

TM-045 Fundamentos de Aerodinâmica

Cap. 06: escoamentos compressíveis

Equação linearizada do potencial de velocidade

- Considere um escoamento bidimensional, isentrópico e irrotacional sobre um corpo imerso em um escoamento uniforme com velocidade V_∞ orientado na direção x .

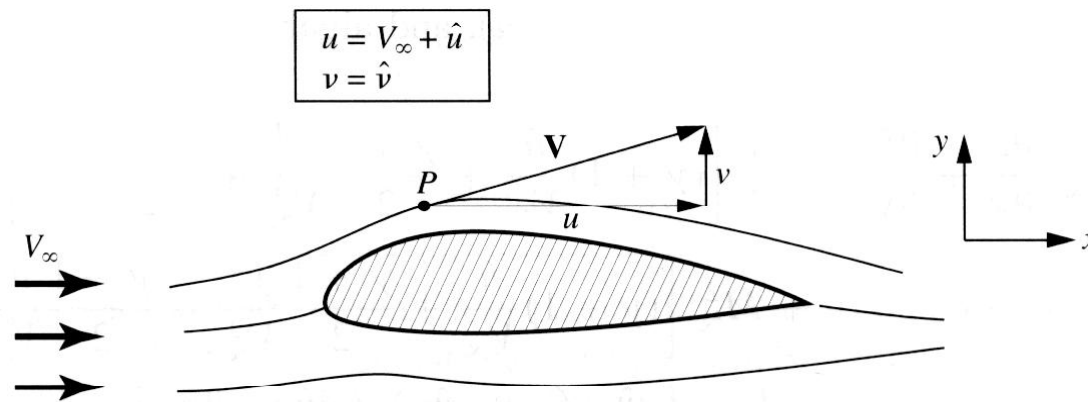


Figure 11.2 Uniform flow and perturbed flow.

Equação linearizada do potencial de velocidade

- Em um ponto P no escoamento, a velocidade pode ser decomposta em suas três componentes, u , v , w . Pode-se visualizar tais componentes como a soma de uma velocidade constante e um incremento, na forma:

$$u = V_{\infty} + u'; \quad v = v'; \quad w = w'$$

- u' , v' e w' são chamadas de perturbações de velocidade.

Equação linearizada do potencial de velocidade

- Definindo-se uma perturbação do potencial de velocidade:

$$\Phi = V_{\infty} \cdot x + \varphi(x, y, z)$$

- Neste caso,

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = u'; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = v'; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial z} = w'$$

Equação linearizada do potencial de velocidade

- Obtém-se, assim, a equação da perturbação do potencial de velocidade:

$$\begin{aligned} & \left[a^2 - \left(V_\infty + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \left[a^2 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \left[a^2 - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \\ & - 2 \cdot \left(V_\infty + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} - 2 \cdot \left(V_\infty + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z} - 2 \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial z} = 0 \end{aligned}$$

Equação linearizada do potencial de velocidade

- Reescrevendo a equação anterior em termos das perturbações de velocidade:

$$\begin{aligned}
 & (1 - M_\infty^2) \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} \\
 &= M_\infty^2 \cdot \left[(\gamma + 1) \frac{u'}{V_\infty} + \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right) \frac{u'^2}{V_\infty^2} + \left(\frac{\gamma - 1}{2} \right) \left(\frac{v'^2 + w'^2}{V_\infty^2} \right) \right] \frac{\partial u'}{\partial x} \\
 &+ M_\infty^2 \cdot \left[(\gamma - 1) \frac{u'}{V_\infty} + \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right) \frac{v'^2}{V_\infty^2} + \left(\frac{\gamma - 1}{2} \right) \left(\frac{w'^2 + u'^2}{V_\infty^2} \right) \right] \frac{\partial v'}{\partial y} \\
 &+ M_\infty^2 \cdot \left[(\gamma - 1) \frac{u'}{V_\infty} + \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right) \frac{w'^2}{V_\infty^2} + \left(\frac{\gamma - 1}{2} \right) \left(\frac{u'^2 + v'^2}{V_\infty^2} \right) \right] \frac{\partial w'}{\partial z} \\
 &+ M_\infty^2 \cdot \left[\frac{v'}{V_\infty} \left(1 + \frac{u'}{V_\infty} \right) \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) + \frac{w'}{V_\infty} \left(1 + \frac{u'}{V_\infty} \right) \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial x} \right) + \frac{u' w'}{V_\infty^2} \left(\frac{\partial w'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial z} \right) \right]
 \end{aligned}$$

