

Mach2D sem volumes fictícios e com condições de contorno consistentes

Guilherme Bertoldo

8 de Dezembro de 2012

Conteúdo

1	Introdução	1
2	Código base	2
3	Revisões	2
3.1	Parâmetros de entrada	2
3.2	Contornos do domínio de cálculo	2
3.3	SVN-r168	3
3.4	SVN-r169	4
3.5	SVN-r170	4
3.6	SVN-r171	4
3.7	SVN-r172	4
3.8	SVN-r173	5
3.9	SVN-r175	5
3.10	SVN-r176	5
3.11	SVN-r178	6
3.12	SVN-r179	6
3.13	SVN-r180	6
3.14	SVN-r181	6
3.15	SVN-r182	7
3.16	SVN-r183	7
3.17	SVN-r185	7
3.18	Comparação de Cdfi	8
4	Refino da malha	8
4.1	Parâmetros de entrada	8
4.2	Comparação das simulações S0119 e S0120	9
4.2.1	Cdfi	9
4.2.2	Malha 30×30	9
4.2.3	Malha 60×60	13
4.2.4	Malha 120×120	14
4.2.5	Malha 240×240	17
4.3	Simulações S0120	18
4.3.1	Contorno oeste	18
4.3.2	Contorno sul	19
4.3.3	Contorno leste	20
5	Conclusões	21

1 Introdução

Este relatório apresenta alguns resultados obtidos durante a implementação do código Mach2D-5.8.2.1-SVN-r185 (Branch: REAL_EXACT_BC), cuja principal característica é não utilizar volumes fictícios e aplicar as condições de contorno com um esquema numérico consistente. Entenda-se por um esquema numérico consistente aquele que leva às condições de contorno exatas a medida que a malha é refinada.

As propostas para os esquemas numéricos das condições de contorno estão descritas em

Documentação do código Mach-2D.

Escoamento bidimensional externo sobre a parte frontal de um corpo de simetria plana ou axial.

Euler

Versão: 5.8.2.1

Esta documentação é citada ao longo do relatório como MACH2D-DOC.

Deve-se observar que, alguns dos esquemas propostos na documentação supracitada foram modificados, pois produziam instabilidades numéricas e levavam à divergência.

2 Código base

O código base foi o Mach2D-5.8.2.1-SVN-r164 (Branch: REAL), que não utiliza volumes fictícios, porém apresenta aproximações numéricas inconsistentes para as condições de contorno. As aproximações utilizadas neste código já foram descritas no relatório

Mach2D sem volumes fictícios
Guilherme Bertoldo
4 de Dezembro de 2012,

por isso não serão repetidas aqui.

3 Revisões

A seguir são apresentados os resultados da implementação das condições de contorno consistentes. A cada revisão é apresentada a comparação com os resultados da revisão anterior.

3.1 Parâmetros de entrada

Os parâmetros de entrada utilizados nas subseções seguintes são dados na Tab. 1. Os dados comuns a todas as simulações são apresentados nesta tabela. Além dessas informações, o corpo considerado no escoamento é um cone com semi-ângulo de 10°.

Tabela 1: Parâmetros numéricos de entrada

Simulation identification (up to 100 characters)	sim_id	
Number of real volumes in the csi direction	nx2	30
Number of real volumes in the eta direction	ny2	30
length of the elliptical x semi-axis (m)	la	2.9356409098089E+00
length of the elliptical y semi-axis (m)	lb	2.0000000000000E+00
length of the body (m)	lr	2.8356409098089E+00
base radius/semi-height of the body (m)	rb	5.0000000000000E-01
Kind of grid (1=uniform, 2=geometric progression, 3=power law)	kg	1
Kind of centroid mean (1=simple mean, 2=weighted mean)	kcm	1
Kind of coord. system (1=cylindrical, 0 = cartesian)	coord	1
width of the volume closer to the wall (m)	a1	1.0000000000000E-03
Exponent of the power law for the north boundary	akn	2.0000000000000E+00
Exponent of the power law for the south boundary	aks	1.0000000000000E+00
Maximum number of iterations for time cycle	itmax	500000
"Maximum number of iterations for the correction cycle"	itimax	1
Maximum number of iterations for mass cycle	imax	1
Number of interactions up to which dt = dt1	it1	100
Number of interactions from which dt = dt2	it2	300
Initial time step (s)	dt1	1.0000000000000E-05
Final time step (s)	dt2	1.0000000000000E-05
Maximum number of iterations for solving the linear systems for u, v and T	nitm_u	5
Maximum number of iterations for solving the linear system for p	nitm_p	5
Number of iterations to calculate the mean of the residuals	nit_res	500
Tolerance in the MSI for solving the linear systems for u, v and T	tol_u	1.0000000000000E-02
Tolerance in the MSI for solving the linear system for p	tol_p	1.0000000000000E-02
Tolerance for the sum of residuals	tol_res	1.0000000000000E-13
Frequency of printing in the listing file	wlf	50
1 = do not open result files, 0 = open	sem_a	1
0 = visualize the plot, 1 = do not visualize	sem_g	1
Frequency of writing data for graphics	w_g	1
1 = write the fields, 0 = do not	w_cam	0
Number of iterations up to which beta = beta1	itb1	300
Number of iterations from which beta = beta2	itb2	1000
Initial beta (UDS/CDS mixing constant (0=UDS, 1=CDS))	beta1	0.0000000000000E+00
Final beta (UDS/CDS mixing constant (0=UDS, 1=CDS))	beta2	0.0000000000000E+00
GF = gamma = Cp / Cv (for the free stream)	GF	1.4000000000000E+00
Perfect gas constant (J/kg.K)	Rg	2.8700000000000E+02
Free stream pressure (Pa)	PF	1.0000000000000E+05
Free stream temperature (K)	TF	3.0000000000000E+02
Free stream Mach number	MF	4.0000000000000E+00

3.2 Contornos do domínio de cálculo

A Fig. 1 ilustra os contornos do domínio de cálculo.

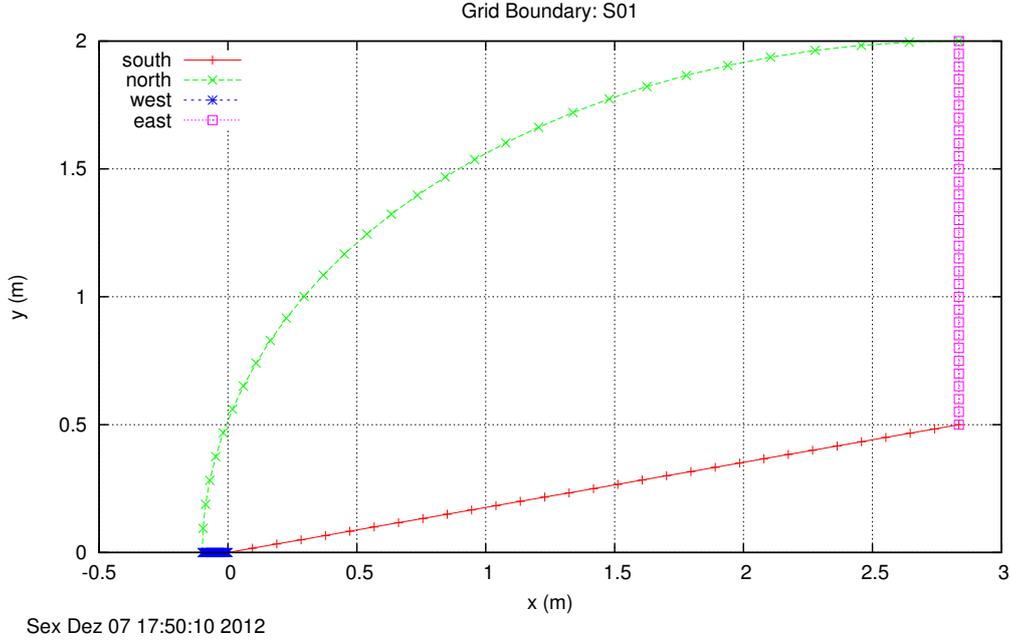


Figura 1: Contornos do domínio de cálculo. Malha com 30×30 volumes.

3.3 SVN-r168

A condição de contorno de gradiente normal nulo para a temperatura no contorno sul

$$-\beta_s \left(\frac{\partial T}{\partial \xi} \right)_s + \gamma_s \left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_s = 0. \quad (1)$$

foi implementada utilizando o seguinte esquema

$$T_s = T_P - \frac{1}{2} \frac{\beta_s}{\gamma_s} \left(\frac{\partial T}{\partial \xi} \right)_s \Delta \eta, \quad (2)$$

onde, exceto nos cantos SW e SE,

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \xi} \right)_s = \frac{(T_s)_E - (T_s)_W}{2\Delta \xi}. \quad (3)$$

Para o canto SW, utilizou-se

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \xi} \right)_s = \frac{(T_s)_E - (T_s)_P}{\Delta \xi} \quad (4)$$

e o canto SE, utilizou-se

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \xi} \right)_s = \frac{(T_s)_P - (T_s)_W}{\Delta \xi}. \quad (5)$$

Este é o mesmo esquema da documentação MACH2D-DOC.

Comparando-se os valores das variáveis u , v , T e p , nos nós e nos contornos do domínio, obtidos nesta revisão com os do código base, obteve-se os seguintes valores

Max. absolute difference

Var.	Node	South	North	West	East
u	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
v	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
T	0.000E+00	7.912E-02	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
p	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00

Max. relative difference

Var.	Node	South	North	West	East
u	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
v	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
T	0.000E+00	2.264E-04	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
p	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00

Ou seja, o novo esquema afetou apenas a temperatura no contorno sul, que variou menos que 0,03%.

3.4 SVN-r169

A condição de contorno de gradiente normal nulo para a temperatura no contorno oeste

$$\alpha_w \left(\frac{\partial T}{\partial \xi} \right)_w - \beta_w \left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_w = 0. \quad (6)$$

foi implementada utilizando o seguinte esquema

$$T_w = T_P - \frac{1}{2} \frac{\beta_w}{\alpha_w} \left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_w \Delta \xi, \quad (7)$$

onde, exceto para os volumes dos cantos SW e NW, utilizou-se a aproximação

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_w = \frac{(T_w)_N - (T_w)_S}{2\Delta \eta}. \quad (8)$$

Para o canto NW, utilizou-se

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_w = 0 \quad (9)$$

e para o canto SW, utilizou-se

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_w = \frac{(T_w)_N - (T_w)_P}{\Delta \eta}. \quad (10)$$

Este é o mesmo esquema da documentação MACH2D-DOC. Entretanto, a solução DIVERGIU.

