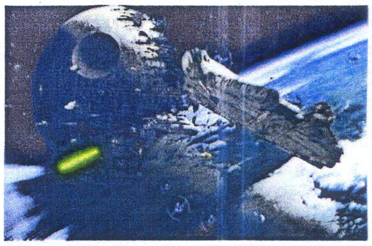
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
TM-360 TRANSFERÊNCIA DE CALOR I
Prof. Luís Mauro Moura
2ª AVALIAÇÃO

Aluno:____

Observações: (a) *A interpretação das questões faz parte da avaliação;*
(b) *Todos os cálculos devem ser demonstrados, sob pena de anulação da questão;*
(c) *Calculadora com* ***tela gráfica*** *não é permitida;*

QUESTÃO 1 (VALOR 30) Death Star é a gigante espaçonave, com 120 km de diâmetro, construída pelo império, na saga Star War, com poder de fogo para destruir planetas. Suponha que você fosse um engenheiro do império e fosse solicitado para avaliar:



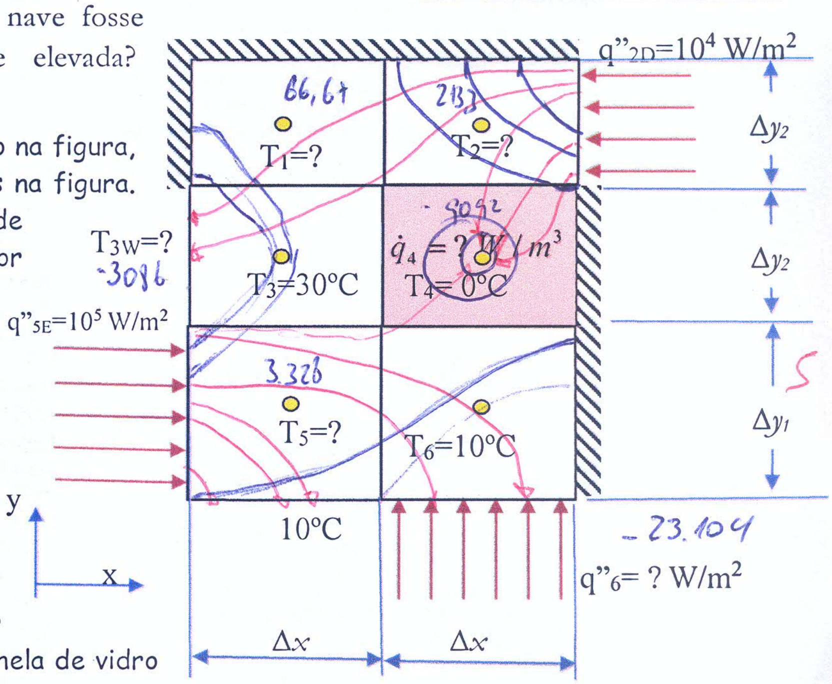
i) se numa hipótese do sistema de manutenção da temperatura interna falhar e ela começasse a perder calor para o espaço, quanto tempo a temperatura reduziria 10°C se as propriedades termofísicas média da nave podem ser consideradas como sendo: [ρ=2.000 kg/m^3, c_p= 0,4 kJ/(kgK) e k= 300 W/(mK)] e emissividade igual a 0,1.

ii) A hipótese de capacitância global é bem empregada neste caso?

iii) O que ocorreria realmente com a temperatura no interior da espaçonave?

iv) O que ocorreria se a superfície externa da nave fosse recoberta com uma pintura de emissividade elevada? Quantifique.

QUESTÃO 2 (VALOR 35) Para o problema ilustrado na figura, calcule por volumes finitos as incógnitas indicadas na figura. Desenhe no mínimo 12 isotermas 12 linhas de fluxo de calor (2 por volume). Calcule o fluxo de calor horizontal e o fluxo de calor vertical no centro da figura, indicando o sentido. Dados: $\Delta x=\Delta y_1 =2\Delta y_2=\Delta z=1$m, k= 10 W/(mK)



QUESTÃO 3 (VALOR 15) Qual é a temperatura de um corpo negro em que 50% da energia emitida estejam compreendidos no espectro de comprimento de onda λ= 0 até 10 μm?