Equação linearizada do potencial de velocidade

- Para pequenas perturbações, causadas por pequenos ângulos de ataque, tem-se

$$\frac{u'}{V_\infty}, \frac{v'}{V_\infty}, \frac{w'}{V_\infty} \ll 1; \quad \frac{u'^2}{V_\infty^2}, \frac{v'^2}{V_\infty^2}, \frac{w'^2}{V_\infty^2} \lll 1$$

- Levando-se em consideração as desigualdades acima e comparando-se os termos à esquerda e à direita para a equação anterior, encontra-se que:

Equação linearizada do potencial de velocidade

- Para $0 \leq M_\infty \leq 0,8$ ou $M_\infty \geq 1,2$ a magnitude do termo

$$M_\infty^2 \left[(\gamma + 1) \frac{u'}{V_\infty} + \dots \right] \frac{\partial u'}{\partial x}$$

é pequena em relação à magnitude de

$$(1 - M_\infty^2) \frac{\partial u'}{\partial x}$$

Assim, o primeiro termo é desprezado.

Equação linearizada do potencial de velocidade

- Para $M_\infty < 5$ (aproximadamente):

$$M_\infty^2 \left[(\gamma - 1) \frac{u'}{V_\infty} + \dots \right] \frac{\partial v'}{\partial y}$$

é pequeno em comparação com

$$\frac{\partial v'}{\partial y}$$

Assim, o primeiro termo é desprezado.

Equação linearizada do potencial de velocidade

Também o termo:

$$M_{\infty}^2 \left[(\gamma - 1) \frac{u'}{V_{\infty}} + \dots \right] \frac{\partial w'}{\partial y}$$

é pequeno em comparação com

$$\frac{\partial w'}{\partial z}$$

Assim, também ele é desprezado.

Equação linearizada do potencial de velocidade

Além disso:

$$M_{\infty}^2 \left[\frac{v'}{V_{\infty}} \left(1 + \frac{u'}{V_{\infty}} \right) \left(\frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right) + \dots \right] \approx 0$$

A partir das comparações de ordens de magnitude, a equação original é reduzida a

$$\left(1 - M_{\infty}^2 \right) \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0$$

Equação linearizada do potencial de velocidade

- Em termos de perturbações do potencial de velocidade, obtém-se:

$$\left(1 - M_{\infty}^2\right) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0$$

- A relação anterior é uma aproximação da física do escoamento, apresentando resultados razoáveis (mas não exatos) para as seguintes situações combinadas:

Equação linearizada do potencial de velocidade

- Pequenas perturbações, ou seja, corpos finos com pequeno ângulo de ataque.
- Números de Mach sub ou supersônicos.
- Ressalta-se que a equação anterior não deve ser utilizada para corpos espessos e para grandes ângulos de ataque. A equação não deve ser empregada, também, para escoamentos transônicos e hipersônicos.

Equação linearizada do potencial de velocidade

- Coeficiente de pressão:

$$C_p \equiv \frac{p - p_\infty}{q_\infty}$$

onde $q_\infty = \frac{1}{2} \rho_\infty \cdot V_\infty^2$ é a pressão dinâmica.

- Tal relação pode ser reescrita como:

$$C_p = \frac{2}{\gamma \cdot M_\infty^2} \left(\frac{p}{p_\infty} - 1 \right)$$

Equação linearizada do potencial de velocidade

- A expressão anterior ainda é uma representação exata da definição de C_p .
- Para obter uma forma linearizada do coeficiente de pressão, considera-se:
 - escoamento adiabático.
 - gás caloricamente perfeito.
 - pequenas perturbações das componentes do vetor velocidade.

Equação linearizada do potencial de velocidade

- Análise das ordens de grandeza dos termos envolvidos.
 - Expansão binomial, desprezando-se os termos de ordem superior.
- Obtém-se, então, a seguinte expressão:

$$C_p = -\frac{2 \cdot u'}{V_\infty}$$

Correção de Prandtl-Glauert para compressibilidade

- Durante o período de 1903 a 1940, a teoria de escoamentos incompressíveis sobre aerofólios finos para pequenos ângulos de ataque eram suficientemente adequados para prever as propriedades dos aerofólios.

