

Estudos complementares sobre o efeito-dt em aerodinâmica

Guilherme Bertoldo

25 de Outubro de 2012

Conteúdo

1	Introdução	1
2	Parâmetros numéricos	1
3	Variação de Cdfi com o número de iterações	2
4	O Fator-E e o desvio da pressão	3
5	Conclusões	4

1 Introdução

Na Seq. 4.1 do relatório

Bertoldo, G. *Efeito do dt sobre o coeficiente de arrasto em cones*. 13 de Outubro de 2012.

observou-se que efeito de dt sobre o coeficiente de arrasto em cones deixou de existir para os valores maiores de dt, porém persistia para os menores. Este estudo complementar tem o objetivo de avaliar quais são as causas deste efeito. Para isso, as seguintes hipóteses serão testadas:

1. O número de iterações foi insuficiente para que a variável em estudo (Cdfi) convergisse até o erro de máquina.
2. Ao se reduzir dt, o erro de arredondamento aumenta prejudicando a precisão de Cdfi.
3. Ao se reduzir dt, a correção da pressão p' perde eficácia.

Para avaliar estas hipóteses criou-se a revisão Mach2D-5.8.2.1-SVN-r111 (Branch: transient) a partir do código original Mach2D-5.8.2.1-SVN-r108 (Branch: transient).

2 Parâmetros numéricos

Os parâmetros numéricos de entrada do código Mach2D-5.8.2.1-SVN-r111 (Branch: transient) são dados na Tab. 1. Na terceira coluna desta tabela são indicados os parâmetros comuns a todas as simulações.

Tabela 1: Parâmetros numéricos de entrada

Simulation identification (up to 100 characters)	sim_id	
Number of real volumes in the csi direction	nx2	30
Number of real volumes in the eta direction	ny2	30
length of the elliptical x semi-axis (m)	la	2.8356409098089E+00
length of the elliptical y semi-axis (m)	lb	2.0000000000000E+00
length of the body (m)	lr	2.8356409098089E+00
base radius/semi-height of the body (m)	rb	5.0000000000000E-01
Kind of grid (1=uniform, 2=geometric progression, 3=power law)	kg	1
Kind of centroid mean (1=simple mean, 2=weighted mean)	kcm	1
Kind of coord. system (1=cylindrical, 0 = cartesian)	coord	
width of the volume closer to the wall (m)	a1	1.0000000000000E-03
Exponent of the power law for the north boundary	akn	2.0000000000000E+00
Exponent of the power law for the south boundary	aks	1.0000000000000E+00
Maximum number of iterations for time cycle	itmax	500000
"Maximum number of iterations for the correction cycle"	itimax	1
Maximum number of iterations for mass cycle	imax	1
Number of iterations up to which dt = dt1	it1	
Number of iterations from which dt = dt2	it2	
Initial time step (s)	dt1	
Final time step (s)	dt2	
Maximum number of iterations for solving the linear systems for u, v and T	nitm_u	5
Maximum number of iterations for solving the linear system for p	nitm_p	5
Number of iterations to calculate the mean of the residuals	nit_res	1
Tolerance in the MSI for solving the linear systems for u, v and T	tol_u	1.0000000000000E-02
Tolerance in the MSI for solving the linear system for p	tol_p	1.0000000000000E-02
Tolerance for the sum of residuals	tol_res	1.0000000000000E-20
Frequency of printing in the listing file	wlf	1
1 = do not open result files, 0 = open	sem_a	1
0 = visualize the plot, 1 = do not visualize	sem_g	1
Frequency of writing data for graphics	w_g	1
1 = write the fields, 0 = do not	w_cam	0
Number of iterations up to which beta = beta1	itb1	300
Number of iterations from which beta = beta2	itb2	1000
Initial beta (UDS/CDS mixing constant (0=UDS, 1=CDS))	beta1	0.0000000000000E+00
Final beta (UDS/CDS mixing constant (0=UDS, 1=CDS))	beta2	0.0000000000000E+00
GF = gamma = Cp / Cv (for the free stream)	GF	1.4000000000000E+00
Perfect gas constant (J/kg.K)	Rg	2.8700000000000E+02
Free stream pressure (Pa)	PF	1.0000000000000E+05
Free stream temperature (K)	TF	3.0000000000000E+02
Free stream Mach number	MF	4.0000000000000E+00

3 Variação de Cdfi com o número de iterações

A Fig. 1 mostra a razão

$$\frac{|Cdfi - Cdfi^*|}{Cdfi^*} \quad (1)$$

como função do número de iterações. Cdfi é o coeficiente de arrasto invíscido frontal em cada iteração e Cdfi* é o valor de Cdfi na última iteração. São apresentados os gráficos para três valores de dt representativos do intervalo em estudo $[10^{-7}, 5 \times 10^{-2}]$. Todas as simulações foram feitas com 500000 iterações. Observa-se, para os três valores de dt, que a iteração foi realizada até se atingir o erro de máquina. No gráfico da Fig. 1 (c), Cdfi se mantém constante nas últimas iterações, o que faz com que a diferença relativa da Eq. (1) seja zero e, conseqüentemente, não apresentada no gráfico que está em escala logarítmica. Deste modo a hipótese (1) está descartada.

