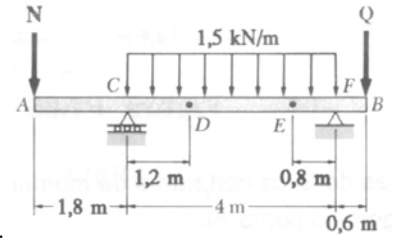


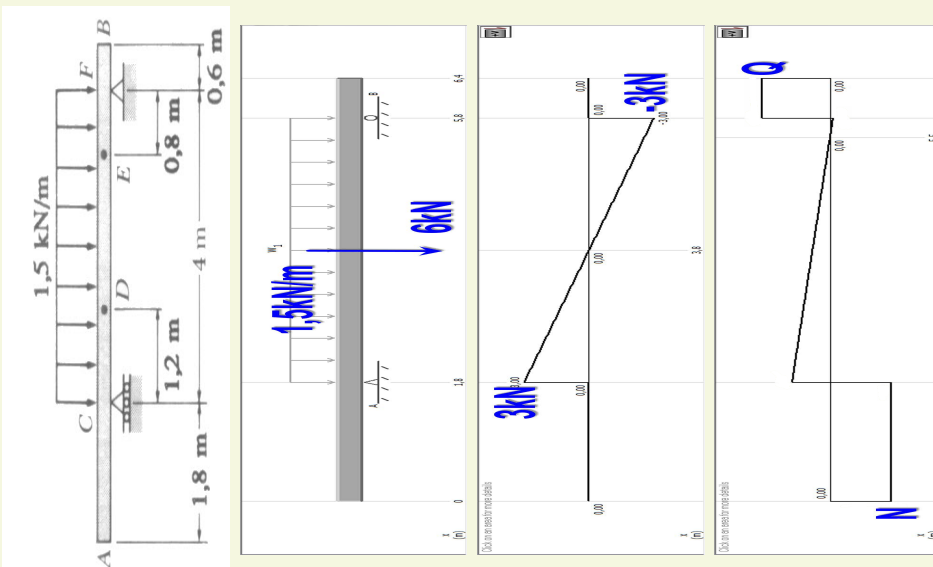
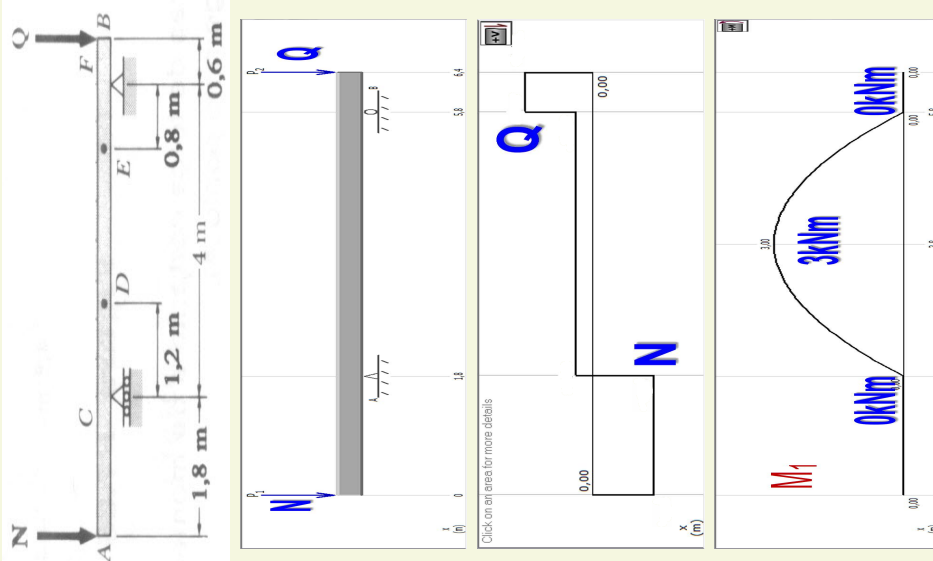
1. A viga  $AB$  é submetida a uma carga uniformemente distribuída de  $1,5 \text{ kN/m}$  e a duas forças  $N$  e  $Q$ . Foi determinado experimentalmente que o momento fletor em  $D$  é  $+360 \text{ Nm}$  e em  $E$  é  $+960 \text{ Nm}$ . Determine  $N$  e  $Q$  e trace os diagramas de força cortante e



