



Mecanismos

Prof. Jorge Luiz Erthal
jorge.erthal@ufpr.br

Engrenagens

Parte II

Referência

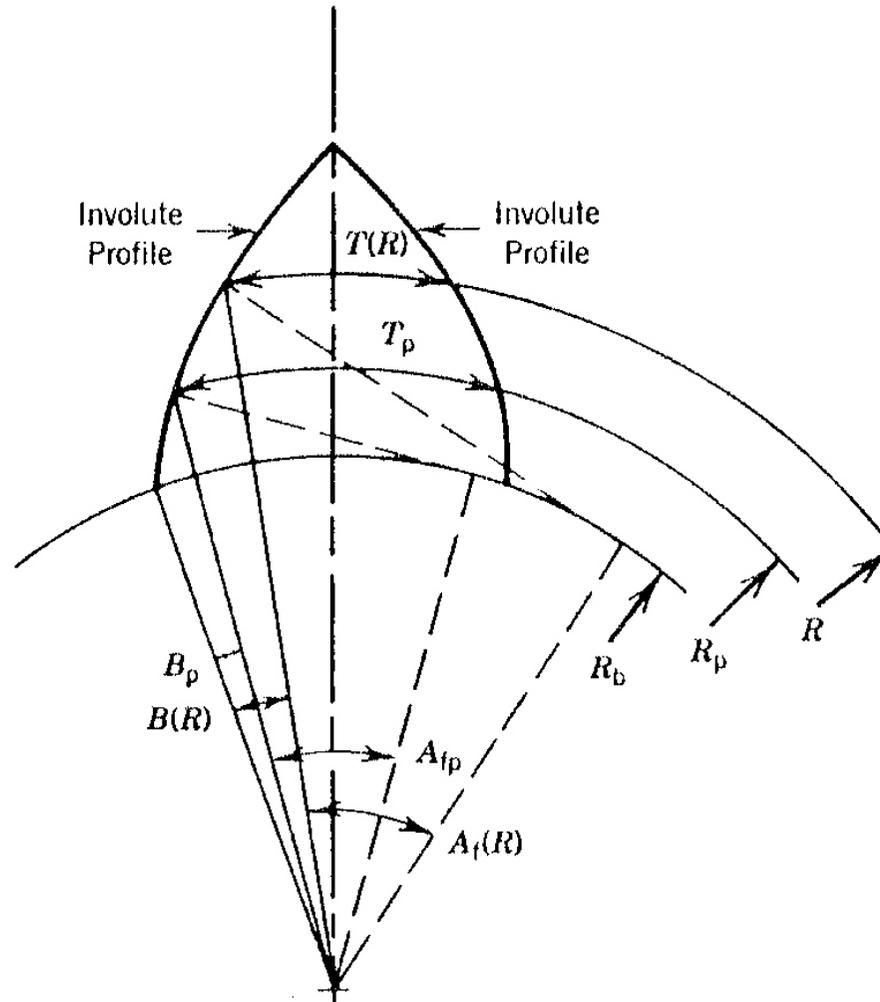
Doughty, S.. MECHANICS OF MACHINES. New York:
John Wiley, 1988.

Capítulo 5

Nesta aula

- Espessura circular do dente
- Nomenclatura
- Padronização
- Jogo primitivo
- Razão de contato
- Interferência

Espessura circular do dente



$T(R)$ = espessura desconhecida no raio R

R_p = raio primitivo

R_b = raio de base

B_p = ângulo do raio primitivo

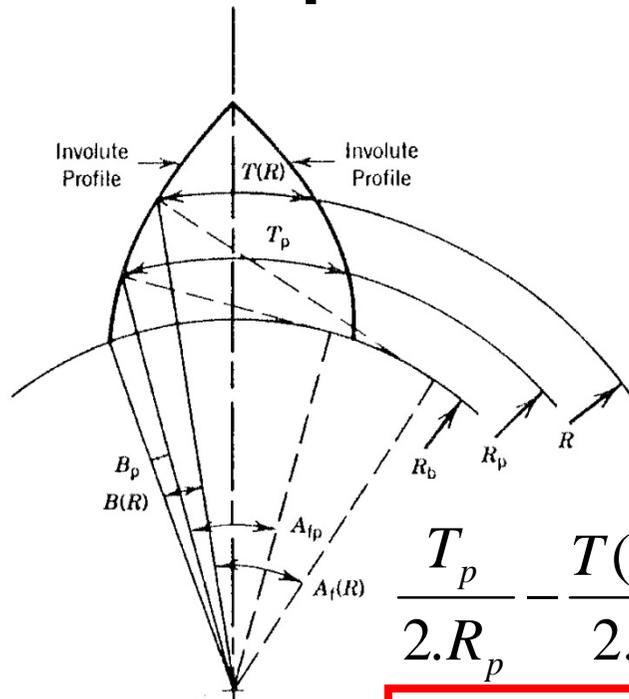
$B(R)$ = ângulo do raio R

A_{fp} = ângulo de flanco no raio primitivo

$A_f(R)$ = ângulo de flanco no raio R

FIGURE 5.6 Determination of Gear Tooth Circular Thickness

Espessura circular do dente



$$\frac{T_p}{2.R_p} - \frac{T(R)}{2.R} = B(R) - B_p$$

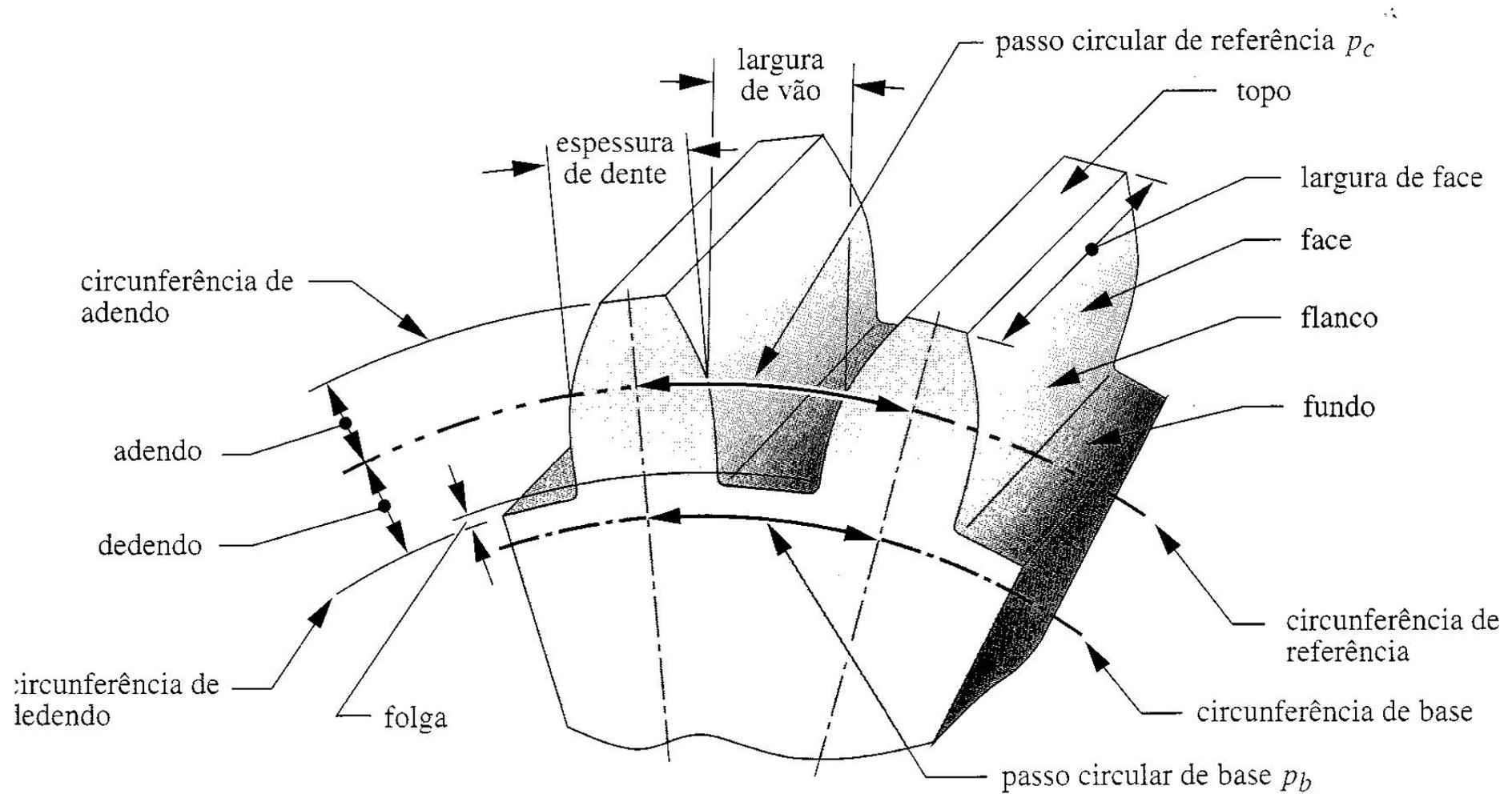
FIGURE 5.6 Determination of Geometric Parameters

