Efficient Numerical Techniques. **Journal of Computational Physics**, v. 49, pp. 310-333, 1983.

SHEN, Y., ZHA, G. Generalized Finite Compact Difference Scheme for Shock/Complex Flowfield Interaction. **Journal of Computational Physics**, v. 230, pp. 4419-4436, 2011.

SVÄRD, M., MISHRA, S. Shock Capturing Artificial Dissipation for High-Order Finite Difference Schemes. **Journal of Scientific Computing**, v. 39, pp. 454-484, 2009.

TANNEHILL, J. C.; ANDERSON, D. A.; PLETCHER, R. H. **Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer**. 2 ed. Philadelphia: Taylor e Francis, 1997.

TROTTEBERG, U. OOSTERLEE, C. SCHÜLLER, A. **Multigrid**. London: Academic Press, 2001.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics: the finite volume method**. 2 ed. Harlow: Pearson Prentice Hall, 2007.

WANG, T.-S. Multidimensional Unstructured-Grid Liquid Rocket Engine Nozzle Performance and Heat Transfer Analysis. **Journal of Propulsion and Power**, v. 22, n. 1, pp. 78-84, 2006.

WANG, T.-S. Transient Three-Dimensional Startup Side Load Analysis of a Regeneratively Cooled Nozzle. **Shock Waves**, v.19, pp. 251-264, 2009.

WANG, T.-S., GUIDOS, M. Transient Three-Dimensional Side-Load Analysis of a Film-Cooled Nozzle. **Journal of Propulsion and Power**, v. 25, n. 6, pp. 1272-1280, 2009.

WANG, Y., ZHANG, J. Six Order Compact Scheme Combined with Multigrid Method and Extrapolation Technique for 2D Poisson Equation. **Journal of Computational Physics**, v. 228, pp. 137-146, 2009.

ZHANG, X.D., PELLETIER, D., TRÉPANIÉ, J.-Y., CAMARERO, R. Numerical Assessment of Error Estimators for Euler Equations. **AIAA Journal**, v. 39, pp. 1706-1715, 2001.