3.5 SVN-r170

Para tentar contornar a divergência da solução da revisão anterior, o seguinte esquema para a derivada de T em relação à η foi adotado em todos os volumes do contorno oeste

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_w = \frac{(T_w)_N - (T_w)_P}{\Delta \eta}, \quad (11)$$

exceto para o canto NW, onde utilizou-se

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_w = 0. \quad (12)$$

Ainda assim, a solução DIVERGIU.

3.6 SVN-r171

Para tentar contornar a divergência da solução da revisão anterior, o seguinte esquema para a derivada de T em relação à η foi adotado em todos os volumes do contorno oeste

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_w = \frac{T_N - T_S}{2\Delta \eta}, \quad (13)$$

exceto para o canto SW, onde utilizou-se

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_w = \frac{T_N - T_P}{\Delta \eta}, \quad (14)$$

e para o canto NW, onde utilizou-se

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_w = 0. \quad (15)$$

Com este esquema a solução converge, mas produz comportamentos fisicamente incorretos, como o resfriamento do gás próximo ao ponto de estagnação.

3.7 SVN-r172

Para tentar contornar o comportamento não-físico da solução da revisão anterior, o seguinte esquema para a derivada de T em relação à η foi adotado em todos os volumes do contorno oeste

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_w = \frac{T_N - T_P}{\Delta \eta}, \quad (16)$$

exceto para o canto NW, onde utilizou-se

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_w = 0. \quad (17)$$

Com este esquema a solução converge, mas produz os mesmos comportamentos fisicamente incorretos da revisão anterior.

3.8 SVN-r173

Código revertido para a revisão SVN-r168, já que nenhum esquema satisfatório foi encontrado para a aplicação das condições de contorno da temperatura no contorno oeste.

3.9 SVN-r175

A condição de contorno para a temperatura no contorno leste foi implementada com o seguinte esquema

$$T_e = T_p - \frac{1}{2} \frac{V_e}{U_e} \left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_e \Delta \xi, \quad (18)$$

onde para todos os volumes do contorno leste utilizou-se a aproximação

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_e = \frac{(T_e)_N - (T_e)_S}{2\Delta \eta}, \quad (19)$$

exceto para o canto SE, onde utilizou-se

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_e = \frac{(T_e)_N - (T_e)_P}{\Delta \eta} \quad (20)$$

e para o canto NE, onde utilizou-se

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \eta} \right)_e = 0. \quad (21)$$

Este é o mesmo esquema da documentação MACH2D-DOC.

Comparando os resultados produzidos nesta revisão com os da revisão SVN-r168, obteve-se os seguintes valores

Max. absolute difference					
Var.	Node	South	North	West	East
u	3.026E-03	9.695E-06	0.000E+00	9.095E-13	3.026E-03
v	7.853E-03	1.710E-06	0.000E+00	0.000E+00	7.853E-03
T	7.187E-01	6.946E-03	0.000E+00	2.274E-13	3.963E-02
p	9.050E-01	2.331E-02	0.000E+00	8.731E-11	9.050E-01

Max. relative difference					
Var.	Node	South	North	West	East
u	2.217E-06	7.317E-09	0.000E+00	6.550E-16	2.217E-06
v	1.201E+00	7.317E-09	0.000E+00	0.000E+00	1.218E-04
T	2.246E-03	1.954E-05	0.000E+00	7.579E-16	1.167E-04
p	7.367E-06	1.239E-07	0.000E+00	8.684E-16	7.367E-06

donde se percebe que a variável mais afetada foi a temperatura nodal, com uma variação menor que 0,3%.

3.10 SVN-r176

A condição de contorno para a pressão foi implementada no contorno sul com o mesmo esquema aplicado para a temperatura na revisão SVN-r168, conforme descrito na documentação MACH2D-DOC.

Comparando os resultados desta revisão com os da revisão anterior, obteve-se os seguintes valores

Max. absolute difference					
Var.	Node	South	North	West	East
u	1.685E-01	1.842E-02	0.000E+00	1.673E-01	1.768E-03
v	1.017E+00	3.248E-03	0.000E+00	0.000E+00	5.324E-03
T	2.633E-02	2.339E-02	0.000E+00	2.633E-02	2.136E-04
p	5.137E+01	1.596E+02	0.000E+00	5.137E+01	6.481E-01

Max. relative difference					
Var.	Node	South	North	West	East
u	1.266E-04	1.386E-05	0.000E+00	1.253E-04	1.332E-06
v	2.953E+01	1.386E-05	0.000E+00	0.000E+00	2.418E-05
T	7.876E-05	6.693E-05	0.000E+00	7.876E-05	5.985E-07
p	3.226E-04	9.070E-04	0.000E+00	3.226E-04	3.444E-06

Com a mudança do esquema numérico, a variável que teve maior variação relativa foi a componente v da velocidade nodal, cuja variação relativa foi cerca de 3000%. Esta variação tão alta pode ser associada ao fato de que o valor desta variável ser pequena ou nula em alguns nós do domínio. Apesar disso, as demais variáveis tiveram variação relativa menor do que 0.1%.

3.11 SVN-r178

A condição de contorno para a pressão foi implementada no contorno oeste com o mesmo esquema aplicado para a temperatura na revisão SVN-r169, conforme descrito na documentação MACH2D-DOC. Entretanto, a solução DIVERGIU.

3.12 SVN-r179

A condição de contorno para a pressão foi implementada no contorno oeste com o mesmo esquema aplicado para a temperatura na revisão SVN-r170. Entretanto, a solução DIVERGIU.

3.13 SVN-r180

A condição de contorno para a pressão foi implementada no contorno oeste com o mesmo esquema aplicado para a temperatura na revisão SVN-r170. Entretanto, nesta revisão, o termo $[p_w]_P$ foi isolado para tornar o esquema mais implícito, como mostrado a seguir.

No contorno oeste, o gradiente normal da pressão deve ser nulo, isto é,

$$\alpha_w \left(\frac{\partial p}{\partial \xi} \right)_w - \beta_w \left(\frac{\partial p}{\partial \eta} \right)_w = 0. \quad (22)$$

Para todos os volumes do contorno oeste, exceto o volume NW, utilizam-se as aproximações

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \xi} \right)_w = \frac{p_P - p_w}{\Delta \xi / 2}, \quad \left(\frac{\partial p}{\partial \eta} \right)_w = \frac{[p_w]_N - p_w}{\Delta \eta}, \quad (23)$$

que combinadas à Eq. (22), produz

$$p_w = \frac{p_P - \frac{1}{2} \frac{\beta_w}{\alpha_w} [p_w]_N \frac{\Delta \xi}{\Delta \eta}}{1 - \frac{1}{2} \frac{\beta_w}{\alpha_w} \frac{\Delta \xi}{\Delta \eta}}, \quad (24)$$

Para o canto NW, utiliza-se

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \eta} \right)_w = 0 \quad (25)$$

de modo que

$$p_w = p_P. \quad (26)$$

Com este esquema a solução convergiu, produzindo resultados fisicamente coerentes. Comparando os resultados da revisão SVN-r176 com os da revisão atual, obteve-se os seguintes valores

Max. absolute difference

Var.	Node	South	North	West	East
u	3.315E+00	4.127E+00	0.000E+00	3.315E+00	1.263E-02
v	6.371E+00	7.276E-01	0.000E+00	0.000E+00	4.052E-03
T	5.731E+00	5.629E+00	0.000E+00	5.731E+00	1.534E-02
p	5.029E+03	4.928E+03	0.000E+00	6.219E+04	1.859E+00

Max. relative difference

Var.	Node	South	North	West	East
u	2.483E-03	3.105E-03	0.000E+00	2.483E-03	9.514E-06
v	3.340E+01	3.105E-03	0.000E+00	0.000E+00	3.675E-04
T	1.640E-02	1.611E-02	0.000E+00	1.640E-02	4.317E-05
p	2.858E-02	2.798E-02	0.000E+00	3.535E-01	1.514E-05

A variável que apresentou a maior variação foi a componente v da velocidade nodal, cuja variação foi cerca de 3300%. Como já comentado, variações relativas tão altas podem ser justificadas pelo fato de v ser pequeno ou nulo em alguns pontos do domínio de cálculo. A segunda variável com maior variação relativa foi a pressão sobre a face oeste, que variou cerca de 35%. As demais variáveis tiveram variações de até 2%.

3.14 SVN-r181

A condição de contorno para a pressão no contorno leste foi implementada com o mesmo esquema da temperatura na revisão SVN-r175, conforme a documentação MACH2D-DOC.

Comparando os resultados das revisão SVN-r180 com os da atual, obteve-se os seguintes valores

Max. absolute difference						
Var.	Node	South	North	West	East	
u	2.827E-01	7.566E-03	0.000E+00	1.137E-12	3.164E-02	
v	3.292E-01	1.334E-03	0.000E+00	0.000E+00	3.292E-01	
T	3.854E-01	1.026E-02	0.000E+00	2.274E-13	5.871E-02	
p	8.553E+02	2.634E+01	0.000E+00	5.821E-11	8.638E+01	

Max. relative difference						
Var.	Node	South	North	West	East	
u	2.069E-04	5.710E-06	0.000E+00	8.186E-16	2.319E-05	
v	1.783E+00	5.710E-06	0.000E+00	0.000E+00	1.006E-01	
T	1.191E-03	2.886E-05	0.000E+00	6.402E-16	1.659E-04	
p	6.760E-03	1.399E-04	0.000E+00	5.795E-16	5.525E-04	

A despeito da expressiva variação de v , a maior variação relativa das demais variáveis não excede 1%.

3.15 SVN-r182

A condição de contorno para a temperatura no contorno oeste foi implementada com o mesmo esquema utilizado para a pressão na revisão SVN-r180. Neste caso, a solução convergiu e produziu resultados fisicamente coerentes.

Comparando-se os resultados da revisão SVN-r181 com os da atual, obteve-se os seguintes valores

Max. absolute difference						
Var.	Node	South	North	West	East	
u	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	
v	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	
T	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	4.388E+01	0.000E+00	
p	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	

Max. relative difference						
Var.	Node	South	North	West	East	
u	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	
v	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	
T	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	1.236E-01	0.000E+00	
p	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	

A única variável sensível à mudança de esquema foi a temperatura sobre o contorno oeste, que variou cerca de 12%.

3.16 SVN-r183

A condição de contorno para a componente u da velocidade no contorno oeste foi implementada com o mesmo esquema utilizado para a pressão na revisão SVN-r180.

Comparando-se os resultados da revisão SVN-r182 com os da atual, obteve-se os seguintes valores

Max. absolute difference						
Var.	Node	South	North	West	East	
u	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	4.656E+01	0.000E+00	
v	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	
T	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	
p	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	

Max. relative difference						
Var.	Node	South	North	West	East	
u	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	3.496E-02	0.000E+00	
v	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	
T	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	
p	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00	

Com a mudança do esquema, apenas a velocidade u no contorno oeste variou. A variação foi menor que 3,5%.