Correção de Prandtl-Glauert para compressibilidade

- Com a rápida evolução dos mecanismos recíprocos durante a Segunda Guerra Mundial, os aviões militares começaram a atingir velocidades próximas a 450 mph (720 km/h).

Correção de Prandtl-Glauert para compressibilidade

- Com o advento dos motores a jato em 1944 (Me 262, alemão), as velocidades alcançadas chegaram a 550 mph (880 km/h). Deste modo, a teoria de escoamentos incompressíveis não era mais válida.

Correção de Prandtl-Glauert para compressibilidade

- Por causa da grande quantidade de dados e da experiência adquirida durante os anos da “aerodinâmica de baixa velocidade”, buscou-se inicialmente métodos que empregassem correções simples para os dados incompressíveis que levassem em consideração os efeitos de compressibilidade. Tais métodos são conhecidos como métodos de correção para a compressibilidade.

Correção de Prandtl-Glauert para compressibilidade

- Considere inicialmente o escoamento subsônico sobre um aerofólio fino. Neste caso, a condição de contorno usual para a superfície precisa ser satisfeita, isto é, a velocidade do escoamento precisa ser tangente à superfície. Seja θ o ângulo entre a tangente à superfície e o escoamento livre. Assim:

Correção de Prandtl-Glauert para compressibilidade

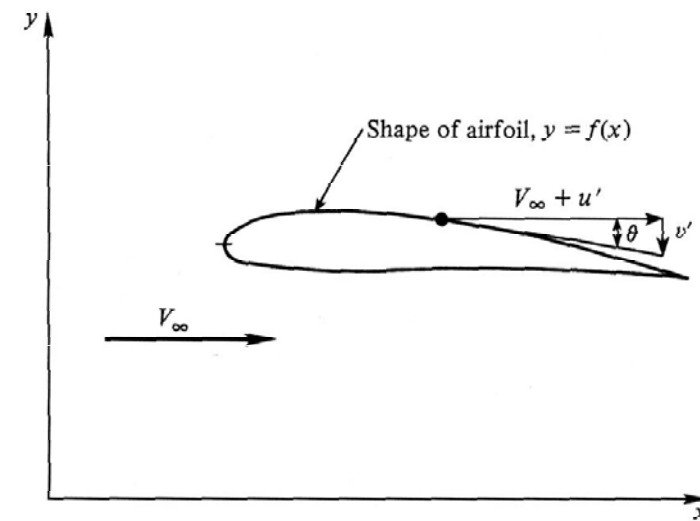
$$\frac{df}{dx} = \frac{v'}{V_\infty + u'} = \tan \theta$$

- Para pequenas perturbações:

$$u' \ll V_\infty \quad \tan \theta \approx \theta$$

- Deste modo:

$$\frac{df}{dx} = \frac{v'}{V_\infty} = \theta \quad \text{ou} \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = V_\infty \frac{df}{dx}$$



Correção de Prandtl-Glauert para compressibilidade

- Considere um escoamento subsônico, compressível, invíscido sobre um aerofólio, cujo formato é dado por $y = f(x)$. Se o aerofólio for fino e o ângulo de ataque pequeno, pode-se empregar a expressão para escoamentos linearizados. Nesse caso, define-se:

$$\beta^2 \equiv 1 - M_\infty^2$$

Correção de Prandtl-Glauert para compressibilidade

- Tem-se desse modo, para 2D:

$$\beta^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = 0$$

- Realizando-se uma transformação de variáveis tal que:

$$\xi = x$$

$$\eta = \beta \cdot y$$

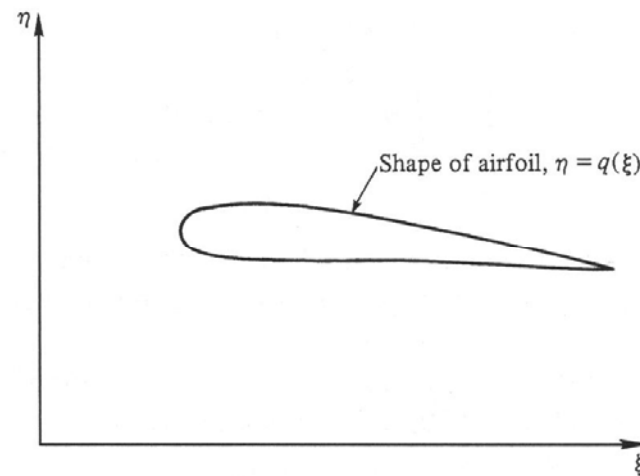


Figure 9.4 | Airfoil in transformed space.

