

Métodos de reinício para redução do número de iterações

Guilherme Bertoldo

5 de Novembro de 2012

Conteúdo

1	Introdução	1
2	Mach2D-5.8.2.1-SVN-r132 (Branch: UPLOAD)	2
3	Mach2D-5.8.2.1-SVN-r133 (Branch: UPLOAD)	2
4	Mach2D-5.8.2.1-SVN-r134 (Branch: UPLOAD)	3
5	Mach2D-5.8.2.1-SVN-r135 (Branch: UPLOAD)	3
6	Mach2D-5.8.2.1-SVN-r136 (Branch: UPLOAD)	4
7	Mach2D-5.8.2.1-SVN-r137 (Branch: UPLOAD)	4
8	Mach2D-5.8.2.1-SVN-r138 (Branch: UPLOAD)	4
9	Quadro geral	5
10	Conclusões	5

1 Introdução

A solução de uma simulação pode reutilizada em outra simulação como condição inicial a fim de reduzir o seu tempo computacional. Neste sentido é possível reutilizar todas ou parte das variáveis de outra simulação. Caso apenas uma parte das variáveis seja reutilizada, as demais devem ser obtidas por interpolação. Este estudo visa determinar a influência da reutilização de algumas variáveis e da interpolação de outras na redução do número de iterações necessárias à convergência.

O código base é o Mach2D-5.8.2.1-SVN-r132 (Branch: UPLOAD). Desta revisão foram criadas outras com diferentes métodos de reinício. Os parâmetros numéricos de entrada do código são dados na Tab. 1. Na terceira coluna desta tabela são indicados os parâmetros comuns a todas as simulações.

Os resultados são apresentados em seções separadas para cada método de reinício. Ao final do relatório é apresentado um quadro geral para comparação dos métodos.

Tabela 1: Parâmetros numéricos de entrada

Simulation identification (up to 100 characters)	sim_id	
Number of real volumes in the csi direction	nx-2	
Number of real volumes in the eta direction	ny-2	
Upload saved initial conditions (0=no, 1=yes)	ic	
Width of the domain of calculation (m)	lb	2.0000000000000E+00
length of the body (m)	lr	2.8356409098089E+00
frontal radius/semi-height of the body (m)	rf	0.0000000000000E+00
base radius/semi-height of the body (m)	rb	0.5000000000000E+00
kind of boundary (1=orthogonal grid, 2=non-orthogonal)	kb	1
Kind of grid (1=uniform, 2=geometric progression, 3=power law)	kg	1
Kind of centroid mean (1=simple mean, 2=weighted mean)	kcm	1
Kind of coord. system (1=cylindrical, 0 = cartesian)	coord	1
width of the volume closer to the wall (m)	a1	1.0000000000000E-03
Exponent of the power law for the south boundary	aks	1.0000000000000E+00
Maximum number of iterations for time cycle	itmax	500000
"Maximum number of iterations for the correction cycle"	itimax	1
Maximum number of iterations for mass cycle	imax	1
Number of iterations up to which dt = dt1	it1	100
Number of iterations from which dt = dt2	it2	300
Initial time step (s)	dt1	
Final time step (s)	dt2	
Maximum number of iterations for solving the linear systems for u, v and T	nitm_u	5
Maximum number of iterations for solving the linear system for p	nitm_p	5
Number of iterations to calculate the mean of the residuals	nit_res	1
Tolerance in the MSI for solving the linear systems for u, v and T	tol_u	1.0000000000000E-02
Tolerance in the MSI for solving the linear system for p	tol_p	1.0000000000000E-02
Tolerance for the sum of residuals	tol_res	
Frequency of printing in the listing file	wlf	1
1 = do not open result files, 0 = open	sem_a	1
0 = visualize the plot, 1 = do not visualize	sem_g	1
Frequency of writing data for graphics	w_g	1
1 = write the fields, 0 = do not	w_cam	0
Number of iterations up to which beta = beta1	itb1	300
Number of iterations from which beta = beta2	itb2	1000
Initial beta (UDS/CDS mixing constant (0=UDS, 1=CDS))	beta1	0.0000000000000E+00
Final beta (UDS/CDS mixing constant (0=UDS, 1=CDS))	beta2	0.0000000000000E+00
GF = gamma = Cp / Cv (for the free stream)	GF	1.4000000000000E+00
Perfect gas constant (J/kg.K)	Rg	2.8700000000000E+02
Free stream pressure (Pa)	PF	1.0000000000000E+05
Free stream temperature (K)	TF	3.0000000000000E+02
Free stream Mach number	MF	4.0000000000000E+00