$$T(R) = 2.R. \left\{ \frac{T_p}{2.R_p} + ev(A_{fp}) - ev(A_f(R)) \right\}$$

$$R \rightarrow A_f(R) = \arccos\left(\frac{R_b}{R}\right) \rightarrow ev(A_f(R)) = \tan(A_f(R)) - A_f(R)$$

$$R_p \rightarrow A_{fp} = \arccos\left(\frac{R_b}{R_p}\right) \rightarrow ev(A_{fp}) = \tan(A_{fp}) - A_{fp}$$

Nomenclatura



RA 11-8

Nomenclatura do dente de engrenagem.

Gears & Gear Manufacturing
https://youtu.be/8s4zm_ajxAA

Padronização

Norma AGMA → Passo Diametral (P) → $\left[\frac{\text{dentes}}{\text{pol}} \right]$

$$P = \frac{N_1}{d_{p1}} = \frac{N_2}{d_{p2}}$$

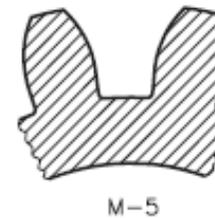
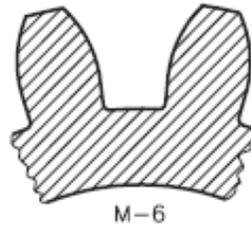
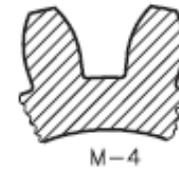
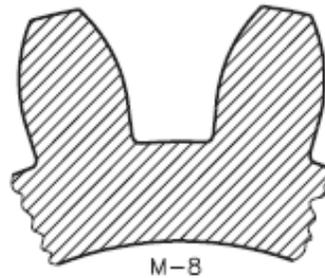
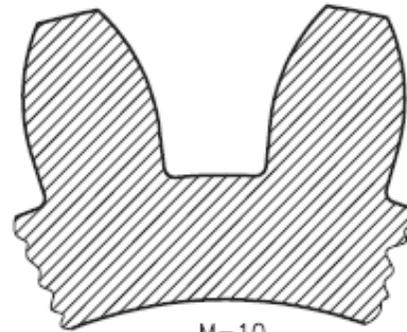
[Formulário AGMA](#)

Norma ISO → Módulo (m) → $[mm]$

$$m = \frac{d_{p1}}{N_1} = \frac{d_{p2}}{N_2}$$

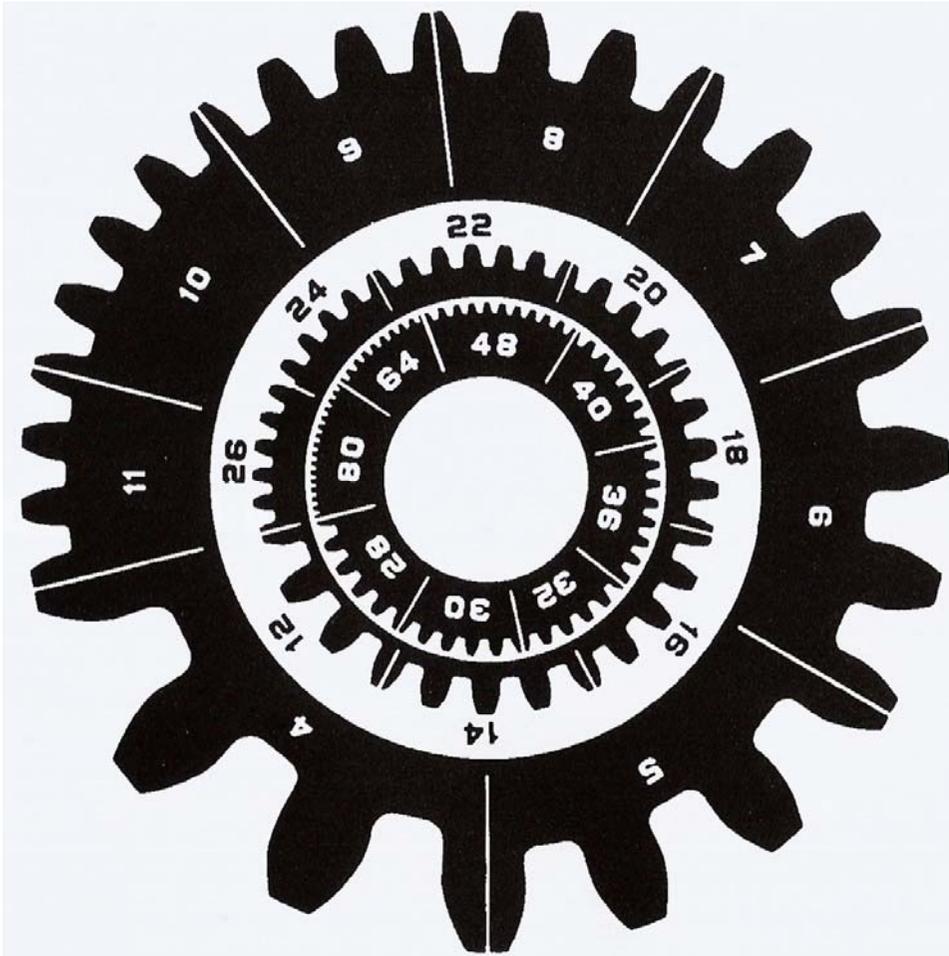
[Formulário ISO](#)