3.17 SVN-r185

A condição de contorno para as velocidades u e v no contorno leste foram implementadas com o mesmo esquema da temperatura na revisão SVN-r175, conforme a documentação MACH2D-DOC.

Comparando-se os resultados da revisão SVN-r183 com os da atual, obteve-se os seguintes valores

Max. absolute difference						
Var.	Node	South	North	West	East	
u	6.388E-01	2.291E-02	0.000E+00	6.821E-13	4.174E-02	
v	1.851E+00	4.040E-03	0.000E+00	0.000E+00	1.187E-01	
T	1.065E-01	2.695E-02	0.000E+00	2.842E-13	1.060E-01	
p	1.824E+02	4.825E+01	0.000E+00	1.019E-10	1.816E+02	

Max. relative difference						
Var.	Node	South	North	West	East	
u	4.652E-04	1.729E-05	0.000E+00	4.949E-16	3.101E-05	
v	1.361E+00	1.729E-05	0.000E+00	0.000E+00	7.926E-02	
T	3.056E-04	7.581E-05	0.000E+00	9.429E-16	3.045E-04	
p	1.113E-03	2.564E-04	0.000E+00	1.014E-15	1.111E-03	

Novamente, a despeito da grande variação em v , as demais variáveis variaram em menos de 0,12%.

3.18 Comparação de Cdf

A tabela a seguir mostra o coeficiente de arrasto invíscido frontal para as principais revisões geradas. Em cada linha é indicado o contorno e a variável para os quais foram aplicados os esquemas numéricos consistentes. Além disso, a última coluna mostra a diferença relativa de Cdf entre a revisão indicada e a versão base. Observe que a mudança dos esquemas numéricos teve um efeito menor que 0,01% sobre Cdf.

Revisão	Variável	Contorno	Cdf	dif. rel.
=====				
Base			7.85204522051777E-02	
SVN-r168	T	S	7.85204522051777E-02	0.000000%
SVN-r175	T	E	7.85204500270873E-02	-0.000003%
SVN-r176	p	S	7.85208928568191E-02	0.000561%
SVN-r180	p	W	7.85253315923254E-02	0.006214%
SVN-r181	p	E	7.85277395947632E-02	0.009281%
SVN-r182	T	W	7.85277395947632E-02	0.009281%
SVN-r183	u	W	7.85277395947632E-02	0.009281%
SVN-r185	u, v	E	7.85240911947537E-02	0.004634%

4 Refino da malha

O objetivo desta seção é avaliar o efeito do esquema numérico das condições de contorno sobre a solução em diversas malhas. Para isso foram realizados dois conjuntos de simulações. O primeiro conjunto (S0119) foi realizado com uma versão adaptada do código base (SVN-r167)¹. O segundo conjunto (S0120) foi realizado com a versão SVN-r185, que utiliza as condições de contorno consistentes. Em ambos os conjuntos foram usados os mesmos parâmetros de entrada. Os parâmetros comuns a todas as simulações são mostrados na Tab. 2. A forma geométrica do corpo é um cone com semi-ângulo de 10°. As simulações foram realizadas para quatro malhas, com 30, 60, 120 e 240 volumes em cada direção ($n_x=n_y$).

4.1 Parâmetros de entrada

¹O código base foi adaptado para que se pudesse arquivar as soluções obtidas em um formato que tornasse mais simples a leitura dos dados em comparações futuras.

Tabela 2: Parâmetros numéricos de entrada

Simulation identification (up to 100 characters)	sim_id	
Number of real volumes in the csi direction	nx2	
Number of real volumes in the eta direction	ny2	
length of the elliptical x semi-axis (m)	la	2.9356409098089E+00
length of the elliptical y semi-axis (m)	lb	2.0000000000000E+00
length of the body (m)	lr	2.8356409098089E+00
base radius/semi-height of the body (m)	rb	5.0000000000000E-01
Kind of grid (1=uniform, 2=geometric progression, 3=power law)	kg	1
Kind of centroid mean (1=simple mean, 2=weighted mean)	kcm	1
Kind of coord. system (1=cylindrical, 0 = cartesian)	coord	1
width of the volume closer to the wall (m)	a1	1.0000000000000E-03
Exponent of the power law for the north boundary	akn	2.0000000000000E+00
Exponent of the power law for the south boundary	aks	1.0000000000000E+00
Maximum number of iterations for time cycle	itmax	50000
"Maximum number of iterations for the correction cycle"	itimax	1
Maximum number of iterations for mass cycle	imax	1
Number of iterations up to which dt = dt1	it1	100
Number of iterations from which dt = dt2	it2	300
Initial time step (s)	dt1	
Final time step (s)	dt2	
Maximum number of iterations for solving the linear systems for u, v and T	nitm_u	5
Maximum number of iterations for solving the linear system for p	nitm_p	5
Number of iterations to calculate the mean of the residuals	nit_res	1000
Tolerance in the MSI for solving the linear systems for u, v and T	tol_u	1.0000000000000E-02
Tolerance in the MSI for solving the linear system for p	tol_p	1.0000000000000E-02
Tolerance for the sum of residuals	tol_res	5.0000000000000E-13
Frequency of printing in the listing file	wlf	1
1 = do not open result files, 0 = open	sem_a	1
0 = visualize the plot, 1 = do not visualize	sem_g	1
Frequency of writing data for graphics	w_g	1
1 = write the fields, 0 = do not	w_cam	0
Number of iterations up to which beta = beta1	itb1	300
Number of iterations from which beta = beta2	itb2	1000
Initial beta (UDS/CDS mixing constant (0=UDS, 1=CDS))	beta1	0.0000000000000E+00
Final beta (UDS/CDS mixing constant (0=UDS, 1=CDS))	beta2	0.0000000000000E+00
GF = gamma = Cp / Cv (for the free stream)	GF	1.4000000000000E+00
Perfect gas constant (J/kg.K)	Rg	2.8700000000000E+02
Free stream pressure (Pa)	PF	1.0000000000000E+05
Free stream temperature (K)	TF	3.0000000000000E+02
Free stream Mach number	MF	4.0000000000000E+00

4.2 Comparação das simulações S0119 e S0120

4.2.1 Cdfi

O coeficiente de arrasto invíscido frontal (Cdfi) obtido dos conjuntos de simulações S0119 e S0120 é mostrado na tabela a seguir.

Simulation	nx	ny	it	tcpu	dt1=dt2	RAM	Cdfi (S0119)	Cdfi (S0120)	dif. rel.
S01	30	30	6000	6.668	1.0E-05	15.4	7.852045220517771E-02	7.852409119475370E-02	-4.63E-05
S02	60	60	4000	17.825	1.0E-05	17.9	7.872964373156319E-02	7.873071707521541E-02	-1.36E-05
S03	120	120	6000	140.089	5.0E-06	27.1	7.890904030855592E-02	7.890933502241820E-02	-3.73E-06
S04	240	240	14000	1373.87	1.0E-06	64.4	7.906904702724678E-02	7.906911254481147E-02	-8.29E-07

Observa-se que a diferença relativa de Cdfi se reduz a medida que a malha é refinada, um fato inesperado, uma vez que os esquemas numéricos para as condições de contorno são diferentes.

4.2.2 Malha 30 × 30

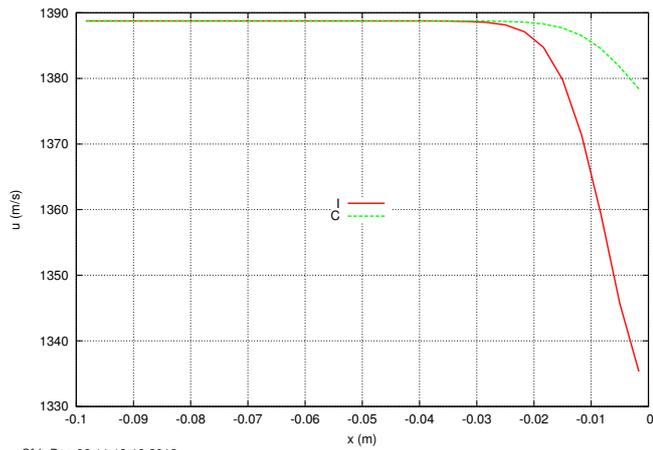
A tabela a seguir mostra a diferença relativa entre as soluções com condição de contorno inconsistente (S0119) e consistente (S0120).

Max. relative difference of simulations S0119 and S0120 for the grid 30x30

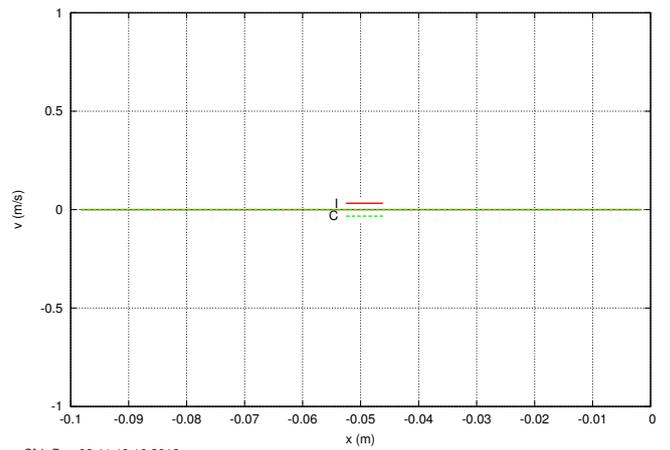
Var.	Node	South	North	West	East
u	2.608E-03	3.119E-03	0.000E+00	3.226E-02	3.581E-05
v	4.911E+00	3.119E-03	0.000E+00	0.000E+00	1.816E-01
T	1.633E-02	1.627E-02	0.000E+00	1.092E-01	1.980E-04
p	2.829E-02	2.891E-02	0.000E+00	3.537E-01	9.394E-04

A variável mais afetada é a componente v do vetor velocidade, seguida pela pressão no contorno oeste (com variação máxima de 35%) e a temperatura (com variação máxima de 11%).

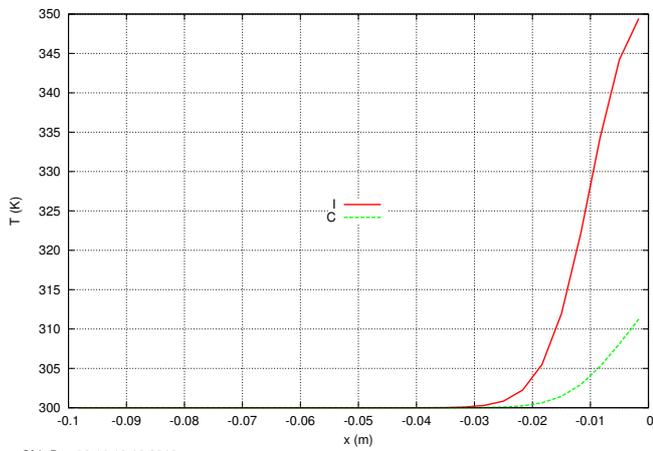
As Figs. 2-4 mostram os campos de velocidade, temperatura e pressão nos contornos do domínio de cálculo obtidos com os esquemas consistente e inconsistente. De modo geral, observa-se que a mudança de esquemas causa um impacto maior nos contornos oeste e sul. No contorno leste (Fig. 4), apesar v exibir variações relativas elevadas, observa-se que a mudança de esquema não causou mudanças qualitativas na solução.