Correção de Prandtl-Glauert para compressibilidade

- Para o espaço transformado, uma perturbação do potencial de velocidades é definido como

$$\bar{\varphi}(\xi, \eta) = \beta \cdot \varphi(x, y)$$

- Em termos das variáveis transformadas, tem-se:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = 1; \quad \frac{\partial \xi}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0; \quad \frac{\partial \eta}{\partial y} = \beta$$

Correção de Prandtl-Glauert para compressibilidade

- Após algumas manipulações, tem-se:

$$\frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \bar{\varphi}}{\partial \eta^2} = 0$$

- A expressão anterior é uma equação de Laplace, que governa um escoamento incompressível. Assim, $\bar{\varphi}$ representa o escoamento incompressível em um espaço (ξ, η) que está relacionado a um escoamento compressível no espaço $\varphi(x, y)$.

Correção de Prandtl-Glauert para compressibilidade

- O formato do aerofólio é dado por

$$y = f(x), \quad em \quad (x, y)$$

$$\eta = q(\xi), \quad em \quad (\xi, \eta)$$

- Tem-se assim:

$$V_{\infty} \frac{df}{dx} = \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial y} = \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \eta}$$

ou nas coordenadas (ξ, η) :

$$V_{\infty} \frac{dq}{d\xi} = \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \eta}$$

Correção de Prandtl-Glauert para compressibilidade

- Desta forma, tem-se a igualdade:

$$\frac{df}{dx} = \frac{dq}{d\xi}$$

- Observa-se, assim, que o formato do aerofólio permanece inalterado, apesar da mudança do sistema de coordenadas.
- A praticidade desse desenvolvimento recai sobre o coeficiente de pressão.

Correção de Prandtl-Glauert para compressibilidade

- O coeficiente de pressão para fluidos compressíveis é dado por

$$C_p = -\frac{2 \cdot u'}{V_\infty} = -\frac{2}{V_\infty} \frac{1}{\beta} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \xi}$$

- Aplicando-se as perturbações, obtém-se:

$$C_p = \frac{C_{p_0}}{\sqrt{1 - M_\infty^2}}; \quad C_{p_0} = -\frac{2 \cdot \bar{u}}{V_\infty}$$

conhecida como regra de Prandtl-Glauert.

Correção de Prandtl-Glauert para compressibilidade

- A regra de Prandtl-Glauert é uma regra de similaridade que relaciona o escoamento incompressível sobre um dado perfil bidimensional ao escoamento subsônico compressível sobre o mesmo perfil.
- Essa mesma regra é válida para outras grandezas, como os coeficientes de empuxo e de momento.

Correção de Prandtl-Glauert para compressibilidade

- Coeficiente de empuxo:

$$C_L = \frac{C_{L0}}{\sqrt{1 - M_\infty^2}}$$

- Coeficiente de momento:

$$C_M = \frac{C_{M0}}{\sqrt{1 - M_\infty^2}}$$

Correção de Prandtl-Glauert para compressibilidade

- Já em 1922 Prandtl empregava as correções em trabalhos, mas sem prova formal. Esta só foi apresentada em 1928 pelo aerodinamicista britânico Hermann Glauert. A regra de Prandtl-Glauert foi exclusivamente empregada até 1939, quando uma correção melhorada foi desenvolvida. Contudo, devido à sua simplicidade, ainda é empregada para estimativas iniciais de efeitos de compressibilidade.

Correção de Prandtl-Glauert para compressibilidade

- Os resultados da teoria de linearização indicam que as forças aerodinâmicas tendem ao infinito à medida que o número de Mach tende à unidade, o que é um resultado impossível.
- Deve-se recordar, neste ponto, que a teoria não tem validade para o regime sônico (Mach próximo à unidade).

Correção de Prandtl-Glauert para compressibilidade

- A regra de Prandtl-Glauert, deste modo, é válida para números de Mach até aproximadamente 0,7. Outros coeficientes de correção mais acurados serão apresentados na sequência.

Correção de Prandtl-Glauert para compressibilidade

- Um importante efeito da compressibilidade em campos de escoamento subsônicos pode ser visto notando-se que

$$u' = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} = \frac{1}{\beta} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \xi} = \frac{\bar{u}}{\beta} = \frac{\bar{u}}{\sqrt{1 - M_\infty^2}}$$

- Comparando-se os extremos esquerdo e direito da equação, para uma dada localização do escoamento, tem-se que quando M_∞ aumenta, a perturbação da velocidade u' aumenta.