Padronização

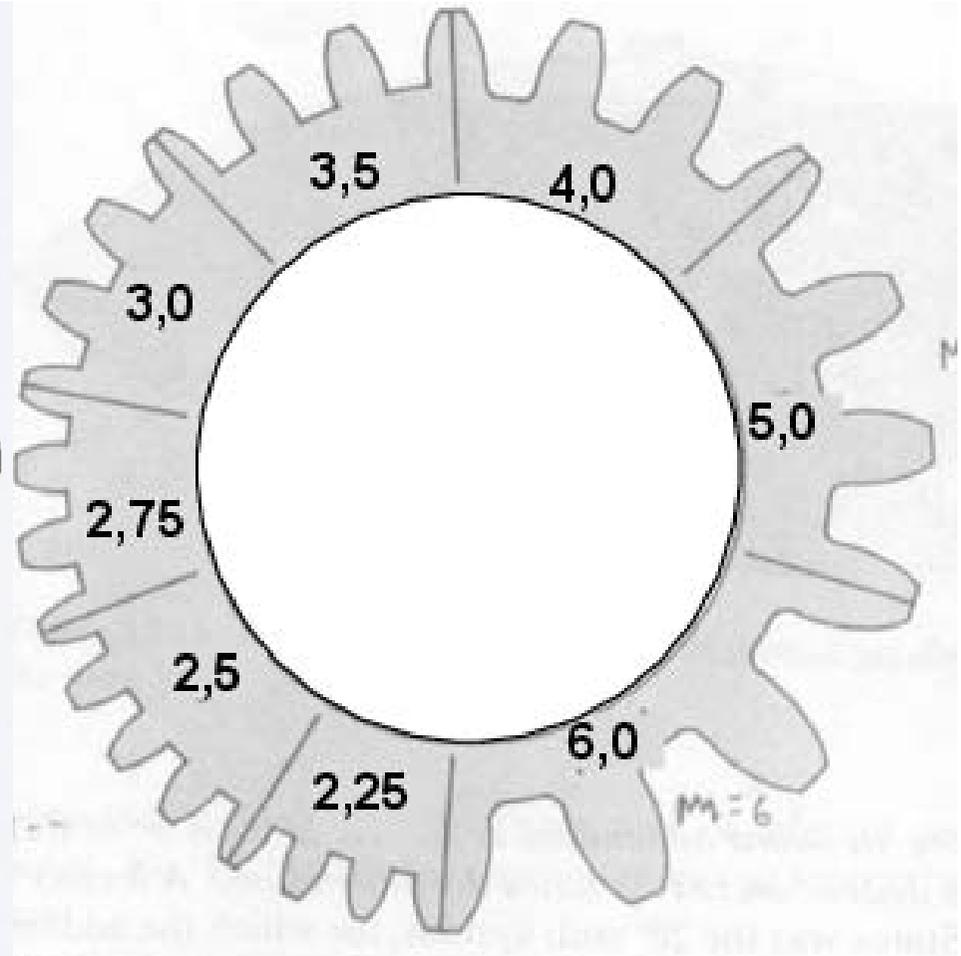


Sistema Módulo (ISO): comparação entre módulos diferentes

Padronização



Sistema Passo diametral
AGMA



Sistema Módulo
ISO

Padronização

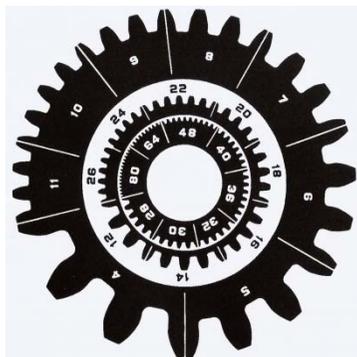


Tabela 11-2

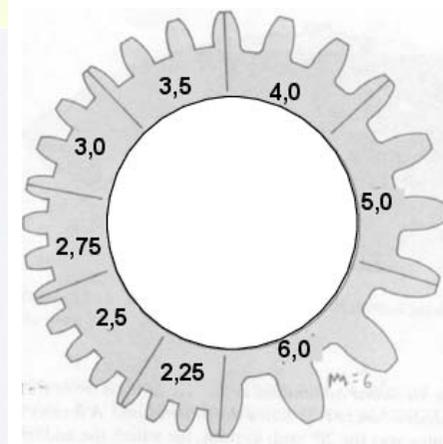
Passos diametraes de referência padronizados

Grosseiros ($p_d < 20$)	Finos ($p_d \geq 20$)
1	20
1,25	24
1,5	32
1,75	48
2	64
2,5	72
3	80
4	96
5	120
6	
8	
10	
12	
14	
16	
18	

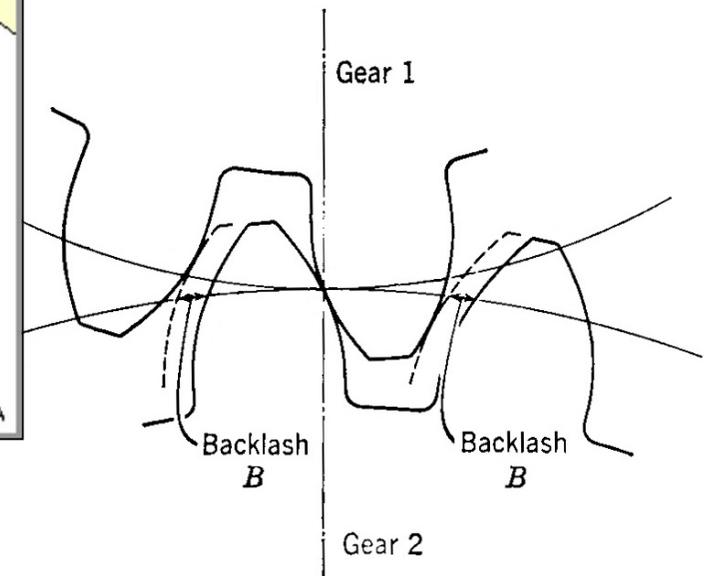
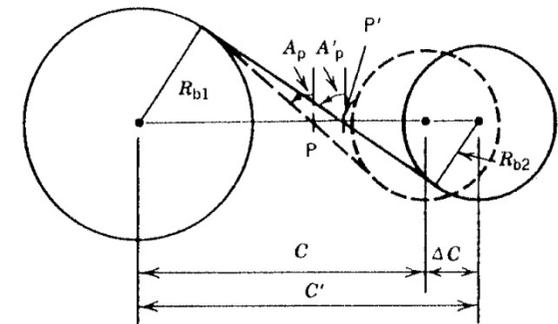
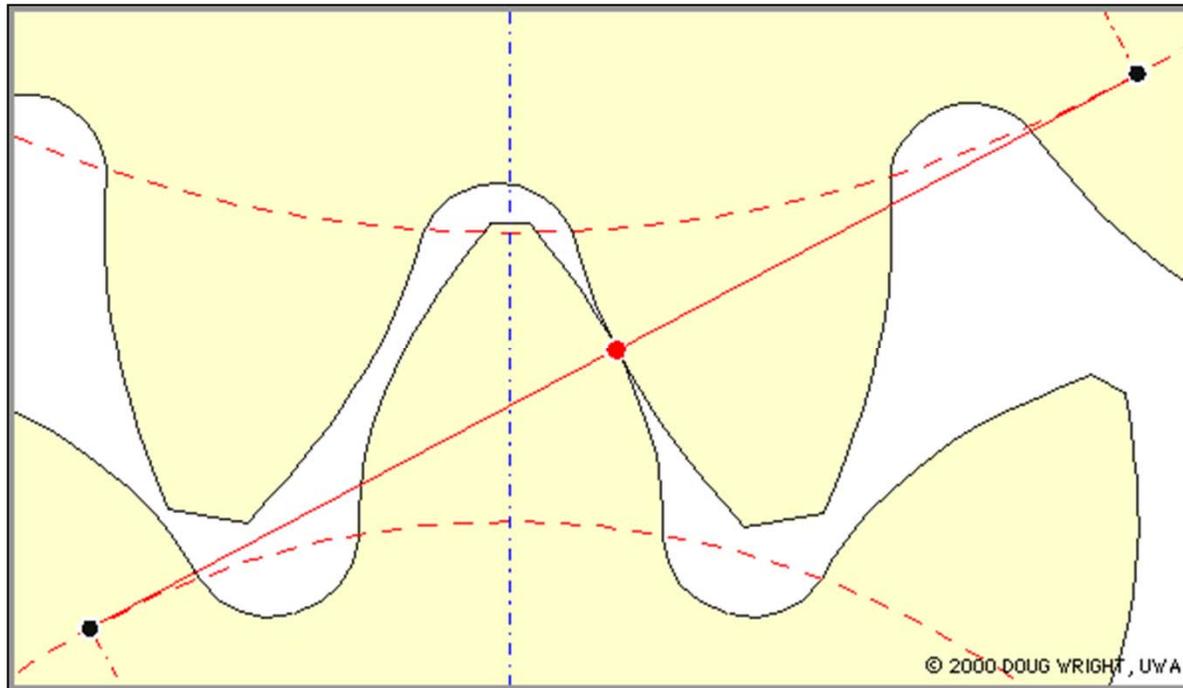
Tabela 11-3

