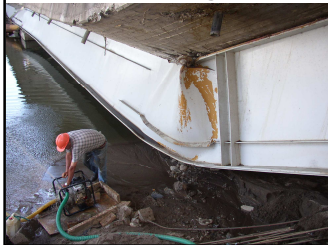


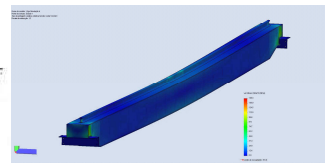
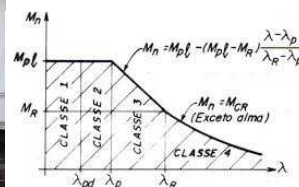
3. ANÁLISE PLÁSTICA

Prof. Dr. Julio Almeida

Universidade Federal do Paraná
Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica



PGMEC



1

OBJETIVOS

O objetivo do presente estudo é analisar com maiores detalhes o comportamento de peças nas suas condições críticas ou de colapso, no contexto de avaliar o que ocorre com o material quando este penetra na região elasto-plástica.

2

TEORIA DA PLASTICIDADE

Existe uma função de escoamento $f(\sigma_{ij})$ tal que:

a) material em regime elástico:

$$f(\sigma_{ij}) < 0 \quad \text{ou} \quad f(\sigma_{ij}) = 0 \quad \text{e} \quad \dot{f}(\sigma_{ij}) < 0$$

$$\sigma_{ij} = ? \quad \longrightarrow \quad \sigma_{ij} = \begin{vmatrix} \sigma_x & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} \quad \longrightarrow \quad f(\sigma_{ij}) = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$$

3

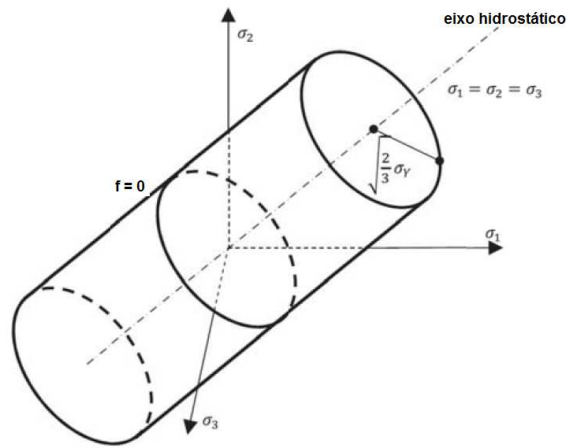
TEORIA DA PLASTICIDADE

b) Material em regime plástico:

$$f(\sigma_{ij}) = 0 \quad \text{e} \quad \dot{f}(\sigma_{ij}) \geq 0$$

4

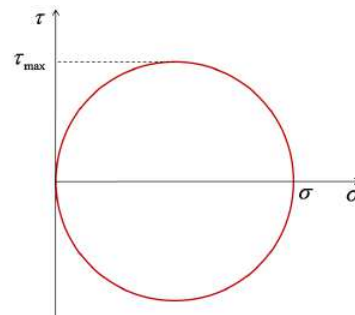
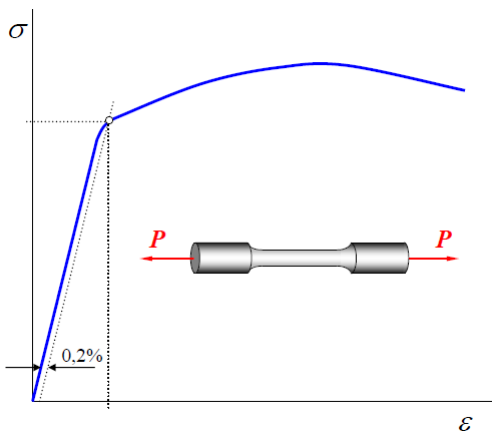
SUPERFÍCIE DE ESCOAMENTO



