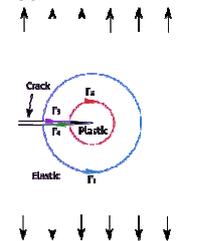
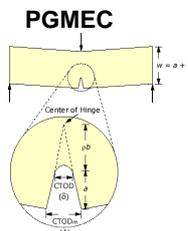
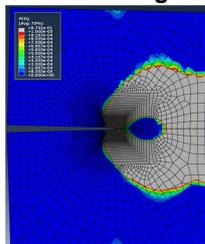


11. MECÂNICA DA FRATURA ELASTO-PLÁSTICA - MFEP

Prof. Dr. Julio Almeida

Universidade Federal do Paraná

Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica



MFEP – CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Quando a aplicação da MFEL tornar-se inviável, ou seja, a deformação não-linear do material for superior a uma pequena região confinada ao redor da ponta da trinca, o uso da MFEP torna-se uma proposta necessária no modelo estudado.

MFEP – CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A **MFEP** admite “grandes” deformações antes da fratura (fundamentalmente na frente da trinca) que são em geral não-lineares, plásticas no caso dos aços ou viscoplásticas no caso de polímeros termoplásticos.

3

MFEP – CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Dois parâmetros elasto-plásticos são, assim, comumente utilizados nessas análises: a abertura da frente da trinca (CTOD – *crack tip-opening displacement*) e a integral J. Ambos descrevem as condições de abertura da trinca em materiais elasto-plásticos e podem ser utilizados como critérios de fratura (CTOD_C e J_C).

4

ABERTURA DA FRENTE DA TRINCA - CTOD

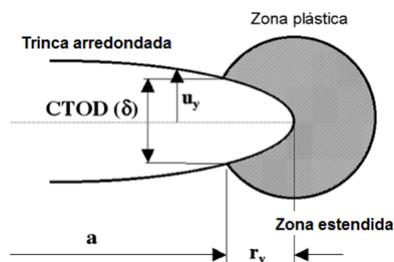
A tenacidade da grande maioria dos aços estruturais de baixa e média resistência, na temperatura ambiente, é alta demais para ser quantificada pelo parâmetro K_{IC} .

Alternativamente, Wells propôs em 1961, que a abertura da frente da trinca fosse utilizada alternativamente para descrever a tenacidade desses materiais.

5

ABERTURA DA FRENTE DA TRINCA - CTOD

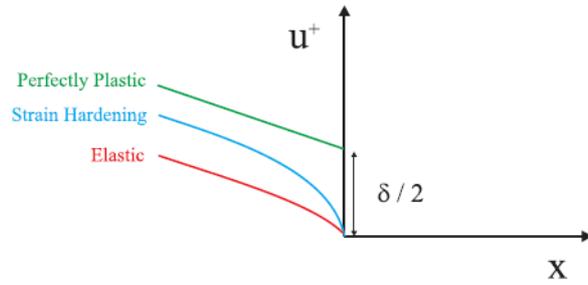
Wells observou que a frente da trinca se deforma antes da fratura e que se produz um “arredondamento” da sua extremidade, tanto maior quanto maior for a tenacidade do material ensaiado.



