

Nome do Aluno:

$$M_{\text{aluno}} := 101 \cdot \text{kg}$$

$$\text{GRR} := (1 \ 9 \ 8 \ 5 \ 3 \ 9 \ 4 \ 7) \quad \text{Número de matrícula}$$

1. Calcule sua força Peso (1,0), todos os dados e resultados desta prova deverão ser registrados no Sistema Internacional de Unidades (SI):

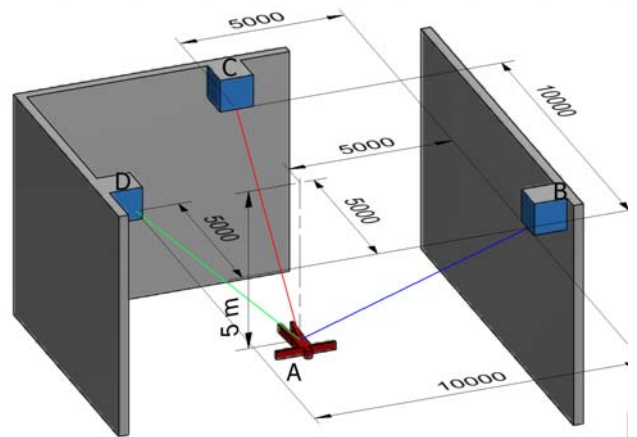
$$g := 9.78 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{Aceleração da gravidade}$$

$$P_{\text{aluno}} := M_{\text{aluno}} \cdot g \quad \text{Peso do Aluno} \quad P_{\text{aluno}} = 988 \text{ N}$$

2. Um robô por cabos é usado para fazer um artista voar pelo palco de um espetáculo.

Considere que você é o artista que está voando pendurado pelos cabos, assim o peso suportado é o seu peso.

- Na posição apresentada pela figura calcule a força nos cabos (1,5)
- Calcule o ângulo entre os cabos (1,5)



2.a Forças nos cabos

$$P_a := P_{\text{aluno}} = 988 \text{ N} \quad \text{Peso no robô de cabos}$$

$$\lambda_P := \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{Vetor diretor de } P_a \quad P_a := \lambda_P \cdot p_a = \begin{pmatrix} 0 \\ -988 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ N}$$

$$AB := \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -5 \end{pmatrix} \cdot \text{m} \quad \text{Cabo AB} \quad \lambda_{AB} := \frac{AB}{|AB|} = \begin{pmatrix} 0.577 \\ 0.577 \\ -0.577 \end{pmatrix} \quad \text{Vetor diretor do cabo AB}$$

$$\text{Comprimento do cabo AB: } |AB| = 8.66 \text{ m}$$

$$AC := \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \text{m} \quad \text{Cabo AC} \quad \lambda_{AC} := \frac{AC}{|AC|} = \begin{pmatrix} -0.707 \\ 0.707 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{Vetor diretor do cabo AC}$$

$$\text{Comprimento do cabo AC: } |AC| = 7.07 \text{ m}$$

$$AD := \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} \cdot \text{m} \quad \text{Cabo AD} \quad \lambda_{AD} := \frac{AD}{|AD|} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.707 \\ 0.707 \end{pmatrix} \quad \text{Vetor diretor do cabo AD}$$

$$\text{Comprimento do cabo AD: } |AD| = 7.07 \text{ m}$$

$$\lambda_{AB} \cdot f_{AB} + \lambda_{AC} \cdot f_{AC} + \lambda_{AD} \cdot f_{AD} + P_a = 0 \quad \text{Somatório das forças} = 0$$

$$MS^{(1)} := \lambda_{AB} \quad MS^{(2)} := \lambda_{AC} \quad MS^{(3)} := \lambda_{AD} \quad MS = \begin{pmatrix} 0.577 & -0.707 & 0 \\ 0.577 & 0.707 & 0.707 \\ -0.577 & 0 & 0.707 \end{pmatrix} \quad \text{Montagem do sistema matricial}$$