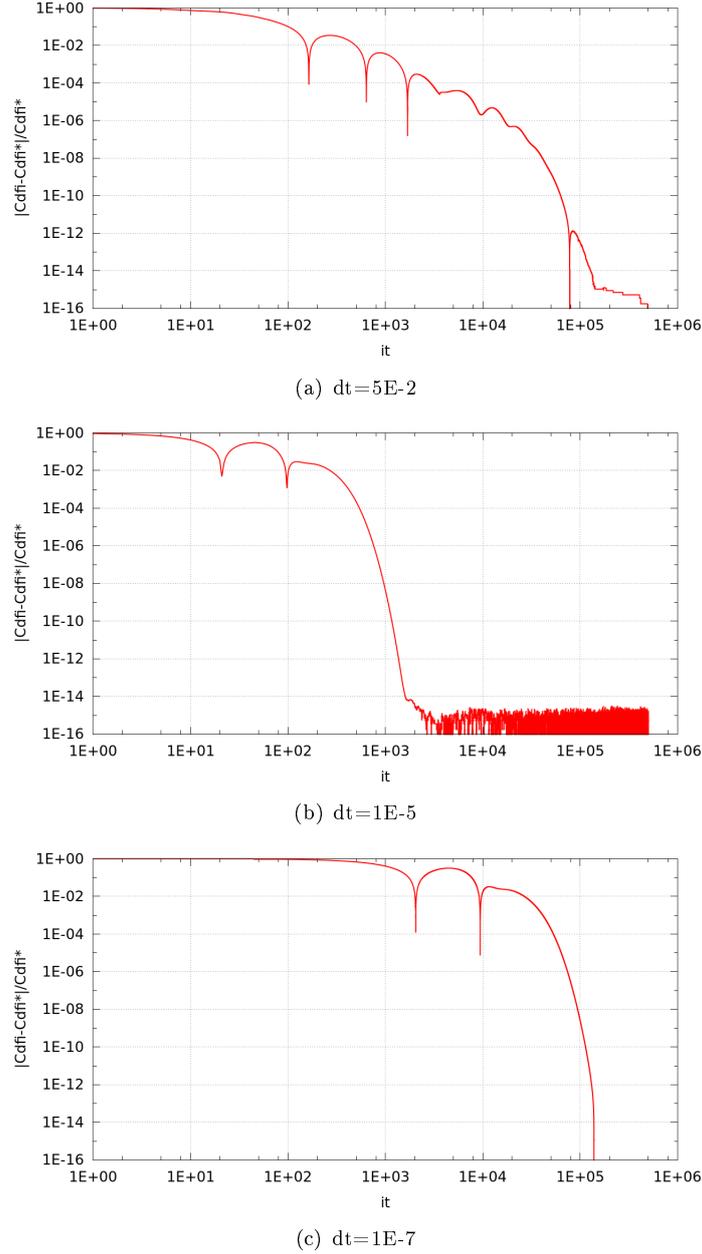


Figura 1: Variação relativa de Cdfi com o número de iterações para três valores de dt . O valor de referência Cdfi* é o da última iteração para cada dt . Conjunto de simulações S0099.

4 O Fator- E e o desvio da pressão

Manter Δt fixo para todos os volumes de controle é equivalente a fazer o fator- E variável. De acordo com van Doormaal e Raithby[1], o termo A_P do sistema linear, resultante da discretização de uma equação de transporte de um escoamento transiente,

$$A_P \phi_P + \sum_{nb} A_{nb} \phi_{nb} = b_P, \quad (2)$$

pode ser escrito como

$$A_P = (A_\infty)_P \left[1 + \frac{1}{E} \right], \quad (3)$$

onde E é a razão entre o incremento de tempo Δt e um incremento de tempo característico Δt^* . Quando $E \rightarrow \infty$, isto é, $\Delta t \rightarrow \infty$, a Eq. (2) se reduz à equação de transporte do escoamento estacionário. Por outro lado, quando $E \ll 1$, $\Delta t \ll 1$ e, conseqüentemente, o número de iterações necessárias para se atingir o escoamento transiente aumenta. Além disso, surge outro problema. Como pode ser observado das Eqs. (2) e (3), quando $E \ll 1$,

$A_P \phi_P$ pode se tornar algumas ordens de grandeza maior que

$$\sum_{nb} A_{nb} \phi_{nb}$$

favorecendo o surgimento dos erros de arredondamento.