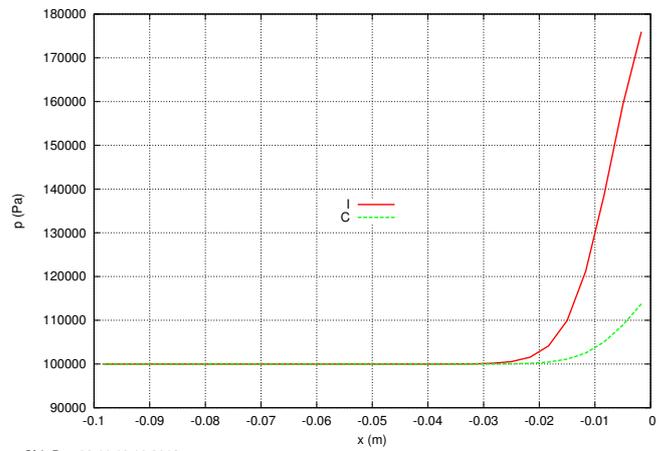
(a) u



(b) v

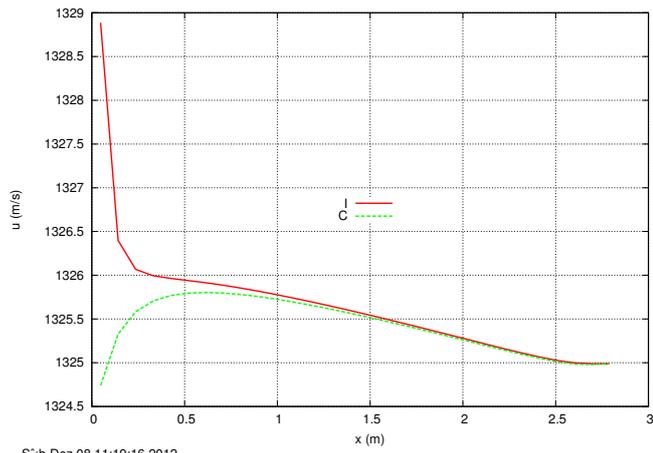


(c) T

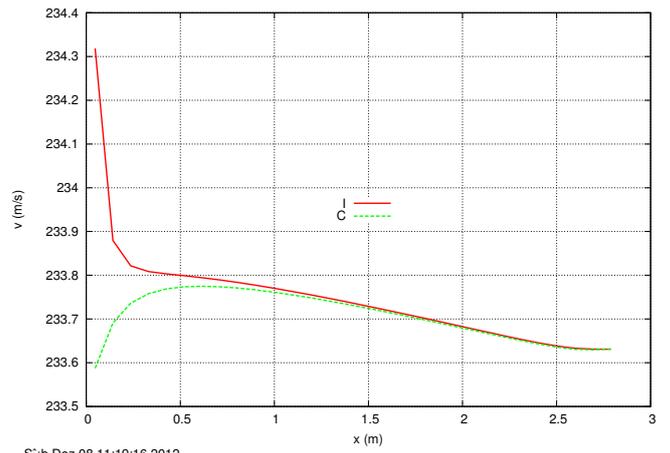


(d) p

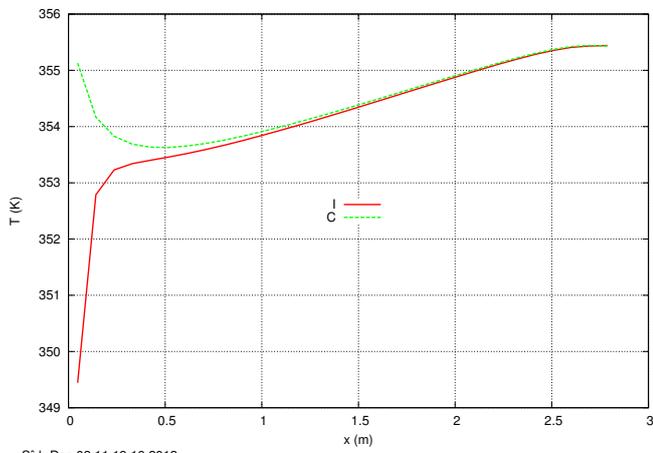
Figura 2: Comparação dos campos de velocidade, temperatura e pressão no contorno oeste utilizando o esquema numérico consistente (C) e inconsistente (I) na malha 30×30 .



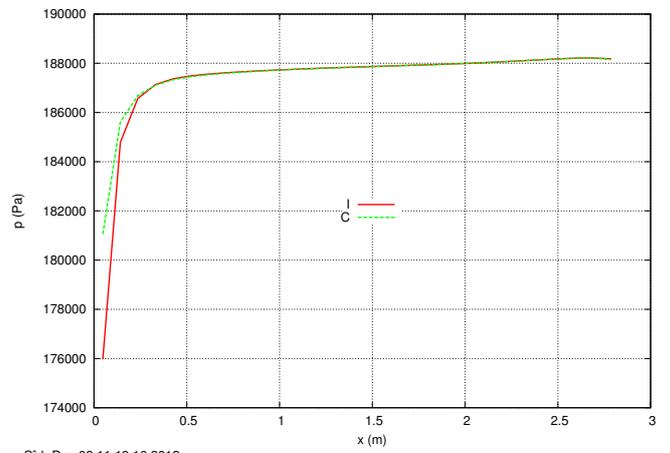
(a) u



(b) v

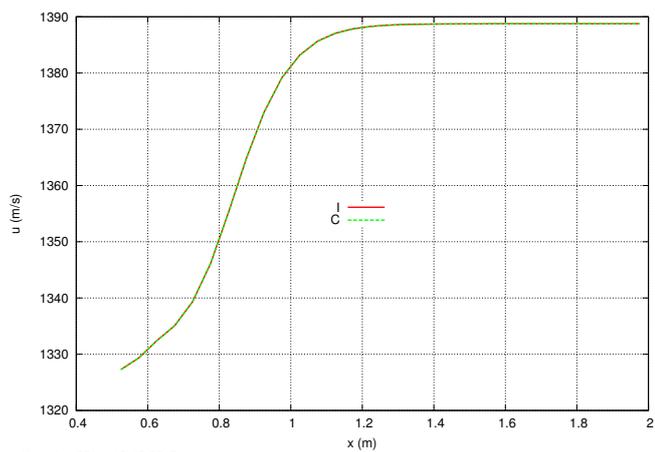


(c) T



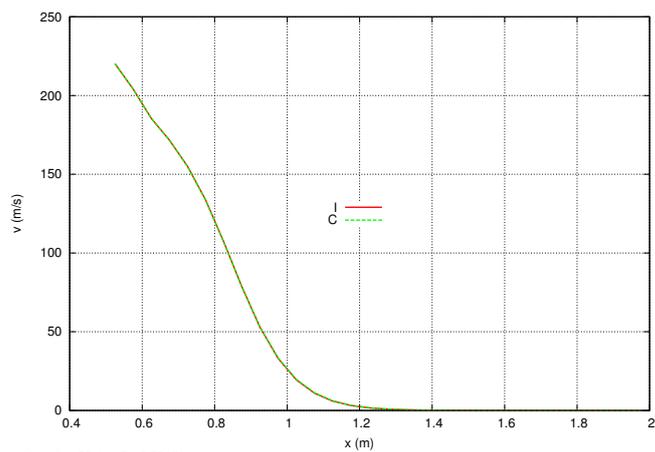
(d) p

Figura 3: Comparação dos campos de velocidade, temperatura e pressão no contorno sul utilizando o esquema numérico consistente (C) e inconsistente (I) na malha 30×30 .



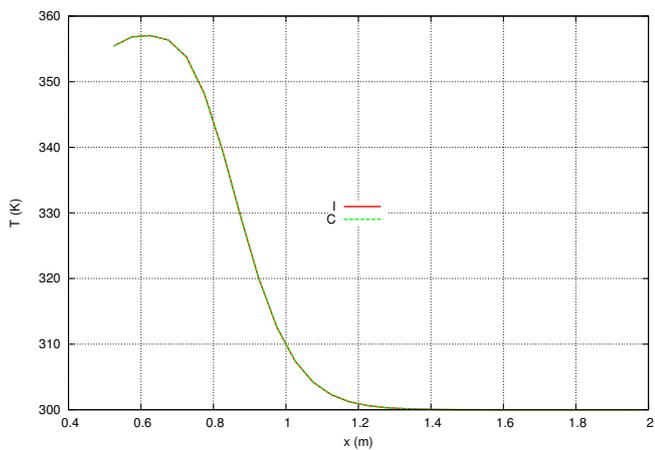
S:\b Dez 08 11:19:16 2012

(a) u



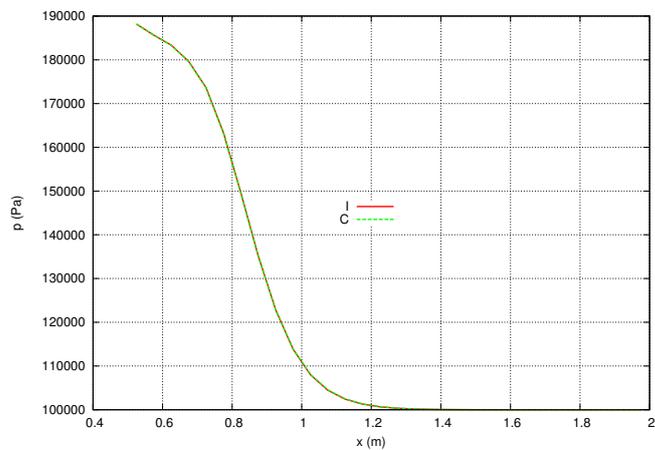
S:\b Dez 08 11:19:16 2012

(b) v



S:\b Dez 08 11:19:16 2012

(c) T



S:\b Dez 08 11:19:16 2012

(d) p

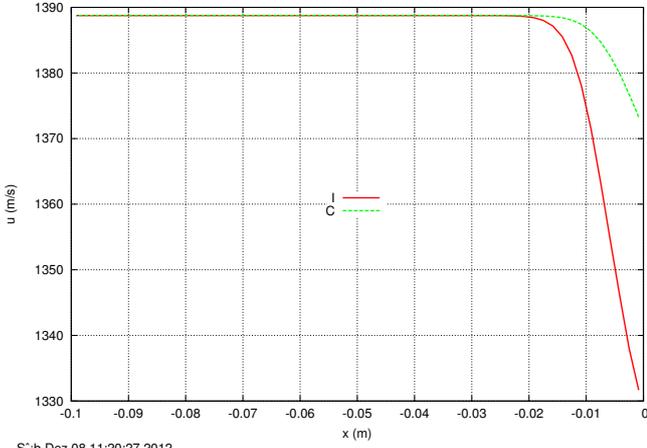
Figura 4: Comparação dos campos de velocidade, temperatura e pressão no contorno leste utilizando o esquema numérico consistente (C) e inconsistente (I) na malha 30×30 .