$$MS \cdot FS = -P_a \quad \text{Equação matricial para a solução}$$

$$FS := MS^{-1} \cdot (-P_a) = \begin{pmatrix} 570 \\ 466 \\ 466 \end{pmatrix} \text{ N} \quad \text{Vetor solução calculado pela inversão da matriz}$$

$$F_{AB} := FS_1 \cdot \lambda_{AB} = \begin{pmatrix} 329.3 \\ 329.3 \\ -329.3 \end{pmatrix} \text{ N} \quad \text{Vetor força no cabo AB}$$

$$F_{AC} := FS_2 \cdot \lambda_{AC} = \begin{pmatrix} -329.3 \\ 329.3 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ N} \quad \text{Vetor força no cabo AC}$$

$$F_{AD} := FS_3 \cdot \lambda_{AD} = \begin{pmatrix} 0 \\ 329.3 \\ 329.3 \end{pmatrix} \text{ N} \quad \text{Vetor força no cabo AD}$$

Pelo método do sistema explícito e algébricamente manipulado

$$\lambda_{AB_1} \cdot f_{AB} + \lambda_{AC_1} \cdot f_{AC} = 0 \quad (1)$$

$$\lambda_{AB_2} \cdot f_{AB} + \lambda_{AC_2} \cdot f_{AC} + \lambda_{AD_2} \cdot f_{AD} = -P_{a_2} \quad (2)$$

$$\lambda_{AB_3} \cdot f_{AB} + \lambda_{AD_3} \cdot f_{AD} = 0 \quad (3)$$

$$f_{AB} = -\frac{f_{AC} \cdot \lambda_{AC_1}}{\lambda_{AB_1}} \quad \text{Isolamos } f_{AB} \text{ de 1} \quad (4)$$

$$-\frac{f_{AC} \cdot \lambda_{AC_1} \cdot \lambda_{AB_3} - f_{AD} \cdot \lambda_{AB_1} \cdot \lambda_{AD_3}}{\lambda_{AB_1}} = 0 \quad \text{Substituímos 4 em 3}$$

$$f_{AD} = \frac{f_{AC} \cdot \lambda_{AC_1} \cdot \lambda_{AB_3}}{\lambda_{AB_1} \cdot \lambda_{AD_3}} \quad \text{Isolamos } f_{AD} \quad (5)$$

$$\frac{f_{AC} \cdot \lambda_{AB_1} \cdot \lambda_{AC_2} \cdot \lambda_{AD_3} - f_{AC} \cdot \lambda_{AB_2} \cdot \lambda_{AC_1} \cdot \lambda_{AD_3} + f_{AC} \cdot \lambda_{AC_1} \cdot \lambda_{AB_3} \cdot \lambda_{AD_2}}{\lambda_{AB_1} \cdot \lambda_{AD_3}} = -P_{a_2} \quad \text{Substituímos 4 e 5 em 2} \quad (6)$$

$$f_{AC} := -\frac{P_{a_2} \cdot \lambda_{AB_1} \cdot \lambda_{AD_3}}{\lambda_{AB_1} \cdot \lambda_{AC_2} \cdot \lambda_{AD_3} - \lambda_{AB_2} \cdot \lambda_{AC_1} \cdot \lambda_{AD_3} + \lambda_{AC_1} \cdot \lambda_{AB_3} \cdot \lambda_{AD_2}} = 466 \text{ N} \quad \text{Isolamos } f_{AC} \text{ e obtemos a Força no cabo AC}$$

$$f_{AB} := -\frac{f_{AC} \cdot \lambda_{AC_1}}{\lambda_{AB_1}} = 570 \text{ N} \quad \text{Força no cabo AB}$$

$$f_{AD} := \frac{f_{AC} \cdot \lambda_{AC_1} \cdot \lambda_{AB_3}}{\lambda_{AB_1} \cdot \lambda_{AD_3}} = 466 \text{ N} \quad \text{Força no cabo AD}$$

