

Mecanismos

Prof. Jorge Luiz Erthal

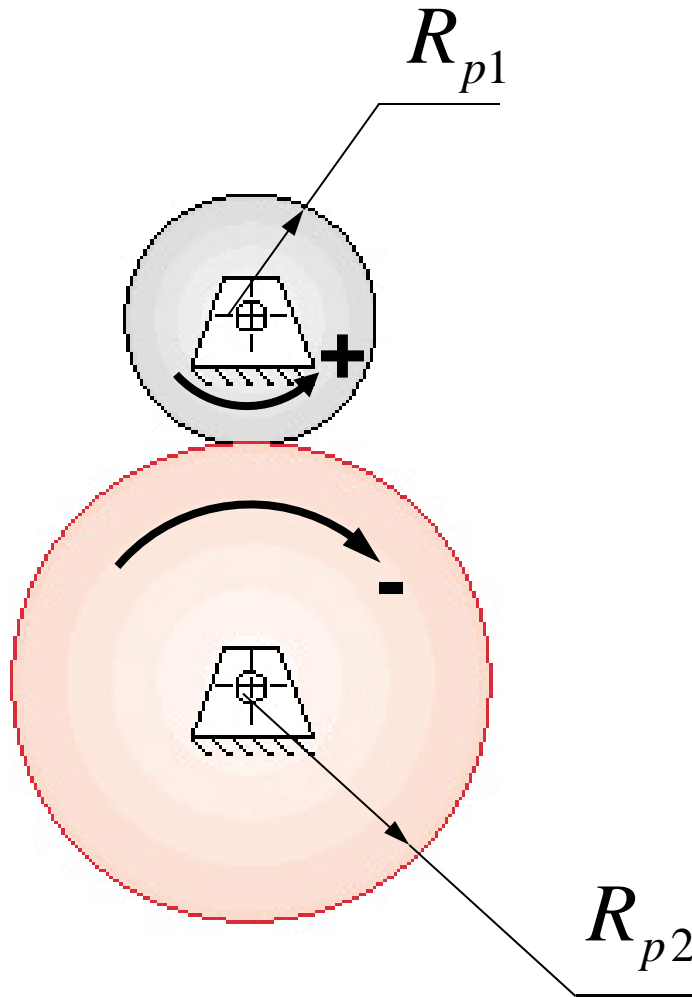
Trens de Engrenagens

Nesta aula

- Trens de engrenagens
 - Convencionais
 - simples
 - compostos
 - Planetários



Relação de transmissão



$$A_1 \cdot R_{p1} = -A_2 \cdot R_{p2}$$

$$\frac{A_2}{A_1} = -\frac{R_{p1}}{R_{p2}}$$

ou

$$\frac{A_1}{A_2} = -\frac{R_{p2}}{R_{p1}}$$

•Máximo recomendável: **10:1**

Transmissão simples (em série)

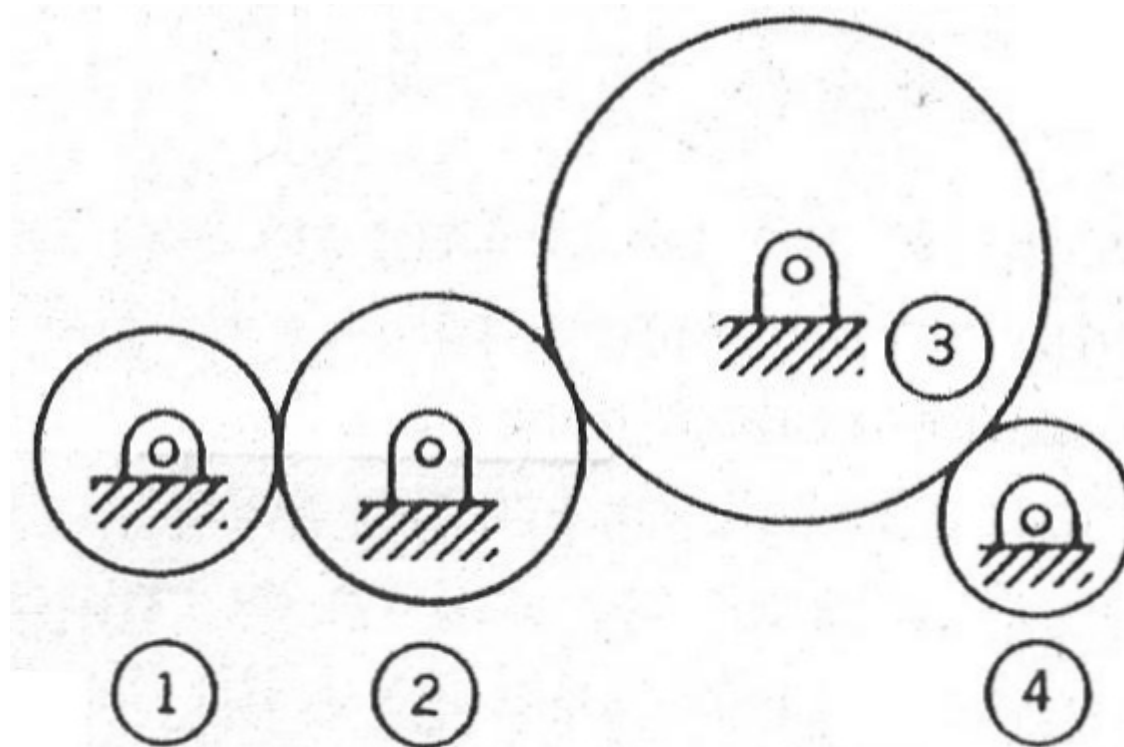


FIGURE 5.13 Simple Gear Train

Transmissão simples

$$\dot{A}_1 \cdot R_{p1} = -\dot{A}_2 \cdot R_{p2}$$

$$\dot{A}_2 \cdot R_{p2} = -\dot{A}_3 \cdot R_{p3}$$

$$\dot{A}_3 \cdot R_{p3} = -\dot{A}_4 \cdot R_{p4}$$

$$\dot{A}_4 = \left(-\frac{R_{p3}}{R_{p4}} \right) \left(-\frac{R_{p2}}{R_{p3}} \right) \left(-\frac{R_{p1}}{R_{p2}} \right) \cdot \dot{A}_1$$