4.2.3 Malha 60×60

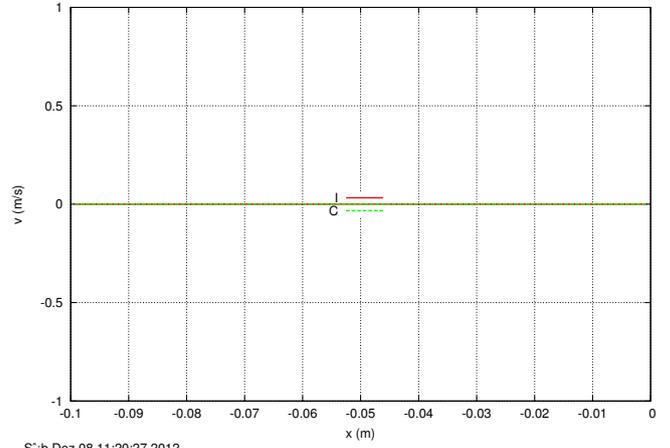
Nesta malha e nas demais, observa-se um comportamento análogo ao apontado para a malha 30×30 .

Max. relative difference of simulations S0119 and S0120 for the grid 60x60

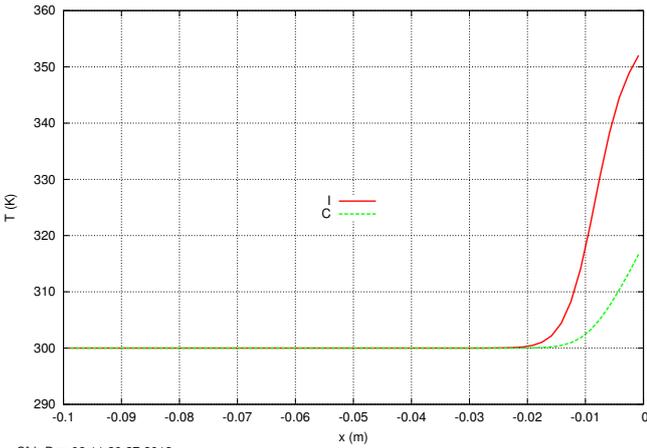
Var.	Node	South	North	West	East
u	5.251E-03	5.889E-03	0.000E+00	3.125E-02	2.482E-05
v	2.327E+02	5.889E-03	0.000E+00	0.000E+00	1.398E-01
T	2.996E-02	2.980E-02	0.000E+00	1.015E-01	1.318E-04
p	4.560E-02	4.636E-02	0.000E+00	3.050E-01	5.843E-04



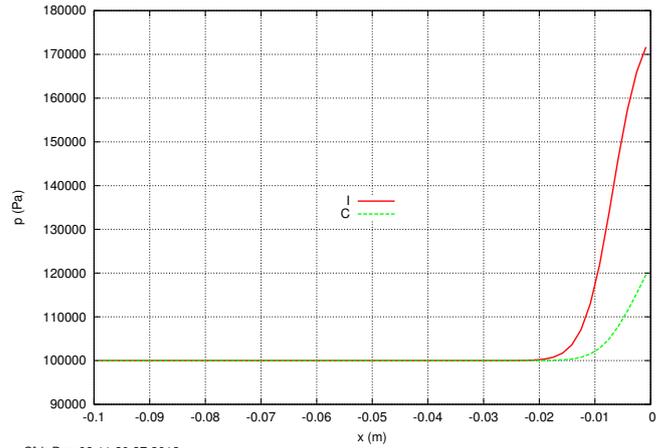
(a) u



(b) v

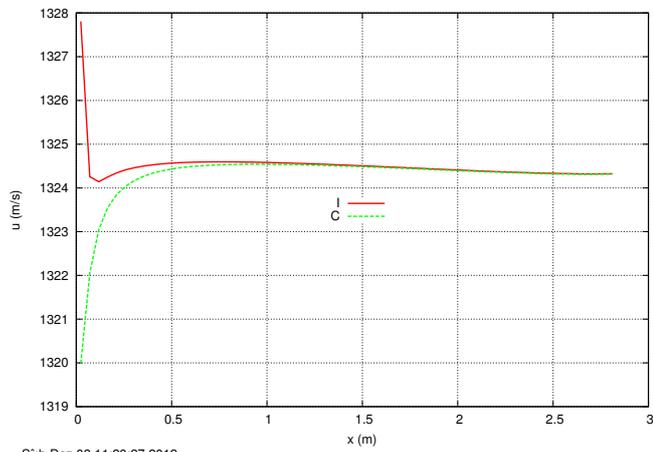


(c) T

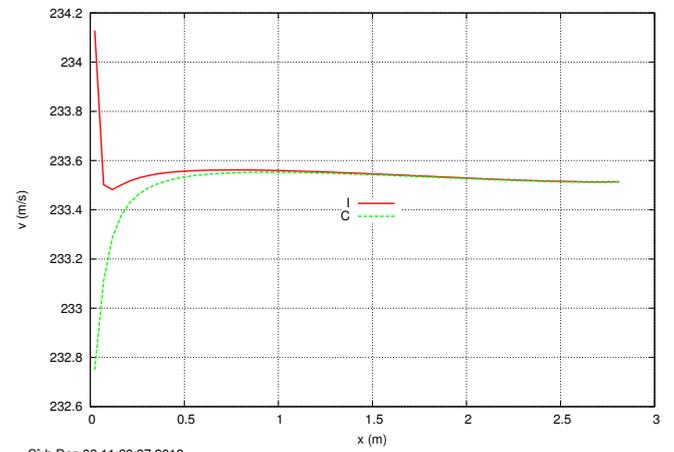


(d) p

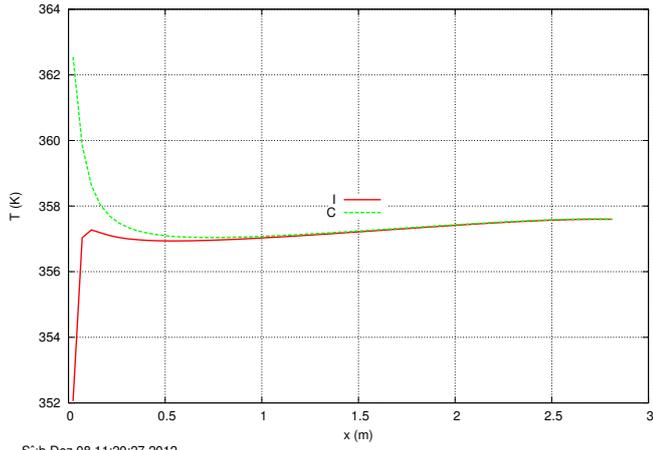
Figura 5: Comparação dos campos de velocidade, temperatura e pressão no contorno oeste utilizando o esquema numérico consistente (C) e inconsistente (I) na malha 60×60 .



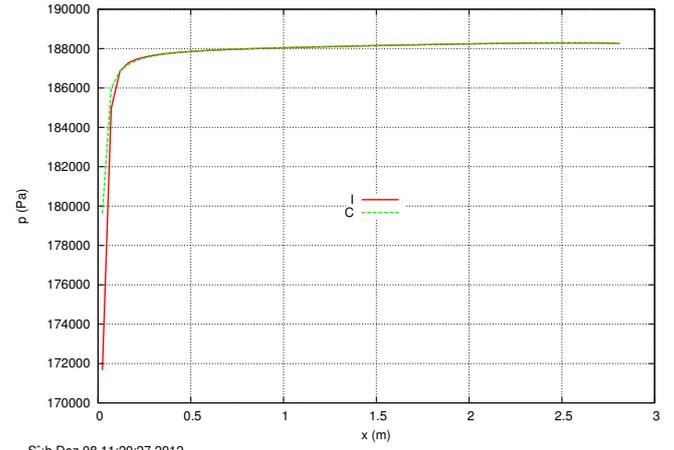
(a) u



(b) v



(c) T



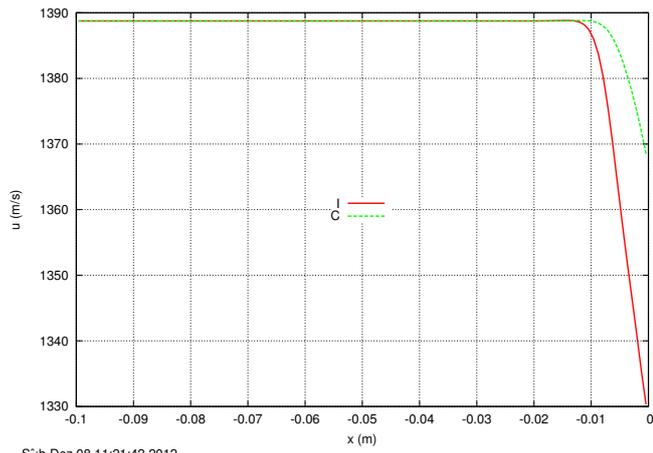
(d) p

Figura 6: Comparação dos campos de velocidade, temperatura e pressão no contorno sul utilizando o esquema numérico consistente (C) e inconsistente (I) na malha 60×60 .

