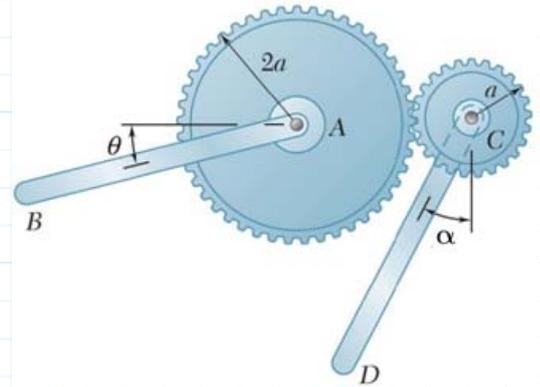


3) Duas barras uniformes AB e CD que tem o mesmo comprimento l estão unidas a engrenagens, tal como é mostrado na Figura 2. Atribua às barra AB e CD pesos conforme os algarismos do seu número de matrícula aplicando as seguintes expressões:

$$W_{AB} = (D \cdot 100 + E \cdot 10 + F \cdot 1) / 2,5 \text{ ou } DFE/2,5$$

$$W_{CD} = A \cdot 100 + B \cdot 10 + C \cdot 1 \text{ ou } ABC$$

- Determine as posições de equilíbrio do mecanismo (30)
- Indique qual a situação de equilíbrio de cada posição determinada (20)



$$2 \cdot a \cdot \theta = -a \cdot \alpha \xrightarrow{\text{solve, } \alpha} -2 \cdot \theta \quad \text{Relação entre } \theta \text{ e } \alpha, \text{ lembrando que pelo engrenamento as rotações são invertidas}$$

$$y_B = \frac{-l}{2} \cdot \sin(\theta) \quad \text{Usando a cota do baricentro e no caso da barra AB a altura diminui com } \theta$$

$$y_D = \frac{l}{2} (1 - \cos(-2 \cdot \theta)) \quad \text{No caso da barra CD a altura aumenta com } \theta$$

$$\text{substitute, } y_B = \frac{-l}{2} \cdot \sin(\theta)$$

$$\text{substitute, } y_D = \frac{l}{2} (1 - \cos(-2 \cdot \theta))$$

Substituição das variáveis de cada barra por funções de

$$V = W_{AB} \cdot y_B + W_{CD} \cdot y_D \xrightarrow{\text{explicit}} V = \frac{l \cdot W_{CD}}{2} - \frac{l \cdot W_{AB} \cdot \sin(\theta)}{2} - \frac{l \cdot W_{CD} \cdot \cos(2 \cdot \theta)}{2}$$

$$\frac{d}{d\theta} V = 0 \quad \text{Derivada da energia nos pontos de equilíbrio é zero}$$

$$\frac{d}{d\theta} \left(\frac{l \cdot W_{CD}}{2} - \frac{l \cdot W_{AB} \cdot \sin(\theta)}{2} - \frac{l \cdot W_{CD} \cdot \cos(2 \cdot \theta)}{2} \right) \rightarrow l \cdot W_{CD} \cdot \sin(2 \cdot \theta) - \frac{l \cdot W_{AB} \cdot \cos(\theta)}{2}$$

$$\frac{d^2}{d\theta^2} \left(\frac{l \cdot W_{CD}}{2} - \frac{l \cdot W_{AB} \cdot \sin(\theta)}{2} - \frac{l \cdot W_{CD} \cdot \cos(2 \cdot \theta)}{2} \right) \rightarrow \frac{l \cdot W_{AB} \cdot \sin(\theta)}{2} + 2 \cdot l \cdot W_{CD} \cdot \cos(2 \cdot \theta)$$

Derivada segunda negativa indica ponto instável e positiva ponto estável

$$l \cdot W_{CD} \cdot \sin(2 \cdot \theta) - \frac{l \cdot W_{AB} \cdot \cos(\theta)}{2} \xrightarrow{\text{expand}} 2 \cdot l \cdot W_{CD} \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) - \frac{l \cdot W_{AB} \cdot \cos(\theta)}{2} \quad \text{Resolvendo os termos em } 2\theta$$

$$2 \cdot l \cdot W_{CD} \cdot \cos(\theta) \cdot \sin(\theta) - \frac{l \cdot W_{AB} \cdot \cos(\theta)}{2} = 0$$