Superfície de escoamento: $f(\sigma_{ij}) = 0$

5

CRITÉRIO DE ESCOAMENTO DE TRESCA



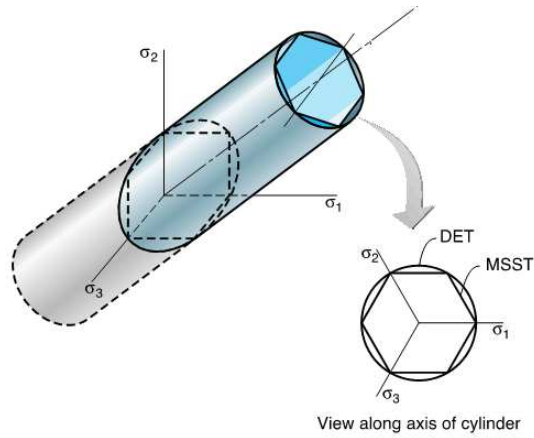
$$\tau_{\max} = \frac{\sigma}{2} = K$$

$$\text{Max} \left(\frac{1}{2} |\sigma_1 - \sigma_2|, \frac{1}{2} |\sigma_2 - \sigma_3|, \frac{1}{2} |\sigma_3 - \sigma_1| \right) = K$$

6

CRITÉRIO DE ESCOAMENTO DE TRESCA

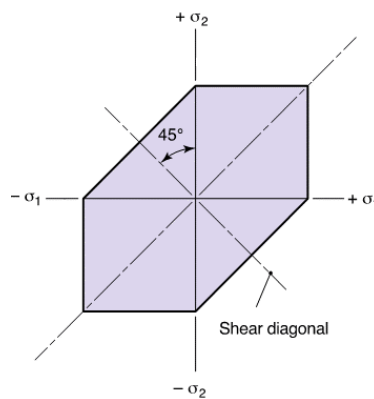
$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \text{Max} \left(\frac{1}{2} |\sigma_1 - \sigma_2|, \frac{1}{2} |\sigma_2 - \sigma_3|, \frac{1}{2} |\sigma_3 - \sigma_1| \right) - K = 0$$



7

CRITÉRIO DE ESCOAMENTO DE TRESCA – 2D

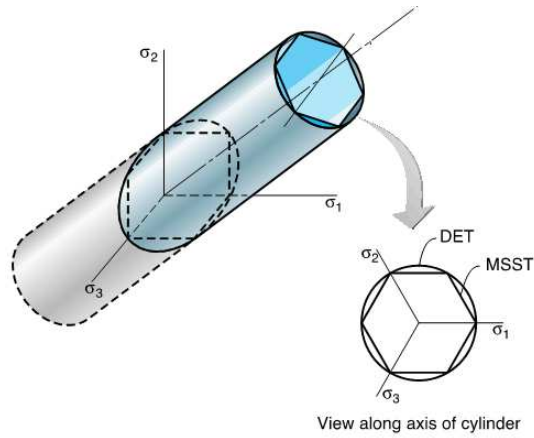
$$f(\sigma_1, \sigma_2) = \left(\frac{1}{2} |\sigma_{\max} - \sigma_{\min}| \right) - K = 0$$



8

CRITÉRIO DE ESCOAMENTO DE MISES

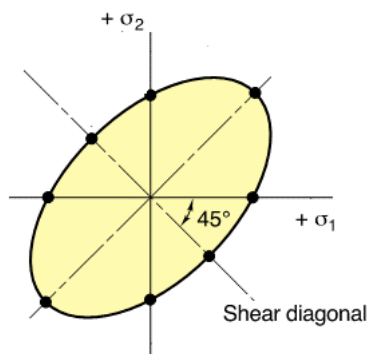
$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 - 2(\sigma_{esc})^2 = 0$$



9

CRITÉRIO DE ESCOAMENTO DE MISES – 2D

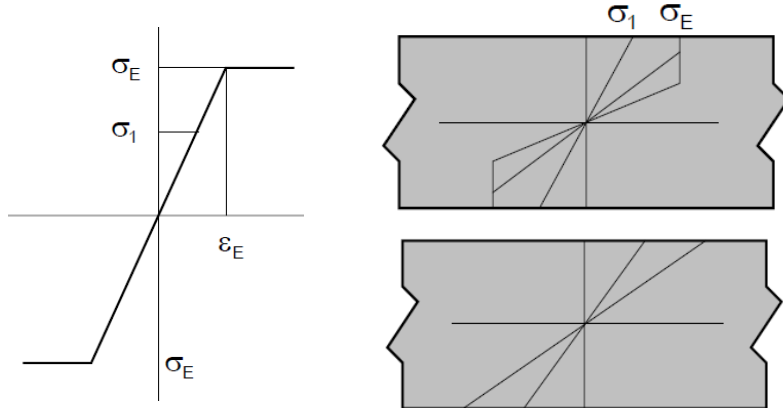
$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = (\sigma_1)^2 - \sigma_1\sigma_2 + (\sigma_2)^2 - (\sigma_{esc})^2 = 0$$