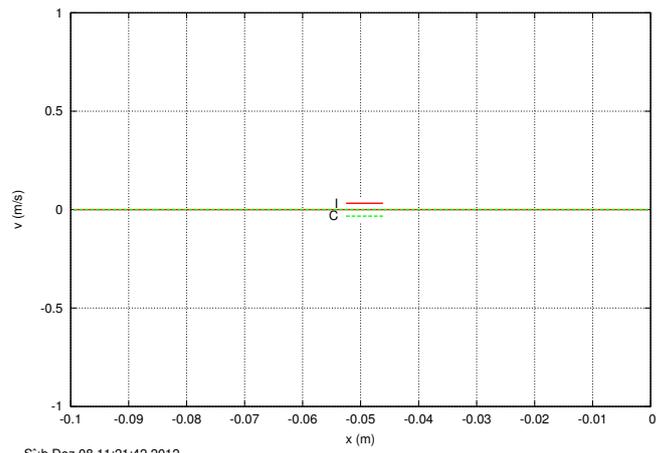
4.2.4 Malha 120×120

Max. relative difference of simulations S0119 and S0120 for the grid 120x120

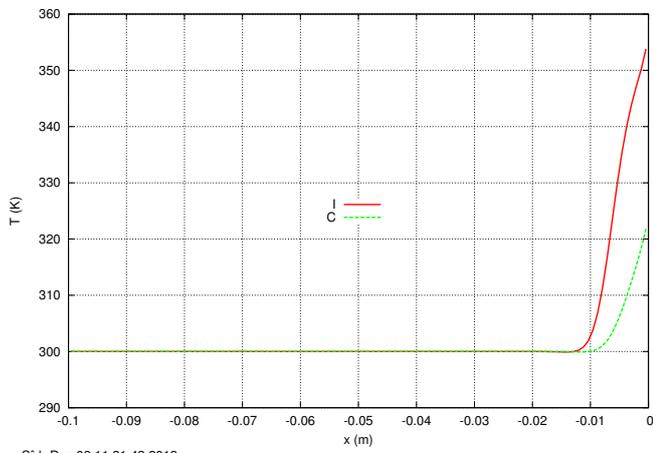
Var.	Node	South	North	West	East
u	$8.181\text{E-}03$	$9.120\text{E-}03$	$0.000\text{E+}00$	$2.872\text{E-}02$	$1.867\text{E-}05$
v	$4.911\text{E+}03$	$9.120\text{E-}03$	$0.000\text{E+}00$	$0.000\text{E+}00$	$5.145\text{E+}01$
T	$4.603\text{E-}02$	$4.581\text{E-}02$	$0.000\text{E+}00$	$9.179\text{E-}02$	$1.017\text{E-}04$
p	$5.985\text{E-}02$	$6.100\text{E-}02$	$0.000\text{E+}00$	$2.646\text{E-}01$	$4.333\text{E-}04$



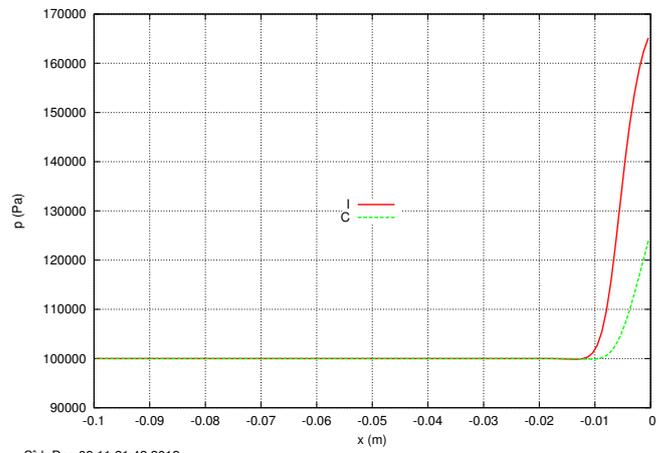
(a) u



(b) v

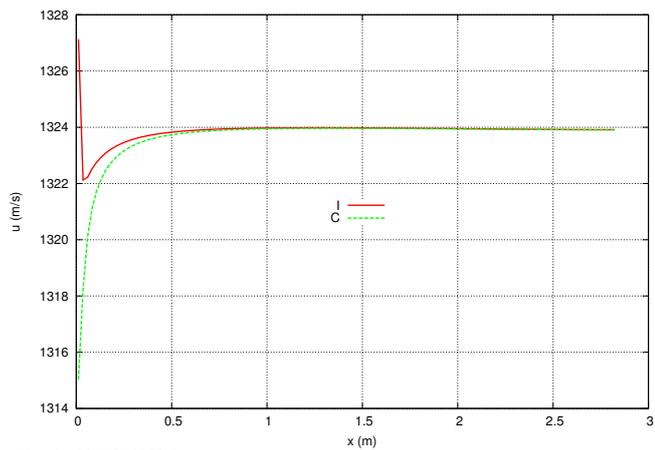


(c) T



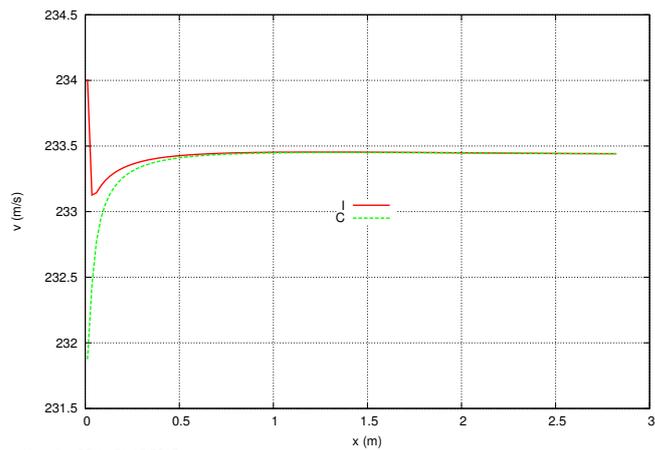
(d) p

Figura 7: Comparação dos campos de velocidade, temperatura e pressão no contorno oeste utilizando o esquema numérico consistente (C) e inconsistente (I) na malha 120×120 .



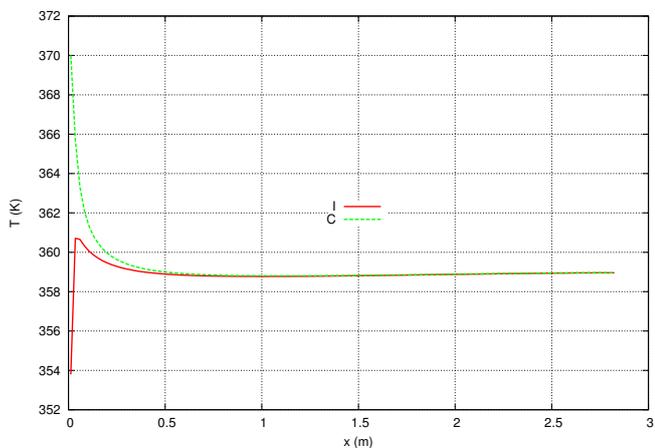
S:\b Dez 08 11:21:42 2012

(a) u



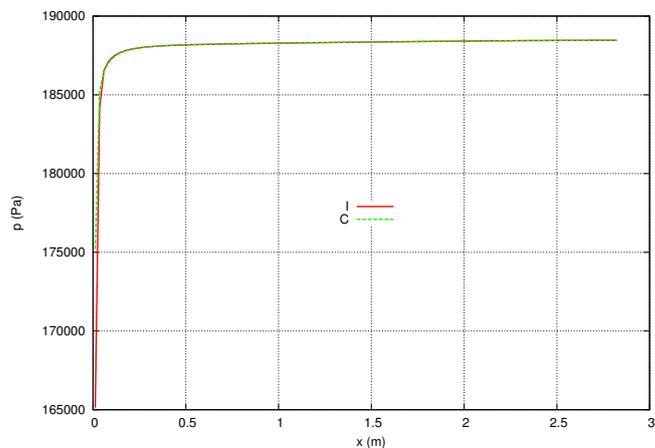
S:\b Dez 08 11:21:42 2012

(b) v



S:\b Dez 08 11:21:42 2012

(c) T



S:\b Dez 08 11:21:42 2012

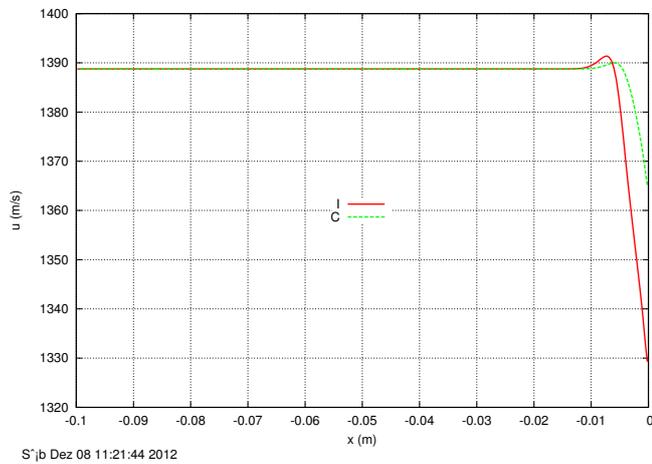
(d) p

Figura 8: Comparação dos campos de velocidade, temperatura e pressão no contorno sul utilizando o esquema numérico consistente (C) e inconsistente (I) na malha 120×120 .

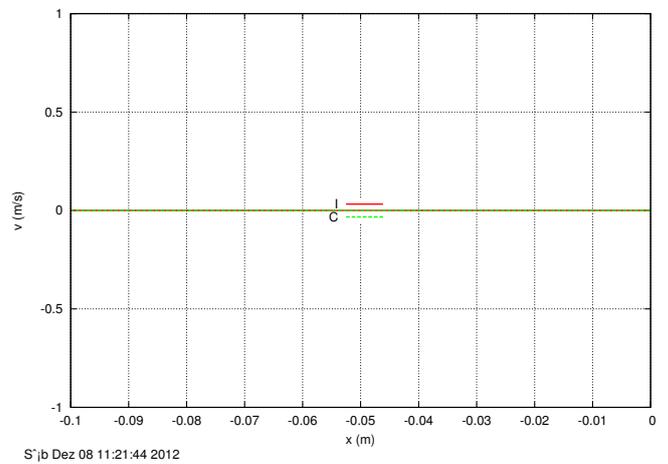
4.2.5 Malha 240×240

Max. relative difference of simulations S0119 and S0120 for the grid 240×240

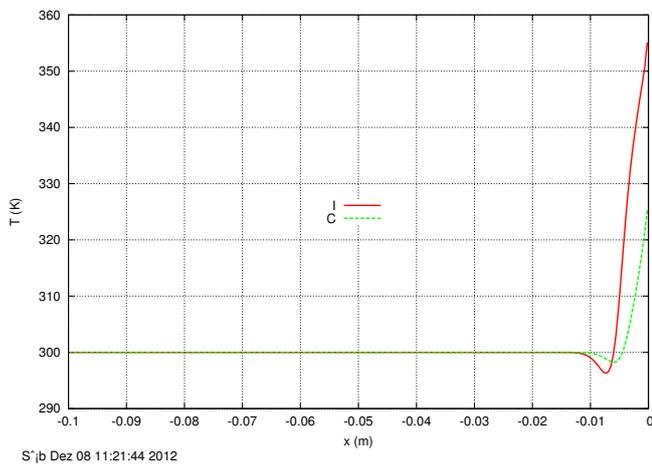
Var.	Node	South	North	West	East
u	1.128E-02	1.245E-02	0.000E+00	2.702E-02	1.600E-05
v	1.002E+04	1.245E-02	0.000E+00	0.000E+00	6.419E+01
T	6.243E-02	6.215E-02	0.000E+00	8.702E-02	8.727E-05
p	6.822E-02	6.973E-02	0.000E+00	2.477E-01	3.751E-04