$$\frac{\dot{A}_4}{\dot{A}_1} = -\frac{R_{p1}}{R_{p4}} = -\frac{N_1}{N_4}$$

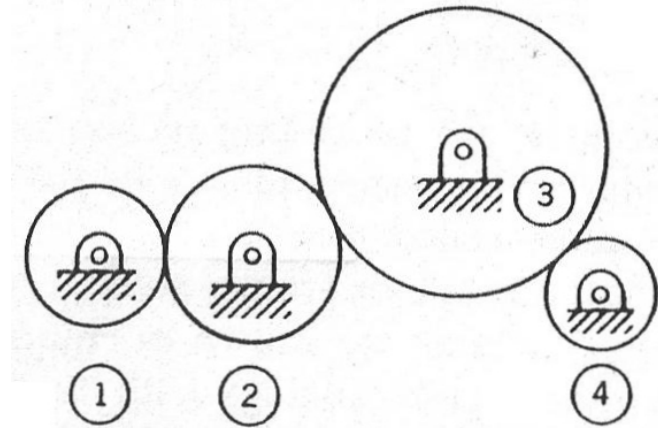
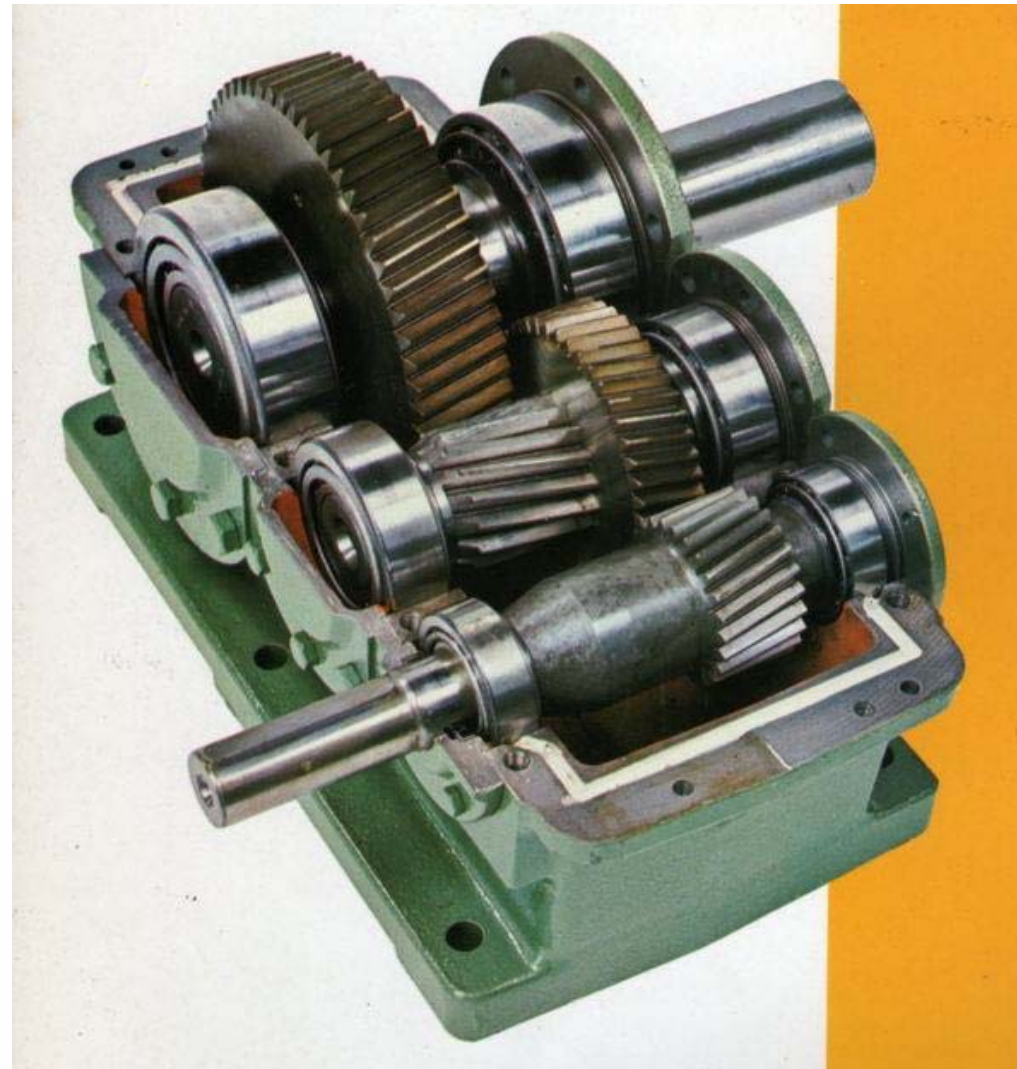
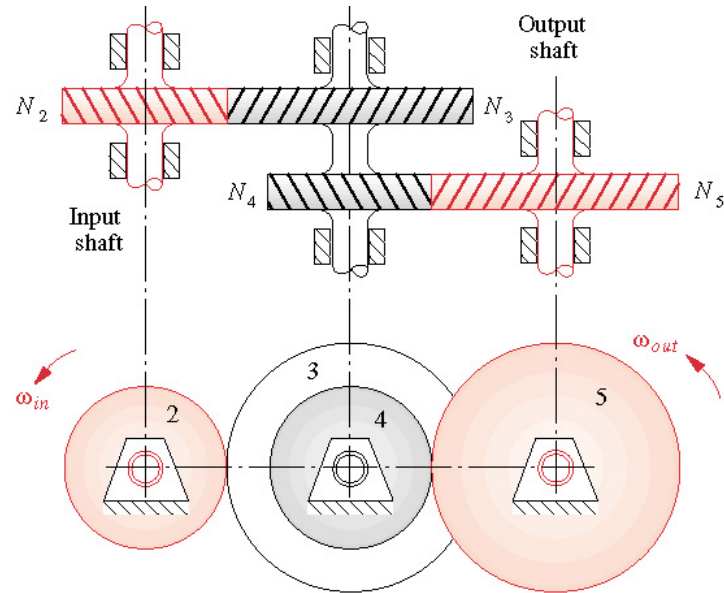