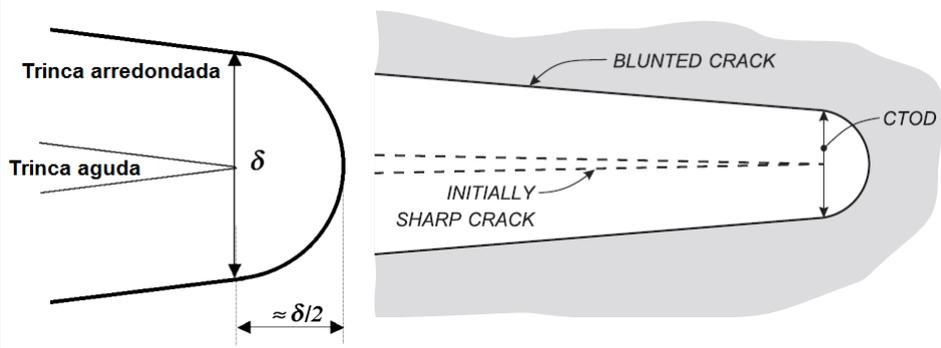
$$CTOD = \delta = 2u_y$$

6

ABERTURA DA FRENTE DA TRINCA - CTOD



ABERTURA DA FRENTE DA TRINCA - CTOD



ABERTURA DA FRENTE DA TRINCA - CTOD

Matematicamente: $CTOD = f(K_I)$

$$u_y = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[k + 1 - 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right]$$

$$k = 3 - 4\nu \quad EPD$$

$$k = \frac{3 - \nu}{1 + \nu} \quad EPT$$

para: $r = r_y$; $\theta = \pi$

$$u_y = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r_y}{2\pi}} (k + 1)$$

9

ABERTURA DA FRENTE DA TRINCA - CTOD

segundo Irwin:

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_{esc}} \right)^2 \quad EPT$$

$$u_y = \frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r_y}{2\pi}} (k + 1) \quad \Rightarrow \quad u_y = \frac{k + 1}{2\mu} \frac{K_I^2}{2\pi \cdot \sigma_{esc}} \cdot \frac{4}{E}$$

$$CTOD = \delta = 2u_y = 2 \frac{4}{E} \frac{K_I^2}{2\pi \cdot \sigma_{esc}} \quad \Rightarrow \quad \delta = \frac{4}{\pi} \frac{K_I^2}{E \sigma_{esc}}$$

10

ABERTURA DA FRENTE DA TRINCA - CTOD

como, ainda:

$$G = \frac{K_I^2}{E}$$

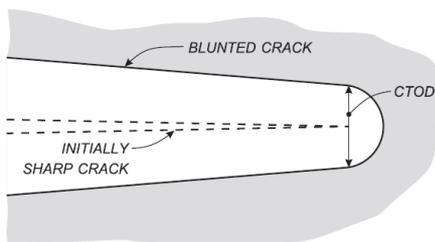
$$\delta = \frac{4}{\pi} \frac{K_I^2}{E \sigma_{esc}}$$



$$\delta = \frac{4}{\pi} \frac{G}{\sigma_{esc}}$$

ABERTURA DA FRENTE DA TRINCA - CTOD

Segundo a formulação de Dugdale:



$$\delta \cong \frac{K_I^2}{\sigma_{esc} E}$$

ou, ainda:

$$\delta = \frac{K_I^2}{\sigma_{esc} E} = \frac{G}{\sigma_{esc}} (EPT)$$

$$\delta = \frac{K_I^2 (1 - \nu^2)}{2 \sigma_{esc} E} = \frac{G (1 - \nu^2)}{2 \sigma_{esc}} (EPD)$$

EXEMPLO 01

Determinar, no contexto de comparação, o valor de CTOD para o caso de materiais frágeis em EPT. Como referência, um material tenaz, também em EPT, apresenta valores de 1 à 3 mm para CTOD. Supor um material com módulo de elasticidade de 200 GPa, tensão de escoamento de 1000 MPa e tenacidade à fratura de $14 \text{ MPa(m)}^{0,5}$.

13

CTOD EXPERIMENTAL

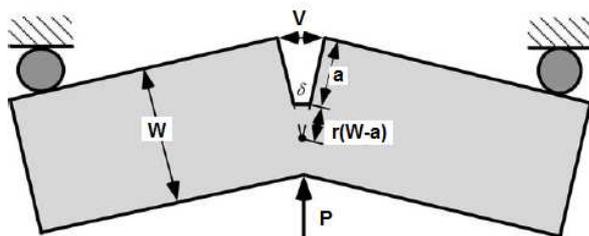
Segundo norma ASTM E-1290, o CTOD experimental é avaliado a partir das parcelas elástica e plástica do corpo de prova. A parcela elástica é obtida da relação apresentada anteriormente, ou seja:

$$\delta_{elast} = \frac{K_I^2}{\sigma_{esc} E}$$

14

CTOD EXPERIMENTAL

A parcela plástica é obtida a partir da utilização de corpos de prova de flexão apoiados em 3 pontos, a partir dos quais se considera que os mesmos rotacionam em torno de uma rótula plástica.



