

Estudos diversos com o código Mach2D-5.8.2.1.

Guilherme Bertoldo

21 de Setembro de 2012

Conteúdo

1	Introdução	1
2	Efeito do dt sobre Cdfi e u, v, T, p sobre a superfície do cone	1
3	Mais de uma iteração para cada instante	4
4	Critérios de parada do processo iterativo	4
5	O fator-E	8
5.1	Teoria	8
5.2	Resultados	8
5.2.1	UDS	8
5.2.2	CDS	12
5.2.3	Eficiência e robustez	15

1 Introdução

O código Mach2D-5.8.2.1 foi desenvolvido para calcular o escoamento externo de gases sobre a parte frontal de um corpo de simetria plana ou axial. Neste código são considerados apenas escoamentos invíscidos, modelados pela equação de Euler. A seguir são apresentados resultados considerando o escoamento de ar ($\gamma = 1.4$) sobre um cone de semi-ângulo de 10° com número de Mach de corrente livre igual a 4.

2 Efeito do dt sobre Cdfi e u, v, T, p sobre a superfície do cone

O primeiro estudo (S0076) consiste na avaliação da influência de dt sobre variáveis globais e locais utilizando o código Mach2D-5.8.2.1-SVN-r68. Os parâmetros numéricos de entrada deste código são dados na Tab. 1. Na terceira coluna desta tabela são indicados os parâmetros comuns a todas as simulações do conjunto S0076.

A Tab. 2 mostra o coeficiente de arrasto de pressão frontal Cdfi sobre o cone para diversas malhas e valores de dt. Além disso, a tabela também mostra a soma dos resíduos res dos sistemas lineares na última iteração it. No código Mach2D-5.8.2.1-r68, o resíduo dos sistemas lineares são calculados através da fórmula

$$R^\phi = \frac{\|A^\phi \phi - b^\phi\|_1}{\|b^\phi\|_1}, \quad (1)$$

exceto para a equação da correção da pressão, pois $b^{p'}$ tende a zero. Neste caso não é feita a divisão indicada na equação acima.

É possível observar na Tab. 2 que existe um intervalo de dt ($1E-4 < dt < 5E-6$) para o qual Cdfi é praticamente constante. Para valores de dt acima deste intervalo, porém menores que $1E-7$, a variação de Cdfi ocorre até o 12° algarismo. Para valores de dt abaixo deste intervalo, porém acima de $1E-3$, a variação de Cdfi ocorre até o 6° algarismo.

Ao se reduzir dt, é natural esperar que o erro aumente em função do erro de arredondamento. Entretanto, é estranho que o erro aumente ao se aumentar dt.

A Tab. 3 mostra a distribuição de u, v, T e p sobre alguns pontos da superfície do cone obtidos da simulação S05. A Tab. 4, mostra a máxima diferença absoluta e a máxima diferença relativa entre as simulações de S01 a S10 comparadas com a simulação S05. Observa-se para as variáveis locais o mesmo comportamento do erro para a variável global.

Tabela 1: Parâmetros numéricos de entrada do código Mach2D-5.8.2.1-SVN-r68

Simulation identification (up to 100 characters)	sim_id	
Number of real volumes in the csi direction	nx-2	
Number of real volumes in the eta direction	ny-2	
length of the elliptical x semi-axis (m)	la	2.83564090980890E+00
length of the elliptical y semi-axis (m)	lb	2.00000000000000E+00
length of the body (m)	lr	2.83564090980890E+00
base radius/semi-height of the body (m)	rb	5.00000000000000E-01
Kind of grid (1=uniform, 2=geometric progression, 3=power law)	kg	1
Kind of centroid mean (1=simple mean, 2=weighted mean)	kcm	1
Kind of coord. system (1=cylindrical, 0 = cartesian)	coord	1
width of the volume closer to the wall (m)	a1	1.00000000000000E-03
Exponent of the power law for the north boundary	akn	2.00000000000000E+00
Exponent of the power law for the south boundary	aks	1.00000000000000E+00
Maximum number of interactions for time cycle	itmax	20000
Maximum number of interactions for mass cycle	imax	1
Number of interactions up to which dt = dt1	it1	100
Number of interactions from which dt = dt2	it2	300
Initial time step (s)	dt1	
Final time step (s)	dt2	
Maximum number of iterations for solving the linear systems for u, v and T	nitm_u	5
Maximum number of iterations for solving the linear system for p	nitm_p	5
Number of iterations to calculate the mean of the residuals	nit_res	500
Tolerance in the MSI for solving the linear systems for u, v and T	tol_u	1.00000000000000E-02
Tolerance in the MSI for solving the linear system for p	tol_p	1.00000000000000E-02
Tolerance for the sum of residuals	tol_res	1.00000000000000E-18
Frequency of printing in the listing file	wlf	1
1 = do not open result files, 0 = open	sem_a	1
0 = visualize the plot, 1 = do not visualize	sem_g	1
Frequency of writing data for graphics	w_g	1
1 = write the fields, 0 = do not	w_cam	0
Number of iterations up to which beta = beta1	itb1	300
Number of iterations from which beta = beta2	itb2	1000
Initial beta (UDS/CDS mixing constant (0=UDS, 1=CDS))	beta1	0.00000000000000E+00
Final beta (UDS/CDS mixing constant (0=UDS, 1=CDS))	beta2	0.00000000000000E+00
GF = gamma = Cp / Cv (for the free stream)	GF	1.40000000000000E+00
Perfect gas constant (J/kg.K)	Rg	2.87000000000000E+02
Free stream pressure (Pa)	PF	1.00000000000000E+05
Free stream temperature (K)	TF	3.00000000000000E+02
Free stream Mach number	MF	4.00000000000000E+00

Tabela 2: Resultados principais do conjunto de simulações S0076 para a variável global Cdf.

Simulation	nx-2	ny-2	dt1	dt2	RAM	it	tcpu	res	Cdf
S01	30	30	5.00E-03	5.00E-03	15.4	200001	3.97E+02	2.63E-13	7.860632616468913E-02
S02	30	30	1.00E-03	1.00E-03	15.4	200001	4.00E+02	2.03E-14	7.860652486710192E-02
S03	30	30	5.00E-04	5.00E-04	15.4	200001	4.05E+02	8.22E-15	7.860652506868759E-02
S04	30	30	1.00E-04	1.00E-04	15.4	200001	3.96E+02	1.55E-15	7.860652506878746E-02
S05	30	30	5.00E-05	5.00E-05	15.4	200001	3.91E+02	1.30E-15	7.860652506878746E-02
S06	30	30	1.00E-05	1.00E-05	15.4	200001	3.81E+02	1.69E-16	7.860652506878733E-02
S07	30	30	5.00E-06	5.00E-06	15.4	200001	3.74E+02	1.14E-15	7.860652506878472E-02
S08	30	30	1.00E-06	1.00E-06	15.4	200001	3.70E+02	7.21E-17	7.860652506876506E-02
S09	30	30	5.00E-07	5.00E-07	15.4	200001	3.22E+02	5.32E-17	7.860652506873683E-02
S10	30	30	1.00E-07	1.00E-07	15.4	200001	1.86E+02	4.95E-17	7.860652506852883E-02

Tabela 3: Resultados principais do conjunto de simulações S0076. Variáveis locais u, v, T e p em alguns pontos sobre a superfície do cone.