FIGURE 5.13 Simple Gear Train

- Todas as engrenagens possuem o mesmo módulo.
- Somente as engrenagens de entrada e de saída são importantes.
- As engrenagens intermediárias servem apenas para preencher o espaço e controlar o sentido de rotação:
 - número par de estágios => mesmo sentido;
 - número ímpar de estágios => sentido contrário.
- Mais de uma engrenagem intermediária é desaconselhável => substituir por corrente ou correia.

Transmissão composta



Transmissão composta

$$\dot{A}_1 \cdot R_{p1} = -\dot{A}_2 \cdot R_{p2}$$

$$\dot{A}_3 \cdot R_{p3} = -\dot{A}_4 \cdot R_{p4}$$

$$\dot{A}_5 \cdot R_{p5} = -\dot{A}_6 \cdot R_{p6}$$

$$\dot{A}_2 = \dot{A}_3$$

$$\dot{A}_4 = \dot{A}_5$$

$$\dot{A}_6 = \left(-\frac{R_{p5}}{R_{p6}} \right) \cdot \left(-\frac{R_{p3}}{R_{p4}} \right) \cdot \left(-\frac{R_{p1}}{R_{p2}} \right) \cdot \dot{A}_1$$

$$\frac{\dot{A}_6}{\dot{A}_1} = -\frac{R_{p5}}{R_{p6}} \cdot \frac{R_{p3}}{R_{p4}} \cdot \frac{R_{p1}}{R_{p2}} = -\frac{N_5}{N_6} \cdot \frac{N_3}{N_4} \cdot \frac{N_1}{N_2}$$

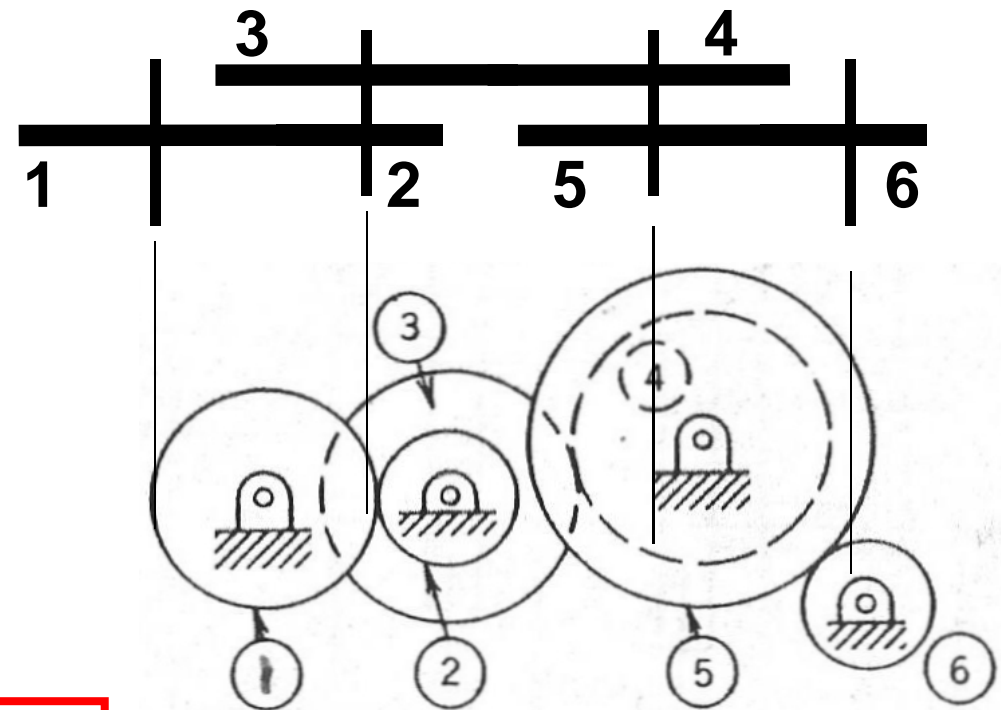


FIGURE 5.14 Compound Gear Train

- Relações maiores do que 10:1.
- Redução ocorre em estágios.
- Cada estágio possui seu próprio módulo.
- Sentido de rotação:
 - núm. par de estágios=>mesmo sentido;
 - núm. ímpar de estágios=>inversão.