QUESTÃO 4 (VALOR 20) As paredes internas de uma fornalha são mantidas a 1500K e podem ser consideradas como negras. A fornalha tem uma janela de vidro de 10 cm por 10 cm cuja transmissividade é dada por:

τ_1= 0,5 em 0<λ< 2,5 μm τ_2=0,2 em 2,5<λ<∞

Calcule o poder transmitância do vidro a 1500K. Determine a quantidade de energia emitida através da janela para o ambiente externo.

Formulário: PV=MRT $\delta W=PdV$ $\gamma = c_p/c_v$ $c_p-c_v=R$ $\delta Q-\delta W=dU$ $du=c_v dT$ $q_{rad} = \varepsilon A \sigma (T_1^4 - T_2^4)$,

$\sigma = 5{,}67.10^{-8}$ W/(m².K⁴) $q_{latente} = \dot{m}h$ $q_{sensível} = mc_p \dfrac{dT}{dt}$ $q_{cond} = kA\dfrac{(T_a - T_b)}{L}$ $q_{conv} = hA(T_s - T_\infty)$ $q'' = -k\dfrac{\partial T}{\partial n}$

Exp. de Taylor $f_{x+dx} = f_x + \dfrac{df}{dx}dx$: $\dot{E}_e - \dot{E}_s + \dot{E}_g = \dot{E}_{ac} = \rho V c \dfrac{dT}{dt}$ Coef. global: $\dfrac{1}{h_{total}} = \dfrac{1}{h_r} + \dfrac{1}{h_{conv}}$; $h_r = \varepsilon\sigma(T + T_{viz})(T^2 + T_{viz}^2)$

Coordenadas cartesianas: $$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

Coordenadas cilíndricas: $$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + g''' = \rho.c_p\frac{\partial T}{\partial t}$$

Coordenadas esféricas: $$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 sen^2\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{1}{r^2 sen\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(k\, sen\theta\frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \dot{q} = \rho.c_p\frac{\partial T}{\partial t}$$

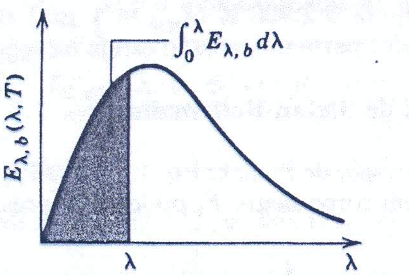


Fig. 12.14 Emissão de radiação por um corpo negro na banda espectral entre 0 e λ.

Outras funções do corpo negro estão presentes na terceira e na quarta colunas da Tabela 12.1. A terceira coluna facilita o cálculo da intensidade espectral num certo comprimento de onda e numa certa temperatura. Em lugar de se calcular essa grandeza pela Eq. 12.25, pode-se achá-la pela simples multiplicação do valor tabelado $I_{\lambda,b}/\sigma T^5$ por σT^5. A quarta coluna se usa para se ter uma estimativa rápida da razão entre a intensidade espectral em qualquer comprimento de onda e a intensidade espectral no $\lambda_{máx}$.

Tabela 12.1 Funções da radiação do corpo negro[a]

