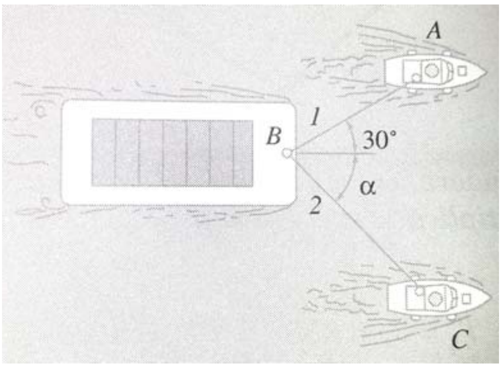
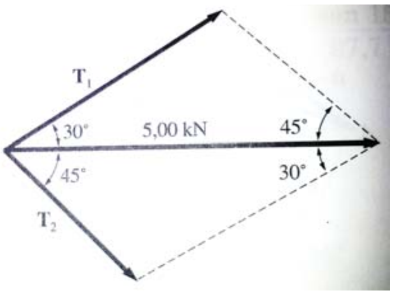
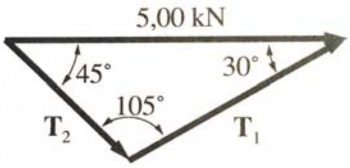
- Problema 2.2:
  - Dois rebocadores Resultando em 5 kN
    - Tração em cada corda coma a corda 2 em ângulo de 45°
    - Qual o ângulo e as intensidades para tração mínima na corda 2



Solução Trigonométrica para α=45°:





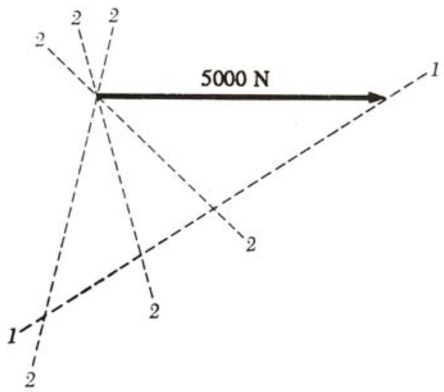
Usando a regra dos senos pelo cateto oposto

$$\frac{T_1}{\sin(45deg)} = \frac{T2}{\sin(30deg)} = \frac{5kN}{\sin(105deg)}$$

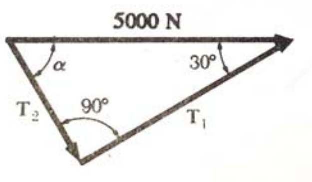
$$T_1 := \frac{5\cdot kN\cdot \sin(45\cdot deg)}{\sin(105\cdot deg)} = 3.66\,kN$$

$$T_2 := \frac{5\cdot kN\cdot \sin(30\cdot deg)}{\sin(105\cdot deg)} = 2.588\,kN$$

Otimização de α para mínima componente de força T2



Traçamos a força de 5kN e a direção da componente de F1, e percebemos que dentro das possiblidades de direção de F2 a menor é quando F2 é perpendicular com F1, então:



Pelo somatório de ângulos internos do triângulo ser igual a 180°

$$\alpha + 30deg + 90deg = 180deg$$

$$\alpha := 60deg$$

Neste caso então: $$\frac{T_1}{\sin(\alpha)} = \frac{T2}{\sin(30deg)} = \frac{5kN}{\sin(90deg)}$$

$$T_1 := \frac{5\cdot kN\cdot \sin(\alpha)}{\sin(90\cdot deg)} = 4.33\,kN$$

$$T_2 := \frac{5\cdot kN\cdot \sin(30\cdot deg)}{\sin(90\cdot deg)} = 2.5\,kN$$

Solução Algebrica, equacionamento escalar

Solução para $\alpha := -45\cdot deg$

Equaciona-se com as componentes cartezianas de cada força em função de seno e cosseno e monta-se o seguinte sistema de duas equações e duas incógnitas

$$Tc_1\cdot\cos(30deg) + Tc_2\cdot\cos(\alpha) = 5\cdot kN \qquad 1$$

$$Tc_1\cdot\sin(30deg) + Tc_2\cdot\sin(\alpha) = 0\cdot kN \qquad 2$$

$$Tc_1 = -\frac{Tc_2\cdot\sin(\alpha)}{\sin(30\cdot deg)}$$ Isola -se Tc1 de 2 3

$$-\frac{Tc_2\cdot\sin(\alpha - 30\cdot deg)}{\sin(30\cdot deg)} = 5\cdot kN$$ Substitui 3 em 1

$$Tc_2 := -\frac{5\cdot kN\cdot\sin(30\cdot deg)}{\sin(\alpha - 30\cdot deg)}$$ Resolve Tc2 $Tc_2 = 2.588\cdot kN$

$$Tc_1 := -\frac{Tc_2\cdot\sin(\alpha)}{\sin(30\cdot deg)}$$ Resolve Tc1 $Tc_1 = 3.66\cdot kN$