Transmissão composta reversa

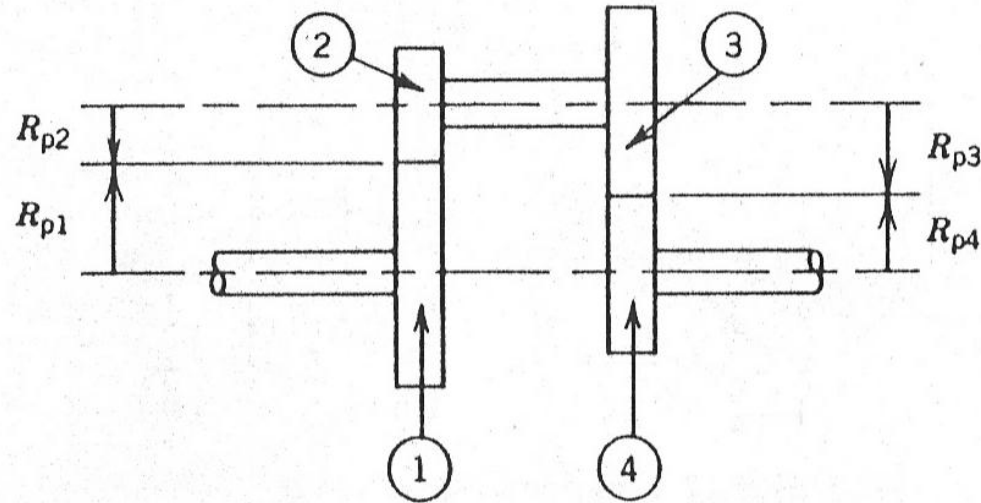


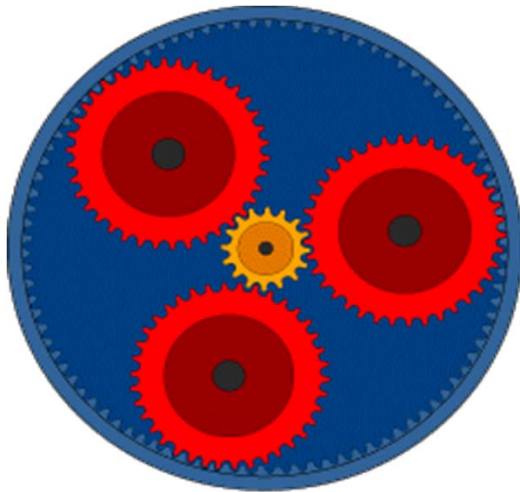
FIGURE 5.15 Reverted Compound Train

- Alinhamento dos eixos de entrada e de saída.
- Os estágios possuem a mesma distância entre centros.
- Restrição adicional: $R_{p1} + R_{p2} = R_{p3} + R_{p4}$

Transmissão automotiva



Transmissão por engrenagens planetárias ou epicicloidais



©2000 How Stuff Works



Componentes

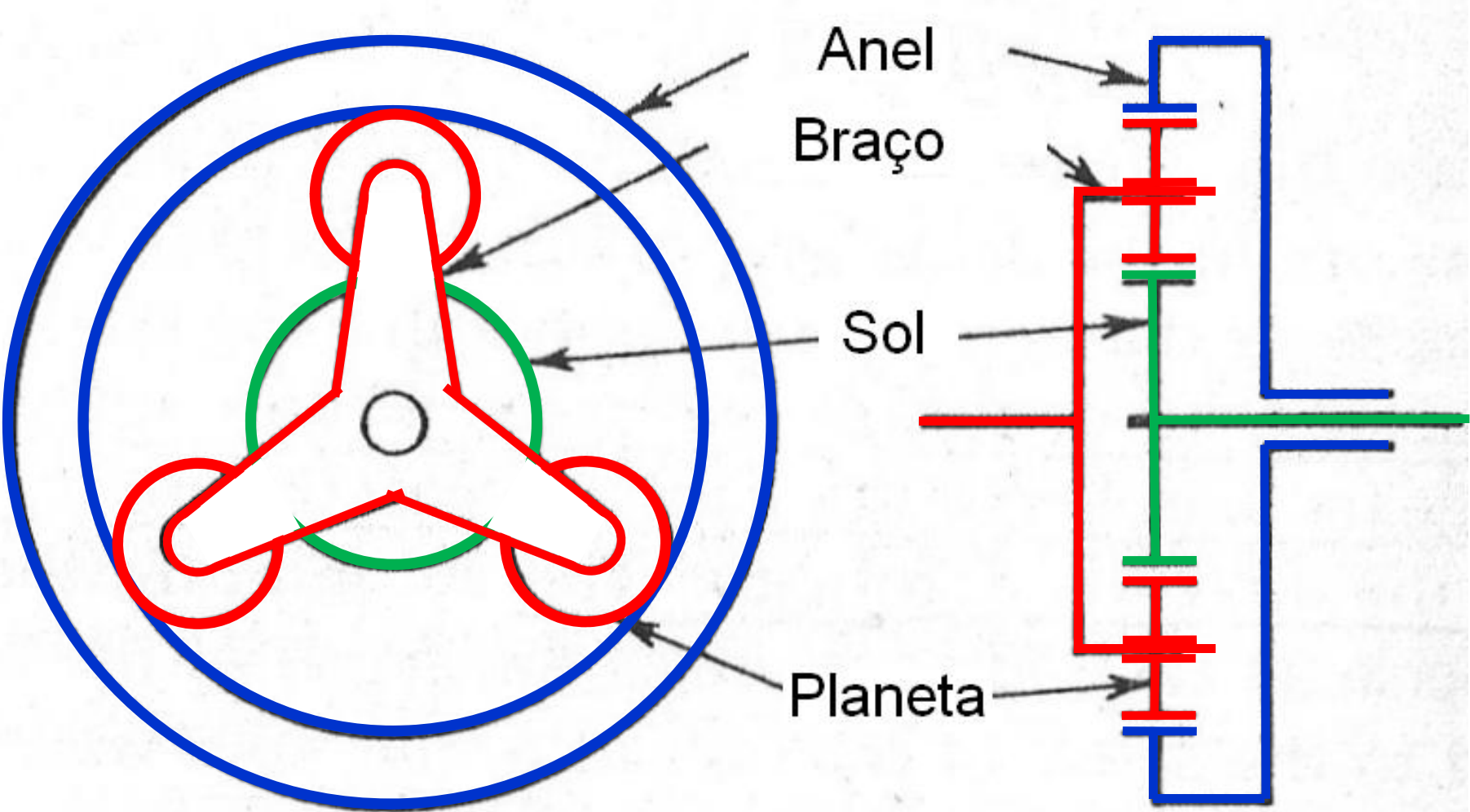


FIGURE 5.16 Simple Planetary Train

Funcionamiento

Understanding PLANETARY GEAR system !