Equação cujas as raízes determinam os pontos de equilíbrio

$$\theta_1 := \cos(\theta) = 0 \xrightarrow{\text{solve, } \theta} \frac{\pi}{2} = 90 \text{ deg}$$

Primeiro ponto de equilíbrio

$$\theta_2 := \frac{3 \cdot \pi}{2} = 270 \text{ deg} \quad \text{Segundo ponto de equilíbrio}$$

$$2 \cdot W_{CD} \cdot \sin(\theta) = \frac{W_{AB}}{2} \quad \sin(\theta) = \frac{W_{AB}}{4 \cdot W_{CD}} \xrightarrow{\text{solve, } \theta \text{ explicit}} \left[\begin{array}{l} \text{asin} \left(\frac{W_{AB}}{4 \cdot W_{CD}} \right) \\ \pi - \text{asin} \left(\frac{1}{4} \cdot \frac{W_{AB}}{W_{CD}} \right) \end{array} \right] \quad \text{Segunda condição de zero}$$

$i := 1..44$

$$W_{CD_i} := (GRR20_{i,1} \cdot 100 + GRR20_{i,2} \cdot 10 + GRR20_{i,3}) \cdot N$$

Peso da haste CD

$$W_{CD_{45}} := 9 \cdot N$$

$$W_{CD_{nc}} = 100 \cdot N$$

$$W_{AB_i} := \frac{(GRR20_{i,4} \cdot 100 + GRR20_{i,5} \cdot 10 + GRR20_{i,6})}{2.5} \cdot N$$

Peso da haste AB

$$W_{AB_{45}} := 13.5 \cdot N$$

$$W_{AB_{nc}} = 399.6 \cdot N$$

$$\theta_3 := \text{asin}\left(\frac{W_{AB}}{4 \cdot W_{CD}}\right)$$

Segunda raiz

$$\left(\theta_3\right)_{nc} = 87.437 \text{ deg}$$

$$\theta_4 := \pi - \text{asin}\left(\frac{W_{AB}}{4 \cdot W_{CD}}\right)$$

Terceira raiz

$$\left(\theta_4\right)_{nc} = 92.563 \text{ deg}$$

$$\frac{l \cdot W_{AB_{nc}} \cdot \sin(\theta_1)}{2} + 2 \cdot l \cdot W_{CD_{nc}} \cdot \cos(2 \cdot \theta_1) = -2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot J$$

$$\theta_1 = 90 \text{ deg}$$

Segunda derivada da primeira raiz < 0 indica equilíbrio instável

$$\frac{l \cdot W_{AB_{nc}} \cdot \sin(\theta_2)}{2} + 2 \cdot l \cdot W_{CD_{nc}} \cdot \cos(2 \cdot \theta_2) = -0.4 \text{ m}^2 \cdot J$$

$$\theta_2 = 270 \text{ deg}$$

Segunda derivada da segunda raiz < 0 indica equilíbrio instável

$$\frac{l \cdot W_{AB} \cdot \sin(\theta_3)}{2} + 2 \cdot l \cdot W_{CD} \cdot \cos(2 \cdot \theta_3) = 11.362 \text{ m}^2 \cdot J$$

$$\left(\theta_3\right)_{nc} = 87.4 \text{ deg}$$

Terceira derivada da segunda raiz > 0 indica equilíbrio estável

$$\frac{l \cdot W_{AB} \cdot \sin(\theta_4)}{2} + 2 \cdot l \cdot W_{CD} \cdot \cos(2 \cdot \theta_4) = 11.362 \text{ m}^2 \cdot J$$

$$\left(\theta_4\right)_{nc} = 92.6 \text{ deg}$$

Quarta derivada da segunda raiz > 0 indica equilíbrio estável