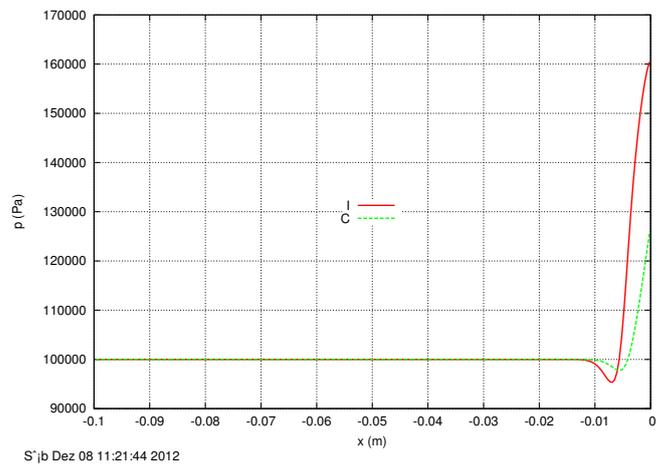
(a) u



(b) v



(c) T



(d) p

Figura 9: Comparação dos campos de velocidade, temperatura e pressão no contorno oeste utilizando o esquema numérico consistente (C) e inconsistente (I) na malha 240×240 .

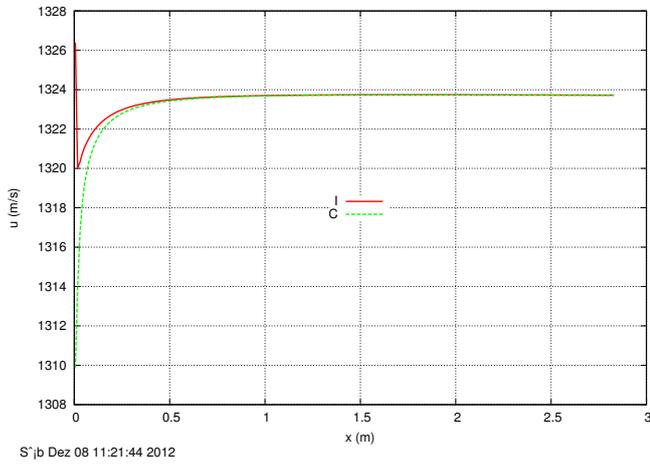
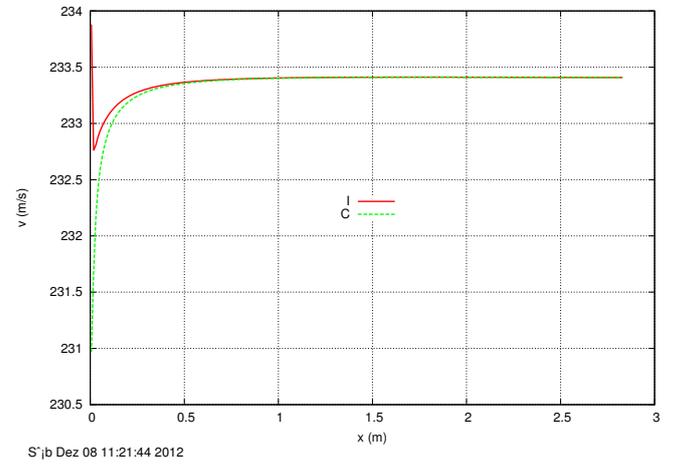
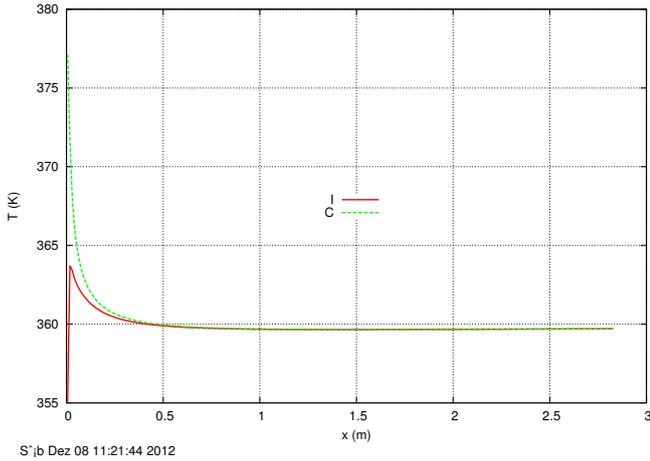
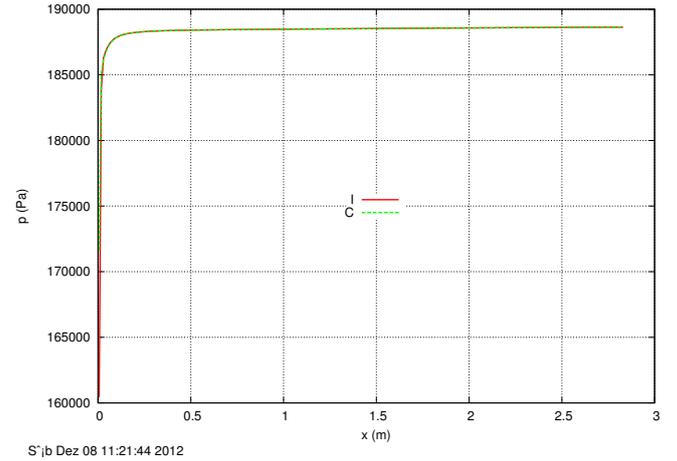
(a) u (b) v (c) T (d) p

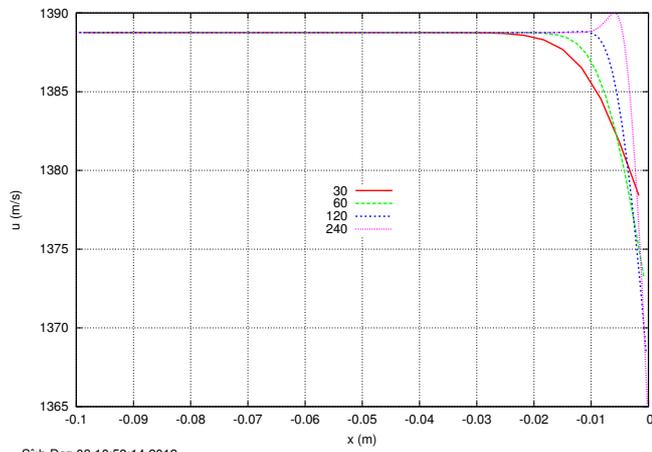
Figura 10: Comparação dos campos de velocidade, temperatura e pressão no contorno sul utilizando o esquema numérico consistente (C) e inconsistente (I) na malha 240×240 .

4.3 Simulações S0120

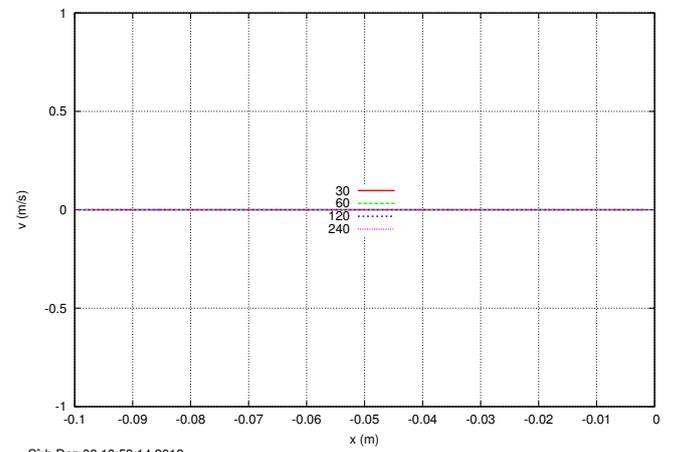
O objetivo desta subseção é comparar as soluções com esquema numérico consistente obtidas em diversas malhas.

4.3.1 Contorno oeste

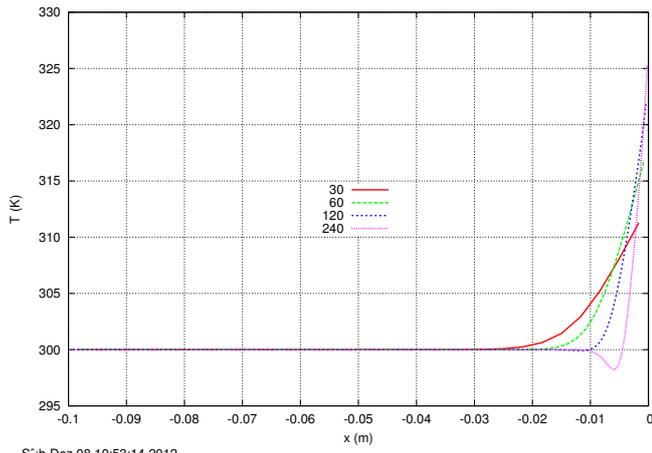
Neste contorno as variáveis u , T e p sofrem grandes variações nas proximidades do ponto de estagnação ($x = 0$). De acordo com a teoria do escoamento irrotacional (equação de Taylor-Maccoll), u , T e p sobre este contorno deveriam ser constantes e ter o mesmo valor que na corrente-livre, exceto em $x = 0$. De fato, se observa da Fig. 11 que a extensão em que estas variáveis são constantes aumenta com o refino da malha, exceto para a malha mais fina. Na malha mais fina surge um ponto de máximo ou de mínimo local, que, a princípio, são fisicamente inconsistentes. Curiosamente este fenômeno também ocorre ao se aplicar as condições de contorno inconsistentes. O motivo deste estranho resultado ainda é desconhecido.