λT (μm · K)	$F_{(0 \to \lambda)}$	$I_{\lambda,b}(\lambda, T)/\sigma T^5$ (μm · K · sr)$^{-1}$	$\dfrac{I_{\lambda,b}(\lambda, T)}{I_{\lambda,b}(\lambda_{máx}, T)}$
200	0,000000	$0{,}375034 \times 10^{-27}$	0,000000
400	0,000000	$0{,}490335 \times 10^{-13}$	0,000000
600	0,000000	$0{,}104046 \times 10^{-8}$	0,000014
800	0,000016	$0{,}991126 \times 10^{-7}$	0,001372
1.000	0,000321	$0{,}118505 \times 10^{-5}$	0,016406
1.200	0,002134	$0{,}523927 \times 10^{-5}$	0,072534
1.400	0,007790	$0{,}134411 \times 10^{-4}$	0,186082
1.600	0,019718	0,249130	0,344904
1.800	0,039341	0,375568	0,519949
2.000	0,066728	0,493432	0,683123
2.200	0,100888	$0{,}589649 \times 10^{-4}$	0,816329
2.400	0,140256	0,658866	0,912155
2.600	0,183120	0,701292	0,970891
2.800	0,227897	0,720239	0,997123
2.898	0,250108	$0{,}722318 \times 10^{-4}$	1,000000
3.000	0,273232	$0{,}720254 \times 10^{-4}$	0,997143
3.200	0,318102	0,705974	0,977373
3.400	0,361735	0,681544	0,943551
3.600	0,403607	0,650396	0,900429
3.800	0,443382	0,615225	0,851737
4.000	0,480877	0,578064	0,800291
4.200	0,516014	$0{,}540394 \times 10^{-4}$	0,748139
4.400	0,548796	0,503253	0,696720
4.600	0,579280	0,467343	0,647004
4.800	0,607559	0,433109	0,599610
5.000	0,633747	0,400813	0,554898
5.200	0,658970	$0{,}370580 \times 10^{-4}$	0,513043
5.400	0,680360	0,342445	0,474092
5.600	0,701046	0,316376	0,438002
5.800	0,720158	0,292301	0,404671
6.000	0,737818	0,270121	0,373965
6.200	0,754140	$0{,}249723 \times 10^{-4}$	0,345724
6.400	0,769234	0,230985	0,319783
6.600	0,783199	0,213786	0,295973
6.800	0,796129	0,198008	0,274128
7.000	0,808109	0,183534	0,254090
7.200	0,819217	$0{,}170256 \times 10^{-4}$	0,235708
7.400	0,829527	0,158073	0,218842
7.600	0,839102	0,146891	0,203360
7.800	0,848005	0,136621	0,189143
8.000	0,856288	0,127185	0,176079
8.500	0,874608	$0{,}106772 \times 10^{-4}$	0,147819
9.000	0,890029	$0{,}901463 \times 10^{-5}$	0,124801
9.500	0,903085	0,765338	0,105956

Tabela 12.1 Funções da radiação do corpo negro[a] (

λT (μm · K)	$F_{(0 \to \lambda)}$	$I_{\lambda,b}(\lambda, T)/\sigma T^5$ (μm · K · sr)$^{-1}$
10.000	0,914199	0,653279
10.500	0,923710	0,560522
11.000	0,931890	$0{,}483321 \times 10^{-5}$
11.500	0,939959	0,418725
12.000	0,945098	0,364394
13.000	0,955139	0,279457
14.000	0,962898	0,217641
15.000	0,969981	$0{,}171866 \times 10^{-5}$
16.000	0,973814	0,137429
18.000	0,980860	$0{,}908240 \times 10^{-6}$
20.000	0,985602	0,623310
25.000	0,992215	0,276474
30.000	0,995340	$0{,}140469 \times 10^{-6}$
40.000	0,997967	$0{,}473891 \times 10^{-7}$
50.000	0,998953	0,201605
75.000	0,999713	$0{,}418597 \times 10^{-8}$
100.000	0,999905	0,135752