2 Mach2D-5.8.2.1-SVN-r132 (Branch: UPLOAD)

1. **Variáveis carregadas:** u_P, v_P, T_P, p_P
2. **Variáveis interpoladas:** $\rho_e, \rho_n, u_e, v_e, u_n, v_n$ (esquema CDS)
3. **Variáveis calculadas exatamente:** ρ_P (equação de estado), U_e e V_n a partir de u_e, v_e, u_n, v_n
4. **Observação:** nos contornos $u_e, v_e, u_n, v_n, U_e, V_n$ são calculados a partir das condições de contorno.

Na Tab. 2, tcpu é o tempo de CPU (em segundos), it é o número de iterações, RAM é a memória utilizada (em MB), Cdfi é o coeficiente de arrasto invíscido frontal, res é a soma dos resíduos dos sistemas lineares na última iteração e d(it)/it é a diferença relativa do número de iterações com e sem reaproveitamento da solução.

Tabela 2: Resultados principais do conjunto de simulações S0108.

Simulation	nx	ny	it	tcpu	dt1	dt2	RAM	Cdfi	res	d(it)/it
S01	30	30	262	0.308	5.0E-04	5.0E-04	15.4	7.813236211793245E-02	1.09E-14	
S02	30	30	222	0.26	5.0E-04	5.0E-04	15.4	7.813236211793242E-02	1.27E-14	-15.27%
S03	60	60	256	1.112	1.0E-04	1.0E-04	17.8	7.858293449326297E-02	4.63E-15	
S04	60	60	224	1.004	1.0E-04	1.0E-04	17.8	7.858293449326295E-02	4.69E-15	-12.50%
S05	120	120	268	5.436	1.0E-04	1.0E-04	27.1	7.882454496741950E-02	4.29E-14	
S06	120	120	234	4.632	1.0E-04	1.0E-04	27.5	7.882454496741949E-02	5.11E-14	-12.69%
S07	240	240	382	32.986	5.0E-05	5.0E-05	64.4	7.901964539396704E-02	9.95E-14	
S08	240	240	332	28.562	5.0E-05	5.0E-05	65.3	7.901964539396701E-02	1.01E-13	-13.09%
S09	480	480	1120	379.872	1.0E-05	1.0E-05	211.4	7.916181627421115E-02	1.72E-14	
S10	480	480	992	360.763	1.0E-05	1.0E-05	211.4	7.916181627421115E-02	1.70E-14	-11.43%
S11	960	960	1998	4277.211	5.0E-06	5.0E-06	798.5	7.925289660918843E-02	3.45E-14	
S12	960	960	1776	3738.57	5.0E-06	5.0E-06	798.5	7.925289660918840E-02	3.45E-14	-11.11%

3 Mach2D-5.8.2.1-SVN-r133 (Branch: UPLOAD)

1. **Variáveis carregadas:** u_P, v_P, T_P, p_P

2. **Variáveis inicializadas com zero:** $\rho_e, \rho_n, u_e, v_e, u_n, v_n, U_e, V_n$
3. **Variáveis calculadas exatamente:** ρ_p (equação de estado)

Tabela 3: Resultados principais do conjunto de simulações S0109.