Para avaliar a consistência destas considerações, um conjunto de simulações (S0106) com os mesmos parâmetros da Tab. 1 foi realizado. Considerou-se $itmax=500000$ e $dt1=dt2=dt$. Os resultados são apresentados na Tab. 2. Nesta tabela Cdfi representa o coeficiente de arrasto frontal invíscido, res a soma dos resíduos dos sistemas lineares na última iteração (resíduo normalizado pelo termo fonte de cada sistema linear, exceto o da pressão) e ε é a diferença relativa entre Cdfi de duas simulações, tomando como referência a solução da simulação S09, isto é,

$$\varepsilon = \frac{S_{xx}-S09}{S09}. \quad (4)$$

A tabela também mostra os valores mínimo e máximo do fator-E dos sistemas lineares para u , v , T e p' , bem como o maior desvio da pressão $|p'|$ nos volumes reais e nos fictícios.

Da Tab. 2 observa-se que a precisão de Cdfi não é afetada entre as simulações S04 e S11. Para estas simulações a ordem média do fator-E é superior a 10^0 . Para as demais simulações a ordem média do fator-E é inferior a 10^0 e a precisão de Cdfi é deteriorada. Também se observa que quanto menor for o fator-E, mais deteriorada é a precisão de Cdfi. Deste modo, a segunda hipótese listada na Introdução é provavelmente verdadeira.

Além do fator-E, deseja-se saber se o máximo desvio da pressão varia com Δt a ponto de prejudicar a precisão de Cdfi. De acordo com a Tab. 2, o máximo valor de $|p'|$, tanto nos volumes reais quanto nos fictícios, se mantém aproximadamente constante ao se variar Δt . Por outro lado, chama a atenção o fato de $\max |p'|$ ser da ordem de 10^{-11} e não 10^{-16} que é a precisão das variáveis. Isto ocorre porque a pressão característica deste escoamento é da ordem de 10^5 Pa. Logo, diferenças de pressão desta ordem de grandeza são calculadas com apenas 11 algarismos após a vírgula em variáveis de precisão dupla, o que explica o fato.

Tabela 2: Resultados principais do conjunto de simulações S0106.

Sim.	tcpu	dt	Cdfi	res	ε	$u, v e T$		p'		$\max(p')$	
						$\min(E)$	$\max(E)$	$\min(E)$	$\max(E)$	reais	fict.
S04	607.766	5.0E-02	7.860652506878710E-02	4.42E-13	-4.77E-15	4.10E+02	4.50E+04	9.60E+04	1.89E+08	1.0911E-11	1.0911E-11
S05	629.971	1.0E-02	7.860652506878750E-02	1.80E-13	0.00E+00	8.20E+01	8.99E+03	3.92E+03	7.58E+06	1.0857E-11	1.0378E-11
S06	638.724	5.0E-03	7.860652506878750E-02	1.27E-13	0.00E+00	4.10E+01	4.50E+03	1.00E+03	1.89E+06	2.4170E-11	2.3649E-11
S07	646.772	1.0E-03	7.860652506878750E-02	2.44E-14	0.00E+00	8.20E+00	8.99E+02	4.68E+01	7.59E+04	5.3207E-11	4.8263E-11
S08	645.784	5.0E-04	7.860652506878750E-02	5.48E-15	0.00E+00	4.10E+00	4.50E+02	1.37E+01	1.90E+04	4.4559E-11	3.9060E-11
S09	636.196	1.0E-04	7.860652506878740E-02	1.48E-15	0.00E+00	8.20E-01	8.99E+01	1.21E+00	7.68E+02	6.2918E-11	4.9304E-11
S10	619.023	5.0E-05	7.860652506878750E-02	1.34E-15	0.00E+00	4.10E-01	4.50E+01	5.07E-01	2.07E+02	5.1611E-11	4.4750E-11
S11	609.626	1.0E-05	7.860652506878720E-02	1.59E-16	0.00E+00	8.20E-02	8.99E+00	8.59E-02	1.53E+01	4.0650E-11	3.4282E-11
S12	588.209	5.0E-06	7.860652506878550E-02	1.16E-15	-2.47E-14	4.10E-02	4.50E+00	4.20E-02	6.00E+00	3.8236E-11	3.8236E-11
S13	584.981	1.0E-06	7.860652506876450E-02	7.16E-17	-2.93E-13	8.20E-03	8.99E-01	8.24E-03	9.40E-01	1.4552E-11	1.4419E-11
S14	579.896	5.0E-07	7.860652506873920E-02	6.54E-17	-6.14E-13	4.10E-03	4.50E-01	4.11E-03	4.58E-01	1.4509E-11	1.4458E-11
S15	549.314	1.0E-07	7.860652506851340E-02	5.79E-17	-3.49E-12	8.20E-04	8.99E-02	8.21E-04	9.02E-02	1.4552E-11	1.4552E-11

5 Conclusões

Das três hipóteses levantadas na Introdução, conclui-se que a primeira e a terceira são falsas e que a segunda é provavelmente verdadeira.

Referências

- [1] J P Van Doormaal and G D Raithby. Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows. *Numerical Heat Transfer*, 7:147–163, 1984.