Correção de Prandtl-Glauert para compressibilidade

- Tem-se então que a compressibilidade fortalece os distúrbios no escoamento introduzidos por um corpo sólido. De um outro ponto de vista, tem-se que uma perturbação causada por uma superfície possui efeitos em pontos mais distantes da mesma em um escoamento compressível em comparação a um incompressível.

Correções melhoradas para compressibilidade

- As soluções para problemas linearizados são influenciadas especialmente pelas condições de escoamento livre, não levando em consideração variações locais do escoamento.
- Com o rápido crescimento da velocidade das aeronaves durante a Segunda Guerra Mundial, novas correções foram propostas a fim de melhorar os resultados apresentados pela de Prandtl-Glauert.

Correções melhoradas para compressibilidade

- Laitone aplicou a regra de Prandtl-Glauert localmente ao escoamento, obtendo

$$C_p = \frac{C_{p_0}}{\sqrt{1-M_\infty^2} + \left[M_\infty^2 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 \right) / 2\sqrt{1-M_\infty^2} \right]} \cdot C_{p_0}$$

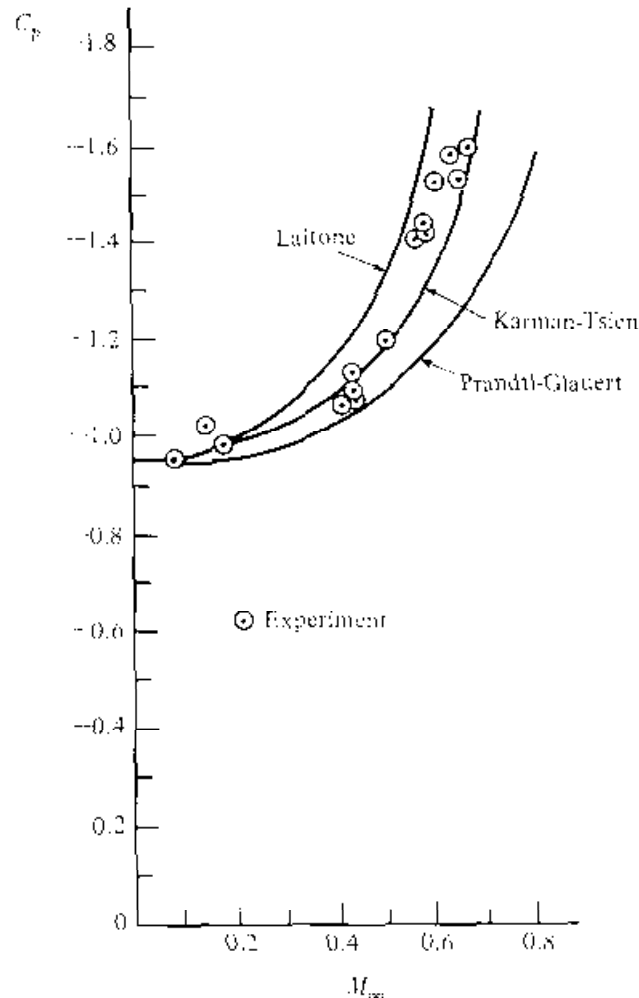
- Outra expressão largamente empregada é a obtida por von Karman e Tsien, dada por:

Correções melhoradas para compressibilidade

$$C_p = \frac{C_{p_0}}{\sqrt{1 - M_\infty^2} + \left(\frac{M_\infty^2}{1 + \sqrt{1 - M_\infty^2}} \right) \cdot \frac{C_{p_0}}{2}}$$

- Tal relação tem sido largamente adotada pela indústria aeronáutica desde a Segunda Guerra Mundial.

Correções melhoradas para compressibilidade



Comparação entre os resultados experimentais e os gerados das correções para compressibilidade para um aerofólio NACA 4412 com ângulo de ataque de $1^\circ 53'$. Os dados experimentais foram escolhidos por sua importância histórica. Nota-se que a regra de Prandtl-Glauert subestima os valores experimentais, enquanto as regras de Laitone e Karman-Tsien são mais acuradas, devido à consideração dos efeitos não-lineares do escoamento.