$$\frac{\delta}{r(W-a)} = \frac{V}{r(W-a) + a}$$

15

CTOD EXPERIMENTAL

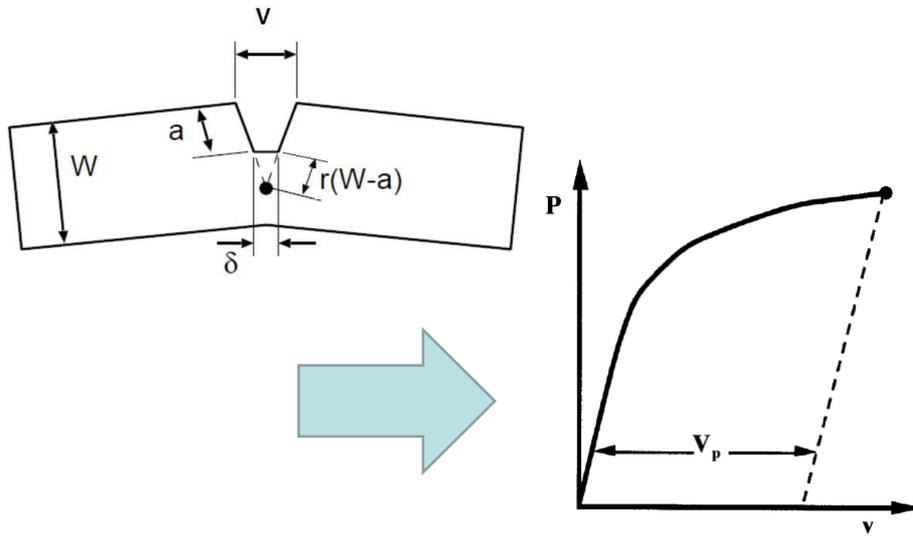
$$\frac{\delta}{r(W-a)} = \frac{V}{r(W-a) + a} \quad \Rightarrow \quad \delta_{plast} = \frac{r(W-a)V}{r(W-a) + a}$$

$$\delta = \delta_{elast} + \delta_{plast} = \frac{K_I^2}{\sigma_{esc} E} + \frac{r_p (W-a)V_p}{r_p (W-a) + a}$$

- com $r_p \cong 0,44$ para corpos de prova padrão (ASTM E1290)

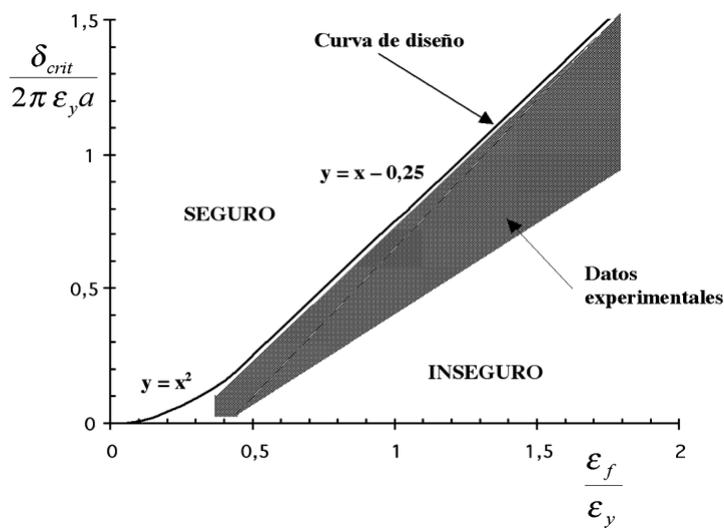
16

CTOD EXPERIMENTAL



17

CTOD – CRITÉRIO DE PROJETO



18

CTOD EXPERIMENTAL

$$\Phi = \frac{\delta_{crit}}{2\pi\epsilon_y a} = \left(\frac{\epsilon_f}{\epsilon_y}\right)^2 \quad \Rightarrow \frac{\epsilon_f}{\epsilon_y} \leq 0,5$$

