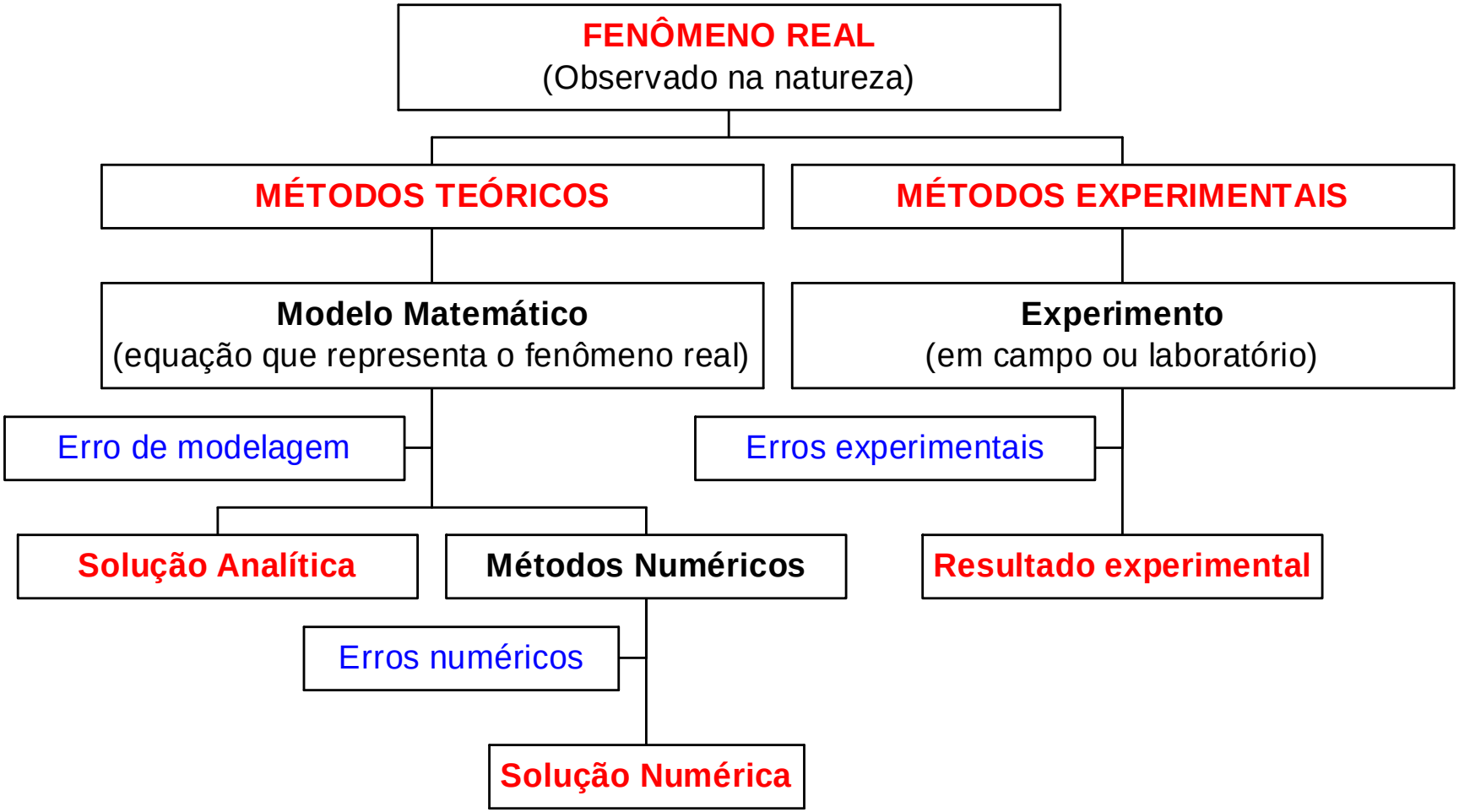
DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL

Problemas de engenharia

- Métodos analíticos
- Métodos experimentais
- Métodos numéricos

Problemas de engenharia



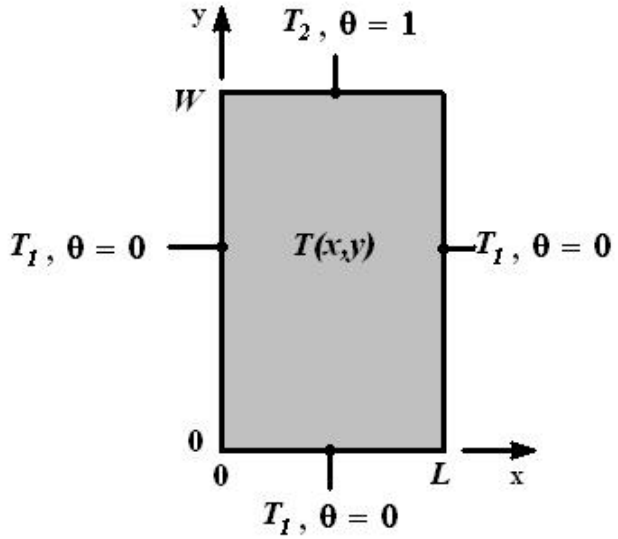
Métodos analíticos

- Soluções contínuas sobre o domínio.
- Soluções fechadas.
- Baixos custos de implementação.

- Geometrias e condições de contorno simples.
- Geralmente restrito a problemas lineares.
- Possuem erros de modelagem.