<https://www.youtube.com/watch?v=ARd-Om2VyiE>

[Movimientos del tren epicicloidal](http://www.youtube.com/watch?v=ZLfSo3A6tFo)

<http://www.youtube.com/watch?v=ZLfSo3A6tFo>

[Como funciona un reductor de engranes planetarios](http://www.youtube.com/watch?v=C8J0pim_ndY)

http://www.youtube.com/watch?v=C8J0pim_ndY

[How Automatic Transmissions Work! \(Animation\)](https://www.youtube.com/watch?v=Y1zbE21PzI0)

<https://www.youtube.com/watch?v=Y1zbE21PzI0>

[Designing Planetary Gear Drive in SolidWorks](https://www.youtube.com/watch?v=Q7-dOJoKs90)

<https://www.youtube.com/watch?v=Q7-dOJoKs90>

Configurações possíveis (exemplos)

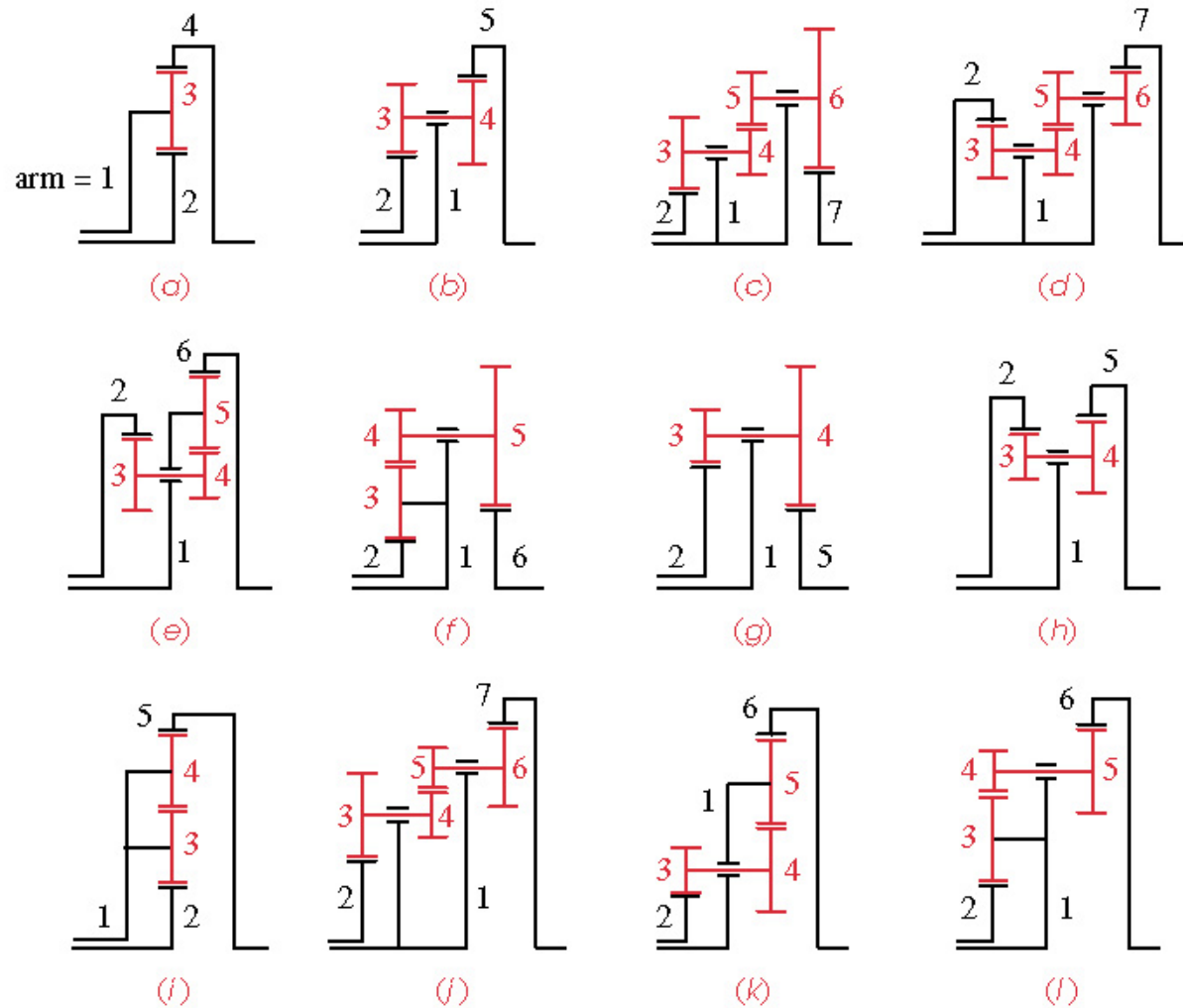
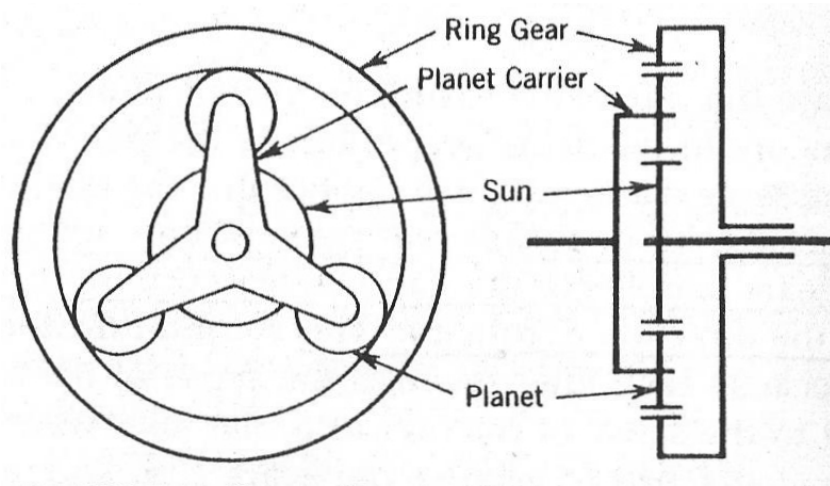