Simulation	nx	ny	it	tcpu	dt1	dt2	RAM	Cdfi	res	d(it)/it
S01	30	30	262	0.38	5.0E-04	5.0E-04	15.4	7.813236211793245E-02	1.09E-14	
S02	30	30	258	0.34	5.0E-04	5.0E-04	15.4	7.813236211793247E-02	1.37E-14	-1.53%
S03	60	60	256	1.388	1.0E-04	1.0E-04	17.8	7.858293449326297E-02	4.63E-15	
S04	60	60	310	1.86	1.0E-04	1.0E-04	17.8	7.858293449326295E-02	4.61E-15	21.09%
S05	120	120	268	7.88	1.0E-04	1.0E-04	27.1	7.882454496741950E-02	4.29E-14	
S06	120	120	286	8.469	1.0E-04	1.0E-04	27.5	7.882454496741946E-02	4.79E-14	6.72%
S07	240	240	382	46.367	5.0E-05	5.0E-05	64.4	7.901964539396704E-02	9.95E-14	
S08	240	240	424	51.823	5.0E-05	5.0E-05	65.3	7.901964539396701E-02	1.02E-13	10.99%
S09	480	480	1120	549.474	1.0E-05	1.0E-05	211.4	7.916181627421115E-02	1.72E-14	
S10	480	480	1266	604.33	1.0E-05	1.0E-05	211.4	7.916181627421115E-02	1.71E-14	13.04%
S11	960	960	1998	4101.256	5.0E-06	5.0E-06	798.5	7.925289660918843E-02	3.45E-14	
S12	960	960	2186	4351.064	5.0E-06	5.0E-06	798.5	7.925289660918845E-02	3.45E-14	9.41%

4 Mach2D-5.8.2.1-SVN-r134 (Branch: UPLOAD)

1. **Variáveis carregadas:** $u_p, v_p, T_p, p_p, u_e, v_e, u_n, v_n$
2. **Variáveis interpoladas:** ρ_e, ρ_n (esquema CDS)
3. **Variáveis calculadas exatamente:** ρ_p (equação de estado), U_e e V_n a partir de u_e, v_e, u_n, v_n
4. **Observação:** nos contornos U_e, V_n são calculados a partir das condições de contorno.

Tabela 4: Resultados principais do conjunto de simulações S0110.

Simulation	nx	ny	it	tcpu	dt1	dt2	RAM	Cdfi	res	d(it)/it
S01	30	30	262	0.36	5.0E-04	5.0E-04	15.4	7.813236211793245E-02	1.09E-14	
S02	30	30	252	0.364	5.0E-04	5.0E-04	15.4	7.813236211793244E-02	1.11E-14	-3.82%
S03	60	60	256	1.464	1.0E-04	1.0E-04	17.8	7.858293449326297E-02	4.63E-15	
S04	60	60	224	1.292	1.0E-04	1.0E-04	17.8	7.858293449326294E-02	4.61E-15	-12.50%
S05	120	120	268	7.972	1.0E-04	1.0E-04	27.1	7.882454496741950E-02	4.29E-14	
S06	120	120	236	6.636	1.0E-04	1.0E-04	27.5	7.882454496741949E-02	4.99E-14	-11.94%
S07	240	240	382	45.991	5.0E-05	5.0E-05	64.4	7.901964539396704E-02	9.95E-14	
S08	240	240	346	41.411	5.0E-05	5.0E-05	65.3	7.901964539396707E-02	1.04E-13	-9.42%
S09	480	480	1120	540.082	1.0E-05	1.0E-05	211.4	7.916181627421115E-02	1.72E-14	
S10	480	480	988	462.873	1.0E-05	1.0E-05	211.4	7.916181627421114E-02	1.72E-14	-11.79%
S11	960	960	1998	4001.646	5.0E-06	5.0E-06	798.5	7.925289660918843E-02	3.45E-14	
S12	960	960	1760	3618.082	5.0E-06	5.0E-06	798.5	7.925289660918844E-02	3.45E-14	-11.91%

5 Mach2D-5.8.2.1-SVN-r135 (Branch: UPLOAD)

1. **Variáveis carregadas:** $u_p, v_p, T_p, p_p, \rho_e, \rho_n, u_e, v_e, u_n, v_n$
2. **Variáveis calculadas exatamente:** ρ_p (equação de estado), U_e e V_n a partir de u_e, v_e, u_n, v_n
3. **Observação:** nos contornos U_e, V_n são calculados a partir das condições de contorno.

Tabela 5: Resultados principais do conjunto de simulações S0111.