x	u	v	p	T	ro
7.089102274522250E-02	1.329779358317130E+03	2.301185599074430E+02	1.879510692627020E+05	3.530113504230970E+02	1.855129539211020E+00
2.126730682356670E-01	1.329754588378780E+03	2.123366929215530E+02	1.878256784825460E+05	3.531197933547130E+02	1.853322545350200E+00
3.544551137261120E-01	1.329711377063470E+03	2.123484260203690E+02	1.877767275413590E+05	3.532237573550450E+02	1.852294183011590E+00
4.962371592165570E-01	1.329648811955410E+03	2.124337433715520E+02	1.877642733170460E+05	3.533369900759260E+02	1.851577774825710E+00
6.380192047070020E-01	1.329571907751840E+03	2.125714962795670E+02	1.877706589584710E+05	3.534582246757920E+02	1.851005638624060E+00
7.798012501974470E-01	1.329483675264610E+03	2.127488439958320E+02	1.877882426252890E+05	3.535864531320200E+02	1.850507643720750E+00
9.215832956878920E-01	1.329386563406040E+03	2.129555996764240E+02	1.878116330814840E+05	3.537206759730710E+02	1.850035857648030E+00
1.063365341178340E+00	1.329281905399840E+03	2.131867050995270E+02	1.878381722977330E+05	3.538601416496450E+02	1.849568030014000E+00
1.205147386668780E+00	1.329170678492200E+03	2.134393850875280E+02	1.878659301626600E+05	3.540039551855430E+02	1.849089856382520E+00
1.346929432159230E+00	1.329053222390700E+03	2.137139425140940E+02	1.878940984683400E+05	3.541513541567040E+02	1.848597392450850E+00
1.488711477649670E+00	1.328929367803200E+03	2.140140483189340E+02	1.879225008406370E+05	3.543013757016260E+02	1.848093961390430E+00
1.630493523140120E+00	1.328798455548790E+03	2.143457799293420E+02	1.879516175856380E+05	3.544531687176620E+02	1.847588744736720E+00
1.772275568630560E+00	1.328659017331110E+03	2.147205952889230E+02	1.879827298356140E+05	3.546055956270710E+02	1.847100265503960E+00
1.914057614121010E+00	1.328509287419170E+03	2.151516900534770E+02	1.880173883412090E+05	3.547575366709780E+02	1.846649567808340E+00
2.055839659611450E+00	1.328346714493680E+03	2.156591775742310E+02	1.880576403901240E+05	3.549071470525290E+02	1.846266290596470E+00
2.197621705101900E+00	1.328169254664400E+03	2.162623945224890E+02	1.881047424712860E+05	3.550520845347490E+02	1.845974859248750E+00
2.339403750592340E+00	1.327976010531290E+03	2.169845488577000E+02	1.881578306209750E+05	3.551872663626240E+02	1.845793075423290E+00
2.481185796082790E+00	1.327769532430660E+03	2.178410164852880E+02	1.882117902302790E+05	3.553047487048620E+02	1.845711920120520E+00
2.622967841573230E+00	1.327562573934020E+03	2.188397089995630E+02	1.882469752415460E+05	3.553841423172410E+02	1.845644550963490E+00
2.764749887063680E+00	1.327346877610310E+03	2.200969867655030E+02	1.882155923028200E+05	3.554093866515390E+02	1.845205789622940E+00

Tabela 4: Resultados principais do conjunto de simulações S0076. Comparação dos resultados obtidos das simulações S01-S10 com a simulação S05.

	Máx. diferença absoluta				
	u	v	p	T	ro
S01-S05	8.73E-05	2.88E-05	5.24E-01	1.19E-04	5.51E-06
S02-S05	8.77E-07	2.72E-07	3.06E-03	1.21E-06	3.56E-08
S03-S05	1.88E-09	5.81E-10	5.62E-06	2.58E-09	6.79E-11
S04-S05	1.00E-11	9.95E-13	1.05E-09	0.00E+00	9.99E-15
S06-S05	9.78E-12	1.02E-12	1.02E-09	0.00E+00	1.02E-14
S07-S05	1.00E-11	1.99E-12	5.01E-09	5.06E-12	2.00E-14
S08-S05	5.00E-11	9.01E-12	3.40E-08	6.10E-11	5.02E-14
S09-S05	1.00E-10	1.80E-11	7.70E-08	1.23E-10	1.30E-13
S10-S05	8.00E-10	1.15E-10	4.06E-07	5.92E-10	1.00E-12
	Máx. diferença relativa				
	u	v	p	T	ro
S01-S05	6.57E-08	1.25E-07	2.78E-06	3.35E-07	2.97E-06
S02-S05	6.60E-10	1.18E-09	1.62E-08	3.40E-09	1.92E-08
S03-S05	1.41E-12	2.52E-12	2.99E-11	7.25E-12	3.66E-11
S04-S05	7.52E-15	4.32E-15	5.57E-15	0.00E+00	5.39E-15
S06-S05	7.35E-15	4.45E-15	5.41E-15	0.00E+00	5.51E-15
S07-S05	7.52E-15	8.65E-15	2.66E-14	1.42E-14	1.08E-14
S08-S05	3.76E-14	3.92E-14	1.81E-13	1.72E-13	2.71E-14
S09-S05	7.52E-14	7.82E-14	4.09E-13	3.46E-13	7.00E-14
S10-S05	6.02E-13	5.00E-13	2.16E-12	1.67E-12	5.39E-13

3 Mais de uma iteração para cada instante

Para avaliar se o número de iterações em cada instante do ciclo temporal poderia afetar a qualidade dos resultados, alguns testes foram realizados com o código Mach2D-5.8.2.1-SVN-r72 (branch: transient). Os parâmetros de entrada mantidos fixos em todas as simulações (do conjunto S0081) são dados na Tab. 6. Os resultados obtidos são mostrados na Tab. 5. Nesta tabela, itimax representa o número de iterações para cada instante do ciclo temporal. Dos dados, conclui-se que o uso de mais de uma iteração para cada instante não contribui para melhorar a qualidade dos resultados.

Tabela 5: Resultados principais do conjunto de simulações S0081.

Simulation	nx	ny	dt1	dt2	it	itimax	tepu	RAM	Cdfi	res
S01	30	30	1.00E-03	1.00E-03	4668	1	5.68E+00	1.54E+01	7.860652513411978E-02	3.19E-14
S02	30	30	1.00E-03	1.00E-03	2344	2	5.31E+00	1.54E+01	7.860652493487792E-02	1.95E-14
S03	30	30	1.00E-03	1.00E-03	1578	3	6.12E+00	1.54E+01	7.860652489546030E-02	5.35E-14
S04	30	30	1.00E-03	1.00E-03	1170	4	5.52E+00	1.54E+01	7.860652486841932E-02	4.45E-14
S05	30	30	1.00E-03	1.00E-03	942	5	5.40E+00	1.54E+01	7.860652485185123E-02	1.99E-14
S06	30	30	1.00E-04	1.00E-04	510	1	6.08E-01	1.54E+01	7.860652506878747E-02	1.66E-15
S07	30	30	1.00E-04	1.00E-04	214	2	4.48E-01	1.54E+01	7.860652506878715E-02	1.75E-15
S08	30	30	1.00E-04	1.00E-04	186	3	5.84E-01	1.54E+01	7.860652506878715E-02	2.04E-15
S09	30	30	1.00E-04	1.00E-04	174	4	7.24E-01	1.54E+01	7.860652506878715E-02	1.86E-15
S10	30	30	1.00E-04	1.00E-04	166	5	8.88E-01	1.54E+01	7.860652506878715E-02	1.91E-15
S11	30	30	1.00E-05	1.00E-05	1772	1	1.54E+00	1.54E+01	7.860652506878672E-02	1.60E-16
S12	30	30	1.00E-05	1.00E-05	1444	2	2.58E+00	1.54E+01	7.860652506878693E-02	2.43E-16
S13	30	30	1.00E-05	1.00E-05	1346	3	3.63E+00	1.54E+01	7.860652506878700E-02	2.31E-16
S14	30	30	1.00E-05	1.00E-05	1248	4	4.56E+00	1.54E+01	7.860652506878678E-02	2.49E-16
S15	30	30	1.00E-05	1.00E-05	1168	5	5.14E+00	1.54E+01	7.860652506878650E-02	2.25E-16

Tabela 6: Parâmetros numéricos de entrada do código Mach2D-5.8.2.1-SVN-r72 (branch: transient) (conjunto S0081)

Simulation identification (up to 100 characters)		sim_id	
Number of real volumes in the csi direction	nx-2		30
Number of real volumes in the eta direction	ny-2		30
length of the elliptical x semi-axis (m)	la		2.835640909808900E+00
length of the elliptical y semi-axis (m)	lb		2.000000000000000E+00
length of the body (m)	lr		2.835640909808900E+00
base radius/semi-height of the body (m)	rb		5.000000000000000E-01
Kind of grid (1=uniform, 2=geometric progression, 3=power law)	kg		1
Kind of centroid mean (1=simple mean, 2=weighted mean)	kcm		1
Kind of coord. system (1=cylindrical, 0 = cartesian)	coord		1
width of the volume closer to the wall (m)	a1		1.000000000000000E-03
Exponent of the power law for the north boundary	akn		2.000000000000000E+00
Exponent of the power law for the south boundary	aks		1.000000000000000E+00
Maximum number of interactions for time cycle	itmax		500000
"Maximum number of iterations for the correction cycle"	itimax		
Maximum number of interactions for mass cycle	imax		1
Number of interactions up to which dt = dt1	it1		100
Number of interactions from which dt = dt2	it2		300
Initial time step (s)	dt1		
Final time step (s)	dt2		
Maximum number of interactions for solving the linear systems for u, v and T	nitm_u		5
Maximum number of interactions for solving the linear system for p	nitm_p		5
Number of interactions to calculate the mean of the residuals	nit_res		1
Tolerance in the MSI for solving the linear systems for u, v and T	tol_u		1.000000000000000E-02
Tolerance in the MSI for solving the linear system for p	tol_p		1.000000000000000E-02
Tolerance for the sum of residuals	tol_res		1.000000000000000E-13
Frequency of printing in the listing file	wlf		1
1 = do not open result files, 0 = open	sem_a		1
0 = visualize the plot, 1 = do not visualize	sem_g		1
Frequency of writing data for graphics	w_g		1
1 = write the fields, 0 = do not	w_cam		0
Number of interactions up to which beta = beta1	itb1		300
Number of interactions from which beta = beta2	itb2		1000
Initial beta (UDS/CDS mixing constant (0=UDS, 1=CDS))	beta1		0.000000000000000E+00
Final beta (UDS/CDS mixing constant (0=UDS, 1=CDS))	beta2		0.000000000000000E+00
GF = gamma = Cp / Cv (for the free stream)	GF		1.400000000000000E+00
Perfect gas constant (J/kg.K)	Rg		2.870000000000000E+02
Free stream pressure (Pa)	PF		1.000000000000000E+05
Free stream temperature (K)	TF		3.000000000000000E+02
Free stream Mach number	MF		4.000000000000000E+00