Minimização de Tc.2 em função de α

$$Tc_2(\alpha) := -\frac{5\cdot kN\cdot\sin(30\cdot deg)}{(\sin(\alpha - 30\cdot deg))}$$

$$\frac{d}{d\alpha}Tc_2 = \frac{5\cdot kN\cdot\cos(\alpha - 30\cdot deg)\cdot\sin(30\cdot deg)}{\sin(\alpha - 30\cdot deg)^2} = 0\cdot kN$$

Resolvendo para α:

$$\alpha := \frac{\pi}{2} + 30\cdot deg + \pi$$ $Tc_2(\alpha) = 2.588\cdot kN$

$$Tc_1(\alpha) := -\frac{Tc_2(\alpha)\cdot\sin(\alpha)}{\sin(30\cdot deg)}$$ $Tc_1(\alpha) = 4.33\cdot kN$

Solução Algebrica, equacionamento vetorial

Para α=45°

$$Tc_1\cdot\begin{pmatrix}\cos(30deg)\\ \sin(30\cdot deg)\end{pmatrix} + Tc_2\cdot\begin{pmatrix}\cos(-45deg)\\ \sin(-45deg)\end{pmatrix} = 5\cdot kN\cdot\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}\cos(30deg) & \cos(-45deg)\\ \sin(30\cdot deg) & \sin(-45deg)\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}Tc_1\\ Tc_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}5\\ 0\end{pmatrix}\cdot kN$$

$$Tc = \begin{pmatrix}Tt_1\\ Tt_2\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}\cos(30deg) & \cos(-45deg)\\ \sin(30\cdot deg) & \sin(-45deg)\end{pmatrix}\cdot Tc = \begin{pmatrix}5\\ 0\end{pmatrix}\cdot kN$$

$$Tc := \begin{pmatrix}\cos(30deg) & \cos(-45deg)\\ \sin(30\cdot deg) & \sin(-45deg)\end{pmatrix}^{-1}\cdot\left[\begin{pmatrix}5\\ 0\end{pmatrix}\cdot kN\right] = \begin{pmatrix}3.66\\ 2.588\end{pmatrix}kN$$

Minimização de Tc.2 em função de α

$$Tc = \begin{pmatrix} \cos(30deg) & \cos(\alpha) \\ \sin(30\cdot deg) & \sin(\alpha) \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot kN$$

$$Tc = \begin{pmatrix} \dfrac{5\cdot kN\cdot \sin(\alpha)}{\cos(30\cdot deg)\cdot \sin(\alpha) - \sin(30\cdot deg)\cdot \cos(\alpha)} \\ -\dfrac{5\cdot kN\cdot \sin(30\cdot deg)}{\cos(30\cdot deg)\cdot \sin(\alpha) - \sin(30\cdot deg)\cdot \cos(\alpha)} \end{pmatrix}$$

$$Tc_1(\alpha) := \frac{5\cdot kN\cdot \sin(\alpha)}{\cos(30\cdot deg)\cdot \sin(\alpha) - \sin(30\cdot deg)\cdot \cos(\alpha)}$$

$$Tc_2(\alpha) := -\frac{5\cdot kN\cdot \sin(30\cdot deg)}{\cos(30\cdot deg)\cdot \sin(\alpha) - \sin(30\cdot deg)\cdot \cos(\alpha)}$$

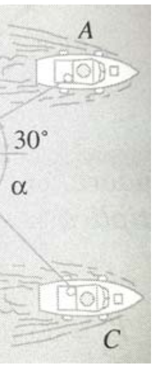
$$\frac{d}{d\alpha}Tc_2 = \frac{5\cdot kN\cdot \sin(30\cdot deg)\cdot (\cos(30\cdot deg)\cdot \cos(\alpha) + \sin(30\cdot deg)\cdot \sin(\alpha))}{(\cos(30\cdot deg)\cdot \sin(\alpha) - \sin(30\cdot deg)\cdot \cos(\alpha))^2}$$

$$\frac{5\cdot kN\cdot \sin(30\cdot deg)\cdot (\cos(30\cdot deg)\cdot \cos(\alpha) + \sin(30\cdot deg)\cdot \sin(\alpha))}{(\cos(30\cdot deg)\cdot \sin(\alpha) - \sin(30\cdot deg)\cdot \cos(\alpha))^2} = 0$$

$$\alpha := \frac{\pi}{2} + 30\cdot deg + \pi$$

$$Tc_1(\alpha) = 4.33\,kN$$

$$Tc_2(\alpha) = 2.5\,kN$$


A
30°
α
C