[a]As constantes de radiação usadas para gerar estas funções do cor

$C_1 = 3{,}7420 \times 10^8$ W μm^4/m^2

$C_2 = 1{,}4388 \times 10^4$ μm · K

$\sigma = 5{,}670 \times 10^{-8}$ W/m^2 · K^4

$$E_\lambda = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta\, sen\,\theta\, d\theta\, d\phi$$

$$E = \int_0^{\infty} E_\lambda d\lambda$$

$$E_\lambda = \pi I_{\lambda,e}$$

$$I_{\lambda,e}(\lambda,\theta,\phi) = \frac{dq}{dA_1 \cos\theta\, d\omega\, d\lambda}$$

$$d\omega = \frac{dA_n}{r^2} = sen\,\theta\, d\theta\, d\phi$$

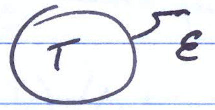
$$\varepsilon,\alpha,\tau = \frac{(\varepsilon,\alpha,\tau)_1 \int_0^{\lambda_1} E_{\lambda,b} d\lambda}{E_b} + \frac{(\varepsilon,\alpha,\tau)_2 \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E_{\lambda,b} d\lambda}{E_b}$$

C_3=2898 μmK

$$\beta i = \frac{hL_c}{k} \qquad \begin{cases} parede \quad plana\ L_c = \dfrac{L}{2} \\ cilindro\ L_c = \dfrac{R}{2} \\ esfera \quad L_c = \dfrac{R}{3} \end{cases}$$

GABARITO

30 **1ª QUESTÃO:**



i) BE: $\cancel{\dot{E}_e}^{\,0} - \dot{E}_s + \cancel{\dot{E}_g}^{\,0} = dE/dt$

$$-\varepsilon\sigma A T^4 = \rho V c\, dT/dt \;\therefore\; \int_{T_i}^{T} \frac{dT}{T^4} = -\frac{\varepsilon\sigma A}{\rho V c}\int_0^t dt$$

$$t = \frac{\rho V c}{3\varepsilon\sigma A} T^{-3}\Big|_{T_i}^{T} = \frac{\rho V c}{3\varepsilon\sigma A}\left[\frac{1}{T^3} - \frac{1}{T_i^3}\right] = \frac{\rho V c}{3\varepsilon\sigma A}\left[\frac{1}{(T_i-10)^3} - \frac{1}{T_i^3}\right]$$

$$\boxed{t = \frac{\rho V c}{3\varepsilon\sigma A}\left[\frac{T_i^3 - (T_i-10)^3}{T_i^3\,(T_i-10)^3}\right]} \qquad \frac{2.000\cdot 4/3\,\pi\, 60.000^3\cdot 400}{3\cdot 0,1\cdot 5,67\times10^{-8}\cdot \cancel{4\pi\, 60.000^2}}\left[\frac{T_i^3-(T_i-10)^3}{T_i^3(T_i-10)^3}\right]$$

10 $$\boxed{t = 9,4\times10^{16}\left[\frac{T_i^3 - (T_i-10)^3}{T_i^3\,(T_i-10)^3}\right]}$$

T_i [°C]	T_i [K]	t [s]	t [anos]
30	303	$4,477\times10^8$	14,39
25	298	$4,791\times10^8$	15,4
20	293	$5,131\times10^8$	16,5
0	273	$6,846\times10^8$	22,01

ii) $T \approx 288\,K$

10 $h_{rad} = \varepsilon\sigma(T_s + \cancel{T_{viz}}^{\,0})(T_s^2 + \cancel{T_{viz}^2}^{\,0})$

$= 0,1\cdot 5,67\times10^{-8}\cdot 288^3$

$= 0,135\ \frac{W}{m^2K}$; $Bi = \frac{hL_c}{k} = \frac{0,135\cdot 60.000}{3\cdot 300} = 9 \gg 0,1$

A hipótese ñ é válida!

5 iii) Haveria gradientes térmicos muito grandes entre o núcleo e a superfície da espaçonave

5 iv) Ela resfriaria mais rapidamente. Para $\varepsilon = 1,0$ o tempo p/ resfriar 10°C seria dividido por 10!