4 Critérios de parada do processo iterativo

Quatro potenciais modelos para critérios de parada do processo iterativo foram testados utilizando o código Mach2D5.8.2.1-SVN-r78 (branch: E-Factor). Os modelos são os seguintes:

Modelo 1: O resíduo dos sistemas lineares para u , v e T em cada iteração é calculado através da fórmula

$$R^\phi = \frac{\|A^\phi \phi - b^\phi\|_1}{\|b^\phi\|_1}, \quad \phi \in \{u, v, T\} \quad (2)$$

e o resíduo do sistema linear para p' por

$$R^{p'} = \|A^{p'} p' - b^{p'}\|_1. \quad (3)$$

O critério de parada é o resíduo total, dado por

$$R = R^u + R^v + R^T + R^{p'}. \quad (4)$$

Modelo 2: O resíduo dos sistemas lineares para u , v , T e p' em cada iteração é calculado através da fórmula

$$R^\phi = \|A^\phi \phi - b^\phi\|_1, \quad \phi \in \{u, v, T, p'\}. \quad (5)$$

O critério de parada é dado por

$$R = \frac{\sum_\phi R^\phi}{\left(\sum_\phi R^\phi\right)_{n=1}}, \quad \phi \in \{u, v, T, p'\}, \quad (6)$$

onde o índice $n = 1$ indica a primeira iteração. Este é o mesmo modelo aplicado na versão inicial do Mach2D7.

Modelo 3: O resíduo dos sistemas lineares para u , v , T e p' em cada iteração é calculado através da fórmula

$$R^\phi = \|A^\phi \phi - b^\phi\|_1, \quad \phi \in \{u, v, T, p'\}. \quad (7)$$

O critério de parada é dado por

$$R = \sum_\phi \frac{R^\phi}{(R^\phi)_M}, \quad \phi \in \{u, v, T, p'\}, \quad (8)$$

onde o índice M indica o maior valor do resíduo R^ϕ já calculado.

Modelo 4: O critério de parada é dado por

$$R = \sum_\phi \frac{\|\phi - \phi^\circ\|_1}{\|\phi\|_1}, \quad \phi \in \{u, v, T, p\}. \quad (9)$$

onde o índice \circ indica o valor da variável na última iteração.

Um conjunto de simulações (S0079) foi realizado para avaliar o efeito de cada modelo citado acima. A diferença entre as simulações é apenas o número de volumes. A Tab. 7 apresenta os parâmetros de entrada de cada simulação. A seguir são apresentados os resultados para a simulação S01. As demais simulações apresentam resultados similares.

Resultados do conjunto de simulações S0079, simulação S01.

Legenda:

it	# da iteração	R-M1	R-M2	R-M3	R-M4	Cdfi	it_stop
1	3.0681476607329174E-03	1.0000000000000000E+00	4.0000000000000000E+00	1.0025199425300904E+00	3.4872214170593497E-03	0	0
100	3.4793695925555938E-07	8.3464459911335567E+00	2.9696786709293352E+00	8.1406974645924224E-03	9.9257845703585021E-02	0	0
200	1.2877106787959833E-07	5.2010971571254005E+00	2.1087349365998653E+00	2.2679671762513591E-03	7.7449266478250831E-02	0	0
300	5.0301850436013572E-08	2.6069048742413892E+00	1.1614251979343042E+00	7.6434005208563633E-04	7.7349564066680379E-02	0	0
400	2.1285013453965008E-08	1.3252966069643577E+00	6.0123059132388279E-01	3.0238633257191914E-04	7.7602768278559636E-02	0	0
500	9.2623113628548297E-09	6.6016203386870764E-01	2.9686521125154236E-01	1.2919314916509921E-04	7.7995705835606513E-02	0	0
600	3.9801003435279913E-09	3.1291859166004610E-01	1.3901048706987182E-01	5.5905760174872622E-05	7.8280388393691211E-02	0	0
700	1.6620277198126722E-09	1.4098029784165145E-01	6.1832829388252873E-02	2.3758294069377422E-05	7.8447398348841804E-02	0	0
800	6.7142103346027733E-10	6.0539666396519892E-02	2.6232547745720269E-02	9.8059607357009200E-06	7.8534197567878439E-02	0	0
900	2.6243043701697577E-10	2.4884255324843181E-02	1.0665268194852892E-02	3.9154978360755352E-06	7.8575516569715051E-02	0	0
1000	9.9439899814669216E-11	9.8363473989065905E-03	4.1751777532150957E-03	1.5139341754654266E-06	7.8593868488850499E-02	0	0
1100	3.6633459402908426E-11	3.7561709458081688E-03	1.5809134208779902E-03	5.6819488263995550E-07	7.8601570138882332E-02	0	0
1200	1.3160386054166804E-11	1.3915210187091221E-03	5.8138586355165490E-04	2.0758216084985487E-07	7.8604653116265133E-02	0	0
1300	4.6236397897174521E-12	5.0203344757327980E-04	2.0846242599688238E-04	7.4034931683868357E-08	7.8605839115797077E-02	0	0

1400	1.5928234407697287E-12	1.7703299286833741E-04	7.3136130369725878E-05	2.5847519049225607E-08	7.8606280226695385E-02	0
1500	5.3936668502132811E-13	6.1244675188955945E-05	2.5232603556584714E-05	8.8556457997558341E-09	7.8606439634886463E-02	0
1600	1.7989146825885002E-13	2.0856733910797039E-05	8.6068720556586000E-06	2.9841060225781301E-09	7.8606495837405338E-02	0
1700	5.9272444809607226E-14	7.0766179517803746E-06	2.9713290839218636E-06	9.9098372323173825E-10	7.8606515236151669E-02	3308
1800	1.9361539567539837E-14	2.4317287488936685E-06	1.0945690351699011E-06	3.2489465108702026E-10	7.8606521809998844E-02	3308
1900	6.2985059389792059E-15	8.9240808405304271E-07	4.5266555089929180E-07	1.0532163283219811E-10	7.8606524002592368E-02	3308
2000	2.1096183420594891E-15	3.9689997911427363E-07	2.7377976136876642E-07	3.3805450324270679E-11	7.8606524723860594E-02	3308
2100	7.7719170587208613E-16	2.5769265381959423E-07	2.1175446325060684E-07	1.0756512322243100E-11	7.8606524958291055E-02	3308
2200	3.6391242121793309E-16	2.1557469802605046E-07	1.8991283149749211E-07	3.3965212253978376E-12	7.8606525033692934E-02	3308
2300	2.3748759624593434E-16	2.0260410628908876E-07	1.5887990764679196E-07	1.0653172727378167E-12	7.8606525057724280E-02	3308
2400	1.8344574578405438E-16	1.7334585504129439E-07	1.5496061148480645E-07	3.3213675721577828E-13	7.8606525065322397E-02	3308
2500	1.6657286134696909E-16	1.5993624629016543E-07	1.1034579727307464E-07	1.0301294987671132E-13	7.8606525067707655E-02	3308
2600	1.5191636583386569E-16	1.1278771487637425E-07	1.0703480583273662E-07	3.1848142319498447E-14	7.8606525068451616E-02	3308
2700	1.4727560489189445E-16	1.1430299110831318E-07	1.0123484389296709E-07	9.8536021413420293E-15	7.8606525068682542E-02	3308
2800	9.3408614147531676E-17	1.0781910597284618E-07	1.0156455281051828E-07	3.0943594407924827E-15	7.8606525068753860E-02	3308
2900	9.9399082881269766E-17	1.0370170363383164E-07	1.0094928526012648E-07	1.0007374199984902E-15	7.8606525068776106E-02	3308
3000	1.0114675121317163E-16	1.0523714026316147E-07	9.9397447987537244E-08	3.4041798435787036E-16	7.8606525068782976E-02	3308
3100	1.0233287056971075E-16	9.7926444751934780E-08	9.6229072490253290E-08	1.6074764365471115E-16	7.8606525068784641E-02	3308
3200	9.0903131452675240E-17	1.0550915702066408E-07	9.3352610260129089E-08	1.0338141130579033E-16	7.8606525068784946E-02	3308
3300	1.0127846613705917E-16	1.0074840266894976E-07	9.4860379498962719E-08	8.7354585008327603E-17	7.8606525068785141E-02	3308