Métodos analíticos

- Equação de Laplace bidimensional:



Fonte: Incropera et al. (2008)

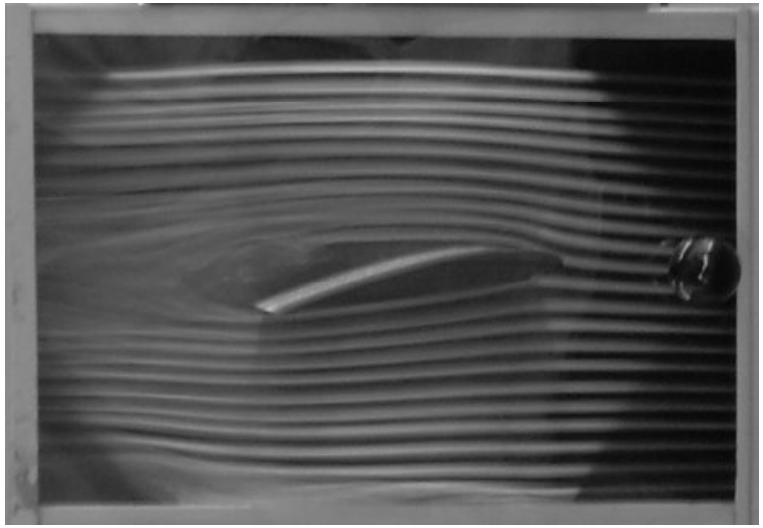
$$\theta(x,y) = \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{(-1)^{n+1}+1}{n}\,sen\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\frac{senh\left(\frac{n\pi y}{L}\right)}{senh\left(\frac{n\pi W}{L}\right)}\right]$$

Métodos experimentais

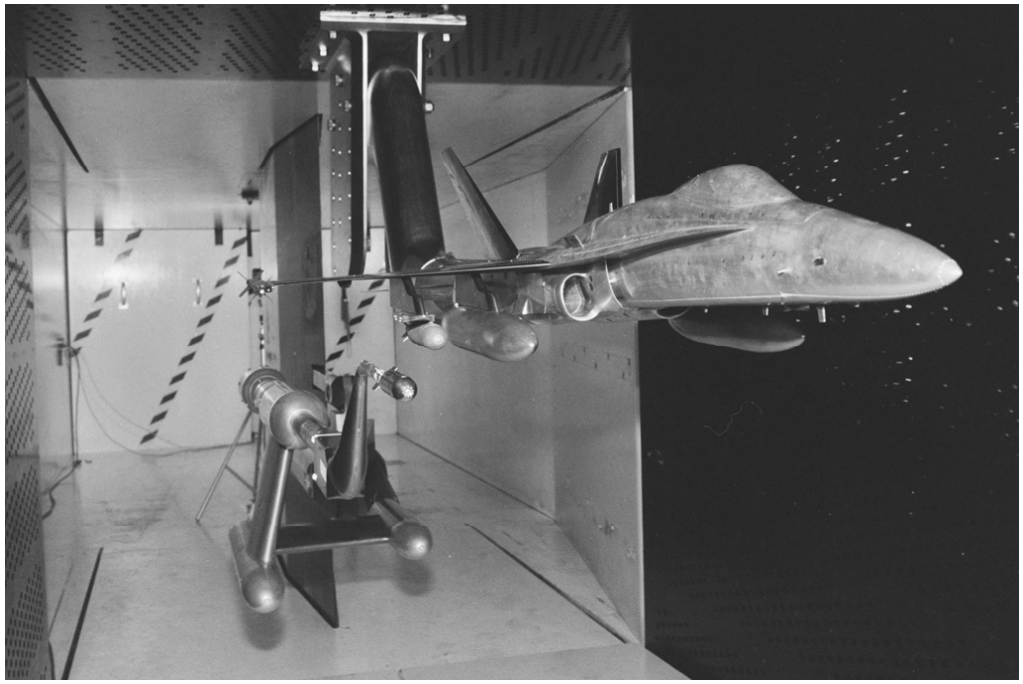
- Trabalham com a configuração real.
- Possibilidade de ser executado na ausência de modelos matemáticos adequados.

- Custo elevado.
- Dificuldades de realização (questões de segurança, reprodução de condições reais).
- Dificuldades de medição.
- Possuem erros experimentais.