10

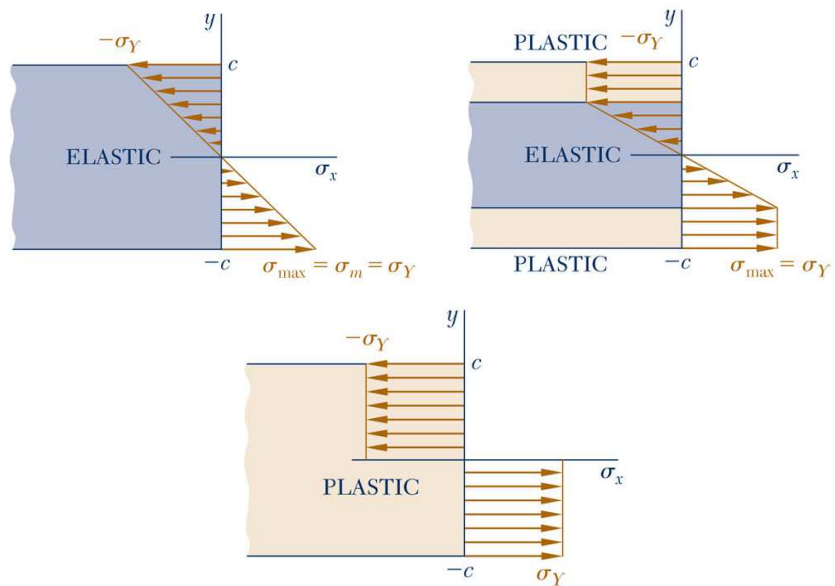
FLEXÃO PLÁSTICA

Hipóteses: viga retangular (b x h)
material elasto-plástico



11

FLEXÃO PLÁSTICA



12

FLEXÃO PLÁSTICA

Momento elástico máximo (M_E)

....

$$M_E = \frac{\sigma_{esc} b h^2}{6}$$

13

FLEXÃO PLÁSTICA

Momento plástico (M_P)

....

$$M_P = \frac{\sigma_{esc} b h^2}{4}$$

14

FLEXÃO PLÁSTICA

Fator de forma (k)

$$k = \frac{M_P}{M_E} = \frac{\frac{\sigma_{esc} bh^2}{4}}{\frac{\sigma_{esc} bh^2}{6}} = 1,5$$

15

FLEXÃO PLÁSTICA - CONCLUSÕES

- o momento necessário para plastificar toda a secção (retangular, no caso) é 50% maior do que o requerido para o início do escoamento;
- nessas circunstâncias, é necessário que o material possua ductibilidade suficiente para permitir a plastificação de toda a secção, pois do contrário é possível ocorrer o início da ruptura com uma carga inferior à carga de plastificação.

16

FLEXÃO PLÁSTICA - CONCLUSÕES

- basicamente, o fator de forma cresce quando aumenta a fração de material próximo à linha neutra, fazendo com que o momento plástico seja muito maior que o momento elástico;
- o fator de forma é válido apenas quando a secção transversal é constante e sem efeito de concentração de tensões ($K_t = 1$).