Em todos os testes realizados, o modelo 1 apresentou o resíduo final menor que $1E-15$, o que facilita o estabelecimento de uma condição de parada. Entretanto, mesmo ao se atingir $R=1E-14$ (por volta da iteração 1800), o coeficiente Cdfi ainda apresenta variações a partir do oitavo algarismo. Isto significa que os sistemas lineares, em cada iteração, são resolvidos até quase o erro de máquina, mas a solução geral, que envolve o acoplamento entre os sistemas lineares, ainda não atingiu tal precisão.

Nos modelos 2 e 3, a redução dos resíduos não é previsível, o que dificulta o estabelecimento de um critério de parada. Se a solução inicial for muito próxima da solução convergida, haverá um decréscimo muito pequeno em R.

O modelo 4 produz resultados totalmente enganadores quando o processo iterativo é de convergência lenta (o que já é um fato conhecido). Na milésima iteração, por exemplo, a variação da solução de um nível iterativo para o outro, segundo o modelo 4, é de $1.5E-6$, enquanto se percebe que o coeficiente Cdfi varia a partir do segundo algarismo.

Conclusão: nenhum dos modelos é plenamente satisfatório.

Tabela 7: Parâmetros numéricos de entrada do código Mach2D-5.8.2.1-r78, conjunto de simulações S0079.

	S01	S02	S03	S04
Simulation identification (up to 100 characters)	sim_id			
Number of real volumes in the csi direction	nx-2	30	60	120
Number of real volumes in the eta direction	ny-2	30	60	120
length of the elliptical x semi-axis (m)	la	2.83564090980890E+00	2.83564090980890E+00	2.83564090980890E+00
length of the elliptical y semi-axis (m)	lb	2.00000000000000E+00	2.00000000000000E+00	2.00000000000000E+00
length of the body (m)	lr	2.83564090980890E+00	2.83564090980890E+00	2.83564090980890E+00
base radius/semi-height of the body (m)	rb	5.00000000000000E-01	5.00000000000000E-01	5.00000000000000E-01
Kind of grid (1=uniform, 2=geometric progression, 3=power law)	kg	1	1	1
Kind of centroid mean (1=simple mean, 2=weighted mean)	kcm	1	1	1
Kind of coord. system (1=cylindrical, 0 = cartesian)	coord	1	1	1
width of the volume closer to the wall (m)	al			
Exponent of the power law for the north boundary	akn	1.00000000000000E-03	1.00000000000000E-03	1.00000000000000E-03
Exponent of the power law for the south boundary	aks	2.00000000000000E+00	2.00000000000000E+00	2.00000000000000E+00
Maximum number of iterations for time cycle	itmx	1.00000000000000E+00	1.00000000000000E+00	1.00000000000000E+00
"Maximum number of iterations for the correction cycle"	itmax	500000	500000	500000
Maximum number of iterations for mass cycle	imax	1	1	1
Number of iterations up to which dt = dt1	it1	100	100	100
Number of iterations from which dt = dt2	it2	300	300	300
Initial time step (s)	dt1	1.00000000000000E-07	1.00000000000000E-07	1.00000000000000E-07
Final time step (s)	dt2	1.00000000000000E-05	1.00000000000000E-05	1.00000000000000E-05
Maximum number of iterations for solving the linear systems for u, v and T	nitm_u	5	5	5
Maximum number of iterations for solving the linear system for p	nitm_p	5	5	5
Number of iterations to calculate the mean of the residuals	nit_res	1	1	1
Tolerance in the MSI for solving the linear systems for u, v and T	tol_u	1.00000000000000E-02	1.00000000000000E-02	1.00000000000000E-02
Tolerance in the MSI for solving the linear system for p	tol_p	1.00000000000000E-02	1.00000000000000E-02	1.00000000000000E-02
Tolerance for the sum of residuals	tol_res	1.00000000000000E-13	1.00000000000000E-13	1.00000000000000E-13
Frequency of printing in the listing file	wlf	100	100	100
1 = do not open result files, 0 = open	sem_a	1	1	1
0 = visualize the plot, 1 = do not visualize	sem_g	1	1	1
Frequency of writing data for graphics	w_g	1	1	1
1 = write the fields, 0 = do not	w_cam	0	0	0
Number of iterations from which beta = beta1	itb1	300	300	300
Number of iterations from which beta = beta2	itb2	1000	1000	1000
Initial beta (UDS/CDS mixing constant (0=UDS, 1=CDS))	beta1	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00
Final beta (UDS/CDS mixing constant (0=UDS, 1=CDS))	beta2	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00	0.00000000000000E+00
GF = gamma = Cp / Cv (for the free stream)	GF	1.40000000000000E+00	1.40000000000000E+00	1.40000000000000E+00
Perfect gas constant (J/kg.K)	Rg	2.87000000000000E+02	2.87000000000000E+02	2.87000000000000E+02
Free stream pressure (Pa)	PF	1.00000000000000E+05	1.00000000000000E+05	1.00000000000000E+05
Free stream temperature (K)	TF	3.00000000000000E+02	3.00000000000000E+02	3.00000000000000E+02
Free stream Mach number	MF	4.00000000000000E+00	4.00000000000000E+00	4.00000000000000E+00
E-factor for p linear system (if EFp < 0, E-factor theory is not applied)	EFp	1.00000000000000E-01	1.00000000000000E-01	1.00000000000000E-01
E-factor for T linear system (if EFT < 0, E-factor theory is not applied)	EFT	1.00000000000000E-01	1.00000000000000E-01	1.00000000000000E-01
E-factor for u and v linear systems (if EFuv < 0, E-factor theory is not applied)	EFuv	1.00000000000000E-01	1.00000000000000E-01	1.00000000000000E-01

5 O fator-E

5.1 Teoria

Ao se discretizar as equações de Euler ou Navier-Stokes (levando-se em conta os termos com a primeira derivada temporal), obtém-se um sistema linear da forma

$$\left(\frac{F_P}{\Delta t} + (A_P)_\infty\right)\phi_P + \sum_{nb} A_{nb}\phi_{nb} = (b_P)_\infty + \frac{G_P}{\Delta t}, \quad (10)$$

que se reduz a

$$(A_P)_\infty\phi_P + \sum_{nb} A_{nb}\phi_{nb} = (b_P)_\infty, \quad (11)$$

no limite $\Delta t \rightarrow \infty$.

Deste modo, a expressão

$$\Delta t^* \equiv \frac{F_P}{(A_P)_\infty} \quad (12)$$

pode ser tomada como um tempo característico de advecção-difusão no volume de controle P. Com base nesta ideia, van Doormaal e Raithby[1] propuseram que o passo de tempo a ser utilizado na eq. (10) fosse um múltiplo E (fator-E) do tempo característico Δt^* , isto é,

$$\Delta t = E \cdot \Delta t^*. \quad (13)$$

Assim, cada volume de controle teria um passo de tempo condizente com o escoamento em seu interior e o avanço temporal se daria de forma irregular até se atingir o regime permanente.

5.2 Resultados

5.2.1 UDS

A teoria do Fator-E foi implementada no código Mach2D5.8.2.1-SVN-r80 (branch: E-factor). O código foi criado de modo que os sistemas lineares para u e v , o sistema para T e o sistema para p' possam ter diferentes valores de E . Diversas simulações (conjunto S0080) foram realizadas para determinar o fator-E que reduz o esforço computacional e avaliar se os resultados seriam ou não dependentes do incremento de tempo. Os parâmetros de entrada mantidos fixos em todas as simulações são dados na Tab. 9¹ e os resultados principais na Tab. 8. Como pode ser visto nesta tabela, o fator-E variou de 0.1 a 100, mas foi o mesmo para todos os sistemas lineares. A variação do tempo de CPU com o fator-E é mostrada na Fig. 1. Percebe-se que existe um valor ideal para E que depende da malha. Um valor de referência para todas as malhas seria $E = 10$.