2.b Cálculo dos ângulos entre os cabos

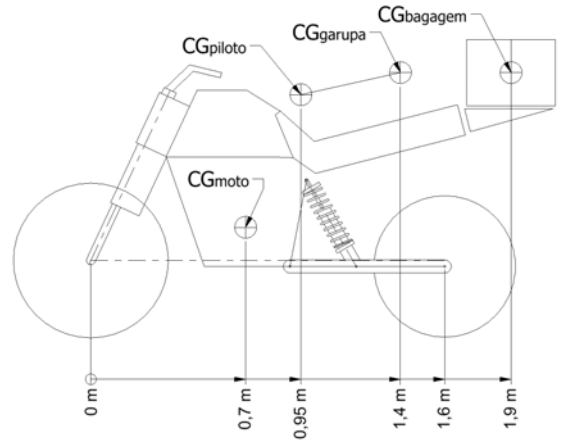
$$\text{Ang}_{BAC} := \text{acos}(\lambda_{AB} \cdot \lambda_{AC}) = 90 \cdot \text{deg}$$

$$\text{Ang}_{CAD} := \text{acos}(\lambda_{AC} \cdot \lambda_{AD}) = 60 \cdot \text{deg}$$

$$\text{Ang}_{DAB} := \text{acos}(\lambda_{AD} \cdot \lambda_{AB}) = 90 \cdot \text{deg}$$

3. Dimensionamento de uma motocicleta:

- Determine as reações das rodas ao solo com a moto apenas com o piloto (1)
- Determine o máximo peso da bagagem e a reação nos pneus dianteiro e traseiro a carga máxima especificada para motocicleta. (1,5)
- Determine a força aplicada no amortecedor da suspensão traseira, a intensidade da reação no pivô da balança traseira e a direção desta reação, na condição de carga máxima da motocicleta. (1,5)



Dados:

$M_m := 207 \cdot \text{kg}$	Massa da motocicleta	
$P_m := -2.03 \text{ kN}$	Peso da motocicleta	$P_m = -2.03 \cdot \text{kN}$
$r_m := 0.7 \text{ m}$	Raio do centro de gravidade da moto	
$M_t := 443 \text{ kg}$	Massa máxima total	
$P_t := -4.34 \text{ kN}$	Peso total máximo da motocicleta	$P_t = -4.34 \cdot \text{kN}$
$r_p := 0.95 \cdot \text{m}$	raio do piloto	
$M_g := 71.4 \cdot \text{kg}$	Massa do garupa	
$P_g := -700 \text{ N}$	Peso do garupa	$P_g = -700 \text{ N}$
$r_g := 1.4 \text{ m}$	Raio da garupa	
$r_{RT} := 1.6 \text{ m}$	Raio da roda traseira	
$r_b := 1.9 \cdot \text{m}$	raio da bagagem	

2.a: Reações das rodas ao solo com apenas o piloto

$P_p := -P_{\text{aluno}} = -988 \cdot \text{N}$	Peso do piloto
$P_m + P_p + R_{RD} + R_{RT} = 0$	Somatório das forças igua a zero
$r_m \cdot P_m + r_p \cdot P_p + r_{RT} \cdot R_{RT} = 0$	Somatório dos momentos igua a zero
$R_{RT} := -\frac{P_m \cdot r_m + P_p \cdot r_p}{r_{RT}} = 1.475 \cdot \text{kN}$	Reação na roda traseira
$R_{RD} := -P_m - P_p - R_{RT} = 1.543 \cdot \text{kN}$	Reação na roda dianteira