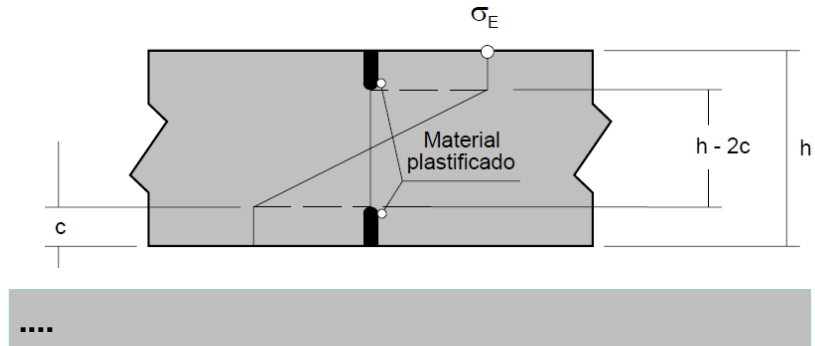
17

FATOR DE FORMA - EXEMPLOS

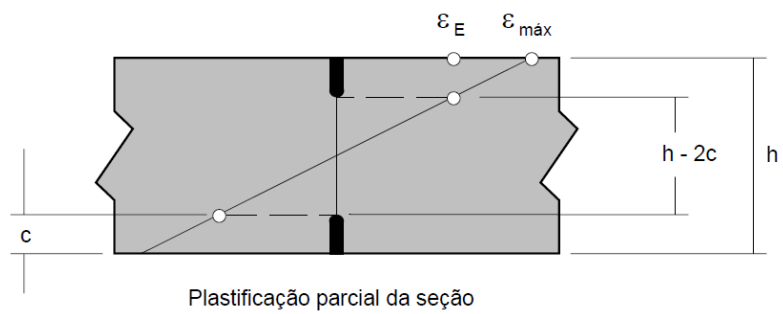
Secção	Fator de forma
RETANGULAR	1,5
CIRCULAR	1,7
LOSANGULAR	2,0
VIGA TIPO I	1,06 a 1,18

18

FLEXÃO COM PLASTIFICAÇÃO PARCIAL SECÇÃO



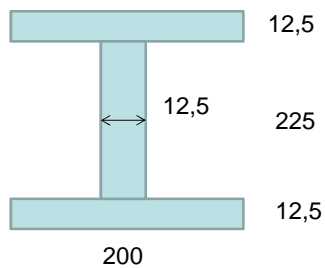
FLEXÃO COM PLASTIFICAÇÃO PARCIAL SECÇÃO



$$\frac{\epsilon_{\max}}{\epsilon_E} = \left\{ 1 - 2 \left(\frac{M}{M_E} - 1 \right) \right\}^{-0,5}$$

EXEMPLO 01

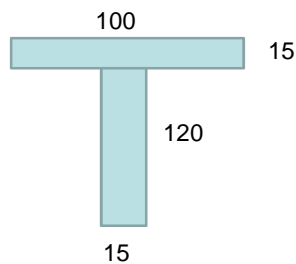
A viga ilustrada apresenta um momento de inércia $I = 82,44 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$. Para um material elasto-plástico perfeito com tensão de escoamento (em tração e compressão) de 250 MPa, determine o fator de forma da viga.



21

EXEMPLO 02

A viga ilustrada, feita com um material elasto-plástico perfeito apresenta uma tensão de escoamento (em tração e compressão) de 250 MPa. Determine o momento plástico ao qual a viga pode resistir.



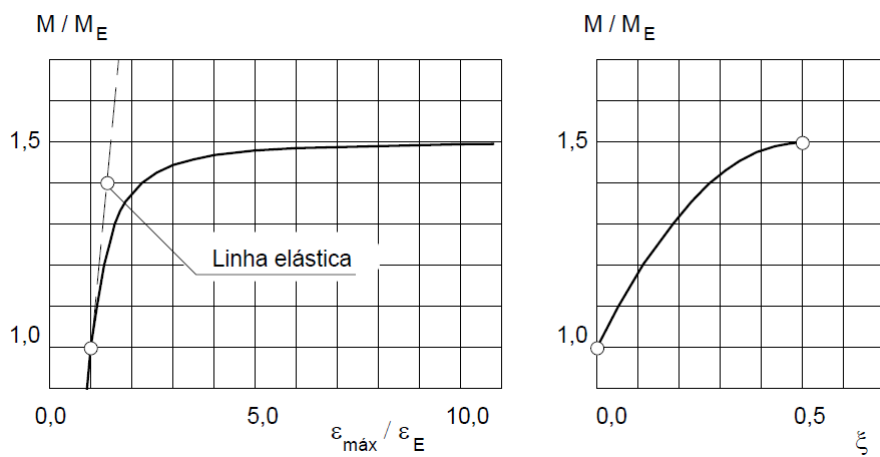
22

EXEMPLO 03

Para uma viga de secção retangular avaliar a evolução da profundidade plastificada e da deformação máxima.