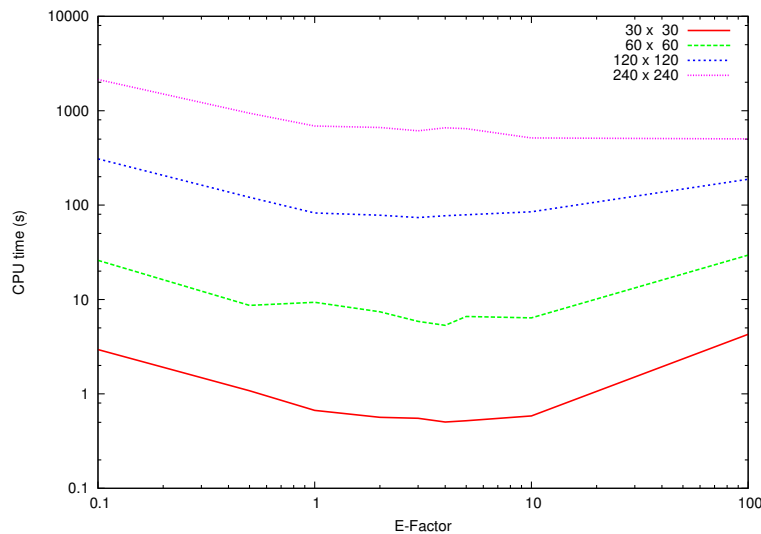


Figura 1: Variação do tempo de CPU com o fator-E (S0080).

Da Tab. 8 percebe-se que o fator-E no intervalo de 0.1 a 10 altera Cdfi somente a partir do 14º algarismo. Entretanto, para $E = 100$, na malha 30x30, está no oitavo algarismo.

¹Exceção: o parâmetro `tol_res` vale 2E-13 para a simulação S36.

A Tab. 8 também mostra os valores máximos e mínimos para dt de cada sistema linear. Curiosamente, os valores mínimos e máximos de dt para u , v e T são proporcionais ao fator-E, algo que não ocorre para o dt associado ao sistema linear para p' (Fig. 2).

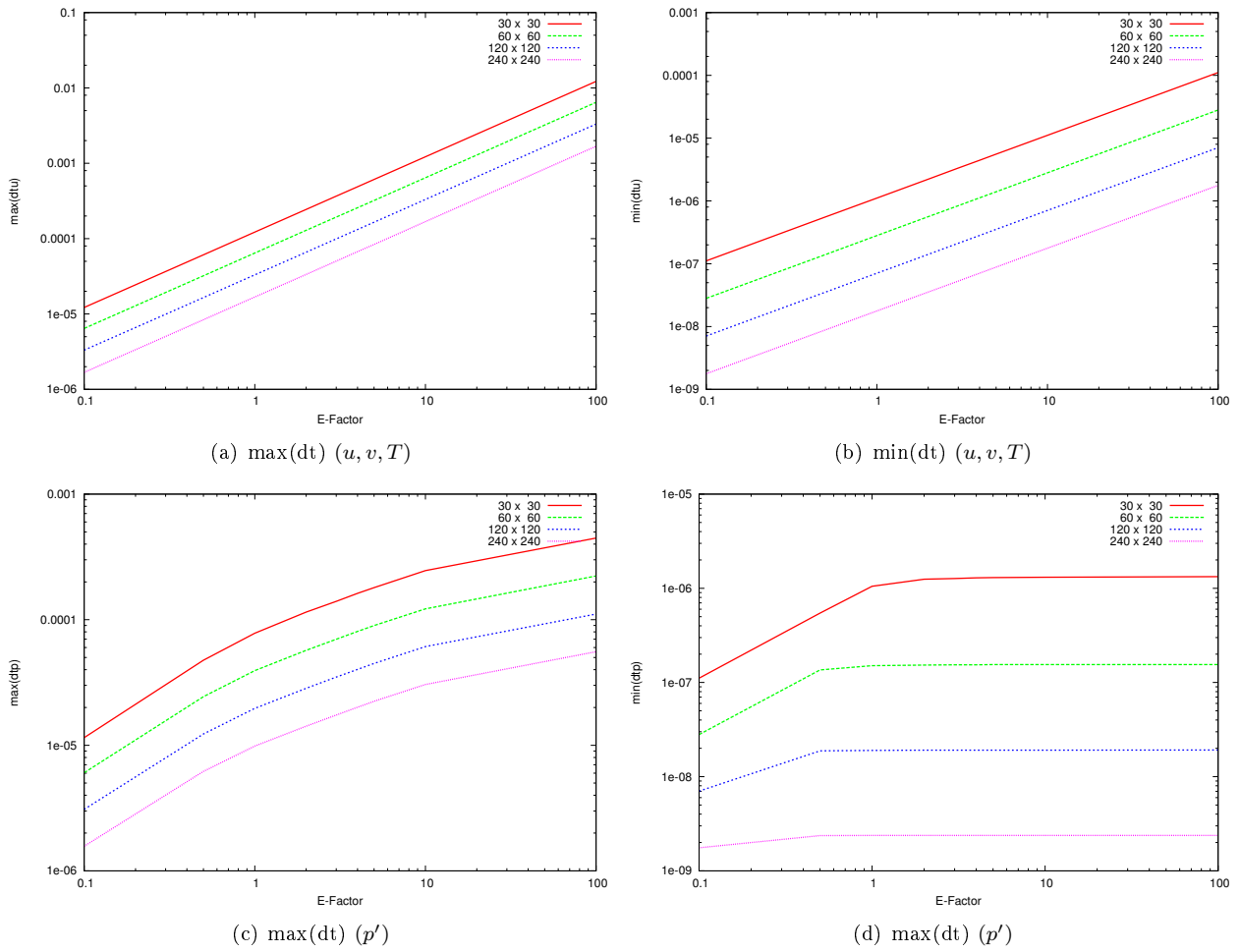


Figura 2: Variação dos valores máximos e mínimos de dt com o fator-E.

Tabela 8: Resultados principais do conjunto de simulações S0080.