Módulos métricos padronizados

Módulo métrico (mm)	Equivalente p_d (in ⁻¹)
0,3	84,67
0,4	63,50
0,5	50,80
0,8	31,75
1	25,40
1,25	20,32
1,5	16,93
2	12,70
3	8,47
4	6,35
5	5,08
6	4,23
8	3,18
10	2,54
12	2,12
16	1,59
20	1,27
25	1,02



Jogo primitivo (*backlash*)

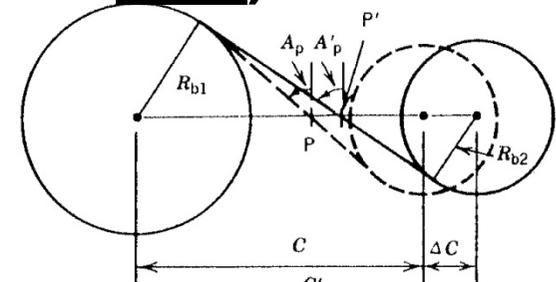


Folga produzida entre os dentes decorrente do aumento da distância entre centros.

Jogo primitivo (*backlash*)

Distância entre centros fixa (jogo primitivo zero)

$$C = \frac{N_1 + N_2}{2} \cdot m$$



Circunferência primitiva de referência ou de corte

Circunferência primitiva resultante da fabricação da engrenagem.

Circunferência primitiva de funcionamento

Circunferência primitiva resultante da montagem do conjunto de engrenagens.

Quando o jogo primitivo é zero as circunferências primitivas de referência e de funcionamento coincidem bem como o ângulo de pressão.

Jogo primitivo (*backlash*)

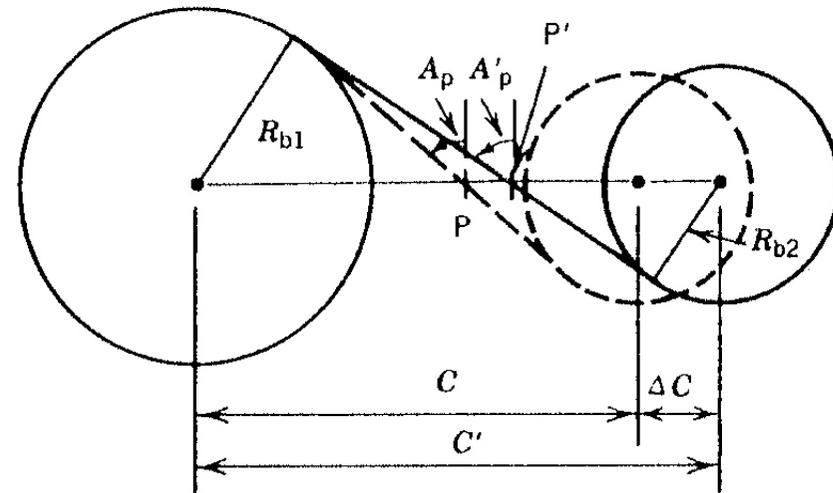
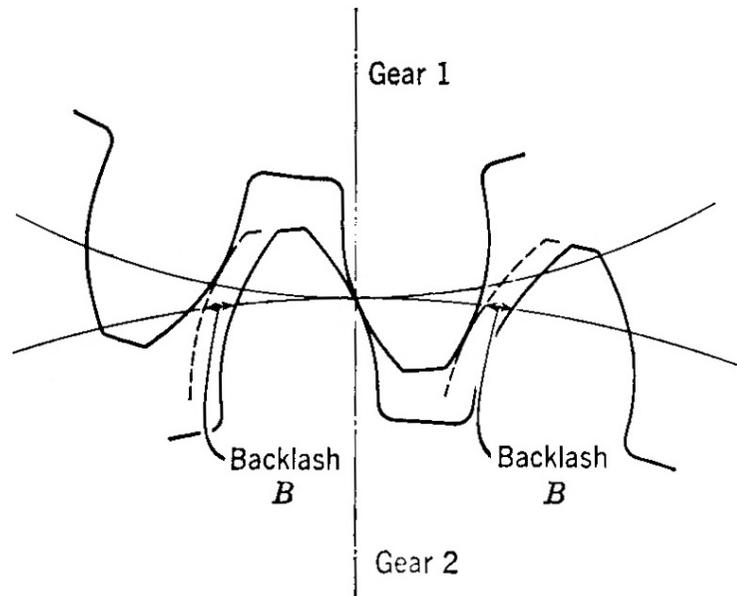


FIGURE 5.9 Effect of Changing Center Distance

*Alteração da distância entre centros

*As circunferências primitivas de referência não são mais tangentes.

* P' define as novas circunferências primitivas de funcionamento.

Jogo primitivo (*backlash*)

Alterações nas expressões:

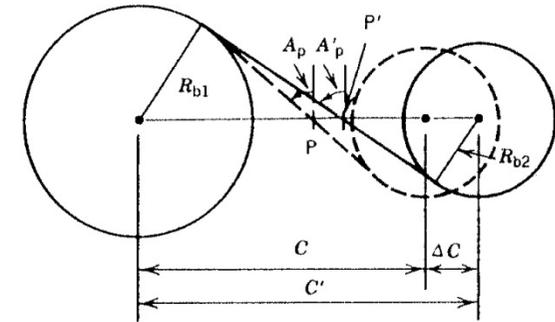


FIGURE 5.9 Effect of Changing Center Distance

relação de transmissão :
$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{Rp_2'}{Rp_1'}$$

distância entre centros :
$$C' = Rp_1' + Rp_2'$$

circunferências primitivas :
$$Rp_1' = \frac{N_1}{N_1 + N_2} \cdot C' \quad Rp_2' = \frac{N_2}{N_1 + N_2} \cdot C'$$

ângulo de pressão de funcionamento :
$$\cos(A_{p'}) = \frac{C}{C'} \cdot \cos(A_p)$$

alteração da distância entre centros :
$$\Delta C = C \cdot \left(\frac{\cos(A_p)}{\cos(A_{p'})} - 1 \right)$$

Jogo primitivo (*backlash*) - j_t

- Não há alteração na relação de velocidades.
- Se o sentido de rotação for invertido ocorrerão choques devido à folga existente.