Métodos experimentais

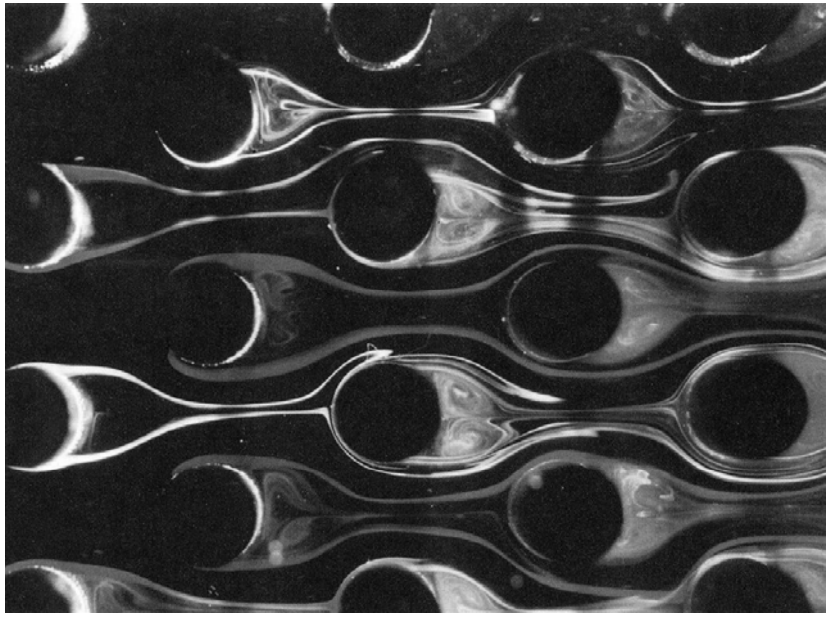


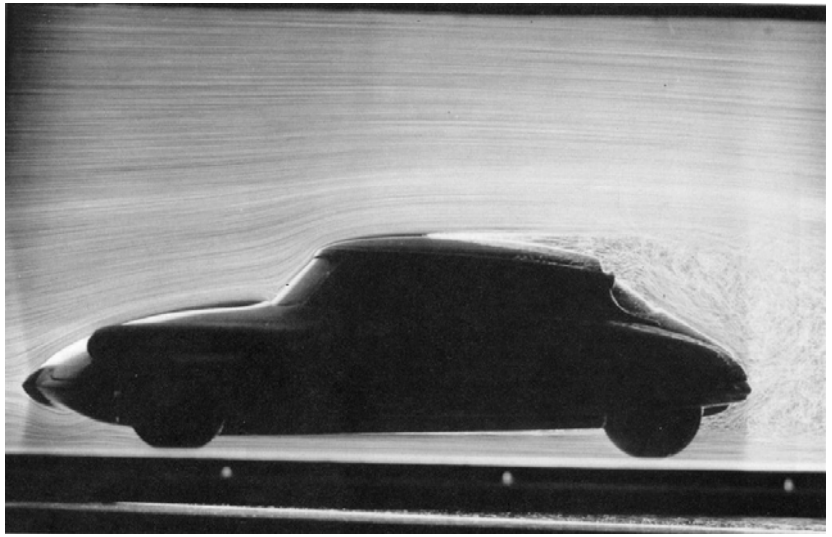
Fonte: http://est.ualg.pt/est/index.php?option=com_content&task=view&id=107&Itemid=106

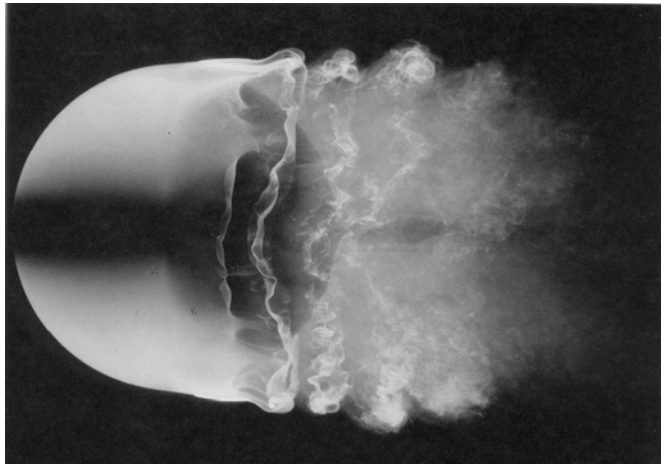


Fonte: http://iar-ira.nrc-cnrc.gc.ca/press/news_1_16a_e.html

Métodos experimentais







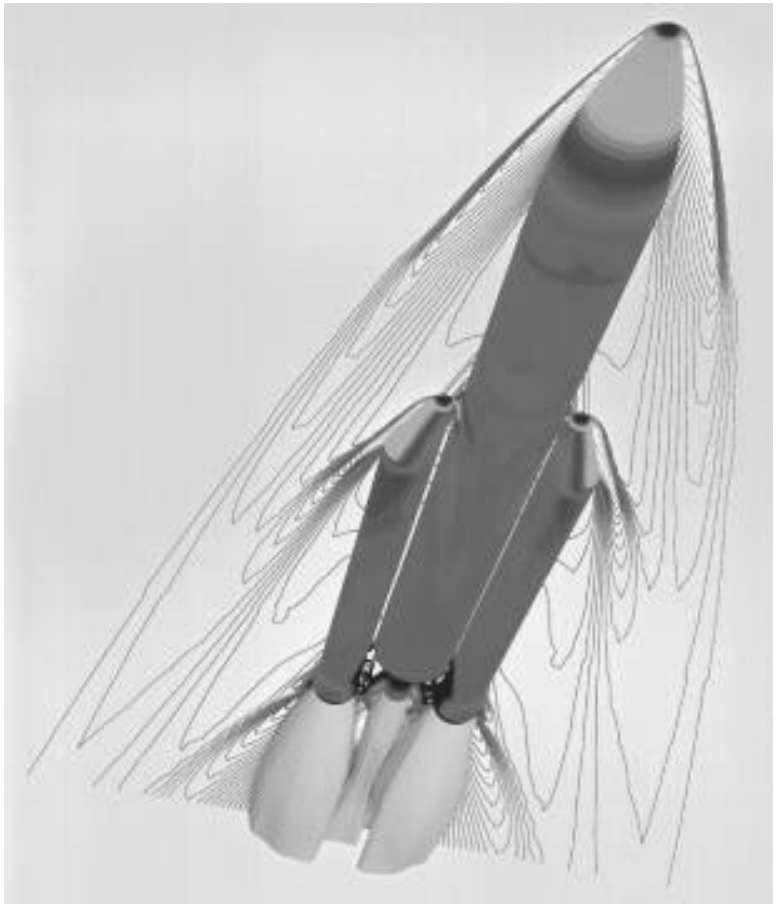
Fonte:
http://stoa.usp.br/fep0114/weblog/5703.html