Sim.	nx	ny	EFP	EFT	EFuv	it	tcpt	RAM	res	max(dtu)	min(dtu)	max(dtF)	min(dtF)	max(dtp)	min(dtp)
S01	30	30	0.1	0.1	0.1	3308	3.0	15.4	1.01E-16	1.22E-05	1.11E-07	1.22E-05	1.11E-07	1.15E-05	1.11E-07
S02	30	30	0.5	0.5	0.5	1092	1.1	15.4	7.860652506878733E-02	6.10E-05	5.56E-07	6.10E-05	5.56E-07	4.76E-05	5.45E-07
S03	30	30	1.0	1.0	1.0	644	0.7	15.4	7.860652506878738E-02	1.22E-04	1.11E-06	1.22E-04	1.11E-06	7.81E-05	1.05E-06
S04	30	30	2.0	2.0	2.0	518	0.6	15.4	7.860652506878746E-02	2.44E-04	2.22E-06	2.44E-04	2.22E-06	1.15E-04	1.25E-06
S05	30	30	3.0	3.0	3.0	504	0.6	15.4	7.860652506878749E-02	3.66E-04	3.34E-06	3.66E-04	3.34E-06	1.40E-04	1.27E-06
S06	30	30	4.0	4.0	4.0	438	0.5	15.4	7.860652506878746E-02	1.20E-15	4.45E-06	4.88E-04	4.45E-06	1.62E-04	1.29E-06
S07	30	30	5.0	5.0	5.0	444	0.5	15.4	7.860652506878744E-02	2.35E-15	5.56E-06	6.10E-04	5.56E-06	1.80E-04	1.30E-06
S08	30	30	10.0	10.0	10.0	480	0.6	15.4	7.860652506878746E-02	3.72E-15	1.11E-05	1.22E-03	1.11E-05	2.46E-04	1.31E-06
S09	30	30	100.0	100.0	100.0	3440	4.3	15.4	7.860652100872099E-02	2.83E-14	1.22E-02	1.22E-02	1.11E-04	4.47E-04	1.33E-06
S10	60	60	0.1	0.1	0.1	5480	26.0	18.0	7.877716281826078E-02	1.07E-16	6.43E-06	6.43E-06	2.81E-08	6.04E-06	2.80E-08
S11	60	60	0.5	0.5	0.5	1850	8.7	18.0	7.877716281826337E-02	2.29E-15	1.40E-07	3.21E-05	1.40E-07	2.44E-05	1.36E-07
S12	60	60	1.0	1.0	1.0	1228	9.3	18.0	7.877716281826325E-02	8.49E-16	6.43E-05	6.43E-05	2.81E-07	3.93E-05	1.51E-07
S13	60	60	2.0	2.0	2.0	1068	7.4	18.0	7.877716281826330E-02	9.16E-16	1.29E-04	1.29E-04	5.62E-07	5.70E-05	1.53E-07
S14	60	60	3.0	3.0	3.0	942	5.9	18.0	7.877716281826332E-02	1.71E-15	1.93E-04	1.93E-04	8.42E-07	6.99E-05	1.54E-07
S15	60	60	4.0	4.0	4.0	966	5.3	18.0	7.877716281826326E-02	2.62E-15	2.57E-04	2.57E-04	1.42E-06	8.06E-05	1.54E-07
S16	60	60	5.0	5.0	5.0	986	6.6	18.0	7.877716281826330E-02	3.46E-15	3.21E-04	3.21E-04	1.40E-06	8.98E-05	1.55E-07
S17	60	60	10.0	10.0	10.0	1004	6.4	18.0	7.877716281826332E-02	2.57E-15	6.43E-04	6.43E-04	2.81E-06	1.22E-04	1.55E-07
S18	60	60	100.0	100.0	100.0	4018	29.5	18.0	7.877716281432637E-02	3.80E-14	6.43E-03	6.43E-03	2.81E-05	2.23E-04	1.55E-07
S19	120	120	0.1	0.1	0.1	9758	309.4	27.6	7.893547227271168E-02	1.05E-16	3.31E-06	3.31E-06	7.06E-09	3.09E-06	7.02E-09
S20	120	120	0.5	0.5	0.5	3506	120.6	27.6	7.893547227271437E-02	3.93E-15	1.65E-05	1.65E-05	3.53E-08	1.23E-05	1.88E-08
S21	120	120	1.0	1.0	1.0	2430	82.6	27.6	7.893547227271440E-02	1.32E-15	3.31E-05	3.31E-05	7.06E-08	1.97E-05	1.90E-08
S22	120	120	2.0	2.0	2.0	2202	78.2	27.6	7.893547227271440E-02	1.23E-15	6.61E-05	6.61E-05	1.41E-07	2.84E-05	1.91E-08
S23	120	120	3.0	3.0	3.0	1972	73.7	27.6	7.893547227271440E-02	2.59E-15	9.92E-05	9.92E-05	2.12E-07	3.49E-05	1.91E-08
S24	120	120	4.0	4.0	4.0	2048	77.1	27.6	7.893547227271444E-02	4.12E-15	1.32E-04	1.32E-04	2.82E-07	4.02E-05	1.91E-08
S25	120	120	5.0	5.0	5.0	1966	79.0	27.6	7.893547227271450E-02	5.62E-15	1.65E-04	1.65E-04	3.53E-07	4.48E-05	1.91E-08
S26	120	120	10.0	10.0	10.0	2110	85.0	27.6	7.893547227271445E-02	3.15E-15	3.31E-04	3.31E-04	7.06E-07	6.11E-05	1.91E-08
S27	120	120	100.0	100.0	100.0	4572	188.3	27.6	7.893547227271439E-02	7.50E-14	3.31E-03	3.31E-03	7.06E-06	1.11E-04	1.92E-08
S28	240	240	0.1	0.1	0.1	18042	2144.9	66.2	7.908342314500774E-02	1.12E-16	1.68E-06	1.68E-06	1.77E-09	1.57E-06	1.76E-09
S29	240	240	0.5	0.5	0.5	6792	939.8	66.2	7.908342314501125E-02	3.53E-16	8.38E-06	8.38E-06	8.84E-09	6.20E-06	2.37E-09
S30	240	240	1.0	1.0	1.0	4782	688.0	66.2	7.908342314501113E-02	2.17E-15	1.68E-05	1.68E-05	1.77E-08	9.85E-06	2.38E-09
S31	240	240	2.0	2.0	2.0	4424	664.2	66.2	7.908342314501121E-02	1.79E-15	3.35E-05	3.35E-05	3.54E-08	1.42E-05	2.38E-09
S32	240	240	3.0	3.0	3.0	3968	612.5	66.2	7.908342314501120E-02	4.26E-15	5.03E-05	5.03E-05	5.30E-08	1.74E-05	2.38E-09
S33	240	240	4.0	4.0	4.0	4144	659.0	66.2	7.908342314501124E-02	7.18E-15	6.71E-05	6.71E-05	7.07E-08	2.01E-05	2.38E-09
S34	240	240	5.0	5.0	5.0	3978	644.8	66.2	7.908342314501123E-02	9.76E-15	8.38E-05	8.38E-05	8.84E-08	2.24E-05	2.38E-09
S35	240	240	10.0	10.0	10.0	4318	513.9	66.2	7.908342314501117E-02	4.20E-15	1.68E-04	1.68E-04	1.77E-07	3.05E-05	2.38E-09
S36	240	240	100.0	100.0	100.0	5688	502.4	66.2	7.908342314501123E-02	1.48E-13	1.68E-03	1.68E-03	1.77E-06	5.56E-05	2.38E-09

Tabela 9: Parâmetros numéricos de entrada do código Mach2D-5.8.2.1-SVN-r80 (branch: E-factor) (conjunto S0080).

Simulation identification (up to 100 characters)	sim_id	
Number of real volumes in the csi direction	nx-2	
Number of real volumes in the eta direction	ny-2	
length of the elliptical x semi-axis (m)	la	2.83564090980890E+00
length of the elliptical y semi-axis (m)	lb	2.00000000000000E+00
length of the body (m)	lr	2.83564090980890E+00
base radius/semi-height of the body (m)	rb	5.00000000000000E-01
Kind of grid (1=uniform, 2=geometric progression, 3=power law)	kg	1
Kind of centroid mean (1=simple mean, 2=weighted mean)	kcm	1
Kind of coord. system (1=cylindrical, 0 = cartesian)	coord	1
width of the volume closer to the wall (m)	a1	1.00000000000000E-03
Exponent of the power law for the north boundary	akn	2.00000000000000E+00
Exponent of the power law for the south boundary	aks	1.00000000000000E+00
Maximum number of iterations for time cycle	itmax	500000
"Maximum number of iterations for the correction cycle"	itimax	1
Maximum number of iterations for mass cycle	imax	1
Number of iterations up to which dt = dt1	it1	100
Number of iterations from which dt = dt2	it2	300
Initial time step (s)	dt1	1.00000000000000E-07
Final time step (s)	dt2	1.00000000000000E-05
Maximum number of iterations for solving the linear systems for u, v and T	nitm_u	5
Maximum number of iterations for solving the linear system for p	nitm_p	5
Number of iterations to calculate the mean of the residuals	nit_res	1
Tolerance in the MSI for solving the linear systems for u, v and T	tol_u	1.00000000000000E-02
Tolerance in the MSI for solving the linear system for p	tol_p	1.00000000000000E-02
Tolerance for the sum of residuals	tol_res	1.00000000000000E-13
Frequency of printing in the listing file	wlf	100
1 = do not open result files, 0 = open	sem_a	1
0 = visualize the plot, 1 = do not visualize	sem_g	1
Frequency of writing data for graphics	w_g	1
1 = write the fields, 0 = do not	w_cam	0
Number of iterations up to which beta = beta1	itb1	300
Number of iterations from which beta = beta2	itb2	1000
Initial beta (UDS/CDS mixing constant (0=UDS, 1=CDS))	beta1	0.00000000000000E+00
Final beta (UDS/CDS mixing constant (0=UDS, 1=CDS))	beta2	0.00000000000000E+00
GF = gamma = Cp / Cv (for the free stream)	GF	1.40000000000000E+00
Perfect gas constant (J/kg.K)	Rg	2.87000000000000E+02
Free stream pressure (Pa)	PF	1.00000000000000E+05
Free stream temperature (K)	TF	3.00000000000000E+02
Free stream Mach number	MF	4.00000000000000E+00
E-factor for p linear system (if EFp < 0, E-factor theory is not applied)	EFp	
E-factor for T linear system (if EFT < 0, E-factor theory is not applied)	EFT	
E-factor for u and v linear systems (if EFuv < 0, E-factor theory is not applied)	EFuv	

5.2.2 CDS

O mesmo estudo da seção anterior foi repetida para o esquema CDS. Os parâmetros de entrada são os da Tab. 9, exceto, $itb1 = 50$ e $\beta_2 = 1.0$. Os resultados são apresentados nas Figs. 3 e 4, bem como na Tab. 10. Destes resultados, conclui-se:

1. O máximo valor para o fator-E no esquema CDS é muito mais restrito que no UDS (Fig. 3). No primeiro esquema, chegou-se a $E=100$ (talvez se pudesse chegar a um valor maior ainda), ao passo que no segundo, chegou-se a $E=5$ nas malhas mais finas.
2. A variação de $\max(dt)$ e $\min(dt)$ para os sistemas lineares para u , v e T é linear com o fator-E, o que não ocorre para o sistema linear associado a p' (Fig. 4).
3. Nas malhas mais finas (120x120 e 240x240), Cdfi variou a partir do 14º algarismo ao se variar E de 0.1 a 5. Na malha (60x60), Cdfi variou a partir do 13º algarismo ao se variar E de 0.1 a 5. Para a malha mais grossa (30x30), Cdfi variou a partir do 13º algarismo ao se variar E de 0.1 a 4, resultado que piora com o aumento de E.