Escoamentos supersônicos linearizados

- A equação do potencial de velocidade linearizada para pequenas perturbações apresenta as seguintes formas:
 - Para escoamentos subsônicos,

$$\beta^2 \cdot \varphi_{xx} + \varphi_{yy} = 0$$

$$\beta = \sqrt{1 - M_\infty^2}$$

Escoamentos supersônicos linearizados

– Para escoamentos supersônicos,

$$\lambda^2 \cdot \varphi_{xx} - \varphi_{yy} = 0$$

$$\lambda = \sqrt{M_\infty^2 - 1}$$

- A diferença básica entre as equações anteriores consiste no fato de que no caso subsônico as equações são elípticas enquanto para o caso supersônico, hiperbólicas.

Escoamentos supersônicos linearizados

- Considere um escoamento supersônico sobre um corpo ou superfície que introduza pequenas mudanças no campo de escoamento.

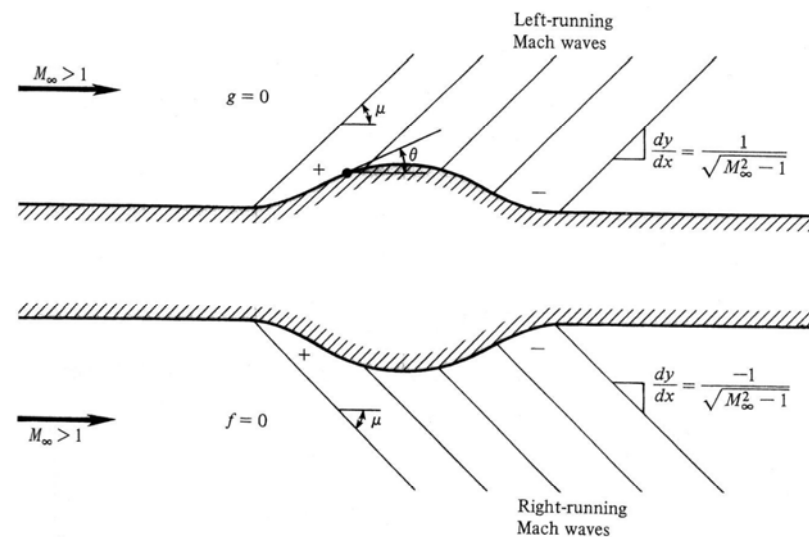


Figure 9.9 | Linearized supersonic flow over a bump.

Escoamentos supersônicos linearizados

- A solução analítica para a equação linearizada para os escoamentos supersônicos é obtida empregando-se a equação clássica da onda e a teoria acústica, resultando na expressão

$$\varphi = f(x - \lambda \cdot y) + g(x + \lambda \cdot y)$$

Escoamentos supersônicos linearizados

- Examinando-se a solução particular onde $g = 0$, e $\varphi = f(x - \lambda \cdot y)$, tem-se que as linhas de constantes correspondem a

$$x - \lambda \cdot y = \text{const}$$

ou seja,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}$$

lembrando-se que

$$\mu = \sin^{-1}\left(\frac{1}{M_\infty}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}\right)$$

Escoamentos supersônicos linearizados

- Se $f = 0$, tem-se a família de linhas de Mach à direita, como esquematizado na porção inferior da última figura.
- Retornando-se à equação geral e considerando-se o caso de $g = 0$. Tem-se assim:

$$\varphi = f(x - \lambda \cdot y)$$

de modo que:

$$u' = \frac{\partial \varphi}{\partial x} = f' \quad v' = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\lambda \cdot f'$$

Escoamentos supersônicos linearizados

- Das relações anteriores obtém-se:

$$u' = -\frac{v'}{\lambda}$$

- A condição de contorno na superfície é dada por

$$\tan \theta = \frac{dy}{dx} = \frac{v'}{V_\infty - u'}$$

- Para pequenas perturbações:

$$u' \ll V_\infty; \quad \tan \theta \approx \theta$$

Escoamentos supersônicos linearizados

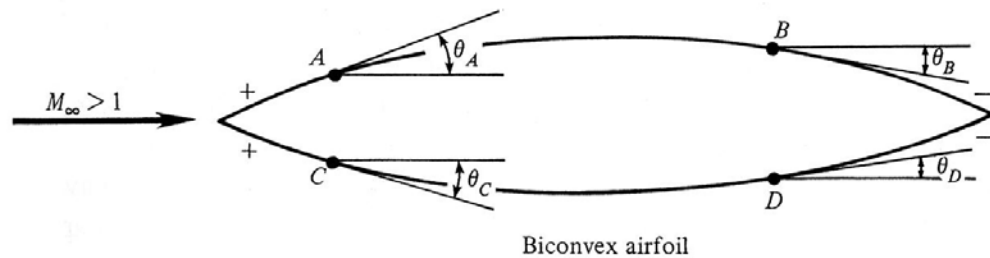
- Tem-se assim que

$$v' = V_{\infty} \cdot \theta \qquad u' = -\frac{V_{\infty} \cdot \theta}{\lambda}$$