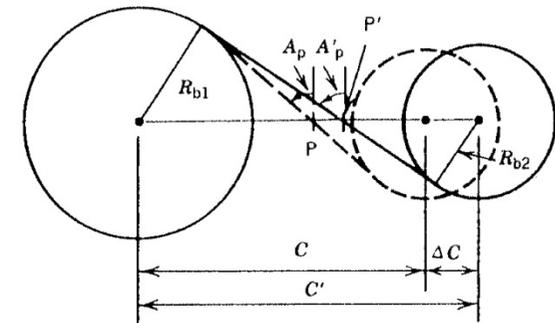
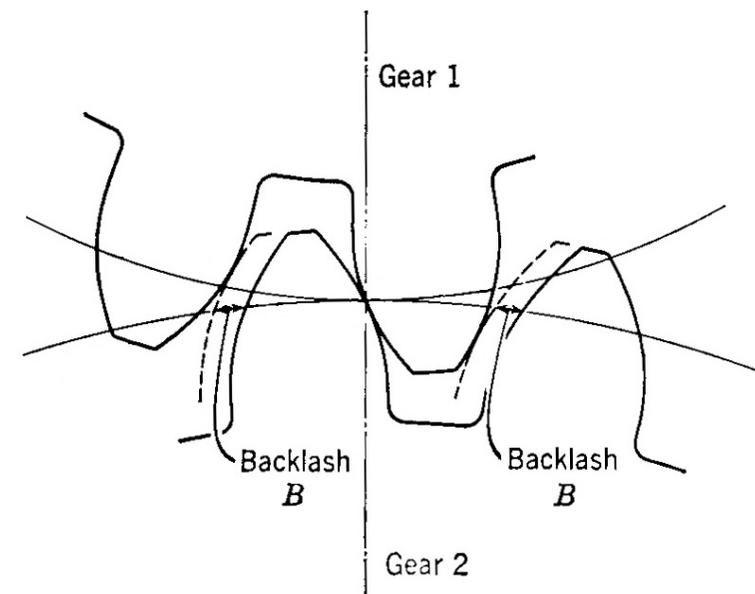


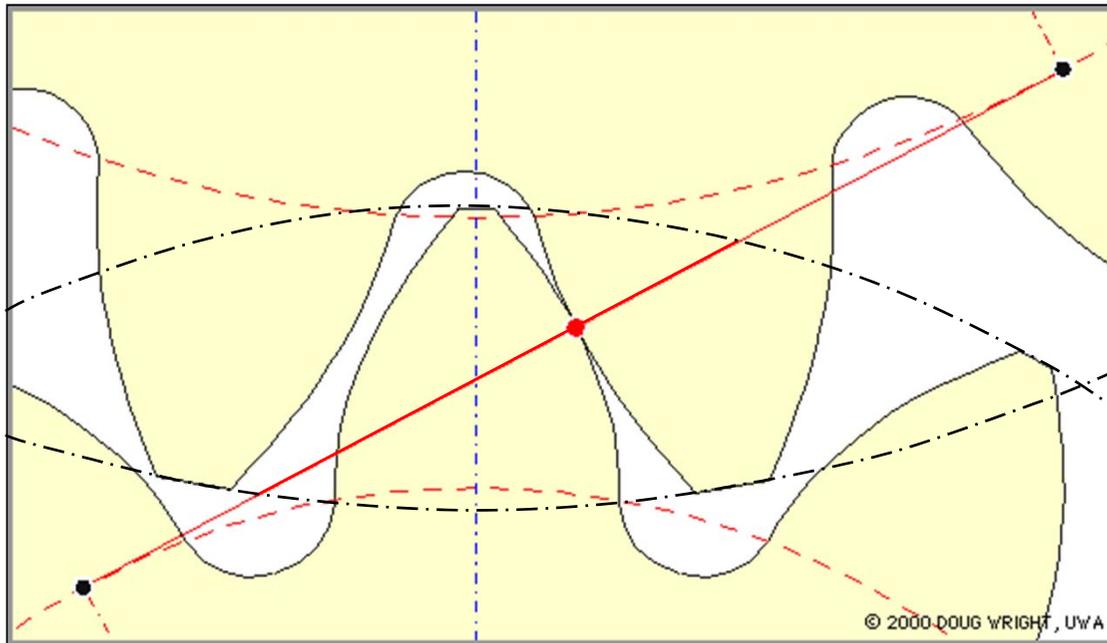
FIGURE 5.9 Effect of Changing Center Distance

Para engrenagens padronizadas

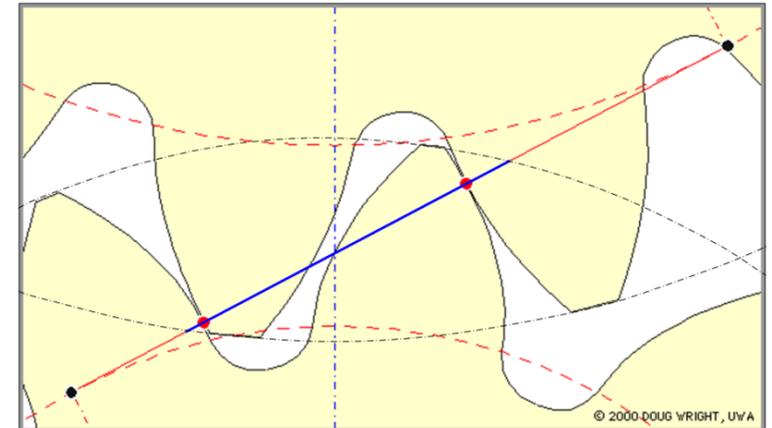
$$j_t = 2 \cdot C' \cdot (ev(A_{p'}) - ev(A_p))$$



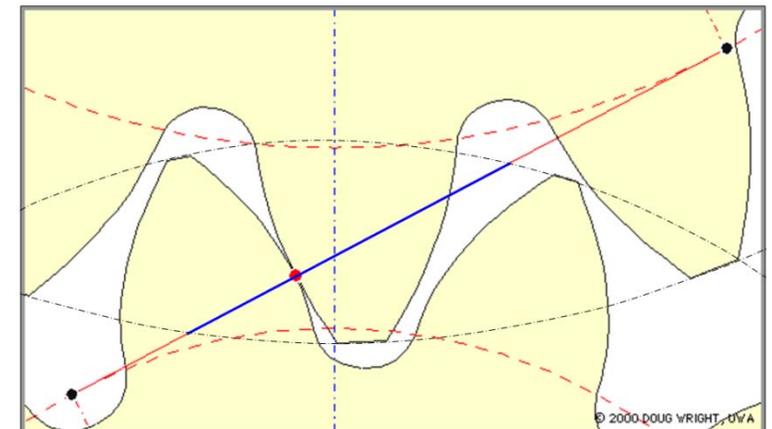
Razão de contato - M_c (Grau de recobrimento)



