UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
TM-360 TRANSFERÊNCIA DE CALOR I
Prof. Luís Mauro Moura
Prova Final

GABARITO

Aluno:______________________________

Observações: *(a) A interpretação das questões faz parte da avaliação;*
(b) Todos os cálculos devem ser demonstrados, sob pena de anulação da questão;
(c) Os critérios de correção estão disponíveis no rodapé da última folha;
(d) Calculadora com ***tela gráfica*** *não é permitida;*
(e) Quando convier, o SISTEMA ou o VOLUME de CONTROLE deve ser definido. Caso contrário a questão pode ser anulada.

QUESTÃO 1 (VALOR 50) Uma estufa de vidro de dimensões 2 m x 2 m x 2 m é representada na figura abaixo. Sua base inferior está completamente isolada. A incidência solar (T_{Sol}=5800K) de 600 W/m² representa um valor médio incidente na superfície externa do vidro. O vidro tem transmissividade dada pela figura abaixo. Aproximando a temperatura média do vidro como 30°C, para uma espessura do vidro de 10 mm e condutividade térmica de 0,3 W/(mK). No interior da estufa há um recipiente de 0,5 m x 0,5 m x 0,5 m com gelo a 0°C. Despreze as trocas radiativas em onda longa para o exterior e interior da estufa e assuma que toda a radiação incidente do Sol que passa pelo vidro é absorvida pelo recipiente com gelo. Calcule:

a) (10 pontos) Represente o esquema com as resistências térmicas deste problema

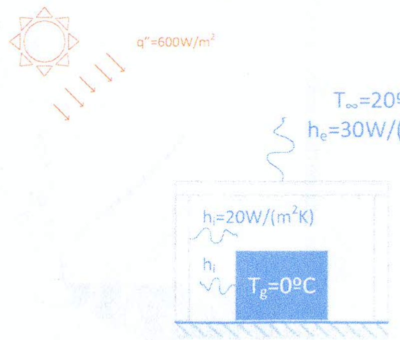
b) (10 pontos) As transmissividades do vidro em onda curta (T_{Sol}=5800K) e onda longa (T_{vidro}=30°C)

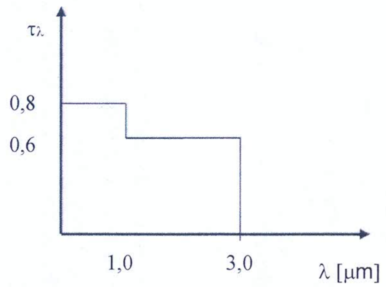
c) (10 pontos) A temperatura média do ar dentro da estufa, desconsiderando a absorção de energia incidente do Sol ($\tau+\rho=1$) e $\alpha_{gelo}=1$.

d) (10 pontos) A taxa de fusão do gelo e o tempo que ele levará para mudar de fase.

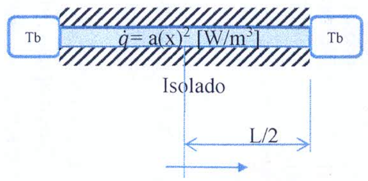
e) (10 pontos) A temperatura da superfície externa do vidro, desprezando a emissão por radiação.

Dados: Gelo: k_{gelo}= 2 W/(mK) ; h_{slgelo}= 334 kJ/kg ; ρ_{gelo}= 920 kg/m³ ; $c_{p\,gelo}$= 2,04kJ/(kgK)





QUESTÃO 2 (VALOR 50) Um sistema de coletor reativo concentra a energia captada em uma superfície conforme a distribuição de energia da pela figura ao lado. A placa coletora tem dimensões W=1m por L=1m, com espessura de t=3 mm. A base é mantida a temperatura Tb=20°C. Desconsidere as perdas existentes para o meio ambiente. As constantes do fluxo incidente são a=3,84.10⁵ W/m⁵.