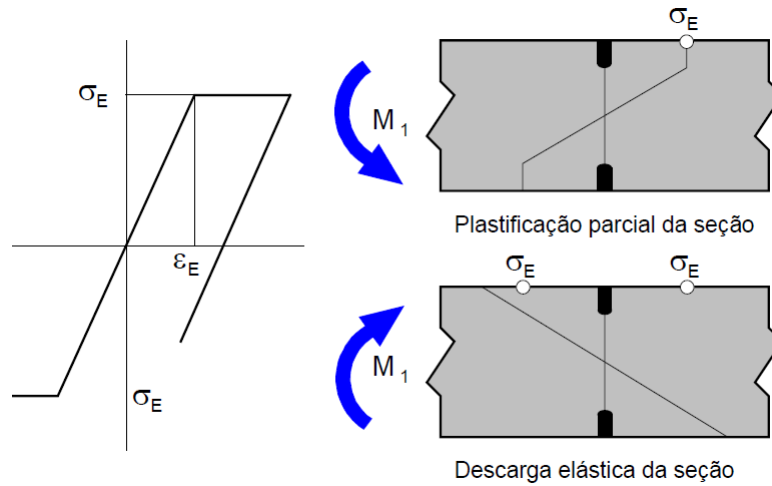
23

EXEMPLO 03 - continuação



24

FLEXÃO PLÁSTICA – TENSÕES RESIDUAIS



25

FLEXÃO PLÁSTICA – TENSÕES RESIDUAIS

- quando a carga de flexão é removida, o material se comporta linearmente (elástico durante a descarga), permanecendo porém uma curvatura residual na peça;
- tal curvatura caracteriza um estado de tensões residuais;

26

FLEXÃO PLÁSTICA – TENSÕES RESIDUAIS

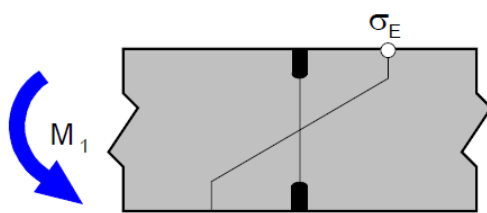
- generalizando, a descarga pode ser considerada como um carregamento simétrico ao aplicado, assumindo porém um comportamento elástico.

Matematicamente:

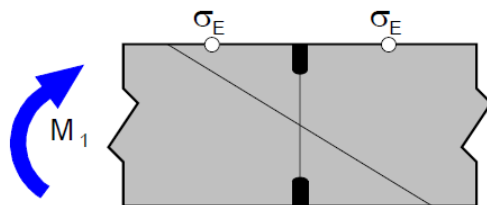
$$M_E < M_1 < M_P$$

27

FLEXÃO PLÁSTICA – TENSÕES RESIDUAIS



Plastificação parcial da seção



Descarga elástica da seção

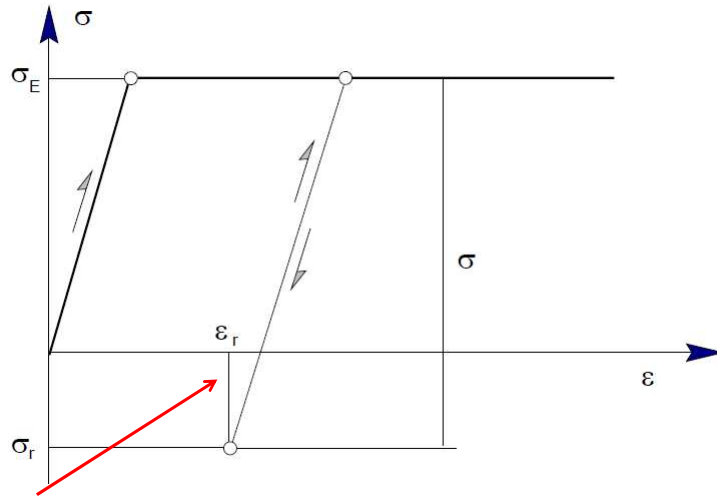
$$\sigma_r = \sigma_{esc} - \sigma$$

$$\sigma_r = \sigma_{esc} - \frac{M_1}{W_f}$$

$$|\sigma_r| < (k-1)\sigma_{esc}$$

28

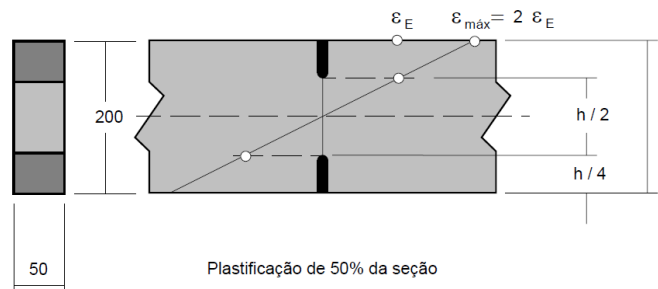
FLEXÃO PLÁSTICA – DEFORMAÇÕES RESIDUAIS



29

EXEMPLO 04

Determinar a tensão e deformação residual na fibra mais externa de uma viga de secção retangular submetida a um momento fletor responsável pela plastificação de 50% da altura da secção.



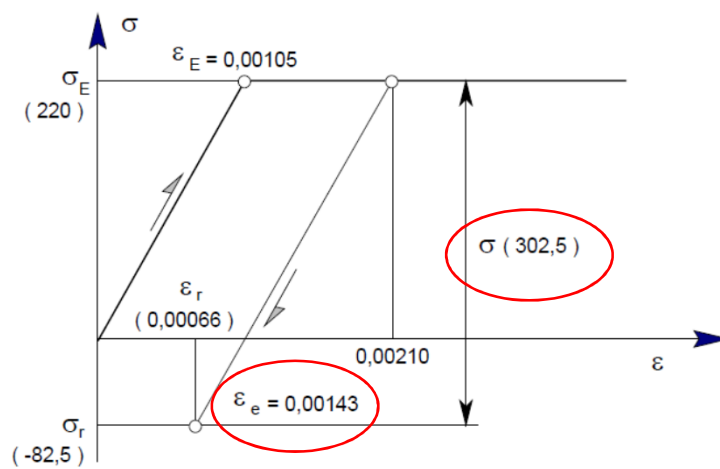
Plastificação de 50% da secção

30

EXEMPLO 04 - continuação

Determinar, também, os valores dos momentos elástico e plástico. Material: aço com tensão escoamento = 220 MPa; $E = 210$ GPa

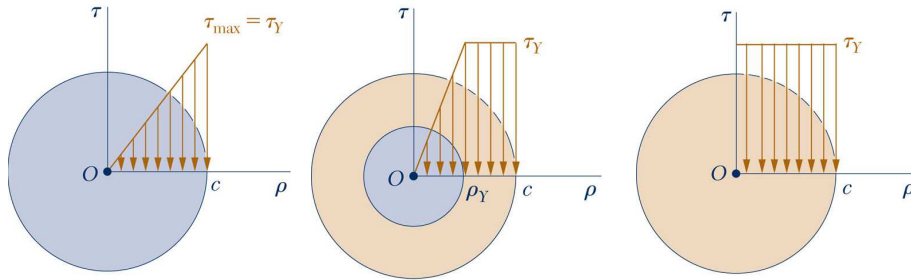
31

EXEMPLO 04 - continuação

32

TORÇÃO PLÁSTICA

Hipóteses: **secção circular**
 material elasto-plástico



33

TORÇÃO PLÁSTICA

Torque elástico máximo (T_E)

....