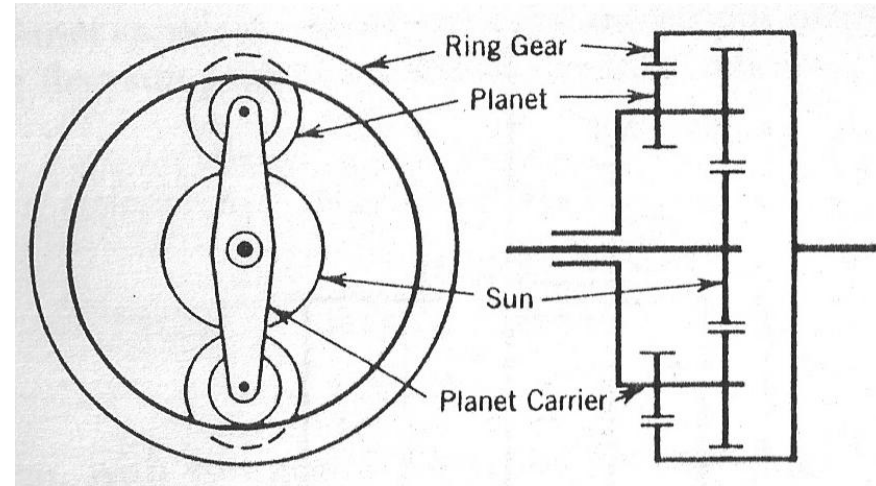
FIGURE 9-35

Levai's 12 possible epicyclic trains (3)

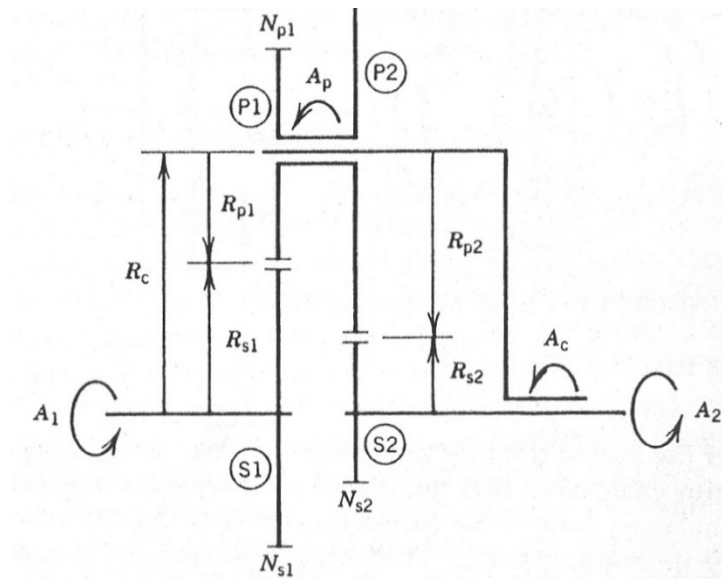
Estudo de casos



Simple



Composto



Sem anel

Caso 1 - Transmissão planetária simples

Planeta - Anel

$$v_r = v_c + v_p$$

$$R_r \cdot \dot{A}_r = R_c \cdot \dot{A}_c + R_p \cdot \dot{A}_p$$

Sol - Planeta

$$v_s = v_c - v_p$$

$$R_s \cdot \dot{A}_s = R_c \cdot \dot{A}_c - R_p \cdot \dot{A}_p$$

Resolvendo o sistema :

$$R_s \cdot \dot{A}_s + R_r \cdot \dot{A}_r = 2 \cdot R_c \cdot \dot{A}_c$$

como $R = \frac{m \cdot N}{2}$, tem - se :

$$N_s \cdot \dot{A}_s + N_r \cdot \dot{A}_r = 2 \cdot (N_s + N_p) \cdot \dot{A}_c$$