Considerando uma condutividade térmica de 200W/(mK) e calor específico de 800kJ/(kgK), determine:

a) (10 pontos) A partir do balanço de energia a distribuição de temperatura analítica ao longo do coletor, T(x).

b) (10 pontos) A taxa de energia removida pelo coletor.

c) (20 pontos) A solução pelo método dos balanços, calculando 4 temperaturas ao longo do coletor. Use critérios de simetria.

d) (5 pontos) Compare a taxa transferida de calor numérica com a analítica calculada junto a base (temperatura Tb)

e) (5 pontos) Calcule o erro existente no cálculo da temperatura com a solução numérica.

Formulário: PV=MRT $\quad \delta W = P dV$

$\gamma = c_p/c_v \quad c_p - c_v = R \quad \delta Q - \delta W = dU \quad du = c_v dT$

$q_{rad} = \varepsilon A \sigma (T_1^4 - T_2^4)$, $\quad \sigma = 5{,}67.10^{-8}$ W/(m².K⁴) $\quad q_{latente} = \dot{m} h \quad q_{sensivel} = m c_p \frac{dT}{dt} \quad q_{cond} = kA \frac{(T_a - T_b)}{L}$

$q_{conv} = hA(T_s - T_\infty) \quad q'' = -k\frac{\partial T}{\partial n}$ $\quad$ Expansão de Taylor $f_{x+dx} = f_x + \frac{df}{dx}dx$

Balanço de Energia: $\dot{E}_e - \dot{E}_s + \dot{E}_g = \dot{E}_{ac} = \rho V c \frac{dT}{dt}$ $\quad$ Coef. global: $\frac{1}{h_{total}} = \frac{1}{h_r} + \frac{1}{h_{conv}}$; $h_r = \varepsilon\sigma(T + T_{viz})(T^2 + T_{viz}^2)$

Coordenadas cartesianas: $\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \dot{q} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$

Coordenadas cilíndricas: $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k\frac{\partial T}{\partial z}\right) + g''' = \rho . c_p \frac{\partial T}{\partial t}$

Coordenadas esféricas: $\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(kr^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 sen^2\theta}\frac{\partial}{\partial \phi}\left(k\frac{\partial T}{\partial \phi}\right) + \frac{1}{r^2 sen\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(k\, sen\theta\frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \dot{q} = \rho . c_p \frac{\partial T}{\partial t}$

PROVA FINAL

1ª QUESTÃO:

$q'' = 600\ W/m^2$

$T_{vidro} = 30°C = 303K$

$L = 30mm$

$k_v = 0,3\ \frac{W}{mK}$

$A_e = 5 \cdot 2^2 = 20m^2$

$A_i = 5 \cdot 0,2^2 = 1,25m^2$

a)
$1 \cdot 5800 = 5800\ \mu mK \sim f = 0,720158$

$1 \cdot 303 = 303\ \mu mK \sim f = 0$

$3 \cdot 5800 = 17400\ \mu mK \sim f \begin{cases} 16.000 - 0,973814 \\ 18.000 - 0,980860 \end{cases} \rightarrow f = 0,97873$

$3 \cdot 303 = 909\ \mu mK \sim f \begin{cases} 800 - f = 0,00016 \\ 1000 - f = 0,000321 \end{cases} \sim f = 0,0001822$