- E o coeficiente de pressão na superfície pode ser avaliado como

$$C_p = -\frac{2 \cdot u'}{V_{\infty}} = \frac{2 \cdot \theta}{\lambda} = \frac{2 \cdot \theta}{\sqrt{M_{\infty}^2 - 1}}$$

Escoamentos supersônicos linearizados



$$Cp_A = \frac{2 \cdot \theta_A}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}$$

$$Cp_B = \frac{2 \cdot \theta_B}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}$$

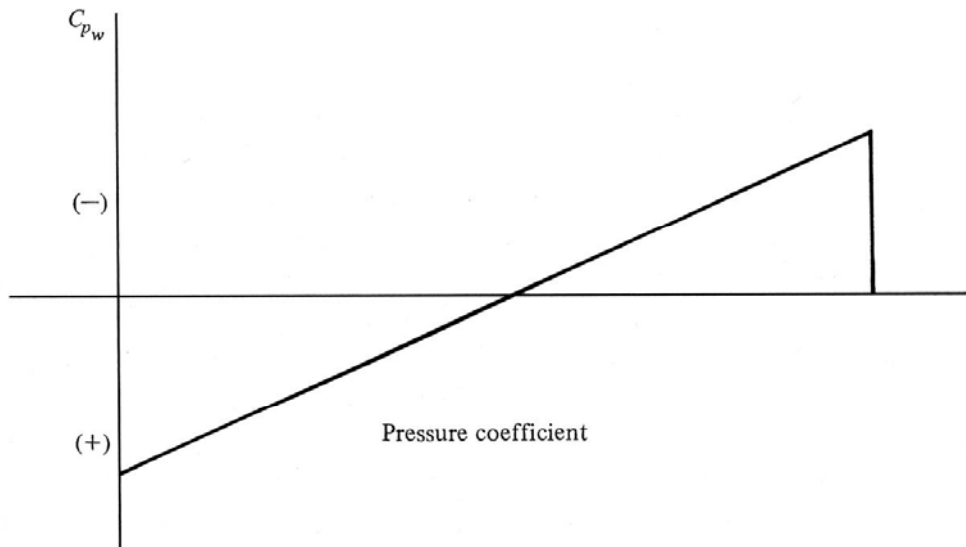


Figure 9.10 | Schematic of the linearized pressure coefficient over a biconvex airfoil.

Escoamentos supersônicos linearizados

- As expressões anteriores foram obtidas ao se tomar $g = 0$, sendo válidas para a família de ondas à esquerda (superfície superior). No caso de se tomar $f = 0$, o coeficiente de pressão será dado por

$$C_p = -\frac{2 \cdot \theta}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}$$

e a solução é válida para a família de ondas à direita (superfície inferior).

Escoamentos supersônicos linearizados

- Uma diferença básica entre escoamentos sub e supersônicos está relacionada à força de arrasto: enquanto em um campo subsônico um corpo bidimensional não experimenta arrasto algum, se o mesmo corpo for posto em um campo supersônico, o mesmo experimentará uma força de arrasto, uma vez que as forças sobre o corpo não se anulam.