2ª QUESTÃO: VOLUME 1: $q_S - q_E = 0 \;\therefore\; -k\Delta x\frac{(T_1-T_3)}{\Delta y_2} + k\Delta y_2\frac{(T_2-T_1)}{\Delta x} = 0$

$\therefore (T_3-T_1)/\Delta y_2^2 + (T_2-T_1)/\Delta x^2 = 0 \;\therefore\; T_1\left(1/\Delta y_2^2 + 1/\Delta x^2\right) = 1/\Delta y_2^2\, T_3 + 1/\Delta x^2\, T_2$

$T_1\left(1/0,5^2 + 1/1\right) = 1/0,5^2\, 30 + 1/1\, T_2 \;\therefore\; \boxed{5T_1 = 120 + T_2}$

VOLUME 2: $q_W + q_E + q_S = 0 \therefore -\frac{k\Delta y_2 (T_2 - T_1)}{\Delta x} + q''_{2D}\,\Delta y_2 - \frac{k\,\Delta x\,(T_2 - T_4)}{\Delta y_2} = 0$

$\therefore (T_1 - T_2)/\Delta x^2 + q''_{2D}/(k\Delta x) + (T_4 - T_2)/\Delta y_2^2 = 0$

$T_2\,(1/\Delta x^2 + 1/\Delta y_2^2) = 1/\Delta x^2\, T_1 + 1/\Delta y_2^2\, T_4 + q''_{2D}/(k\Delta x)$

$5T_2 = T_1 + 0 + 10^4/(10.1) = T_1 + 1000 \therefore \boxed{5T_2 = T_1 + 1000}$

De $\begin{cases} 5T_1 = 120 + T_2 \\ 5T_2 = T_1 + 1000 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} T_1 = 66{,}67\ °C \\ T_2 = 213{,}3\ °C \end{cases}}$ // 5

VOLUME 3: $q_W + q_S - q_N - q_E = 0 \therefore$

$-\frac{k\Delta y_2 (T_3 - T_{3w})}{\Delta x/2} - \frac{k\Delta x (T_3 - T_5)}{\Delta y_2/2 + \Delta y_1/2} + \frac{k\Delta x (T_1 - T_3)}{\Delta y_2} + \frac{k\Delta y_2 (T_4 - T_3)}{\Delta x} = 0$

$2(T_{3w} - T_3)/\Delta x^2 + 2(T_5 - T_3)/(\Delta y_2(\Delta y_2 + \Delta y_1)) + (T_1 - T_3)/\Delta y_2^2 + (T_4 - T_3)/\Delta x^2 = 0$

$2(T_{3w} - 30) + 4/1{,}5\,(T_5 - 30) + 4(66{,}67 - 30) + (0 - 30) = 0$ 5

$2T_{3w} - 60 + 2{,}6667\,T_5 - 80 + 146{,}67 - 30 = 0$

$\boxed{2T_{3w} + 2{,}6667\,T_5 = 23{,}3332} \therefore \boxed{T_{3w} = -3.086{,}80\ °C}$ // 5

VOLUMES 5: $q''_{SE}\cdot\Delta y_1 + q_S - q_E - q_N = 0$

$q''_{SE}\cdot\Delta y_1 - 2k\Delta x\,(T_5 - T_{10})/\Delta y_1 + k\,\Delta y_1/\Delta x\,(T_6 - T_5) + 2k\Delta x\,(T_3 - T_5)/(\Delta y_1 + \Delta y_2) = 0$

$10^5\cdot 1/(k\Delta x) + 2(10 - T_5)/\Delta y_1^2 + (T_6 - T_5)/\Delta x^2 + 2(T_3 - T_5)/[\Delta y_1(\Delta y_1 + \Delta y_2)] = 0$

$10.000 + 20 - 2T_5 + 10 - T_5 + 1{,}333\cdot 30 - 1{,}333\cdot T_5 = 0$

$\therefore \boxed{T_5 = 2323{,}8\ °C}$ // 5

VOLUME 4: $q_W + q_S - q_N + \dot{q}\cdot\Delta V = 0$

$-k\Delta y_2 (T_4 - T_3)/\Delta x - k\Delta x\,(T_4 - T_6)/[\Delta y_1/2 + \Delta y_2/2] + k\Delta x\,(T_2 - T_4)/\Delta y_2 + \dot{q}\,\Delta x\,\Delta y_2 = 0$