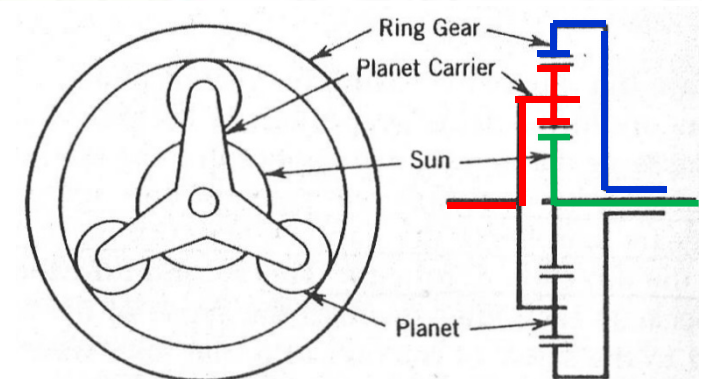
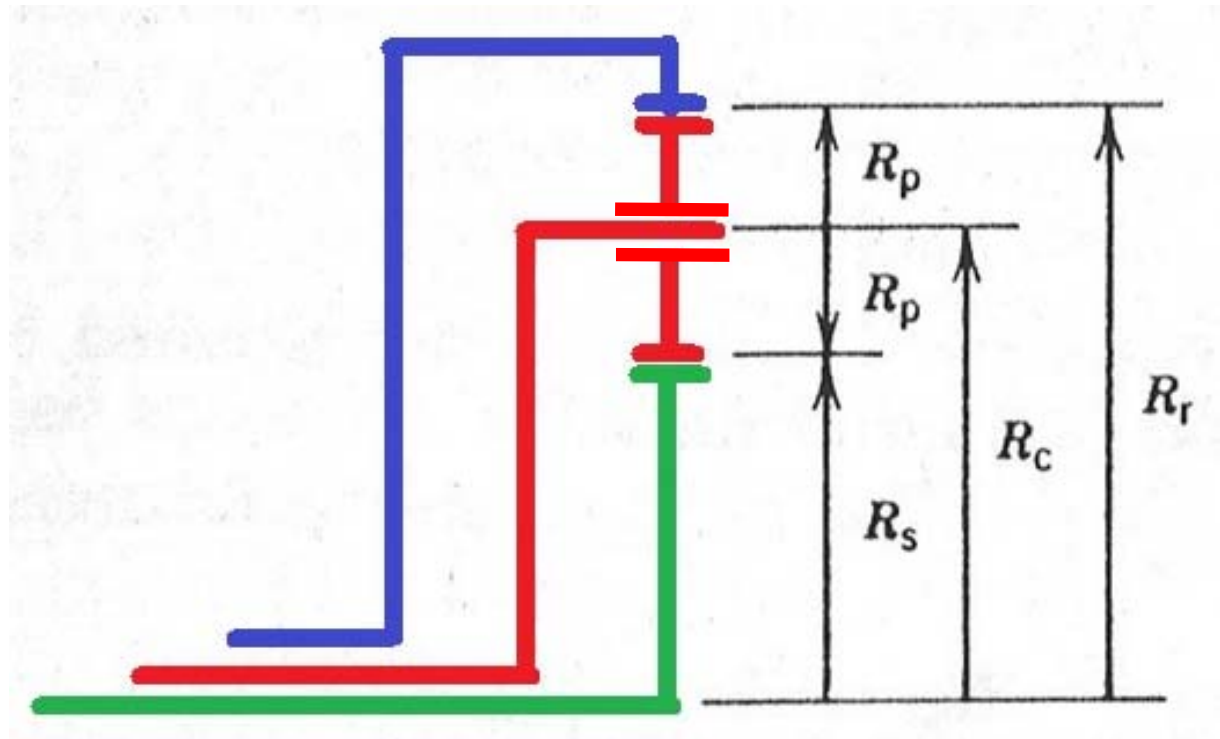


FIGURE 5.16 Simple Planetary Train

Caso 2 - Transmissão planetária composta

Planeta - Anel

$$v_r = v_c + v_{p2}$$

$$R_r \cdot \dot{A}_r = R_c \cdot \dot{A}_c + R_{p2} \cdot \dot{A}_p$$

Sol - Planeta

$$v_s = v_c - v_{p1}$$

$$R_s \cdot \dot{A}_s = R_c \cdot \dot{A}_c - R_{p1} \cdot \dot{A}_p$$

Resolvendo o sistema :

$$R_{p2} \cdot R_s \cdot \dot{A}_s + R_{p1} \cdot R_r \cdot \dot{A}_r = (R_{p1} \cdot R_c + R_{p2} \cdot R_c) \dot{A}_c$$

como $R = \frac{m \cdot N}{2}$ e $R_c = R_s + R_{p1} = R_r - R_{p2}$, tem-se:

$$N_{p2} \cdot N_s \cdot \dot{A}_s + N_{p1} \cdot N_r \cdot \dot{A}_r = (N_{p1} \cdot N_r + N_{p2} \cdot N_s) \dot{A}_c$$

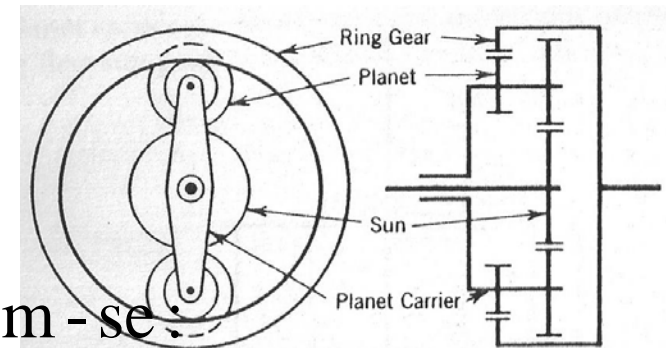
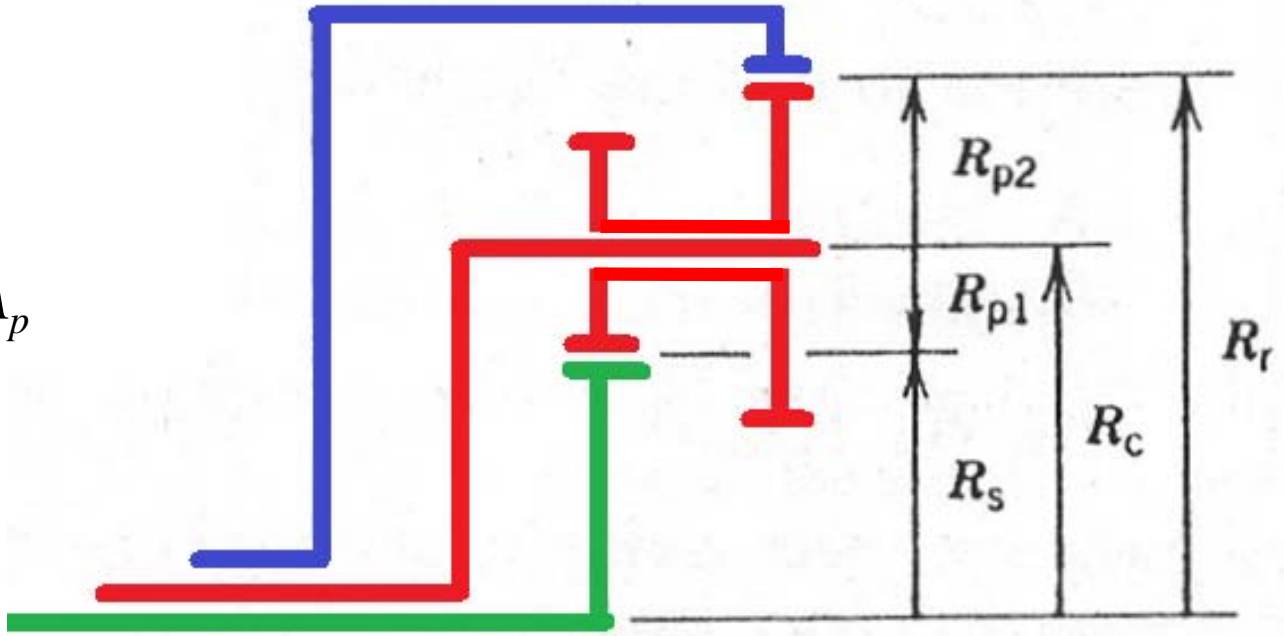