$$\Phi = \frac{\delta_{crit}}{2\pi\epsilon_y a} = \frac{\epsilon_f}{\epsilon_y} - 0,25 \quad \Rightarrow \frac{\epsilon_f}{\epsilon_y} > 0,5$$

$\Phi =$ CTOD adimensional

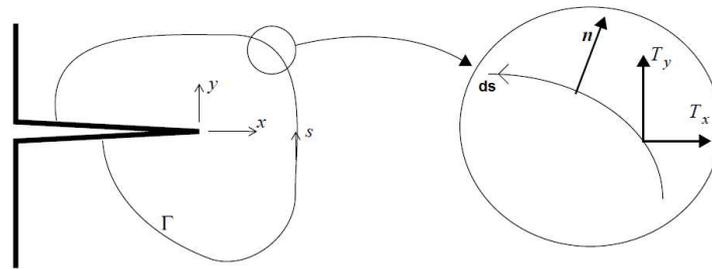
INTEGRAL J

Integral invariante (independente do caminho) e de contorno, introduzida por J. Rice, em 1968, visando caracterizar o estado de tensão e deformação em corpos com trincas.

Sua aplicação na MFEP representa a liberação energética que acompanha a propagação da trinca de uma fração “*da*”, ainda que a plastificação na frente da mesma seja apreciável.

INTEGRAL J

Conceitualmente, deve envolver um contorno simples (Γ), sem auto-cruzamento, em torno da ponta da trinca, com início e término nas superfícies opostas da mesma.



21

INTEGRAL J

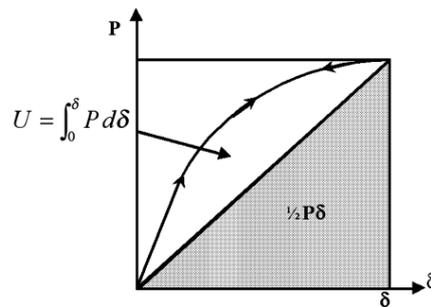
Rice propôs que a integral J pudesse substituir a taxa de liberação de energia de *Griffith* (G).

$$J = - \left(\frac{\partial U}{\partial a} \right)$$

22

INTEGRAL J

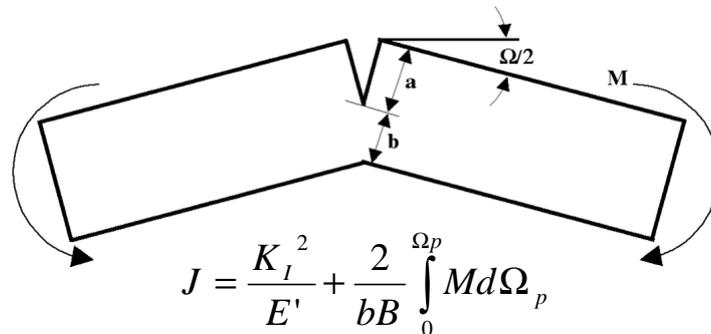
Grande parte da energia de deformação absorvida por um material elasto-plástico não é recuperável (trabalho plástico irreversível), de tal modo que em geral: $J \gg G$.