Métodos numéricos

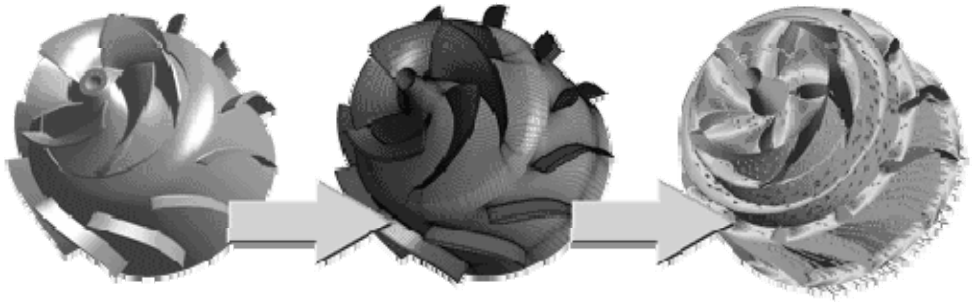
- Geometrias e condições de contorno complexas.
- Menor custo e redução significativa no tempo de obtenção dos resultados.
- Simulações de risco (explosões, radiação, poluição)

- Erros de modelagem e numéricos.
- Condições de contorno.

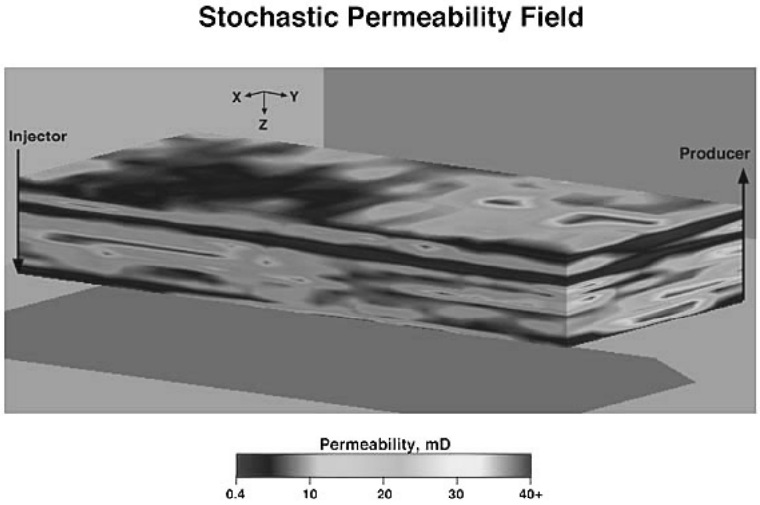
Métodos numéricos



Fonte: http://www.onera.fr/photos-en/simulations/ariane5.php

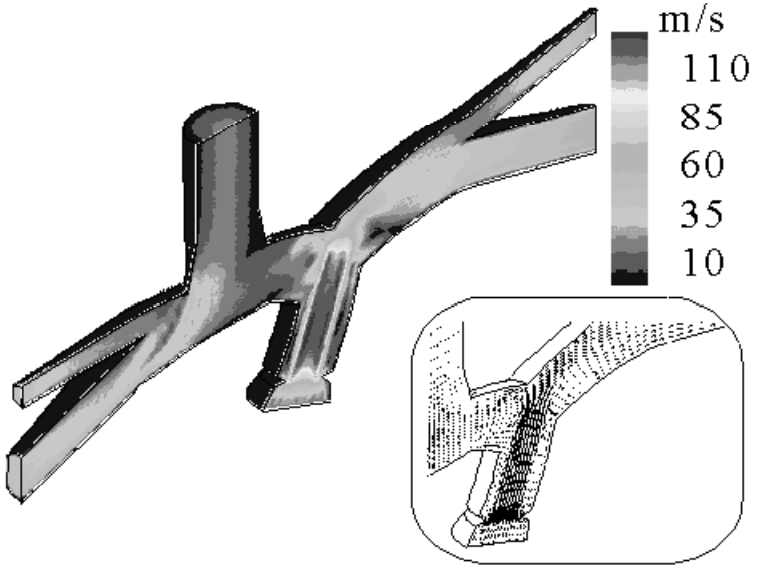


Fonte: http://www.ansys.com/solutions/fluid-dynamics.asp

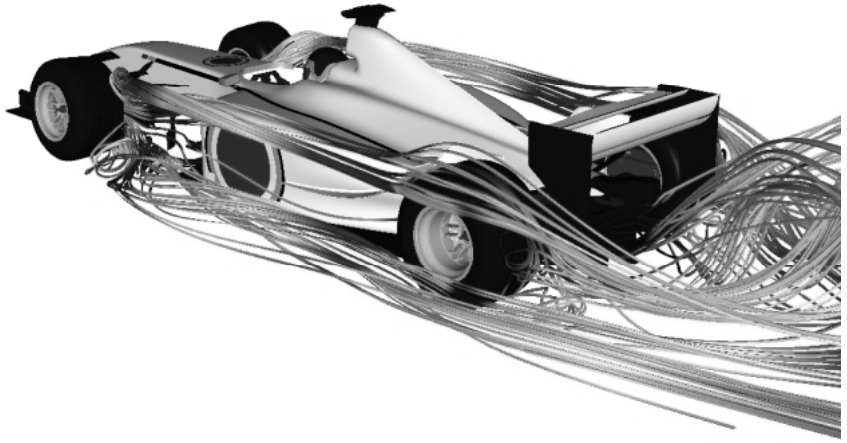


Fonte: http://www.cpge.utexas.edu/new_generation/

Métodos numéricos

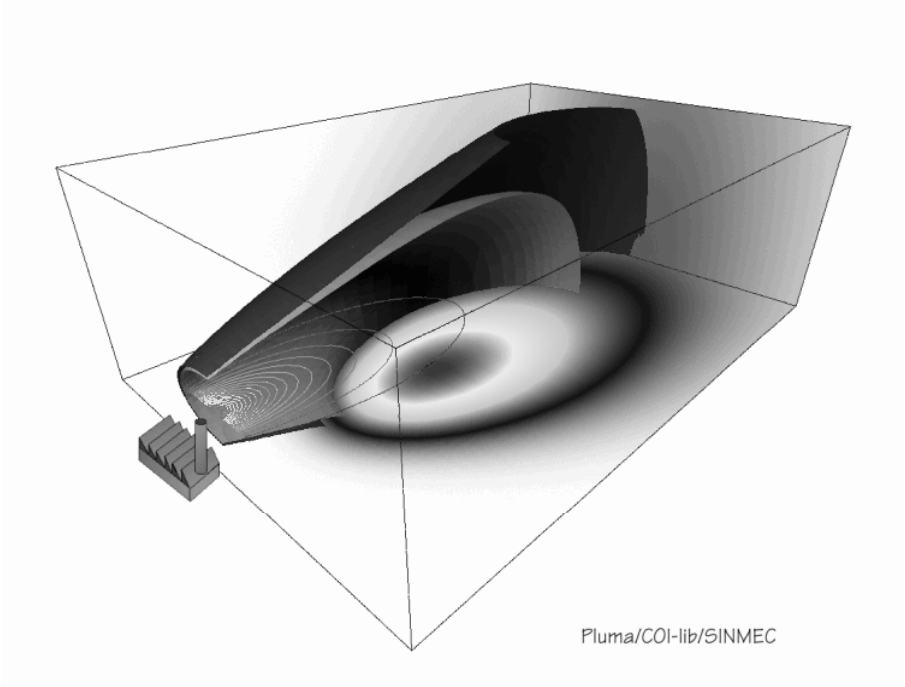


Fonte: http://www.health.gov.mt/impaedcard/issue/issue2/1125/1125.htm

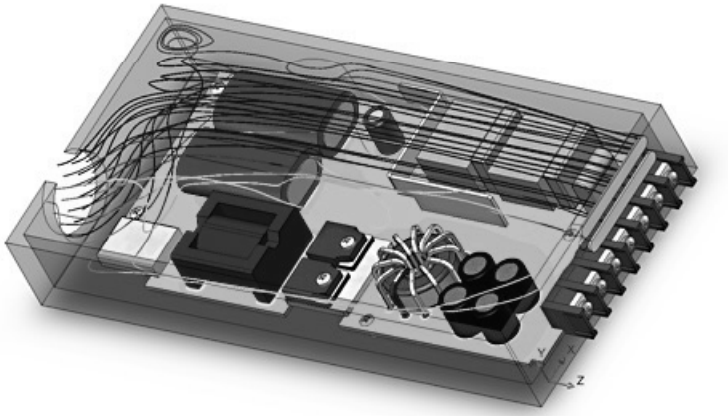


Fonte: http://www.symscape.com/node/261

Métodos numéricos

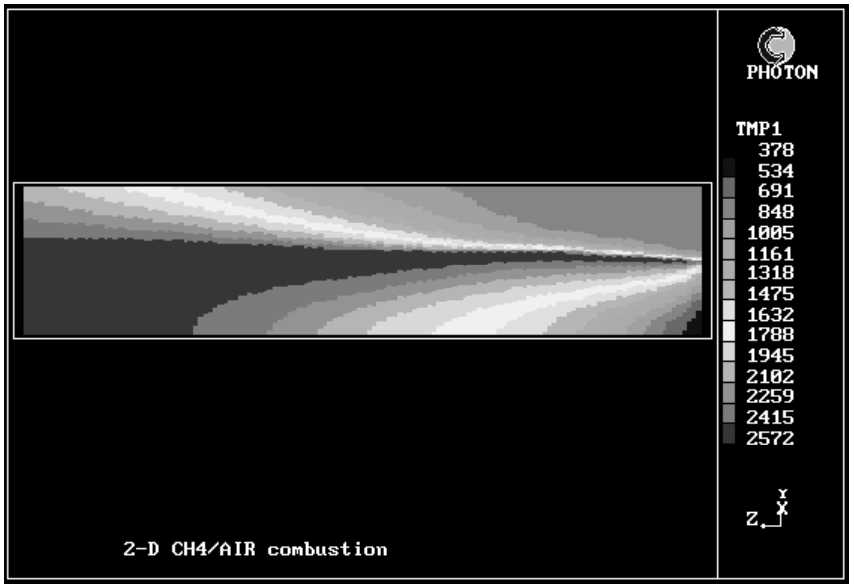


Fonte:
http://www.sinmec.ufsc.br/sinmec/atividades/resultados/escoamento.html

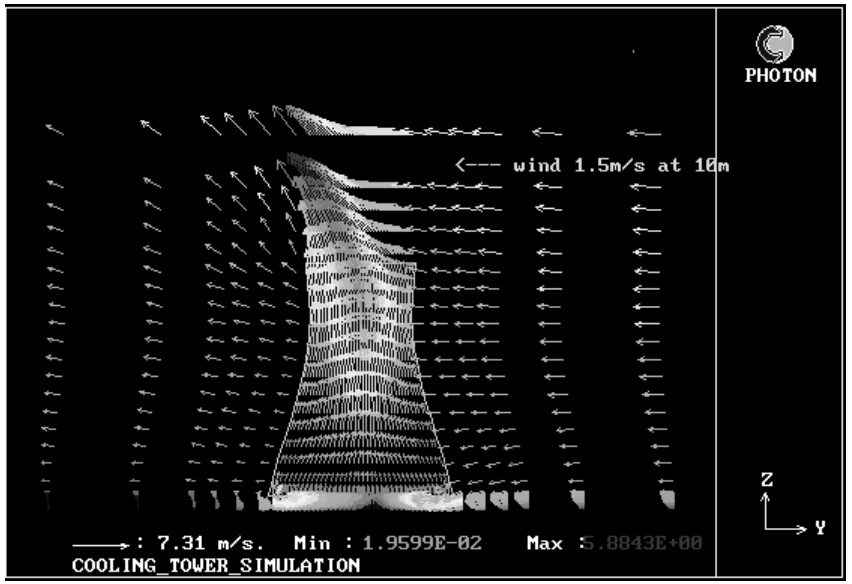


Fonte:
http://www.flomerics.com/casestudies/details_casestudies_efd.php?id=1153

Métodos numéricos



Fonte:
http://www.cham.co.uk/phoenics/d_polis/d_applic/appcom.htm



Fonte:
http://www.cham.co.uk/phoenics/d_polis/d_applic/d_power/tact.htm

Definição de CFD

- *"Área da computação científica que estuda métodos computacionais para simulação de fenômenos que envolvem fluidos em movimento com ou sem trocas de calor"* (Fortuna, 2000).

- Pode-se, também, estudar fenômenos associados ao escoamento de fluidos e transferência de calor, como reações químicas (Versteeg e Malalasekera, 1995).

Alguns assuntos estudados em CFD

- Aerodinâmica.
- Hidrodinâmica.
- Turbomáquinas.
- Engenharia elétrica e eletrônica.
- Engenharia de processos químicos.
- Reservatórios de petróleo.
- Climatologia.
- Engenharia biomédica.

Desenvolvimento histórico

- 1910: Richardson – esquemas iterativos para equação de Laplace e biarmônica.
- 1928: Courant, Friedrichs and Lewy – questões sobre existência e unicidade para soluções numéricas de EDP's.
- 1940: Southwell – esquema de relaxação para problemas estruturais e fluidodinâmicos.
- II Guerra Mundial a 1950: Neumann – método para avaliar estabilidade de métodos numéricos para problemas transientes.

Desenvolvimento histórico

- 1954: Lax – ondas de choque.
- A partir da década de 1950 – *solvers* (SOR, ADI,...)
- A partir de 1965 – NASA: utilização em pesquisas *(grand challenges).*
- Década de 1970: Desenvolvimento de modelos (turbulência, escoamentos compressíveis,...)
- Década de 1980: *Softwares* comerciais.
- Década de 1990: Expansão da utilização de CFD na indústria.

Obtenção da solução numérica

- Definição do problema.
- Definição do modelo numérico.
- Discretização do domínio de cálculo.
- Discretização do modelo matemático.
- Obtenção da solução numérica.
- Visualização e análise de resultados.

Definição do problema

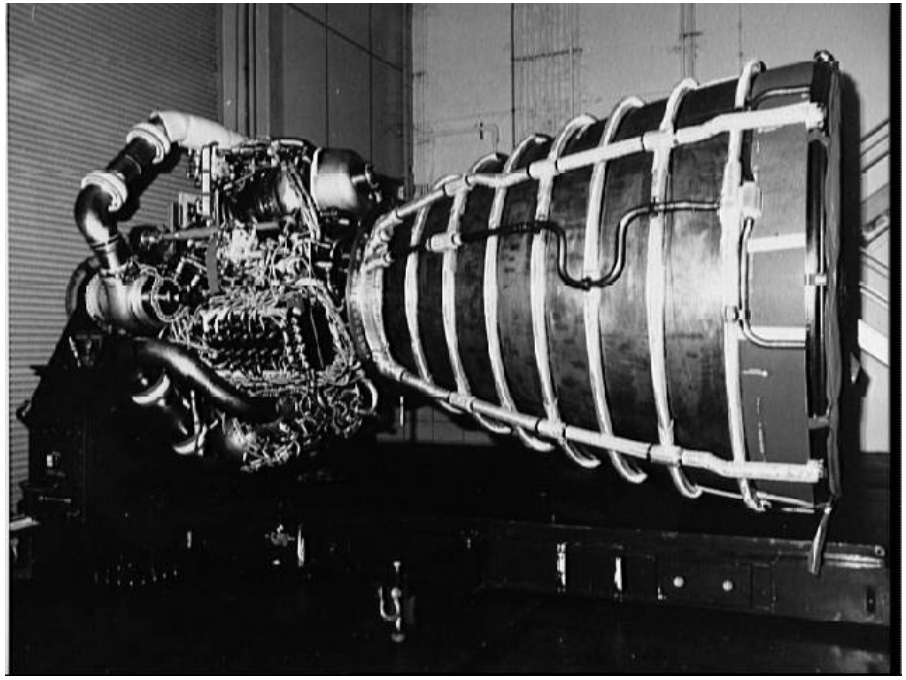
- Modelo matemático: equações, condições de contorno e iniciais.
- Geometria do domínio de cálculo.
- Propriedades dos meios sólido(s) e fluido(s) envolvidos no problema.

