UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA

EMEC-7033 / MNUM-7046 Mecânica dos Fluidos (2018/1)
Prof. Luciano Kiyoshi Araki

LISTA DE EXERCÍCIOS 01

Entrega: 17/04/2018 (terça-feira)

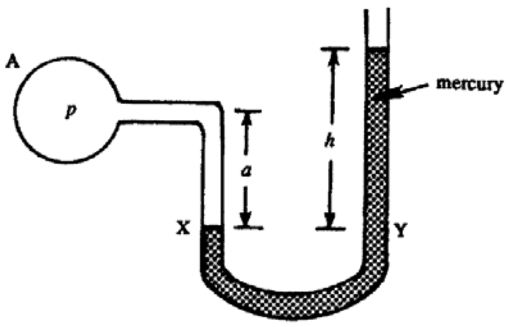
1. Considere que o ar possa ser aproximado como um gás perfeito e, como tal, respeite a relação $p = \rho RT$, sendo p a pressão estática, ρ a massa específica, R a constante do gás e T a temperatura. Sob condições padrão, a constante do gás referente ao ar pode ser estimada como 287 J/kg·K (SI) ou 1716 ft·lb/slug·ºR.
(a) Se durante o pouso de um Ônibus Espacial, a pressão e a temperatura no nariz do equipamento forem de 1,2 atm e 300 K, qual a massa específica do ar?
(b) Se em um túnel de vento supersônico, em um dado ponto da seção de testes tem-se uma pressão de 1058 lb/ft^2 e uma massa específica de 1,23x10^{-3} slug/ft^3, determine qual a temperatura do ar nesse ponto. Fornecer a resposta em unidades britânicas.

2. Verifique que $\varepsilon_{ijm}\varepsilon_{klm} = \delta_{ik}\delta_{jl} - \delta_{il}\delta_{jk}$. Contraindo o resultado anterior, mostre que:

(a) $\varepsilon_{ilm}\varepsilon_{jlm} = 2\delta_{ij}$

(b) $\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{ijk} = 6$

3. Se $T_{ij} = -T_{ji}$, mostre que $T_{ij}a_i a_j = 0$. E se $S_{ij} = S_{ji}$, mostre que $T_{kl}S_{kl} = 0$.



4. A Figura ao lado mostra um manômetro, no qual o tubo em forma de U contém mercúrio de densidade ρ_m. Manômetros são empregados medição de pressão; se o fluido no tanque A possui pressão p e massa específica ρ, mostre que a pressão manométrica no tanque é

$$p - p_{atm} = \rho_m g h - \rho g a$$

Note que o último membro do lado direito da expressão é desprezível se $\rho << \rho_m$.

4. Considere o escoamento viscoso em um canal de largura $2b$. O canal é alinhado com a direção x e a velocidade a uma distância y da linha de centro é dada pela distribuição parabólica

$$u(y) = U_0\left[1 - \frac{y^2}{b^2}\right]$$

Em termos da viscosidade μ, calcule a tensão de cisalhamento a uma distância $y = b/2$.

5. Utilizando notação indicial, mostre que $\mathbf{a}\times(\mathbf{b}\times\mathbf{c}) = (\mathbf{a}\cdot\mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{a}\cdot\mathbf{b})\mathbf{c}$. Dica: Chame $\mathbf{d} \equiv \mathbf{b}\times\mathbf{c}$. Então, tem-se $(\mathbf{a}\times\mathbf{d})_m = \varepsilon_{pqm} a_p d_q = \varepsilon_{pqm} a_p \varepsilon_{ijq} b_i c_j$. Usando a Eq. (2.19), mostre que $(\mathbf{a}\times\mathbf{d})_m = (\mathbf{a}\cdot\mathbf{c}) b_m - (\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}) c_m$

6. Prove que $div(rot\,\mathbf{u}) = 0$ para qualquer vetor **u** pertencente a um sistema de coordenadas. Dica: utilize os teoremas de integrais para vetores.

7. Se o campo de velocidades é dado por $u = a\,y$, calcule a circulação para um círculo de raio unitário (r = 1) ao redor da origem. Verifique seu resultado com o obtido através do Teorema de Stokes.

8. O campo de velocidades de um certo escoamento é dado por:

$$u = 2xy^2 + 2xz^2, \quad v = x^2 y, \quad w = x^2 z$$

Considere a região de fluido dentro de um volume esférico $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$. Verifique a validade do teorema de Gauss

$$\int \nabla\cdot\mathbf{u}\, dV = \int \mathbf{u}\cdot d\mathbf{A}$$

por integração sobre a esfera.