23

MEDIDA EXPERIMENTAL DA INTEGRAL J

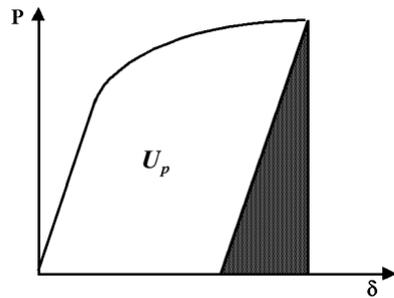
Rice propôs (1973), ainda, uma solução alternativa para a determinação experimental da integral J. Tal solução considera um corpo de prova de flexão, similar à seguinte proposição:



24

MEDIDA EXPERIMENTAL DA INTEGRAL J

Atualmente (para diversas configurações distintas de corpos de prova):



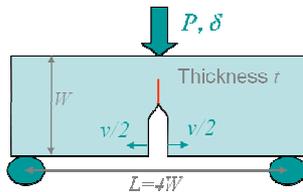
$$J = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{\eta_p U_p}{bB}$$

MEDIDA EXPERIMENTAL DA INTEGRAL J

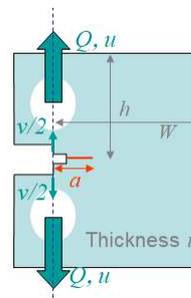
$$J = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{\eta_p U_p}{bB}$$

$$\eta_p = 2 \quad (SEB)$$

$$\eta_p = 2 + 0,522 \frac{b}{W} \quad (CT)$$



SEB



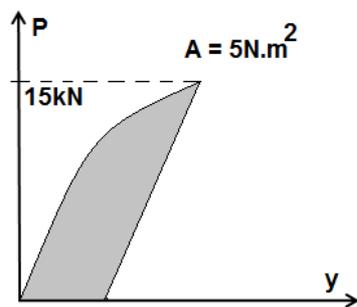
CT

EXEMPLO 02

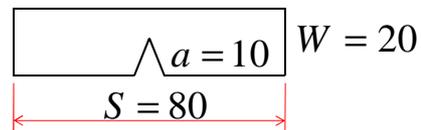
Um corpo de prova padrão (espessura de 10 mm) quando ensaiado fornece o gráfico força x deformação figurado. Determinar o valor da integral J correspondente. Supor um material com módulo de elasticidade de 205 GPa e coeficiente de *Poisson* de 0,25. Considerar EPD e um fator de forma de 1,694.

27

EXEMPLO 02 - continuação



$$K = \frac{PS}{BW^{1,5}} f(a/W)$$



28

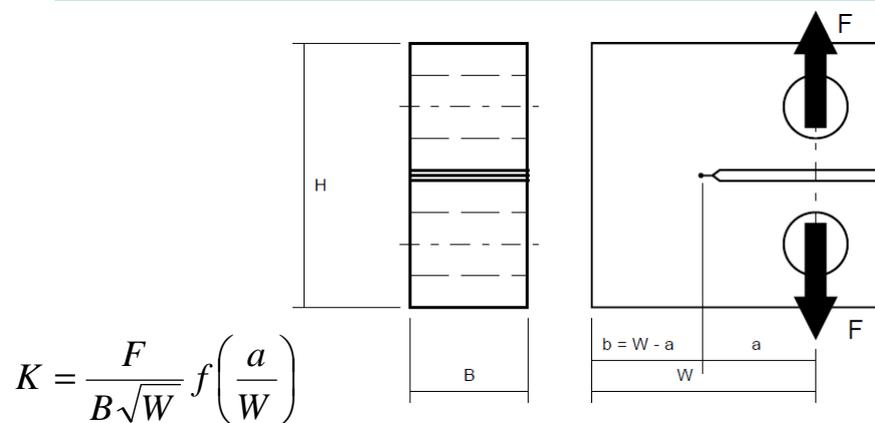
EXEMPLO 03

Verificar se o ensaio com o corpo de prova figurado é válido, supondo uma tensão de escoamento de 750 MPa e que a carga máxima atingida no ensaio foi de 38,3 kN. Supor $f(a/W) = 10,4$.