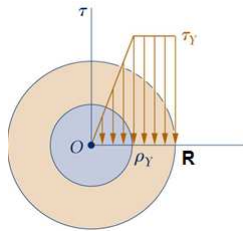
$$T_E = \frac{\pi R^3 \tau_{esc}}{2}$$

34

TORÇÃO PLÁSTICA

Torque parcialmente plástico (T_{PP})

....



$$T_{PP} = \frac{\pi \tau_{esc}}{6} (4R^3 - \rho^3)$$

35

FLEXÃO PLÁSTICA

Torque plástico (T_P)

....

$$T_P = \frac{2\pi R^3 \tau_{esc}}{3}$$

36

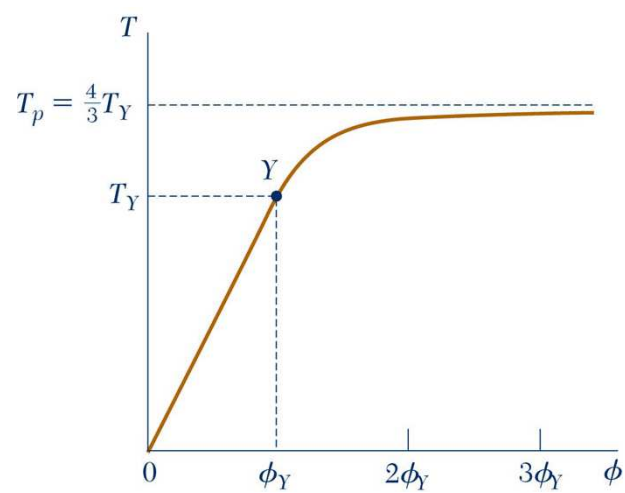
FLEXÃO PLÁSTICA

Fator de forma (k)

$$k = \frac{T_P}{T_E} = \frac{\frac{\pi R^3 \tau_{esc}}{2}}{\frac{2\pi R^3 \tau_{esc}}{3}} = \frac{4}{3}$$

37

VARIAÇÃO DO ÂNGULO DE TORÇÃO



38

EXEMPLO 05

Um eixo circular maciço é confeccionado a partir de uma material elasto-plástico. Denotando por T_E e ϕ_E o torque e o ângulo de torção elástico, determine o ângulo de torção caso o torque seja acrescido para: a) $1,1 T_E$ e b) $1,25 T_E$

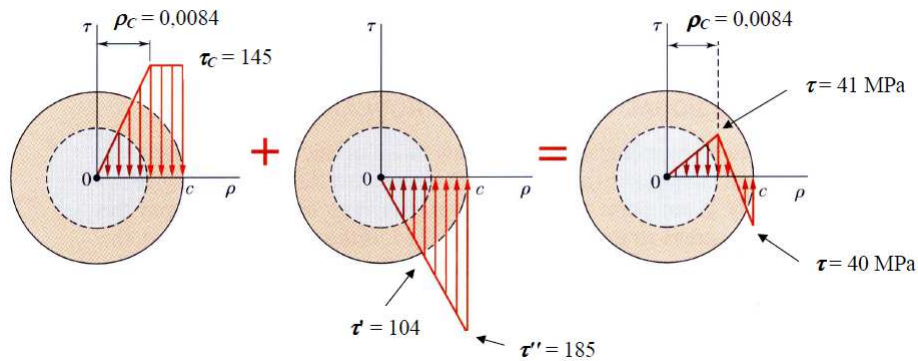
39

EXEMPLO 06

Determinar a distribuição de tensões residuais e o ângulo de torção para uma barra cilíndrica engastada com 1,2 m de comprimento e 0,03 m de diâmetro suportar um torque de 980 Nm na sua extremidade livre. Supor: $G = 77 \text{ GPa}$ e $\tau_E = 145 \text{ MPa}$

40

EXEMPLO 06 - continuação



41

BIBLIOGRAFIA DE REFERÊNCIA

- Almeida, J.C. *Projeto Mecânico – Enfoque baseado na Mecânica da Fratura e Fadiga - 1ª Ed.*, Elsevier (2018).
- Beer, F.P., Johnston, E.R., Mazurek, D.F., *Mechanics of Materials 7ª Ed.*, McGrawHill (2010).
- Hibbeler, R. C., *Resistência dos Materiais 7ª Ed.*, Pearson (2010).
- Rosa, E., *Análise de Resistência Mecânica*, UFSC, Departamento de Engenharia Mecânica, Grupo de Análise e Projeto Mecânica, Santa Catarina (2002).

42