Simulation	nx	ny	it	tcpu	dt1	dt2	RAM	Cdfi	res	d(it)/it
S01	30	30	262	0.356	5.0E-04	5.0E-04	15.4	7.813236211793245E-02	1.09E-14	
S02	30	30	2	0.004	5.0E-04	5.0E-04	15.4	7.813236211793245E-02	9.78E-15	-99.24%
S03	60	60	256	1.496	1.0E-04	1.0E-04	17.8	7.858293449326297E-02	4.63E-15	
S04	60	60	2	0.012	1.0E-04	1.0E-04	17.8	7.858293449326294E-02	4.63E-15	-99.22%
S05	120	120	268	7.976	1.0E-04	1.0E-04	27.1	7.882454496741950E-02	4.29E-14	
S06	120	120	2	0.068	1.0E-04	1.0E-04	27.5	7.882454496741949E-02	4.81E-14	-99.25%
S07	240	240	382	46.359	5.0E-05	5.0E-05	64.4	7.901964539396704E-02	9.95E-14	
S08	240	240	22	2.8	5.0E-05	5.0E-05	65.3	7.901964539396703E-02	1.04E-13	-94.24%
S09	480	480	1120	545.962	1.0E-05	1.0E-05	211.4	7.916181627421115E-02	1.72E-14	
S10	480	480	2	1.084	1.0E-05	1.0E-05	211.4	7.916181627421115E-02	1.72E-14	-99.82%
S11	960	960	1998	4184.81	5.0E-06	5.0E-06	798.5	7.925289660918843E-02	3.45E-14	
S12	960	960	2	4.676	5.0E-06	5.0E-06	798.5	7.925289660918843E-02	3.46E-14	-99.90%

6 Mach2D-5.8.2.1-SVN-r136 (Branch: UPLOAD)

1. **Variáveis carregadas:** $u_P, v_P, T_P, p_P, U_e, V_n$
2. **Variáveis interpoladas:** $\rho_e, \rho_n, u_e, v_e, u_n, v_n$ (esquema CDS)
3. **Variáveis calculadas exatamente:** ρ_P (equação de estado)
4. **Observação:** nos contornos u_e, v_e, u_n, v_n são calculados a partir das condições de contorno.

Tabela 6: Resultados principais do conjunto de simulações S0112.

Simulation	nx	ny	it	tcpu	dt1	dt2	RAM	Cdfi	res	d(it)/it
S01	30	30	262	0.304	5.0E-04	5.0E-04	15.4	7.813236211793245E-02	1.09E-14	
S02	30	30	230	0.268	5.0E-04	5.0E-04	15.4	7.813236211793245E-02	9.85E-15	-12.21%
S03	60	60	256	1.02	1.0E-04	1.0E-04	17.8	7.858293449326297E-02	4.63E-15	
S04	60	60	222	0.888	1.0E-04	1.0E-04	17.8	7.858293449326291E-02	4.76E-15	-13.28%
S05	120	120	268	4.664	1.0E-04	1.0E-04	27.1	7.882454496741950E-02	4.29E-14	
S06	120	120	242	4.18	1.0E-04	1.0E-04	27.5	7.882454496741949E-02	4.93E-14	-9.70%
S07	240	240	382	30.182	5.0E-05	5.0E-05	64.4	7.901964539396704E-02	9.95E-14	
S08	240	240	344	29.502	5.0E-05	5.0E-05	65.3	7.901964539396700E-02	1.00E-13	-9.95%
S09	480	480	1120	394.445	1.0E-05	1.0E-05	211.4	7.916181627421115E-02	1.72E-14	
S10	480	480	990	378.336	1.0E-05	1.0E-05	211.4	7.916181627421116E-02	1.71E-14	-11.61%
S11	960	960	1998	3380.151	5.0E-06	5.0E-06	798.5	7.925289660918843E-02	3.45E-14	
S12	960	960	1764	2946.644	5.0E-06	5.0E-06	798.5	7.925289660918843E-02	3.45E-14	-11.71%

7 Mach2D-5.8.2.1-SVN-r137 (Branch: UPLOAD)

1. **Variáveis carregadas:** u_P, v_P, T_P, p_P
2. **Variáveis interpoladas:** ρ_e, ρ_n (esquema UDS/CDS); u_e, v_e, u_n, v_n (esquema CDS)
3. **Variáveis calculadas exatamente:** ρ_P (equação de estado), U_e e V_n a partir de u_e, v_e, u_n, v_n
4. **Observação:** nos contornos $u_e, v_e, u_n, v_n, U_e, V_n$ são calculados a partir das condições de contorno.

Tabela 7: Resultados principais do conjunto de simulações S0113.