3.b Máximo carga no bagageiro com garupa e carga máxima da motocicleta

$P_m + P_p + P_g + P_b = P_t$	Máxima carga na Moto
$P_b := P_t - P_m - P_p - P_g = -622.22 \cdot \text{N}$	Máximo peso no bagageiro
$\frac{P_b}{g} = -63.622 \text{ kg}$	Maxima massa no bagageiro
$P_m + P_p + P_g + P_b + R_{RD} + R_{RT} = 0$	Somatório das forças igua a zero
$r_m \cdot P_m + r_p \cdot P_p + r_g \cdot P_g + r_b \cdot P_b + r_{RT} \cdot R_{RT} = 0$	Somatório dos momentos igua a zero
$R_{RT} := -\frac{P_b \cdot r_b + P_g \cdot r_g + P_m \cdot r_m + P_p \cdot r_p}{r_{RT}} = 2.826 \cdot \text{kN}$	Reação da roda traseira com a moto toda carregada
$R_{RD} := -P_b - P_g - P_m - P_p - R_{RT} = 1.514 \cdot \text{kN}$	Reação na roda dianteria

4.d Calcular os esforços na suspensão traseira

$AB := 0.3 \cdot m$  Distância do pico da balaça ao pivô do amortecedor

$AC := 0.7m$  Comprimento da balaça

$BC := AC - AB = 400 \cdot mm$

$\alpha := 60deg$  ângulo do amortecedor em relação a balaça

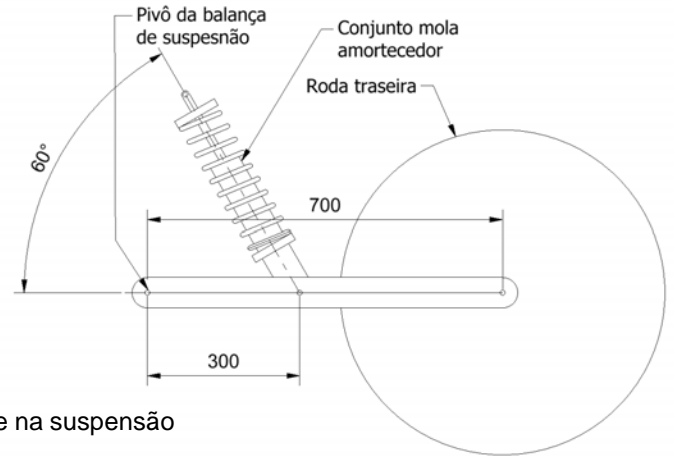
$\phi := 90deg - \alpha = 30 \cdot deg$  Ângulo da reação na roda com o amortecedor

$AD := \frac{BC}{\tan(\phi)} = 693 \cdot mm$  Distância ao ponto concorrente na suspensão

$\beta := \text{atan}\left(\frac{AD}{AC}\right) = 44.705 \cdot deg$  ângulo da reação no pivô da balaça

$\tau := 90deg + \beta = 134.705 \cdot deg$  ângulo entre a reação no peneu e a força no pivô da balaça

$\gamma := 180deg - \phi - \tau = 15.295 \cdot deg$  Ângulo entre a reação no pivô da balaça e a força no amortecedor



$\frac{F_a}{\sin(\tau)} = \frac{R_{RT}}{\sin(\gamma)} = \frac{R_{PB}}{\sin(\phi)}$  Usando a regra da razão dos lados opostos ao ângulo pelo sen do ângulo

$F_a := \frac{R_{RT} \cdot \sin(\tau)}{\sin(\gamma)} = 7.61 \cdot kN$  Força no conjunto mola amortecedor

$R_{PB} := \frac{R_{RT} \cdot \sin(\phi)}{\sin(\gamma)} = 5.36 \cdot kN$  Força no pivô da balaça  $\lambda_{RP} := \begin{pmatrix} \cos(\beta) \\ \sin(\beta) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.711 \\ 0.703 \\ 0 \end{pmatrix}$   $R_{PB} \cdot \lambda_{RP} = \begin{pmatrix} 3.807 \\ 3.768 \\ 0 \end{pmatrix} kN$