Representa o número médio de dentes em contato simultâneo

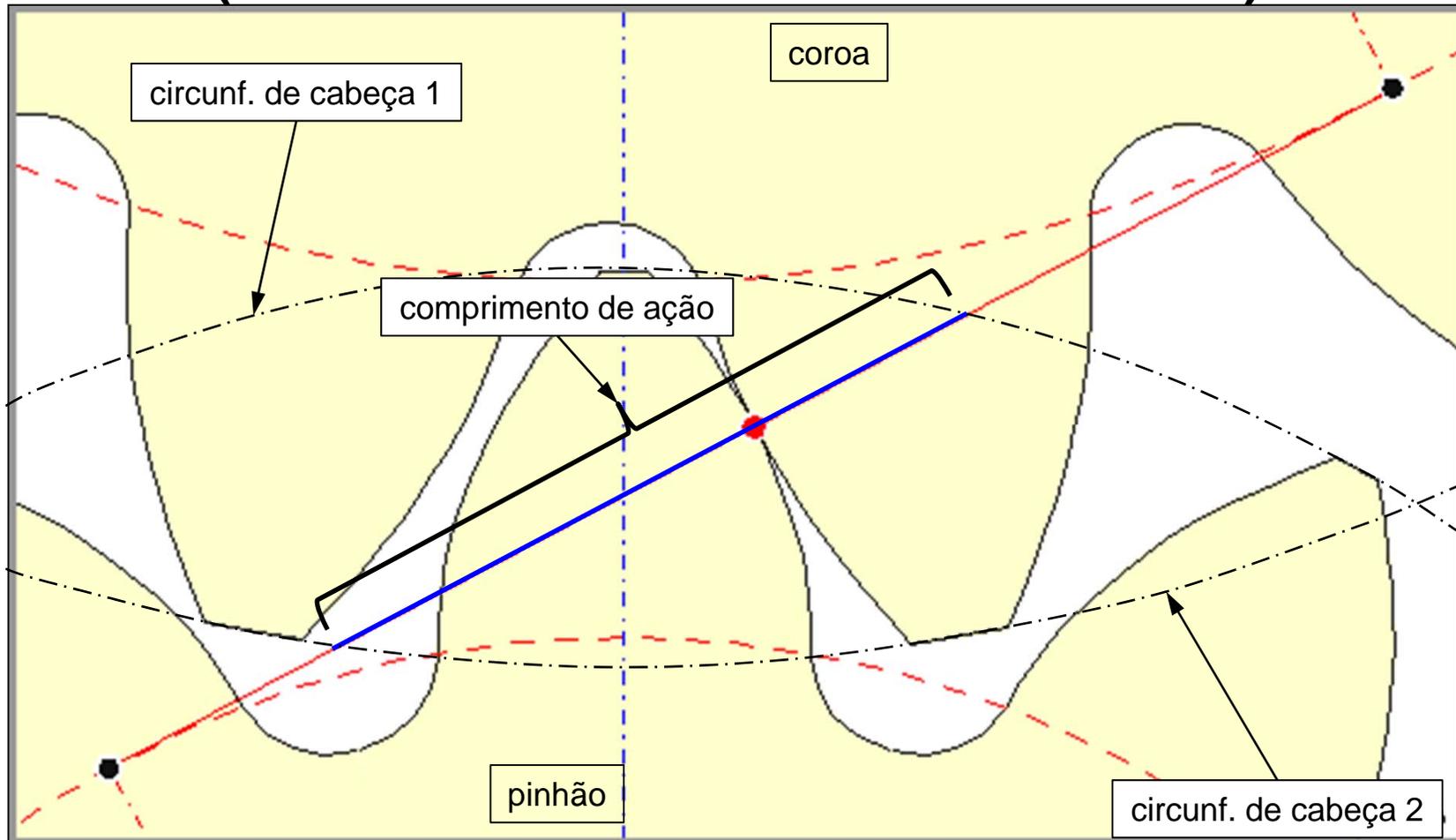


2 pares de dentes em contato



1 par de dentes em contato

Razão de contato - M_c (Grau de recobrimento)



Número médio de dentes em contato simultâneo

Razão de Contato - M_c

Comprimento de Ação —

$$L = \overline{A_1 A_2}$$

$$L = \overline{A_1 T_2} + \overline{T_1 A_2} - \overline{T_1 T_2}$$

$$L = \sqrt{R_{a2}^2 - R_{b2}^2} + \sqrt{R_{a1}^2 - R_{b1}^2} - C \cdot \sin A_p$$

Passo de Base —

$$P_b = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_{b1}}{N_1} = \frac{2 \cdot \pi \cdot R_{b2}}{N_2}$$

Razão de Contato (Grau de Recobrimento)