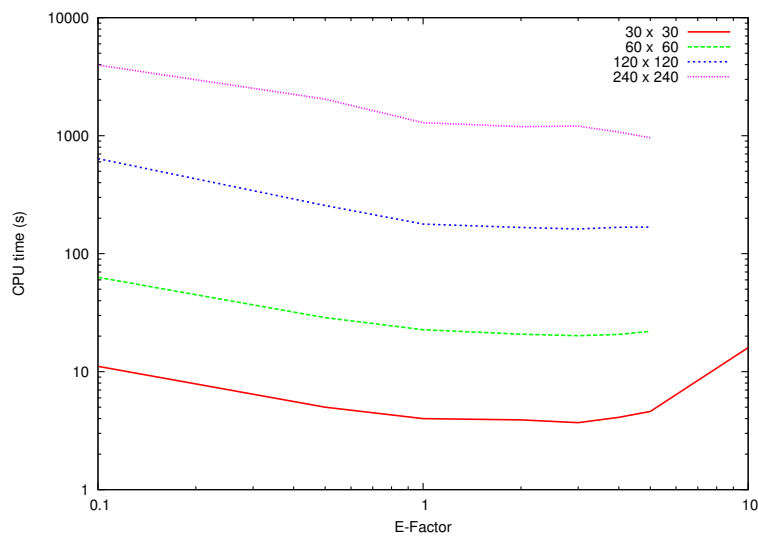
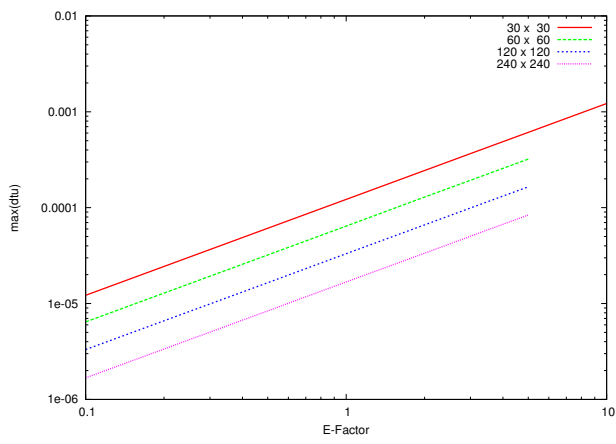
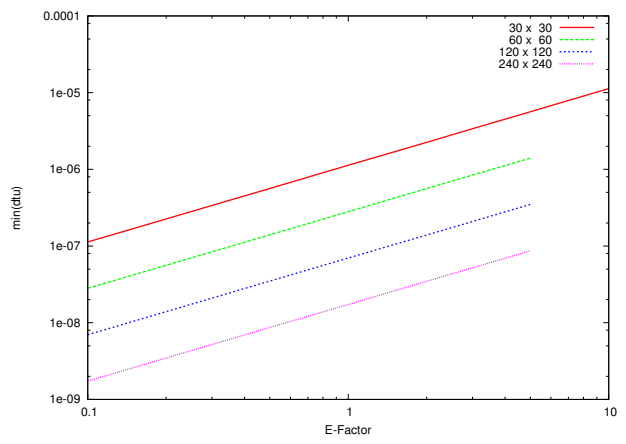


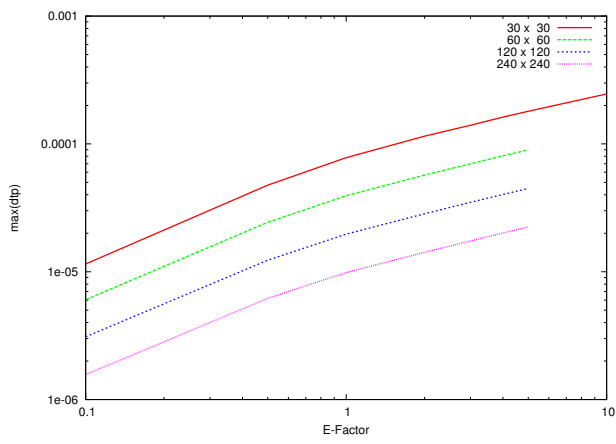
Figura 3: Variação do tempo de CPU com o fator-E (S0082).



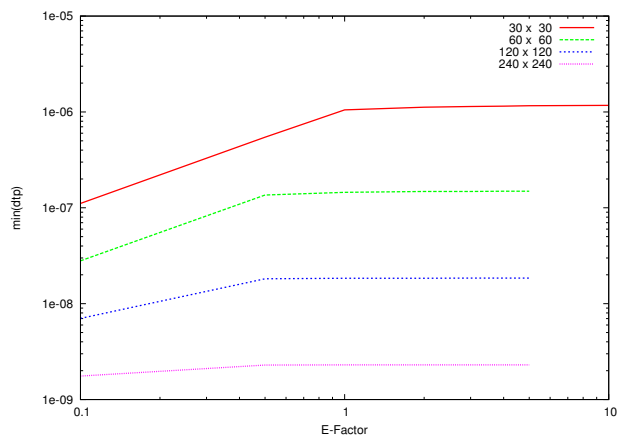
(a) $\max(dt) (u, v, T)$



(b) $\min(dt) (u, v, T)$



(c) $\max(dt) (p')$



(d) $\min(dt) (p')$

Figura 4: Variação dos valores máximos e mínimos de dt com o fator-E (S0082).

Tabela 10: Resultados principais do conjunto de simulações S0082.