Definição do modelo numérico

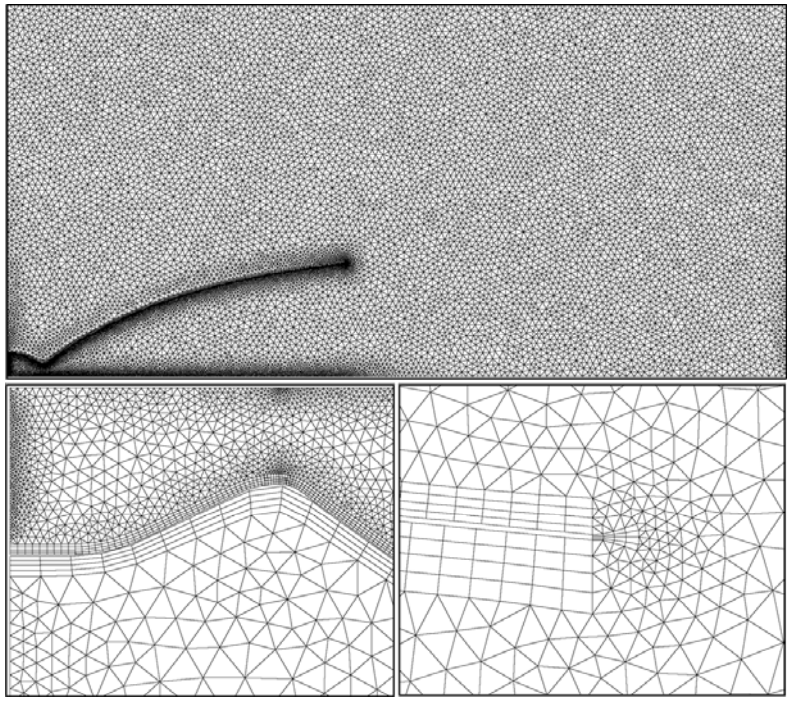
- Tipo de malha.
- Método numérico.
- Tipos de aproximações numéricas.
- Variáveis de interesse.
- Método de solução do sistema de equações (*solver*).
- Critérios de convergência do processo iterativo.
- Estimadores de erros numéricos.

Discretização do domínio

- Geração da malha na qual a solução numérica é obtida.



Fonte: www.nasa.gov



Fonte: Wang (2006)

Discretização do modelo matemático

- Os termos das equações do modelo matemático (bem como condições de contorno e iniciais) são aproximados através de um método numérico, gerando um sistema de equações algébricas (discretizadas).

Obtenção da solução numérica

- Utilização de um método (*solver*) direto ou iterativo para solução de um sistema de equações.

$$[\mathbf{A}][\mathbf{x}] = [\mathbf{b}]$$

$$[\mathbf{x}] = [\mathbf{A}]^{-1}[\mathbf{b}]$$

Análise e visualização

- Gráficos bi e tridimensionais.
- Isolinhas, isorregiões e isossuperfícies.
- Vetores.
- Estimativas de erros de modelagem e numéricos.

Métodos numéricos

- Diferenças Finitas.
- Volumes Finitos.
- Elementos Finitos.

Diferenças Finitas

- Método mais antigo para solução numérica de EDP's.
- Equação de conservação na forma diferencial.
- Em cada ponto da malha as derivadas (parciais) da equação original é substituída por aproximações baseadas na expansão de Taylor e/ou interpolação polinomial.

Volumes Finitos

- Baseado na forma integral das equações de conservação.
- Divisão do domínio em volumes de controle.
- Método conservativo.
- Todos os termos que necessitam de aproximações possuem significado físico.

Elementos Finitos

- Domínio dividido em um conjunto de volumes ou elementos finitos.

- Equações multiplicadas por uma função peso antes de serem integradas; trabalha-se com a forma variacional das equações.

Sistema de coordenadas

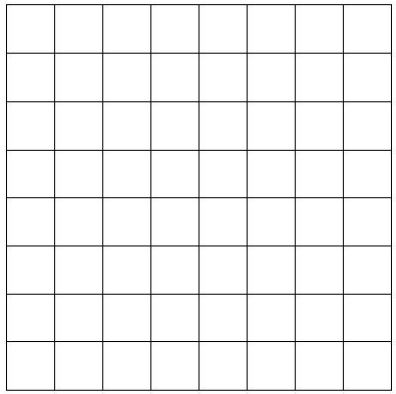
- Coordenadas cartesianas.
- Coordenadas cilíndricas.
- Coordenadas esféricas.
- Coordenadas generalizadas.

Discretização do domínio (malhas)

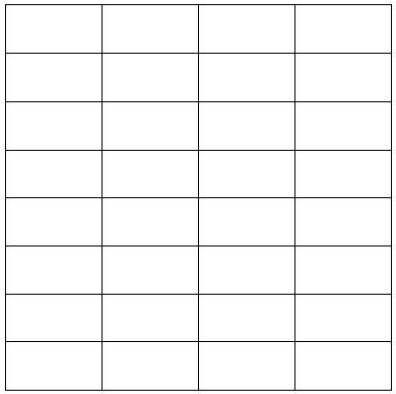
- Malhas estruturadas.
  - Malhas uniformes.
  - Malhas uniformes por direção.
  - Malhas não-uniformes.

- Malhas não-estruturadas.