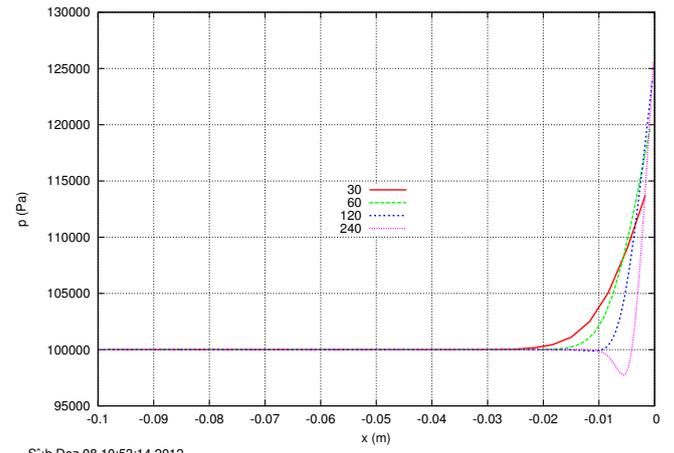
(a) u



(b) v



(c) T



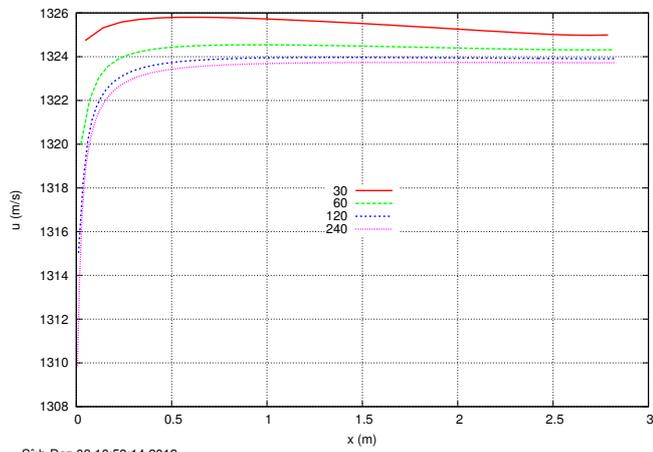
(d) p

Figura 11: Campos de velocidade, temperatura e pressão no contorno oeste para diversas malhas do conjunto de simulações S0120

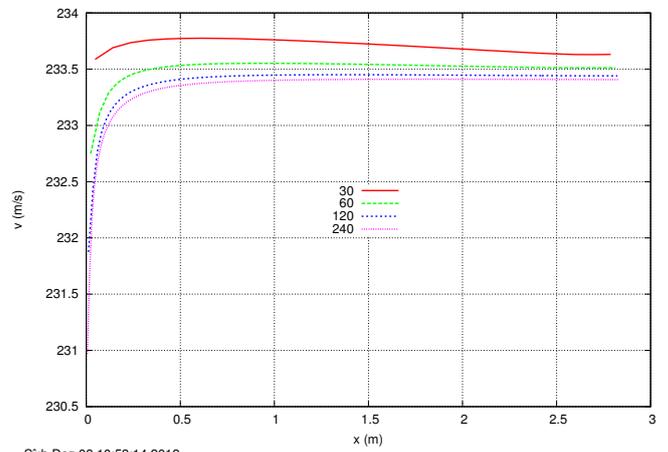
4.3.2 Contorno sul

Neste contorno u , v , T e p sofrem variações significativas nas proximidades da ponta do cone ($x = 0$) e depois tendem a uma constante. De acordo com a solução de Taylor-Maccoll, baseada na teoria escoamento irrotacional, o valor destas grandezas são constantes ao longo do cone.

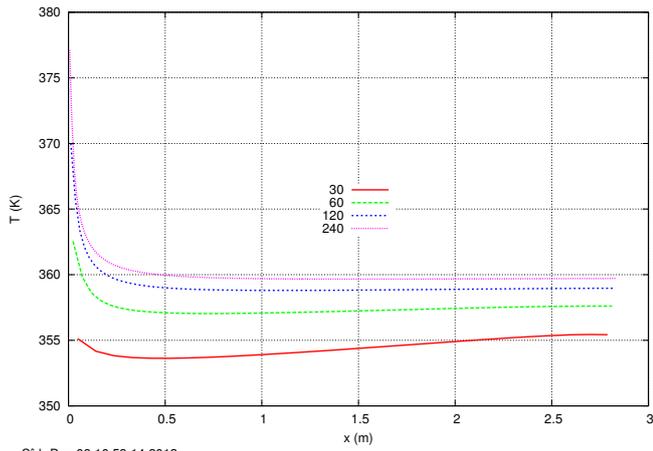
Ao contrário do observado no contorno oeste, no contorno sul o comportamento qualitativo da solução não muda com o refino da malha, pelo menos até a malha estudada.



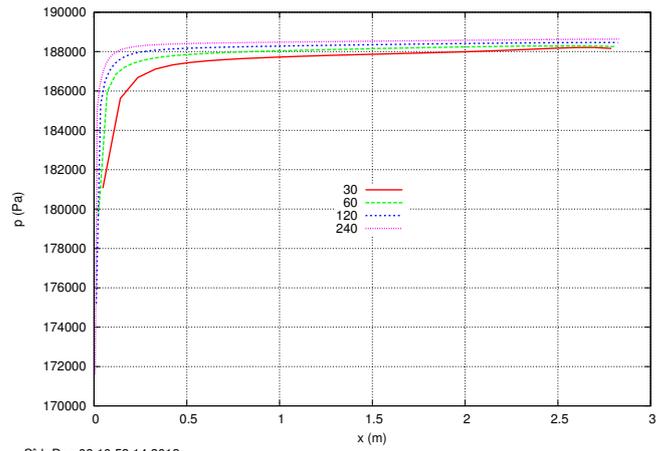
(a) u



(b) v



(c) T

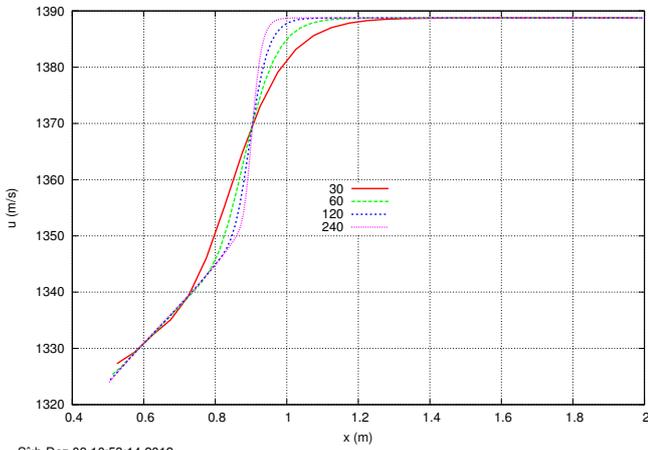


(d) p

Figura 12: Campos de velocidade, temperatura e pressão no contorno sul para diversas malhas do conjunto de simulações S0120

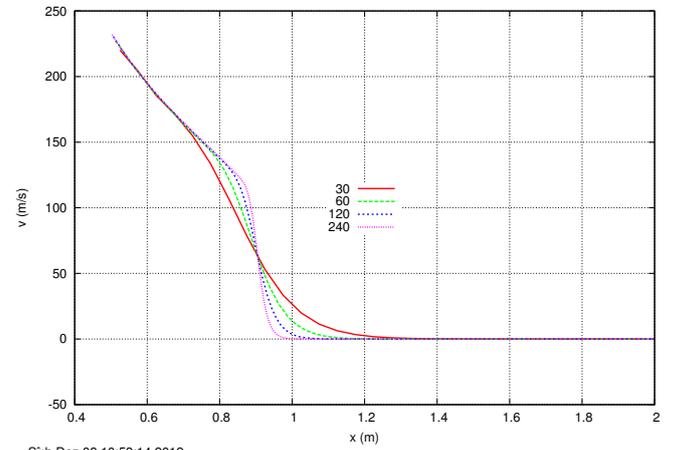
4.3.3 Contorno leste

Neste contorno a posição da onda de choque é evidenciada a medida que a malha é refinada. Os resultados da Fig. 13 são idênticos àqueles obtidos com o esquema numérico inconsistente. Deste modo, observa-se que o esquema numérico não tem efeito significativo sobre o comportamento qualitativo da solução no contorno de saída.



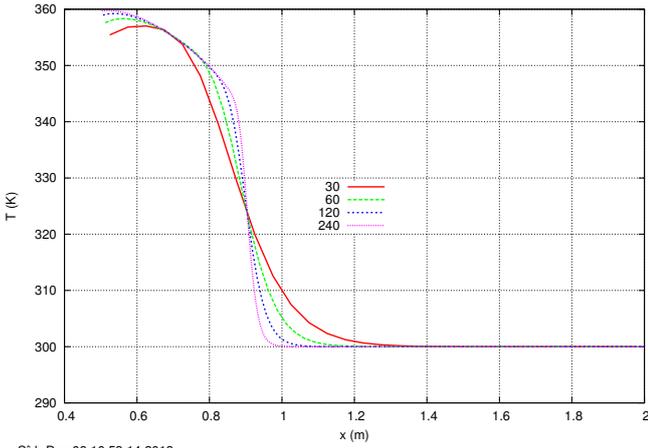
S:\b Dez 08 10:53:14 2012

(a) u



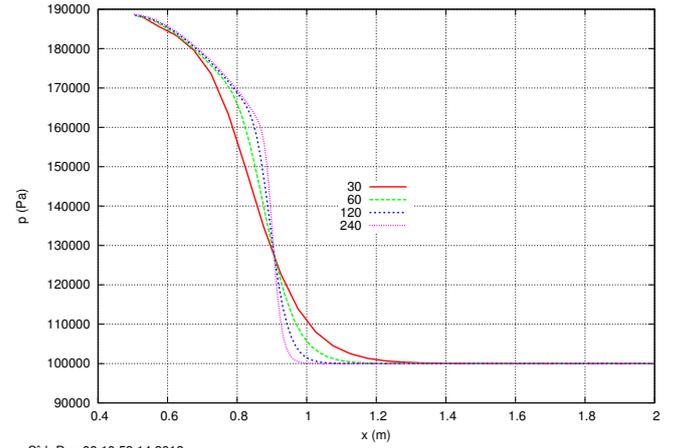
S:\b Dez 08 10:53:14 2012

(b) v



S:\b Dez 08 10:53:14 2012

(c) T



S:\b Dez 08 10:53:14 2012

(d) p

Figura 13: Campos de velocidade, temperatura e pressão no contorno leste para diversas malhas do conjunto de simulações S0120

5 Conclusões

1. Observou-se que, mesmo utilizando o algoritmo sem volumes fictícios, a estabilidade do processo iterativo é sensível ao esquema numérico aplicado nas condições de contorno. Além disso, mesmo com um esquema que leve à convergência, a solução convergida pode ser fisicamente incoerente.
2. Os campos de velocidade, temperatura e pressão foram sensíveis à mudança do esquema numérico das condições de contorno. As variações mais significativas ocorreram nos contornos oeste e sul.
3. Com o refino da malha, observou-se o surgimento de um máximo ou mínimo local para as variáveis u , T e p no contorno oeste. Este efeito parece ser fisicamente incorreto e sua causa ainda não foi compreendida.
4. Apesar de os campos serem sensíveis à troca do esquema numérico das condições de contorno, a variável global Cdf_i apresentou variação relativa menor que 0,01% na malha mais grossa. Com o refino da malha, esta diferença relativa diminuiu.