$$M_c = \frac{L}{P_b}$$

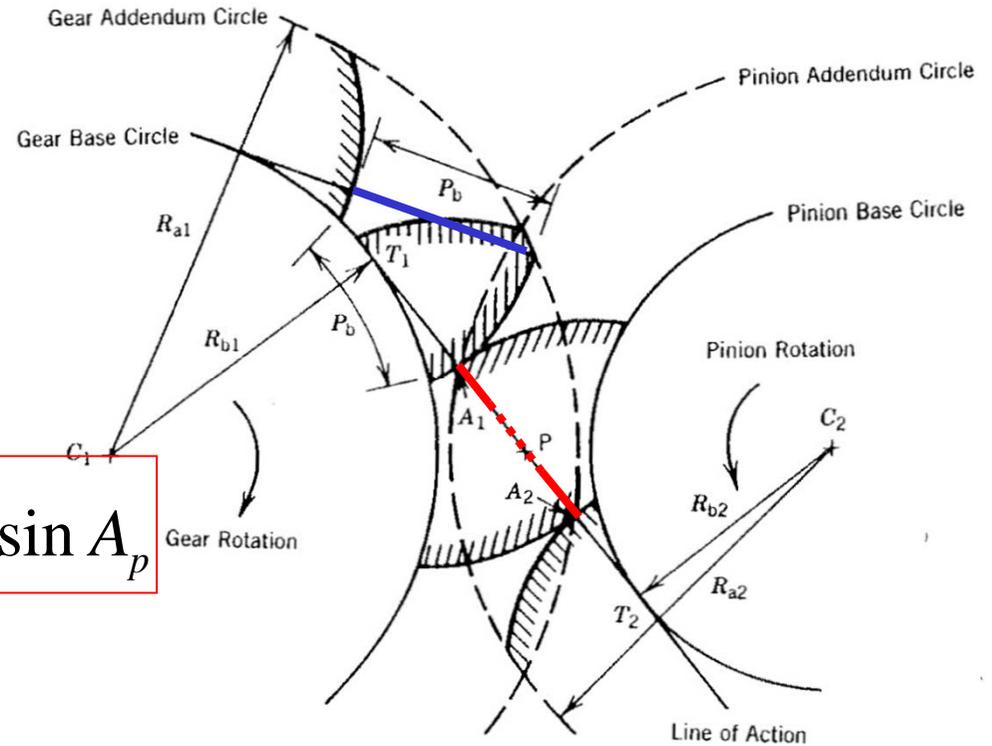
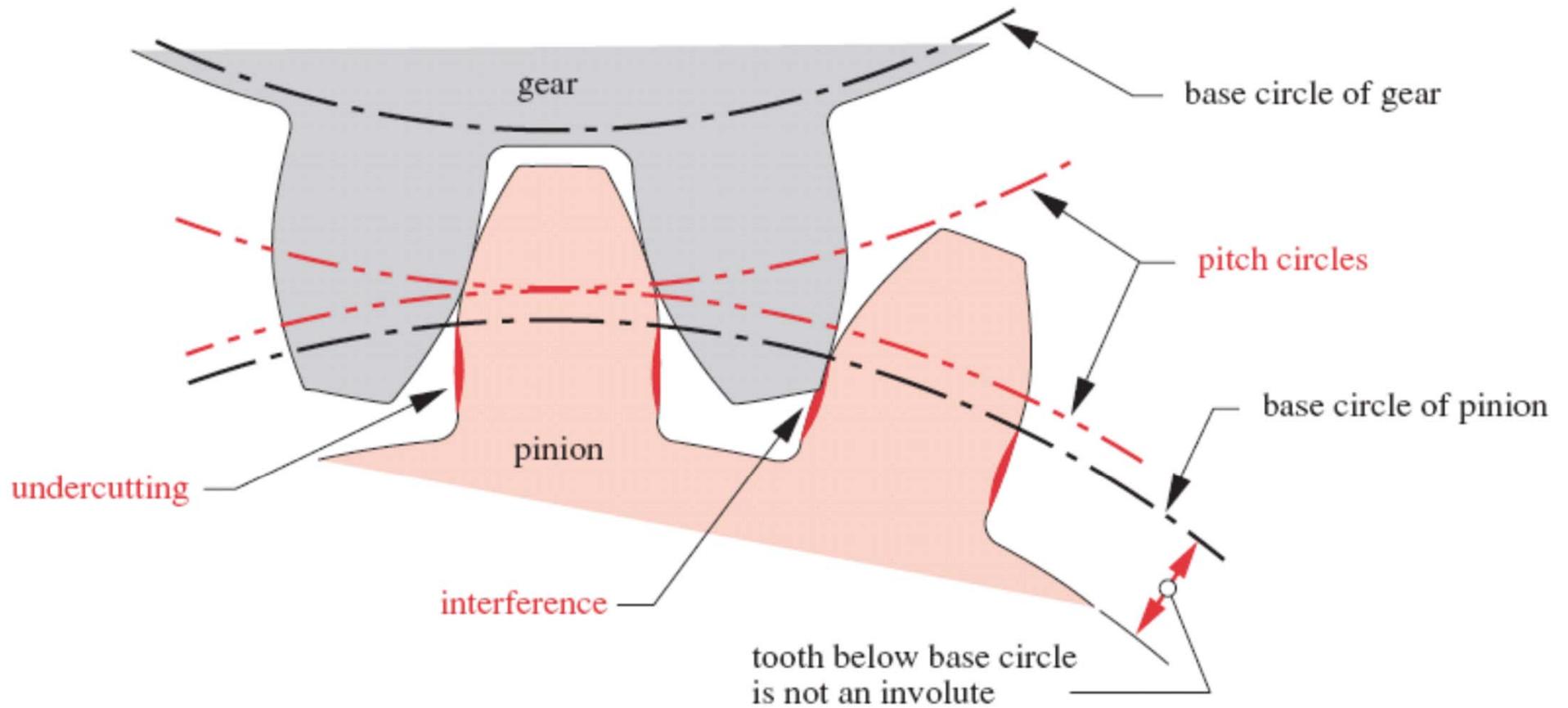
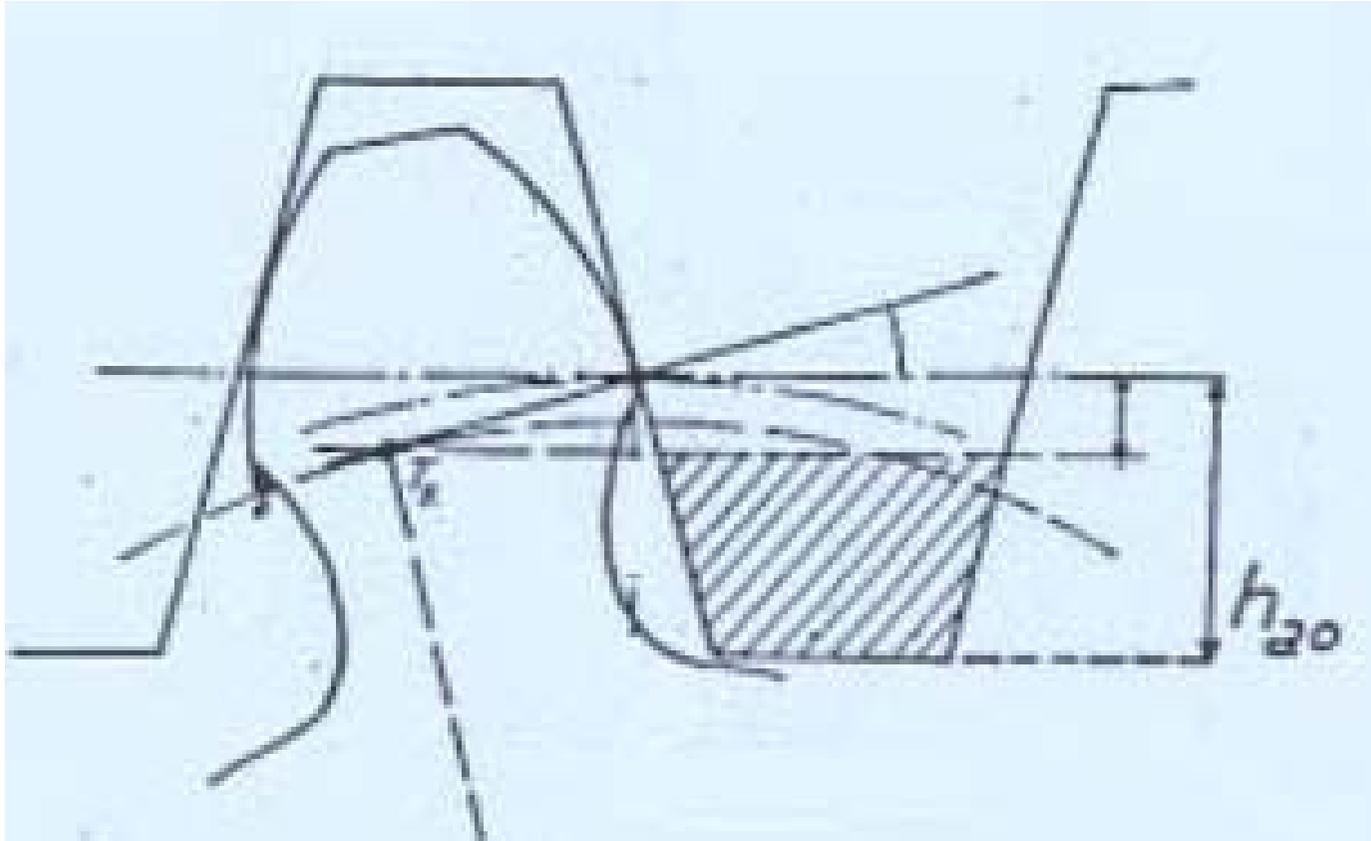