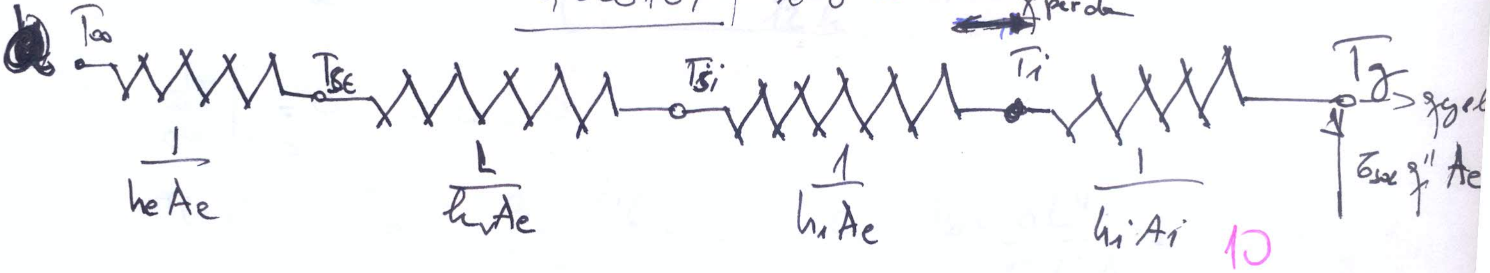
$$\tau_{sol} = 0,8 \cdot 0,720158 + 0,6\,(0,9787384 - 0,720158) = \boxed{0,73127}$$

5

$$\tau_{vidro} = 0,8 \cdot 0 + 0,6 \cdot 0,0001822 = \boxed{0,000109} \approx 0$$

5

b)



10

$$\tau_{sol} \cdot q'' \cdot A_e = q_{gelo} + q_{perda}$$

$$q_{perda} = \frac{T_\infty - T_g}{\frac{1}{h_e A_e} + \frac{L}{k A_e} + \frac{1}{h_i A_e} + \frac{1}{h_i A_i}} = \frac{20 - 0}{\frac{1}{30 \cdot 20} + \frac{0,01}{0,3 \cdot 20} + \frac{1}{20 \cdot 20} + \frac{1}{20 \cdot 1,25}} = \boxed{436,36\ W}$$

c)
$$\frac{T_i - T_g}{\frac{1}{h_i A_i}} = q_{perda} \therefore T_i = T_g + \frac{q_{perda}}{h_i A_i} = 0 + \frac{436,36}{20 \cdot 1,25} = \boxed{17,45\ °C}$$

10

d)
$$q_{gelo} = \tau_{sol}\, q''\, A_e + q_{perda} = 0,73127 \cdot 600 \cdot 20 + 436,36 = 8775,24 + 436,36$$

$$q_{gelo} = 9212,33\ W = \dot{m}\, h_{se} \therefore \dot{m} = \frac{9212,33}{334 \times 10^3} = 2,758 \times 10^{-2}\ kg/s$$

99,288 kg/h

10

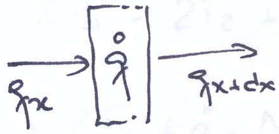
$$\dot{m} = \frac{\Delta m}{\Delta t} \sim \Delta t = \frac{\Delta m}{\dot{m}} = \frac{\rho_g \cdot V_g}{\dot{m}} = \frac{920 \cdot 0,5^3}{2,8 \times 10^{-2}} = \boxed{4169,4\ s} \approx \boxed{1,16\ h}$$

(e) $-q_{perda} = h A_e (T_{se} - T_\infty)$

$T_{se} = -\frac{q_{perda}}{h A_e} + T_\infty$

$T_{se} = -\frac{436,36}{30 \cdot 20} + 20 = 19,27\ °C$ W

2ª QUESTÃO: a)



BE: $q''_x \cancel{w t} - q''_{x+dx} \cancel{w t} + \dot q \cancel{w t} \cdot dx = 0$

$\cancel{q''_x} - \left(\cancel{q''_x} + \frac{dq''_x}{dx} dx\right) + \dot q\, dx = 0$

sendo $q'' = -k \frac{dT}{dx} \rightarrow k \frac{d^2T}{dx^2} = -\dot q = -ax^2 \therefore \frac{d^2T}{dx^2} = -\frac{ax^2}{k}$

$\frac{dT}{dx} = -\frac{ax^3}{k} + C_1$; $\boxed{T(x) = -\frac{ax^4}{12k} + C_1 x + C_2}$ S

CC: $\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=0} = 0 \therefore C_1 = 0$