Simulation	nx	ny	it	tcpu	dt1	dt2	RAM	Cdfi	res	d(it)/it
S01	30	30	262	0.3	5.0E-04	5.0E-04	15.4	7.813236211793245E-02	1.09E-14	
S02	30	30	216	0.256	5.0E-04	5.0E-04	15.4	7.813236211793247E-02	9.46E-15	-17.56%
S03	60	60	256	1.108	1.0E-04	1.0E-04	17.8	7.858293449326297E-02	4.63E-15	
S04	60	60	202	0.872	1.0E-04	1.0E-04	17.8	7.858293449326292E-02	4.45E-15	-21.09%
S05	120	120	268	5.328	1.0E-04	1.0E-04	27.1	7.882454496741950E-02	4.29E-14	
S06	120	120	220	4.116	1.0E-04	1.0E-04	27.5	7.882454496741952E-02	4.65E-14	-17.91%
S07	240	240	382	32.318	5.0E-05	5.0E-05	64.4	7.901964539396704E-02	9.95E-14	
S08	240	240	340	28.774	5.0E-05	5.0E-05	65.3	7.901964539396700E-02	1.06E-13	-10.99%
S09	480	480	1120	396.137	1.0E-05	1.0E-05	211.4	7.916181627421115E-02	1.72E-14	
S10	480	480	940	363.455	1.0E-05	1.0E-05	211.4	7.916181627421116E-02	1.72E-14	-16.07%
S11	960	960	1998	3380.323	5.0E-06	5.0E-06	798.5	7.925289660918843E-02	3.45E-14	
S12	960	960	1714	2875.832	5.0E-06	5.0E-06	798.5	7.925289660918843E-02	3.45E-14	-14.21%

8 Mach2D-5.8.2.1-SVN-r138 (Branch: UPLOAD)

1. **Variáveis carregadas:** $u_P, v_P, T_P, p_P, U_e, V_n$
2. **Variáveis interpoladas:** ρ_e, ρ_n (esquema UDS/CDS); u_e, v_e, u_n, v_n (esquema CDS)
3. **Variáveis calculadas exatamente:** ρ_P (equação de estado)
4. **Observação:** nos contornos $u_e, v_e, u_n, v_n, U_e, V_n$ são calculados a partir das condições de contorno.

Tabela 8: Resultados principais do conjunto de simulações S0114.

Simulation	nx	ny	it	tcpu	dt1	dt2	RAM	Cdfi	res	d(it)/it
S01	30	30	262	0.328	5.0E-04	5.0E-04	15.4	7.813236211793245E-02	1.09E-14	
S02	30	30	266	0.344	5.0E-04	5.0E-04	15.4	7.813236211793244E-02	9.08E-15	1.53%
S03	60	60	256	1.264	1.0E-04	1.0E-04	17.8	7.858293449326297E-02	4.63E-15	
S04	60	60	190	0.932	1.0E-04	1.0E-04	17.8	7.858293449326292E-02	4.61E-15	-25.78%
S05	120	120	268	6.3	1.0E-04	1.0E-04	27.1	7.882454496741950E-02	4.29E-14	
S06	120	120	214	4.948	1.0E-04	1.0E-04	27.5	7.882454496741945E-02	4.76E-14	-20.15%
S07	240	240	382	38.262	5.0E-05	5.0E-05	64.4	7.901964539396704E-02	9.95E-14	
S08	240	240	328	32.762	5.0E-05	5.0E-05	65.3	7.901964539396701E-02	1.03E-13	-14.14%
S09	480	480	1120	427.395	1.0E-05	1.0E-05	211.4	7.916181627421115E-02	1.72E-14	
S10	480	480	890	330.005	1.0E-05	1.0E-05	211.4	7.916181627421116E-02	1.71E-14	-20.54%
S11	960	960	1998	3364.726	5.0E-06	5.0E-06	798.5	7.925289660918843E-02	3.45E-14	
S12	960	960	1632	2728.319	5.0E-06	5.0E-06	798.5	7.925289660918840E-02	3.45E-14	-18.32%

9 Quadro geral

Tabela 9: Comparação da redução do número de iterações dos códigos SVN-132 a SVN-138.