FIGURE 5.17 Compound Planetary Train

Caso 3 - Transmissão sem anel

Sol 1 - Planeta 1

$$v_{s1} = v_c - v_{p1}$$

$$R_{s1} \cdot \dot{A}_{s1} = R_c \cdot \dot{A}_c - R_{p1} \cdot \dot{A}_p$$

Sol 2 - Planeta 2

$$v_{s2} = v_c - v_{p2}$$

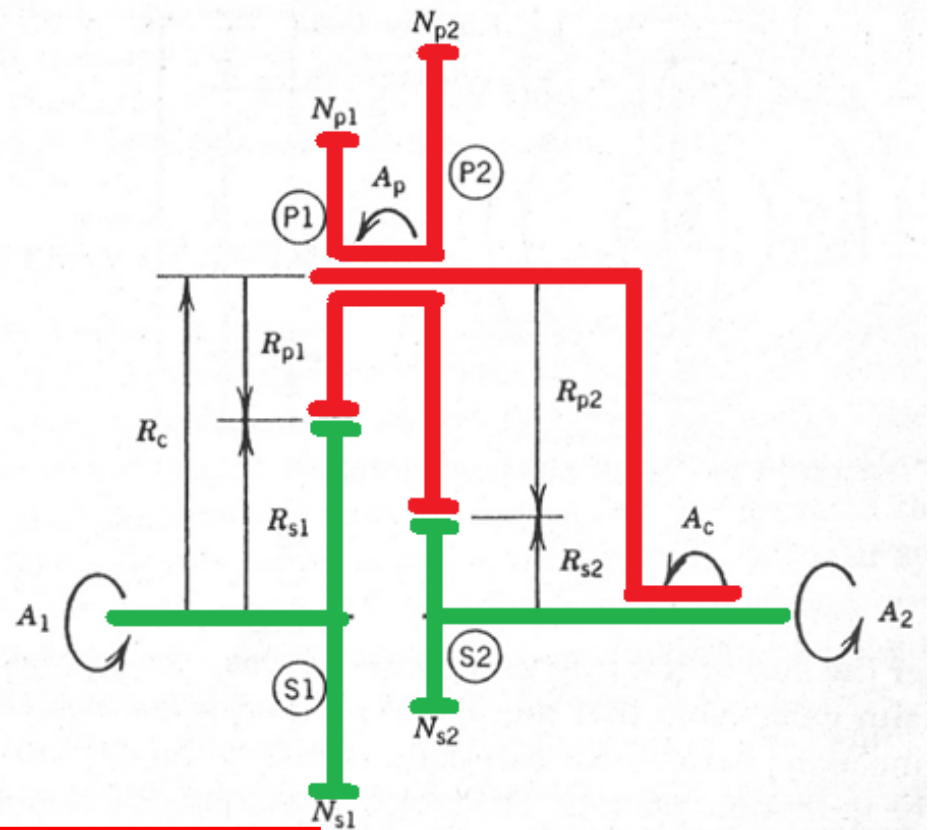
$$R_{s2} \cdot \dot{A}_{s2} = R_c \cdot \dot{A}_c - R_{p2} \cdot \dot{A}_p$$

Resolvendo o sistema :

$$R_{p2} \cdot R_{s1} \cdot \dot{A}_{s1} - R_{p1} \cdot R_{s2} \cdot \dot{A}_{s2} = (R_{p2} \cdot R_c - R_{p1} \cdot R_c) \cdot \dot{A}_c$$

como $R = \frac{m \cdot N}{2}$ e $R_c = R_{s1} + R_{p1} = R_{s2} + R_{p2}$, tem - se :

$$N_{p2} \cdot N_{s1} \cdot \dot{A}_{s1} - N_{p1} \cdot N_{s2} \cdot \dot{A}_{s2} = (N_{p2} \cdot N_{s1} - N_{p1} \cdot N_{s2}) \cdot \dot{A}_c$$



Exercícios recomendados

5.13 - 5.14 - 5.21

Sites

KHK Stock Gears

<http://www.khkgears.co.jp/world/Brazil.html?gclid=CLiYs8Ok5acCFYqW7QodZntHjA>

Transmissão automática

http://pt.encydia.com/es/Transmiss%C3%A3o_autom%C3%A1tica

Blog da Mauá

<http://blog.maua.br/2010/11/engenharia-mecanica-animacoes-ilustram-o-funcionamento-de-diversos-mecanismos/>

Referência

Doughty, S.. **Mechanics of Machines**. New York: John Wiley, 1988.

Capítulo 5

Norton, R. L.. **Cinemática e Dinâmica dos Mecanismos**. Porto Alegre: Bookman, 2010.

Capítulo 9