$T(x = L/2) = T_b = -\frac{aL^4/16}{12k} + C_2 \therefore C_2 = T_b + \frac{aL^4}{12 \cdot 16 \cdot k} = T_b + \frac{a \cdot 1}{192k}$

$C_2 = T_b + \frac{a}{192 \cdot k} = 20 + \frac{3,84 \times 10^5}{192 \cdot 200} = 30°C$

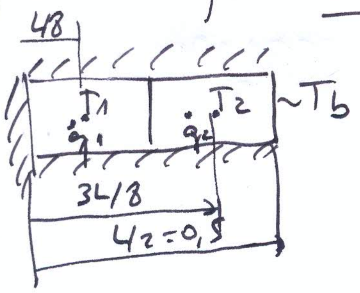
$T(x) = -\frac{3,84 \times 10^5}{12 \cdot 200} \cdot x^4 + 30 = -160x^4 + 30$ S

b) $q''(x = L/2) = -k\left(-\frac{ax^3}{3k}\right) = \frac{ax^3}{3} = \frac{3,84 \times 10^5}{3}\left(\frac{L}{2}\right)^3 = \frac{3,84 \times 10^5}{3 \cdot 8} = 16.000 \frac{W}{m^2}$

$q = q'' \cdot A = 16.000 \cdot 1 \cdot 0,003 = 48 W$

$q_{tot} = 2 \cdot q = 96 W$ W

c)



$\dot q_1 = a x_1^2 = a\left(\frac{L}{8}\right)^2 = 3,84 \cdot 10^5 \frac{1}{8^2} = 6.000 \frac{W}{m^3}$

$\dot q_2 = a x_2^2 = a\left(\frac{3L}{8}\right)^2 = 3,84 \cdot 10^5 \frac{3^2}{8^2} = 54.000 \frac{W}{m^3}$

VOLUME 1:

$$q_E + \dot{q}_1 \cdot wt\Delta x = 0 \quad \therefore \quad kwt\frac{(T_2-T_1)}{\Delta x} + \dot{q}_1 \Delta x w$$

$$T_2 - T_1 + \dot{q}_1 \frac{\Delta x^2}{k} = 0$$

S

VOLUME 2:

$$q_W + \dot{q}_2 wt \cdot \Delta x - q_E = 0$$

$$kwt\frac{(T_1-T_2)}{\Delta x} + kwt\frac{(T_b-T_2)}{\Delta x/2} + \dot{q}_2 wt\Delta x = 0$$

$$T_1 - T_2 + 2T_b - 2T_2 + \dot{q}_2\frac{\Delta x^2}{k} = 0$$

$$T_1 - 3T_2 + 2T_b + \dot{q}_2\frac{\Delta x^2}{k} = 0$$

S

Sistema de equações

$$-T_1 + T_2 = -\dot{q}_1\frac{\Delta x^2}{k} = -\frac{6000 \cdot 0{,}25^2}{200} = -1{,}95075$$

$$T_1 - 3T_2 = -2T_b - \dot{q}_2\frac{\Delta x^2}{k} = -2 \cdot 20 - \frac{54000 \cdot 0{,}25^2}{200} = -56{,}875$$

$$-T_1 + T_2 = -1{,}95075$$
$$T_1 - 3T_2 = -56{,}875$$
$$-2T_2 = -58{,}82575 \quad \therefore \quad T_2 = 29{,}413\,°C = T_4 \quad \text{simetria}$$
$$T_1 = 31{,}364\,°C = T_3$$

10

d) $$q_{num} = -kA\cdot\frac{dT}{dx}\Big|_{x=L/2} = \frac{-200 \cdot 1 \cdot 0{,}003\,(20 - 29{,}413)}{1/8} = 45{,}18\,W$$

$\varepsilon = 5{,}87\%$

S

e) T_1 analit. $= 29{,}9609\,°C$ $\quad \varepsilon = -4{,}68\,\%$

T_2 analit. $= 26{,}83594\,°C$ $\quad \varepsilon = -9{,}6\%$

S