Simulation	nx	ny	EFp	EFT	EFuv	it	tcpu	RAM	Cdfi	res	max(dtU)	min(dtU)	max(dtV)	min(dtV)	max(dtT)	min(dtT)	max(dtp)	min(dtp)
S01	30	30	0.1	0.1	0.1	12578	11.1	15.4	7.934605175931288E-02	1.18E-16	1.22E-05	1.13E-07	1.22E-05	1.13E-07	1.13E-07	1.13E-07	1.15E-05	1.11E-07
S02	30	30	0.5	0.5	0.5	4972	5.0	15.4	7.934605175931217E-02	1.44E-15	6.10E-05	5.63E-07	6.10E-05	5.63E-07	6.10E-05	5.63E-07	4.76E-05	5.45E-07
S03	30	30	1.0	1.0	1.0	3766	4.0	15.4	7.934605175930871E-02	5.89E-16	1.22E-04	1.13E-06	1.22E-04	1.13E-06	1.22E-04	1.13E-06	7.81E-05	1.05E-06
S04	30	30	2.0	2.0	2.0	3528	3.9	15.4	7.934605175931135E-02	6.91E-16	2.44E-04	2.25E-06	2.44E-04	2.25E-06	2.44E-04	2.25E-06	1.15E-04	1.12E-06
S05	30	30	3.0	3.0	3.0	3428	3.7	15.4	7.934605175931532E-02	1.07E-15	3.66E-04	3.38E-06	3.66E-04	3.38E-06	3.66E-04	3.38E-06	1.40E-04	1.14E-06
S06	30	30	4.0	4.0	4.0	3640	4.1	15.4	7.934605175931593E-02	1.61E-15	4.88E-04	4.51E-06	4.88E-04	4.51E-06	4.88E-04	4.51E-06	1.62E-04	1.15E-06
S07	30	30	5.0	5.0	5.0	4054	4.6	15.4	7.934605175929350E-02	1.92E-15	6.10E-04	5.63E-06	6.10E-04	5.63E-06	6.10E-04	5.63E-06	1.80E-04	1.16E-06
S08	30	30	10.0	10.0	10.0	13320	16.0	15.4	7.934605175916913E-02	1.94E-15	1.22E-03	1.13E-05	1.22E-03	1.13E-05	1.22E-03	1.13E-05	2.46E-04	1.17E-06
S10	60	60	0.1	0.1	0.1	17278	63.1	18.0	7.936893065213192E-02	1.20E-16	6.43E-06	2.81E-08	6.43E-06	2.81E-08	6.43E-06	2.81E-08	6.04E-06	2.80E-08
S11	60	60	0.5	0.5	0.5	6910	28.7	18.0	7.936893065213345E-02	2.37E-15	3.21E-05	1.40E-07	3.21E-05	1.40E-07	3.21E-05	1.40E-07	2.44E-05	1.36E-07
S12	60	60	1.0	1.0	1.0	5000	22.7	18.0	7.936893065213416E-02	8.65E-16	6.43E-05	2.81E-07	6.43E-05	2.81E-07	6.43E-05	2.81E-07	3.93E-05	1.45E-07
S13	60	60	2.0	2.0	2.0	4486	20.8	18.0	7.936893065213368E-02	8.67E-16	1.29E-04	5.61E-07	1.29E-04	5.61E-07	1.29E-04	5.61E-07	5.70E-05	1.48E-07
S14	60	60	3.0	3.0	3.0	4346	20.2	18.0	7.936893065213102E-02	1.55E-15	1.93E-04	8.42E-07	1.93E-04	8.42E-07	1.93E-04	8.42E-07	6.99E-05	1.48E-07
S15	60	60	4.0	4.0	4.0	4350	20.7	18.0	7.936893065212069E-02	2.27E-15	2.57E-04	1.12E-06	2.57E-04	1.12E-06	2.57E-04	1.12E-06	8.06E-05	1.49E-07
S16	60	60	5.0	5.0	5.0	4566	22.0	18.0	7.936893065211330E-02	2.96E-15	3.21E-04	1.40E-06	3.21E-04	1.40E-06	3.21E-04	1.40E-06	8.98E-05	1.49E-07
S19	120	120	0.1	0.1	0.1	29034	638.2	27.6	7.939192301759646E-02	1.24E-16	3.31E-06	6.97E-09	3.31E-06	6.97E-09	3.31E-06	6.97E-09	3.10E-06	7.02E-09
S20	120	120	0.5	0.5	0.5	11108	255.9	27.6	7.939192301759587E-02	4.36E-15	1.65E-05	3.49E-08	1.65E-05	3.49E-08	1.65E-05	3.49E-08	1.23E-05	1.82E-08
S21	120	120	1.0	1.0	1.0	7388	178.2	27.6	7.939192301759591E-02	1.27E-15	3.31E-05	6.97E-08	3.31E-05	6.97E-08	3.31E-05	6.97E-08	1.97E-05	1.84E-08
S22	120	120	2.0	2.0	2.0	6584	166.8	27.6	7.939192301759591E-02	1.13E-15	6.61E-05	1.39E-07	6.61E-05	1.39E-07	6.61E-05	1.39E-07	2.84E-05	1.84E-08
S23	120	120	3.0	3.0	3.0	6354	162.1	27.6	7.939192301759590E-02	2.30E-15	9.92E-05	2.09E-07	9.92E-05	2.09E-07	9.92E-05	2.09E-07	3.49E-05	1.85E-08
S24	120	120	4.0	4.0	4.0	6388	167.3	27.6	7.939192301759500E-02	3.53E-15	1.32E-04	2.79E-07	1.32E-04	2.79E-07	1.32E-04	2.79E-07	4.02E-05	1.85E-08
S25	120	120	5.0	5.0	5.0	6390	168.1	27.6	7.939192301759548E-02	4.72E-15	1.65E-04	3.49E-07	1.65E-04	3.49E-07	1.65E-04	3.49E-07	4.48E-05	1.85E-08
S28	240	240	0.1	0.1	0.1	50852	3964.7	66.2	7.940101784440333E-02	1.30E-16	1.68E-06	1.73E-09	1.68E-06	1.73E-09	1.68E-06	1.73E-09	1.57E-06	1.76E-09
S29	240	240	0.5	0.5	0.5	19522	2043.4	66.2	7.940101784439985E-02	3.59E-16	8.38E-06	8.67E-09	8.38E-06	8.67E-09	8.38E-06	8.67E-09	6.20E-06	2.29E-09
S30	240	240	1.0	1.0	1.0	11880	1289.0	66.2	7.940101784439982E-02	2.15E-15	1.68E-05	1.73E-08	1.68E-05	1.73E-08	1.68E-05	1.73E-08	9.85E-06	2.30E-09
S31	240	240	2.0	2.0	2.0	10522	1194.0	66.2	7.940101784439972E-02	1.61E-15	3.35E-05	3.47E-08	3.35E-05	3.47E-08	3.35E-05	3.47E-08	1.42E-05	2.30E-09
S32	240	240	3.0	3.0	3.0	10398	1204.8	66.2	7.940101784439976E-02	3.67E-15	5.03E-05	5.20E-08	5.03E-05	5.20E-08	5.03E-05	5.20E-08	1.74E-05	2.30E-09
S33	240	240	4.0	4.0	4.0	9166	1071.9	66.2	7.940101784439960E-02	6.14E-15	6.71E-05	6.94E-08	6.71E-05	6.94E-08	6.71E-05	6.94E-08	2.01E-05	2.30E-09
S34	240	240	5.0	5.0	5.0	9220	960.3	66.2	7.940101784439967E-02	8.21E-15	8.38E-05	8.67E-08	8.38E-05	8.67E-08	8.38E-05	8.67E-08	2.24E-05	2.30E-09

5.2.3 Eficiência e robustez

Para avaliar a eficiência e robustez do método do fator-E, as simulações para a malha 240x240 do conjunto de simulações S0082 (UDS com fator-E) e S0084 (CDS com fator-E) foram repetidas. Porém, desta vez a teoria do fator-E não foi empregada. O dt foi mantido fixo para todos os volumes de controle e itmax limitado a 50000. Os resultados para o conjunto de simulações S0083 (UDS sem fator-E) são mostrados na Tab. 11. Nas duas primeiras simulações houve divergência. Na terceira e na quarta o processo iterativo foi interrompido por excesso de iterações. O melhor tempo de CPU ocorreu para a simulação S08, tcpu=246.9 s, com 1826 iterações (cerca da metade do tempo utilizado ao se empregar o fator-E no conjunto S0080). Este estudo foi repetido para o CDS (conjunto de simulações S0084). Entretanto, em nenhum dos dt's utilizados houve convergência.

Conclusões:

1. Sobre a eficiência: a utilização do fator-E não garante um aumento da eficiência computacional;
2. Sobre a robustez: com a utilização do fator-E foi possível obter resultados tanto para o esquema UDS quanto CDS, o que não ocorreu ao se utilizar o mesmo dt para todos os volumes de controle. Isto mostra que o uso do fator-E torna o código mais robusto;
3. O fator-E elimina a necessidade de se ter que estimar manualmente o valor de dt para cada problema, tornando o código mais geral.

Tabela 11: Resultados principais do conjunto de simulações S0083.

Simulation	nx	ny	dt1	dt2	it	tcpu	RAM	Cdfi	res
S01	240	240	1.00E-03	1.00E-03				NaN	
S02	240	240	6.00E-04	6.00E-04				NaN	
S03	240	240	3.00E-04	3.00E-04	itmax	4837.2	64.4	7.908342321049108E-02	2.78E-12
S04	240	240	1.00E-04	1.00E-04	itmax	5372.2	64.4	7.908342314485037E-02	3.12E-13
S05	240	240	6.00E-05	6.00E-05	12858	1802.3	64.4	7.908342314501038E-02	6.98E-14
S06	240	240	3.00E-05	3.00E-05	6438	875.6	64.4	7.908342314501123E-02	1.05E-14
S07	240	240	1.00E-05	1.00E-05	2428	337.2	64.4	7.908342314501120E-02	3.04E-15
S08	240	240	6.00E-06	6.00E-06	1826	246.9	64.4	7.908342314501124E-02	5.53E-15
S09	240	240	3.00E-06	3.00E-06	3540	474.0	64.4	7.908342314501127E-02	1.37E-14
S10	240	240	1.00E-06	1.00E-06	8904	689.4	64.4	7.908342314501052E-02	2.20E-16

Referências

- [1] J P Van Doormaal and G D Raithby. Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows. *Numerical Heat Transfer*, 7:147–163, 1984.