29

EXEMPLO 03 - continuação

As dimensões do corpo de prova são: $a = 26,3$ mm, $W = 50$ mm e $B = 25$ mm.



$$K = \frac{F}{B\sqrt{W}} f\left(\frac{a}{W}\right)$$

30

SINGULARIDADES HRR

A integral J, além de parâmetro energético, é também um parâmetro tensional e deformacional, permitindo caracterizar as condições da frente da trinca de um material elástico não-linear.

Hutchinson, Rice e Rosengren (HRR), de forma independente, avaliaram as condições de tensão e deformação plana nessas circunstâncias.

31

SINGULARIDADES HRR

$$\sigma(r) = \frac{k_1}{r^{\frac{1}{n+1}}} \quad \varepsilon(r) = \frac{k_2}{r^{\frac{n}{n+1}}}$$

k_1 e k_2 são constantes de proporcionalidade. Tais equações ilustram as singularidades denominadas HRR.

32

SINGULARIDADES HRR

Os metais tem valores de n entre 3 e 13. Para $n = 1$ tem-se a condição de comportamento elástico (coerente com a MFEL):

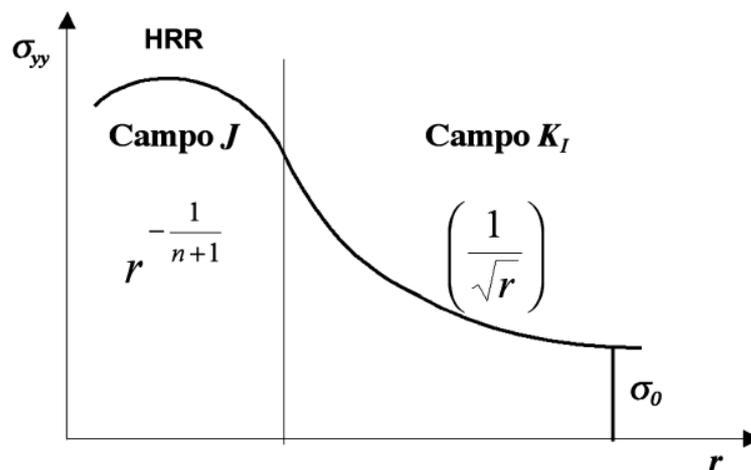
$$\sigma(r) = \frac{k_1}{\sqrt{r}} \quad \varepsilon(r) = \frac{k_2}{\sqrt{r}}$$

- para região elástica: $\sigma = f\left(\frac{1}{\sqrt{r}}\right)$

- para região plástica: $\sigma = f\left(\frac{1}{r^{n+1}}\right) = f\left(r^{-\left(\frac{1}{n+1}\right)}\right)$

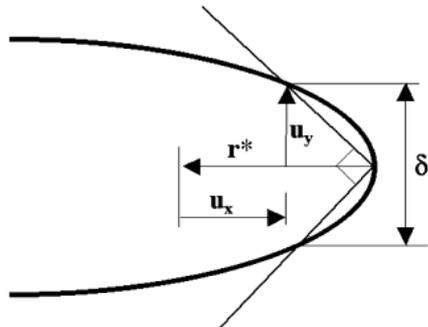
33

SINGULARIDADES HRR



34

CTOD x INTEGRAL J



$$\delta = \frac{d_n J}{\sigma_o}$$

n	Tensión plana d_n	Deformación plana d_n
∞	1	0,8
10	0,8	0,6
5	0,5	0,4
3	0,4	0,3
2	0,2	0,15

35

BIBLIOGRAFIA DE REFERÊNCIA

Arana, J. L. e **González**, J.J., *Mecánica de Fractura*, Servicio Editorial de la Universidad del País Vasco.

Anderson, T.L., *Fracture Mechanics – Fundamentals and Applications*, 3a Ed., Taylor & Francis, USA (2005).

Perez, N., *Fracture Mechanics*, Kluwer Academic Publishers, Boston (2004).

Rosa, E., *Análise de Resistência Mecânica*, UFSC, Departamento de Engenharia Mecânica, Grupo de Análise e Projeto Mecânica, Santa Catarina (2002).

36