nx-2=ny-2	SVN132	SVN133	SVN134	SVN135	SVN136	SVN137	SVN138
30	-15.27%	-1.53%	-3.82%	-99.24%	-12.21%	-17.56%	1.53%
60	-12.50%	21.09%	-12.50%	-99.22%	-13.28%	-21.09%	-25.78%
120	-12.69%	6.72%	-11.94%	-99.25%	-9.70%	-17.91%	-20.15%
240	-13.09%	10.99%	-9.42%	-94.24%	-9.95%	-10.99%	-14.14%
480	-11.43%	13.04%	-11.79%	-99.82%	-11.61%	-16.07%	-20.54%
960	-11.11%	9.41%	-11.91%	-99.90%	-11.71%	-14.21%	-18.32%

10 Conclusões

1. O percentual de redução do número de iterações depende do grau de refino da malha. Para malhas mais refinadas este percentual parece se estabilizar. Os percentuais mais relevantes são os das malhas mais refinadas, para as quais o tempo computacional é elevado.
2. Da revisão SVN-r132, percebe-se que o número de iterações se reduz em torno de 11% ao se reutilizar as variáveis nodais u_P, v_P, T_P, p_P e interpolar as variáveis nas faces $\rho_e, \rho_n, u_e, v_e, u_n, v_n$ com o esquema CDS.
3. Da revisão SVN-r133, percebe-se que o número de iterações aumenta caso as variáveis nodais u_P, v_P, T_P, p_P sejam reaproveitadas e as variáveis nas faces $\rho_e, \rho_n, u_e, v_e, u_n, v_n$ sejam inicializadas com zero.
4. Da revisão SVN-r134, percebe-se que o número de iterações se reduz em torno de 12% ao se reutilizar as variáveis nodais u_P, v_P, T_P, p_P e as velocidades nas faces u_e, v_e, u_n, v_n enquanto as densidades nas faces ρ_e, ρ_n são interpoladas com o esquema CDS. Comparada com a revisão SVN-r132, a melhora é praticamente insignificante.
5. Da revisão SVN-r135, percebe-se que o número de iterações se reduz quase 100% ao se reutilizar as variáveis nodais u_P, v_P, T_P, p_P e nas faces $\rho_e, \rho_n, u_e, v_e, u_n, v_n$.
6. Da revisão SVN-r136, percebe-se que o número de iterações se reduz em torno de 12% ao se reutilizar as variáveis nodais u_P, v_P, T_P, p_P e as velocidades nas faces U_e, V_n enquanto as variáveis nas faces $\rho_e, \rho_n, u_e, v_e, u_n, v_n$ são interpoladas com o esquema CDS.
7. Da revisão SVN-r137, percebe-se que o número de iterações se reduz em torno de 15% ao se reutilizar as variáveis nodais u_P, v_P, T_P, p_P e interpolar as densidades nas faces ρ_e, ρ_n com o esquema híbrido UDS/CDS enquanto as velocidades u_e, v_e, u_n, v_n são interpoladas com o esquema CDS. Comparando este resultado com o da revisão SVN-r132, observa-se que o esquema da interpolação tem efeito significativo na redução do número de iterações. No código, as variáveis ρ_e, ρ_n são interpoladas em todas as iterações com o esquema híbrido UDS/CDS enquanto as velocidades u_e, v_e, u_n, v_n são interpoladas com uma média dos sistemas lineares correspondentes. Este tipo de média poderia ajudar a reduzir ainda mais o número de iterações, mas não pode ser implementado sem os coeficientes dos sistemas lineares.
8. Da revisão SVN-r138, percebe-se que o número de iterações se reduz em torno de 19% ao se reutilizar as variáveis nodais u_P, v_P, T_P, p_P e as velocidades nas faces U_e, V_n enquanto as variáveis nas faces ρ_e, ρ_n são interpoladas com o esquema híbrido UDS/CDS e u_e, v_e, u_n, v_n são interpoladas com o esquema CDS. Comparando os resultados com os da revisão SVN-r136, percebe-se que o esquema de interpolação tem efeito significativo na redução do número de iterações.

9. De modo geral, observa-se que mesmo utilizando a solução numérica convergida como condição inicial do mesmo problema, com parte das variáveis reutilizadas e parte interpoladas, não se obtém uma redução expressiva do número de iterações (80%, por exemplo). Este resultado indica que talvez não seja possível conseguir avanços significativos na redução do tempo de CPU ao se utilizar a solução de malhas mais grossas como condição inicial para malhas mais finas, mesmo com as extrapolações de Richardson.