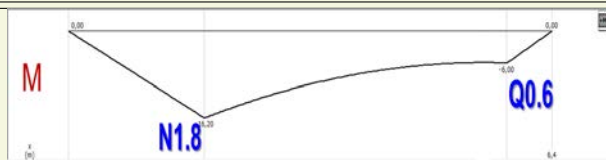
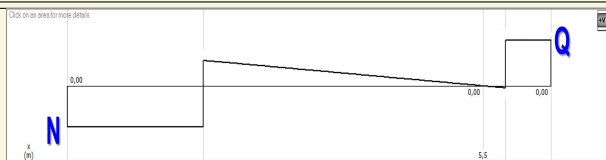
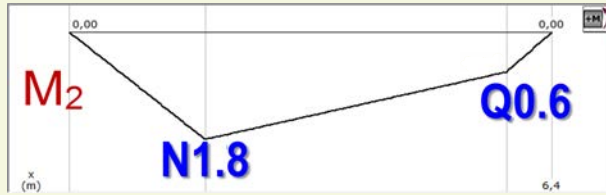
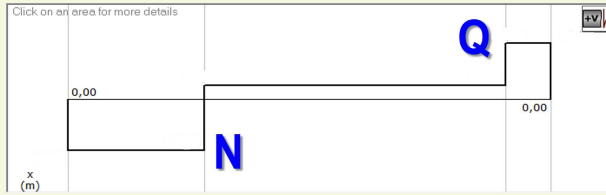
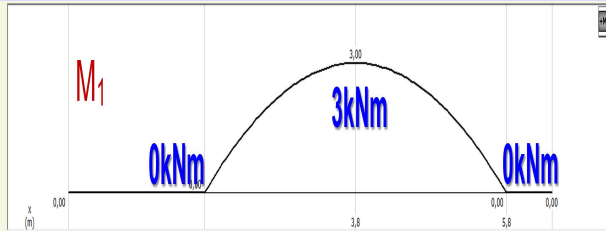
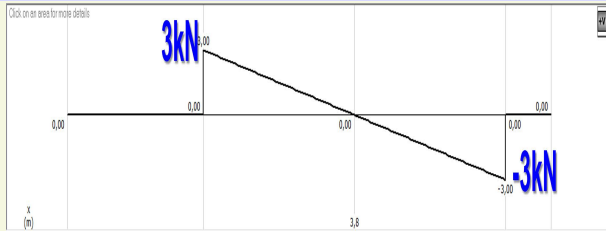
momento fletor para a viga.

### Resolução

Uma das técnicas apresentadas em sala de aula foi o método da superposição, que permite simplificar problemas mais elaborados em modelos mais simples de se analisar. Tomemos o carregamento e as forças aplicadas separadamente, desta forma podemos verificar a forma dos gráficos dos esforços internos:



## Resolução



A equação do momento fletor para o carregamento distribuído é dado por  $M_1$ :

$$M_1(x) = -7.83 + 5.7x - 0.75x^2 \begin{cases} x = 3 \rightsquigarrow M_1 = 2.52 \times 10^3 \text{ Nm} \\ x = 5 \rightsquigarrow M_1 = 1.92 \times 10^3 \text{ Nm} \end{cases}$$

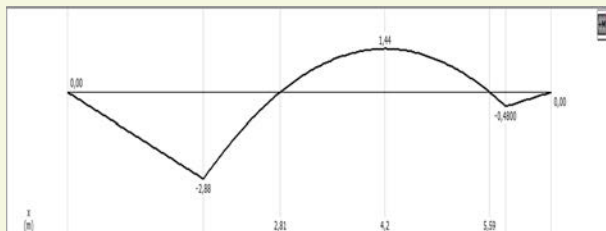
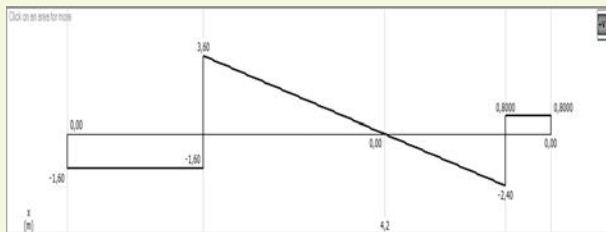
Calculando as reações de apoio para se determinar a equação de  $M_2$ :