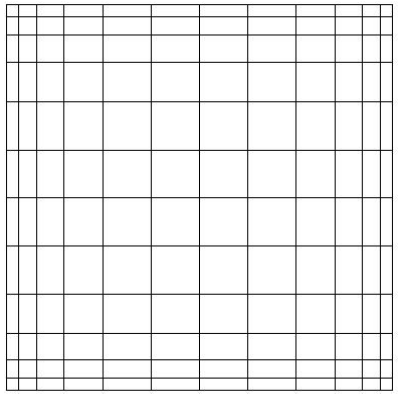
Discretização do domínio (malhas)



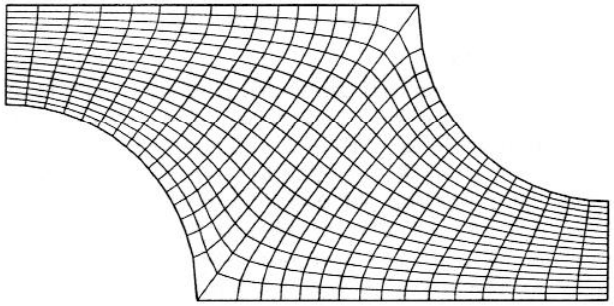
Malha uniforme



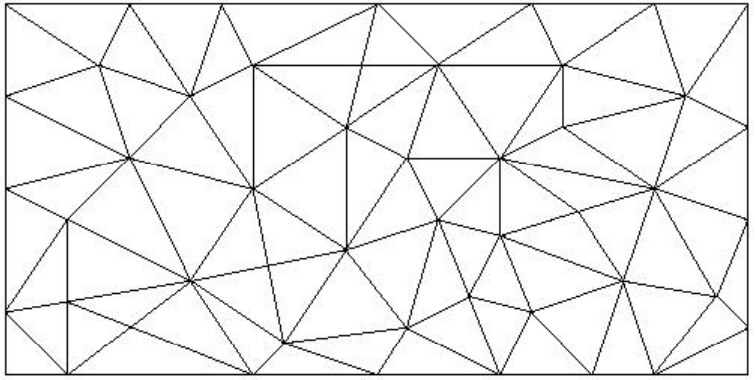
Malha uniforme por direção



Malha não-uniforme



Malha não-ortogonal



Malha não-estruturada

Métodos de solução (*solver*)

- Sistema de equações não-lineares:
  - Newton-Raphson; Newton modificado.

- Sistema de equações lineares:
  - Métodos diretos: Eliminação de Gauss, TDMA.

  - Métodos iterativos: Gauss-Seidel, Jacobi.

Propriedades dos métodos de solução numérica

- Consistência
  - *A discretização deve ser exata quando o tamanho dos elementos da malha são reduzidos*.

- Estabilidade
  - *Um método de solução numérica é dito ser estável se ele não amplificar erros que aparecem durante o processo de solução numérica.*

Propriedades dos métodos de solução numérica

- Convergência
  - *A solução das equações discretizadas deve tender à solução exata das equações diferenciais, quando o tamanho da malha tende a zero*.

- Teorema de equivalência de Lax:
  - *Dados um problema linear de valor inicial e uma aproximação por diferenças finitas que satisfaça à condição de consistência, a estabilidade é uma condição necessária e suficiente para a convergência*.

Propriedades dos métodos de solução numérica

- Teorema de equivalência de Lax:
  - Consistência + Estabilidade = Convergência.

- Conservação
  - *Como as equações a serem resolvidas são baseadas em leis de conservação, o esquema numérico deve respeitar (local e globalmente) essas leis*.

Propriedades dos métodos de solução numérica

- Acurácia
  - Soluções numéricas: soluções aproximadas.
  - Erros de modelagem.
  - Erros numéricos:
    - Erros de truncamento.
    - Erros de iteração.
    - Erros de arredondamento.
    - Erros de programação.
  - Validação e verificação.

Validação

- Grau de fidelidade que um determinado modelo apresenta ao representar um fenômeno físico.

- Comparação de valores obtidos com resultados experimentais (Metha, 1996; AIAA, 1998; Roache, 1998).

Verificação

- Relacionado ao grau de correção de um modelo implementado, isto é, deve-se confirmar que a implementação de um modelo representa sua descrição conceitual (Metha, 1996; AIAA, 1998; Roache, 1998).

- Verificação do código.
- Verificação da solução (estimadores de erros).

Cuidados em CFD

- Conhecimento dos fenômenos físicos.
- Adequação dos modelos matemáticos.
- Conhecimento dos métodos numéricos envolvidos.
- Análise de erros (de modelagem e numéricos).

Alguns desafios em CFD

- Transição entre regimes laminar e turbulento.
- Turbulência.
- Reações químicas em escoamentos turbulentos.
- Escoamentos multifásicos.
- Interação fluido-estrutura.
- Atomização.

Material de referência

- Livros:
  - Versteeg, H. K., Malalasekera, W. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics – The finite volume method*, 2ed, Harlow (England): Pearson Educational Limited, 2007.
  - Fortuna, A. O. *Técnicas Computacionais para Dinâmica dos Fluidos*, São Paulo: Edusp, 2000.
  - Maliska, C. R. *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*, 2ed, Rio de Janeiro: LTC Editora, 2004.
  - Ferziger, J. H., Peric, M. *Computational Methods for Fluid Dynamics*, 2ed,Berlin: Springer, 2002.
  - Tannehill, J. C., Anderson, D. A., Pletcher, R. H., *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*, 2 ed, New York: Taylor & Francis, 1997.

- Sites
  - www.cfd-online.com
  - www.cfd-brasil.com