$(T_3 - T_4)/\Delta x^2 + 2(T_6 - T_4)/[\Delta y_2(\Delta y_1 + \Delta y_2)] + (T_2 - T_4)/\Delta y_2^2 + \dot{q}/k = 0$

$T_3 - T_4 + 4/1{,}5\,(T_6 - T_4) + 4\,(T_2 - T_4) + \dot{q}/10 = 0$

$30 - 0 + 80/3 - 0 + 853{,}2 - 0 + \dot{q}/10 = 0$

$\boxed{\dot{q}_4 = -9098{,}67\ W/m^3}$ 5

VOLUME 6: $q_W + q''_6\cdot\Delta x - q_N = ?$

/ /

$-k\,\Delta y_1/\Delta x\,(T_6-T_5) + q''_6\,\Delta x + k\,\Delta x\,(T_4-T_6)/[\Delta y_1/2 + \Delta y_2/2] = 0$

$(T_5-T_6)/\Delta x^2 + q''_6/(k\,\Delta y_1) + 2(T_4-T_6)/[\Delta y_1(\Delta y_1+\Delta y_2)] = 0$

$2323{,}8 - 10 + q''_6/10 + 2(0-10)/1{,}5 = 0$

$\boxed{q''_6 = -23.104{,}67\ W/m^2}$ // 5

$q''_{H\,1\text{-}2} = -k\,(T_2-T_1)/\Delta x = -10(213{,}3-66{,}67) = -1466{,}3\ W/m^2$

$q''_{H\,3\text{-}4} = -k(T_4-T_3)/\Delta x = -10(0-30) = +300\ W/m^2$ 5

$q''_{H\,5\text{-}6} = -k\,(T_6-T_5)/\Delta x = -10(10-2323{,}8) = +23.138\ W/m^2$

$q''_{V_3} = (q''_{N_3} + q''_{S_3})/2 = \dfrac{-10(66{,}67-30)}{2\cdot 0{,}5} - \dfrac{10(30-2323{,}8)}{2\left(\frac{0{,}5}{2}+\frac{1}{2}\right)}$

$= 15658{,}7\ W/m^2$ 5

$q''_{V_4} = (q''_{N_4} + q''_{S_4})/2 = \dfrac{-10(213{,}3-0)}{2\cdot 0{,}5} - \dfrac{10(0-10)}{2\left(\frac{0{,}5}{2}+\frac{1}{2}\right)}$

$= -2066{,}33\ W/m^2$

3ª QUESTÃO: $f(10\cdot T) = 0{,}5$ $4.000 - 0{,}480877$ 5

$4.200 - 0{,}516014$

$\dfrac{4200 - \lambda T}{4.200 - 4000} = \dfrac{0{,}516014 - 0{,}5}{0{,}516014 - 0{,}480877} \therefore \lambda T = 4108{,}85\ \mu m\,K$

$\boxed{T = 410{,}885\ K}$ 10

4ª QUESTÃO: $T_s = 1500K$; $10cm \times 10cm$ $2{,}5\cdot 1500 = 3750\ \mu m K$

$3600 - 0{,}403607$ $\therefore \dfrac{3800-3750}{3800-3600} = \dfrac{0{,}443382 - f}{0{,}443382 - 0{,}403607} \therefore f = 0{,}4334382$

$3800 - 0{,}443382$

$\bar{\varepsilon} = 0{,}5\cdot 0{,}4334382 + 0{,}2(1-0{,}4334382)$

$\boxed{\bar{\varepsilon} = 0{,}33003}$ 10

$q = \varepsilon\sigma T^4\cdot\bar{\varepsilon}\cdot A = 1\cdot 5{,}67\times 10^{-8}\cdot 1500^4\cdot 0{,}33031\cdot 0{,}1^2$

$\boxed{q = 947{,}33W}$ // 10