FIGURE 5.11 Contact Ratio and Interference Considerations

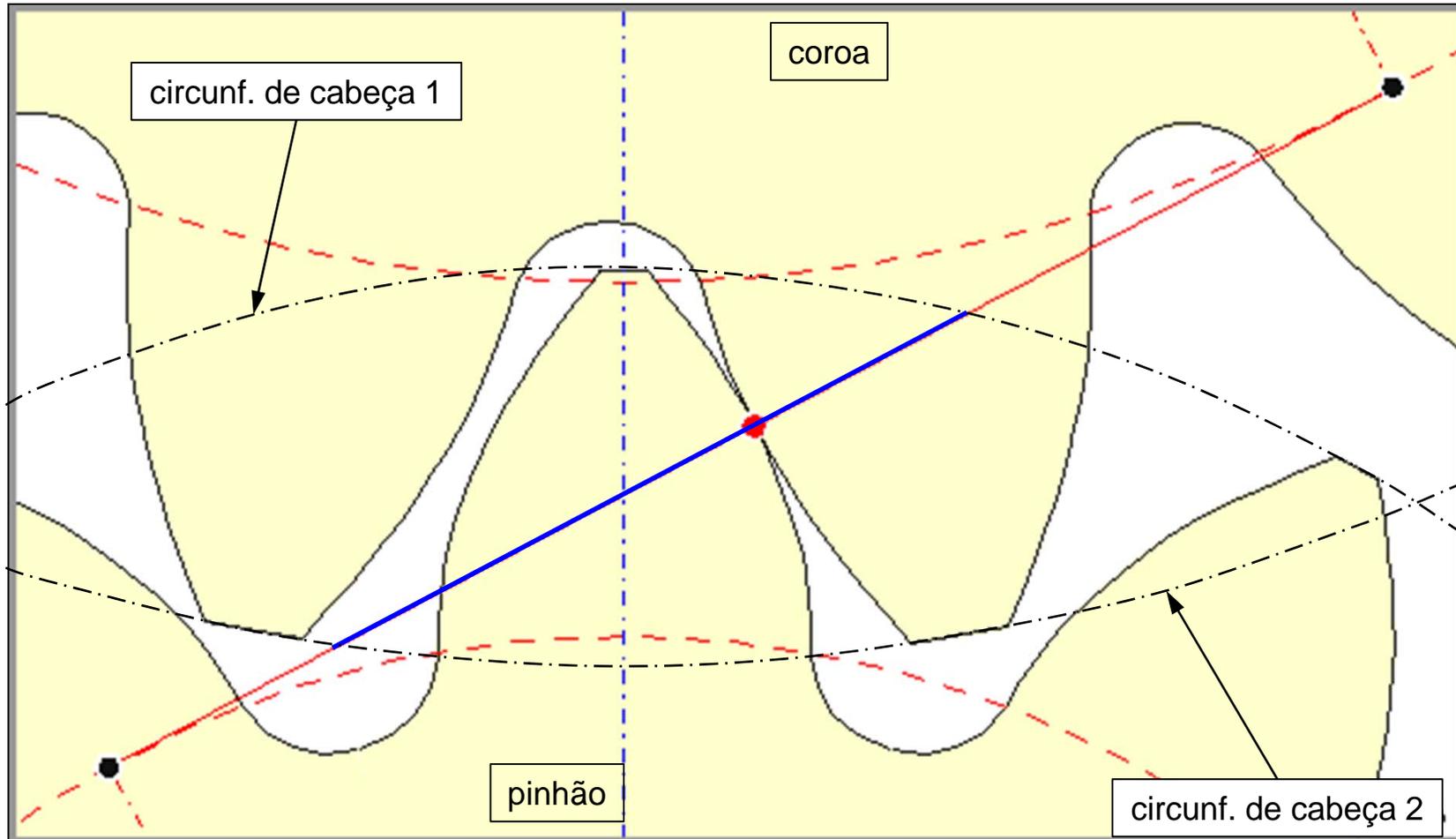
Interferência



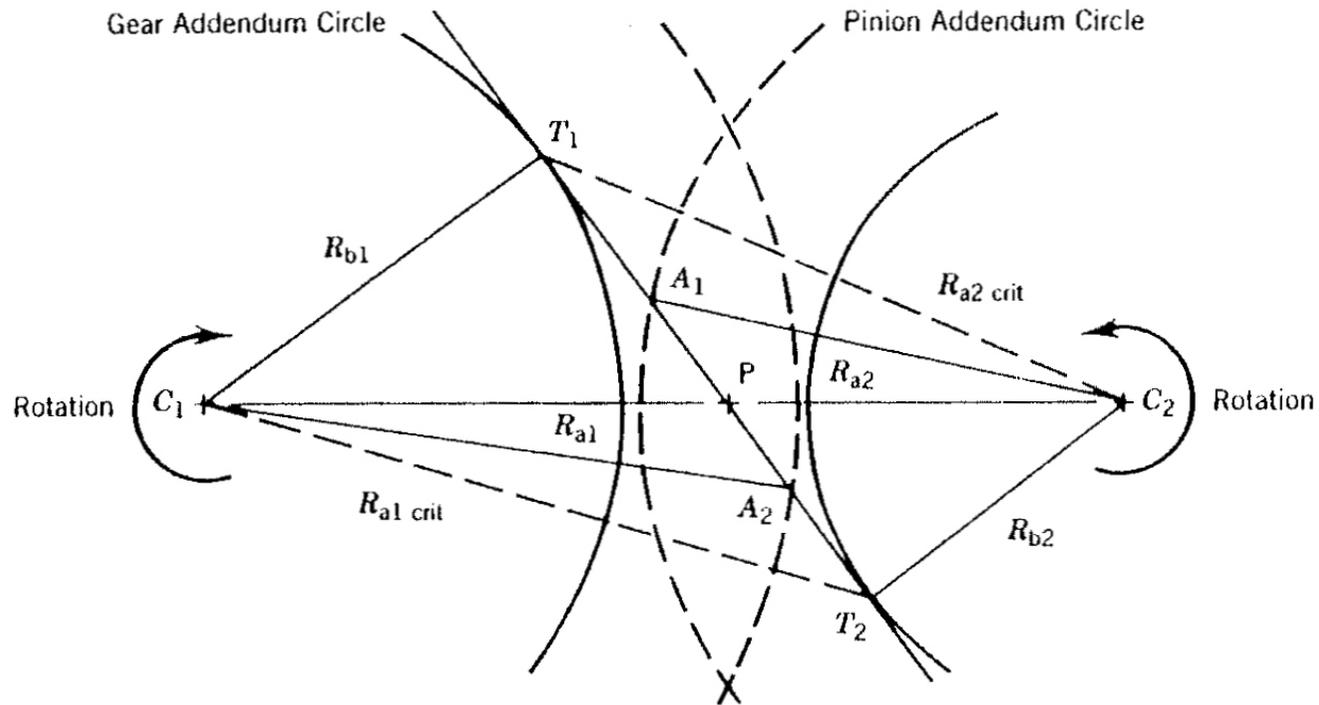
Interferência



Interferência



Interferência



$$R_{a1 \text{ crit}} = \sqrt{R_{b1}^2 + C^2 \cdot \sin^2 A_p}$$

$$R_{a2 \text{ crit}} = \sqrt{R_{b2}^2 + C^2 \cdot \sin^2 A_p}$$

Para que não ocorra interferência

$$R_{a1} < R_{a1 \text{ crit}}$$

$$R_{a2} < R_{a2 \text{ crit}}$$

Referência

Doughty, S.. **Mechanics of Machines**. New York: John Wiley, 1988.

Capítulo 5

Norton, R. L.. **Cinemática e Dinâmica dos Mecanismos**. Porto Alegre: Bookman, 2010.

Capítulo 9