$$\begin{cases} \sum F_y = 0 \rightsquigarrow C_y + F_y = N + Q \\ \sum M_{x=0} \rightsquigarrow 1.8C_y + 5.8F_y = 6.4Q \end{cases} \quad 1.8 \leq x \leq 5.8 \rightsquigarrow \begin{cases} C_y = \frac{2.9N - 0.3Q}{2} \\ F_y = \frac{2.3Q - 0.9N}{2} \end{cases}$$

A equação do momento fletor,  $M_2$ , para as forças  $N$  e  $Q$ :

$$M_2(x) = -Nx + \frac{x-1.8}{2}(2.9N - 0.3Q) \begin{cases} x = 3 \rightsquigarrow M_2 = -\frac{9}{50} \cdot (7N + Q) \text{ Nm} \\ x = 5 \rightsquigarrow M_2 = -\frac{3}{25} \cdot (3N + 4Q) \text{ Nm} \end{cases}$$

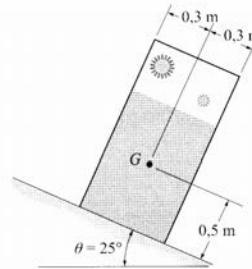
$$\begin{cases} x = 3 \rightsquigarrow (7N + Q) = 12 \\ x = 5 \rightsquigarrow (3N + 4Q) = 0.8 \end{cases} \begin{cases} N = 1.6 \text{ kN} \\ Q = 0.8 \text{ kN} \end{cases}$$



2. É observado que, quando a caçamba de um caminhão é levantada de um ângulo de  $25^\circ$ , as máquinas de venda automática começarão a deslizar da plataforma sem tombar. Determine o coeficiente de atrito estático entre uma máquina de venda automática e a superfície da caçamba.



(a)



(b)

### Resolução

#### SOLUÇÃO

Um modelo idealizado de uma máquina de venda automática apoiada sobre a caçamba do caminhão é mostrado na Figura 8.8b. As dimensões foram medidas e o centro de gravidade foi localizado. Assumiremos que a máquina de venda automática pesa  $W$ .

#### Diagrama de corpo livre

Conforme mostra a Figura 8.8c, a dimensão  $x$  é usada para localizar a posição da força normal resultante  $N$ . Existem quatro incógnitas,  $N$ ,  $F$ ,  $\mu_s$  e  $x$ .

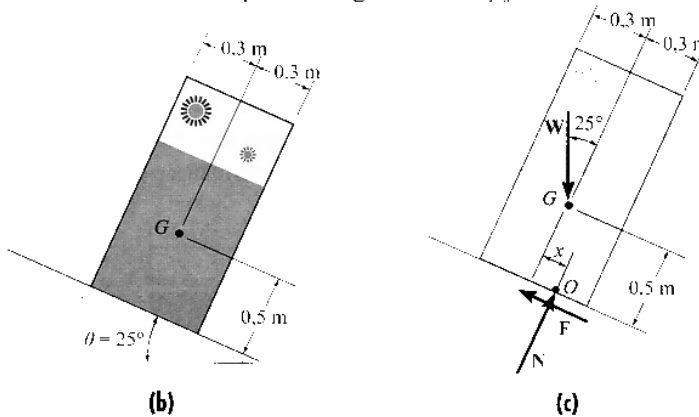


Figura 8.8

#### Equações de equilíbrio

$$+\searrow \Sigma F_x = 0; \quad W \sin 25^\circ - F = 0 \quad (1)$$

$$+\nearrow \Sigma F_y = 0; \quad N - W \cos 25^\circ = 0 \quad (2)$$

$$\curvearrowright +\Sigma M_O = 0; \quad -W \sin 25^\circ (0,5 \text{ m}) + W \cos 25^\circ (x) = 0 \quad (3)$$

Como o tombamento é iminente em  $\theta = 25^\circ$ , usando as equações 1 e 2, temos:

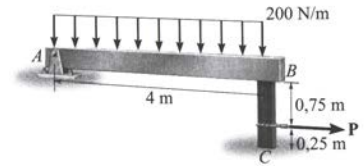
$$F_s = \mu_s N; \quad W \sin 25^\circ = \mu_s (W \cos 25^\circ)$$

$$\mu_s = \tan 25^\circ = 0,466$$

O ângulo de  $\theta = 25^\circ$  é conhecido como *ângulo de repouso* e, por comparação, ele é igual ao ângulo de atrito estático,  $\theta = \phi_s$ . Observe, pelo cálculo, que  $\theta$  é independente do peso da máquina de venda automática, e por isso conhecer  $\theta$  oferece um método conveniente para determinar o coeficiente de atrito estático.

**NOTA:** Pela Equação 3, determinamos  $x = 0,233 \text{ m}$ . Como  $0,233 \text{ m} < 0,5 \text{ m}$ , na realidade a máquina de venda automática deslizará antes que possa inclinar, conforme observado na Figura 8.8a.

3. A viga AB está sujeita a uma carga uniforme de 200N/m e esta apoiada em B pelo poste BC. Se os coeficientes de atrito estático em B e C forem  $\mu_B = 0.2$  e  $\mu_C = 0.5$ , determine a força P necessária para puxar o poste de debaixo da viga. Despreze o peso dos elementos e a espessura da viga.



### Resolução

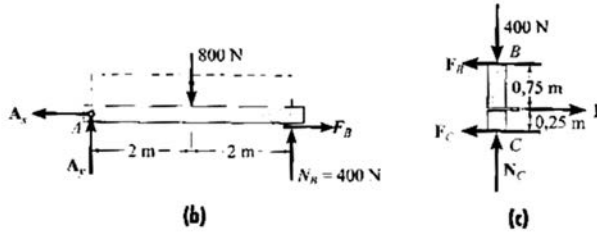


Figura 8.10

### SOLUÇÃO

#### Diagramas de corpo livre

O diagrama de corpo livre da viga é mostrado na Figura 8.10b. Aplicando  $\sum M_A = 0$ , obtemos  $N_B = 400$  N. Esse resultado é mostrado no diagrama de corpo livre do poste (Figura 8.10c). Referindo-se a esse elemento, as quatro incógnitas  $F_B$ ,  $P$ ,  $F_C$  e  $N_C$  são determinadas a partir das três equações de equilíbrio e uma equação de atrito aplicada em B ou C.

#### Equações de equilíbrio de atrito

$$\pm \sum F_x = 0; \quad P - F_B - F_C = 0 \quad (1)$$

$$\uparrow \sum F_y = 0; \quad N_C - 400 \text{ N} = 0 \quad (2)$$

$$\curvearrowright \sum M_C = 0; \quad -P(0,25 \text{ m}) + F_B(1 \text{ m}) = 0 \quad (3)$$

#### (O poste desliza em B e gira em torno de C.)

Isso requer que  $F_C \leq \mu_C N_C$  e:

$$F_B = \mu_B N_B; \quad F_B = 0,2(400 \text{ N}) = 80 \text{ N}$$

Usando esse resultado e resolvendo as equações de 1 a 3, obtemos

$$P = 320 \text{ N}$$

$$F_C = 240 \text{ N}$$

$$N_C = 400 \text{ N}$$

Como  $F_C = 240 \text{ N} > \mu_C N_C = 0,5(400 \text{ N}) = 200 \text{ N}$ , ocorre deslizamento em C. Assim, o outro caso de movimento deverá ser investigado.

#### (O poste desliza em C e gira em torno de B.)

Aqui,  $F_B \leq \mu_B N_B$  e:

$$F_C = \mu_C N_C; \quad F_C = 0,5 N_C \quad (4)$$

A resolução das equações 1 a 4 gera:

$$P = 267 \text{ N}$$

$$N_C = 400 \text{ N}$$

$$F_C = 200 \text{ N}$$

$$F_B = 66,7 \text{ N}$$

Obviamente, esse caso ocorre primeiro, pois requer um valor *menor* para P.