Escoamentos supersônicos linearizados

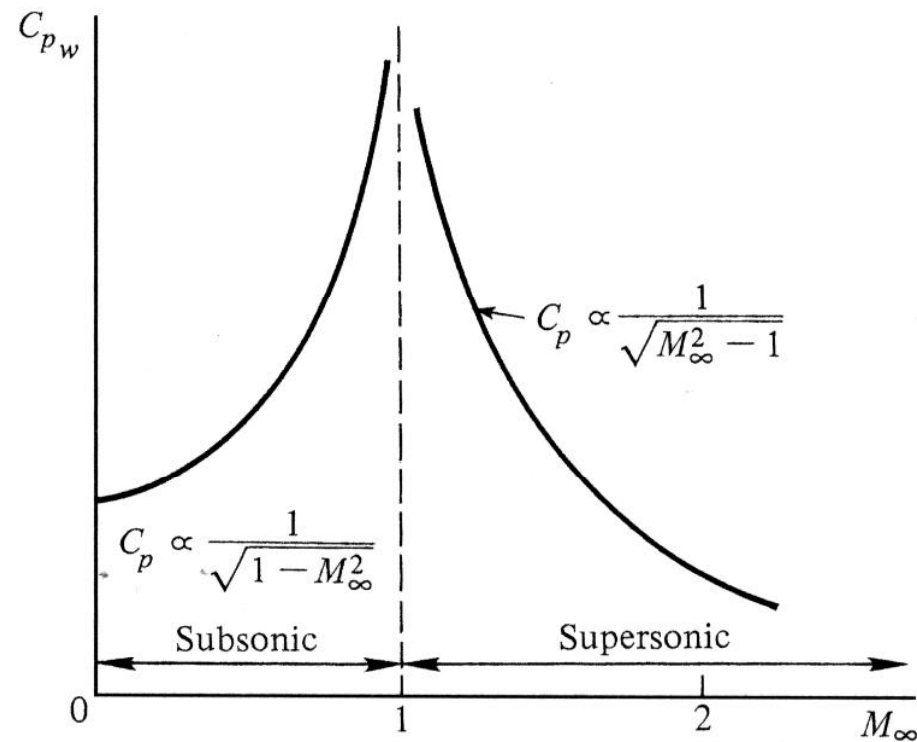


Figure 9.11 | Variation of the linearized pressure coefficient with Mach number.

Escoamentos supersônicos linearizados

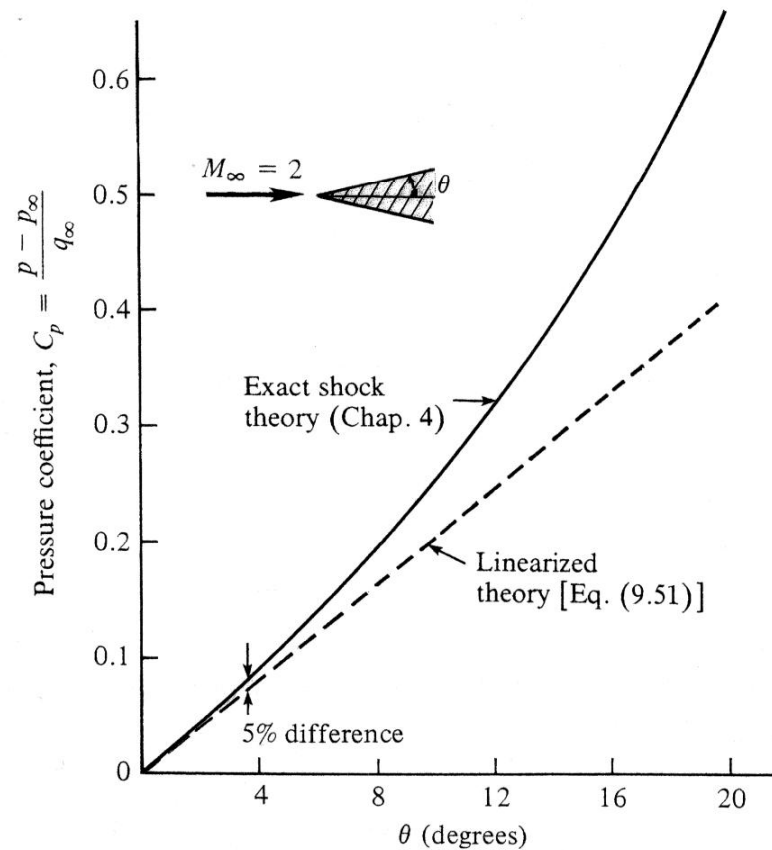


Figure 9.12 | Comparison between linearized theory and exact shock results for the pressure on a wedge in supersonic flow.

Escoamentos supersônicos linearizados

- Embora a acurácia da teoria de linearização é garantida para apenas pequenos ângulos de deflexão, os resultados para os coeficientes de arrasto e de sustentação são acurados para ângulos de deflexão maiores que os esperados inicialmente, uma vez que há uma tendência dos erros nas superfícies superior e inferior se anularem durante o processo de integração.

Escoamentos supersônicos linearizados

- Escoamento sobre uma placa plana:

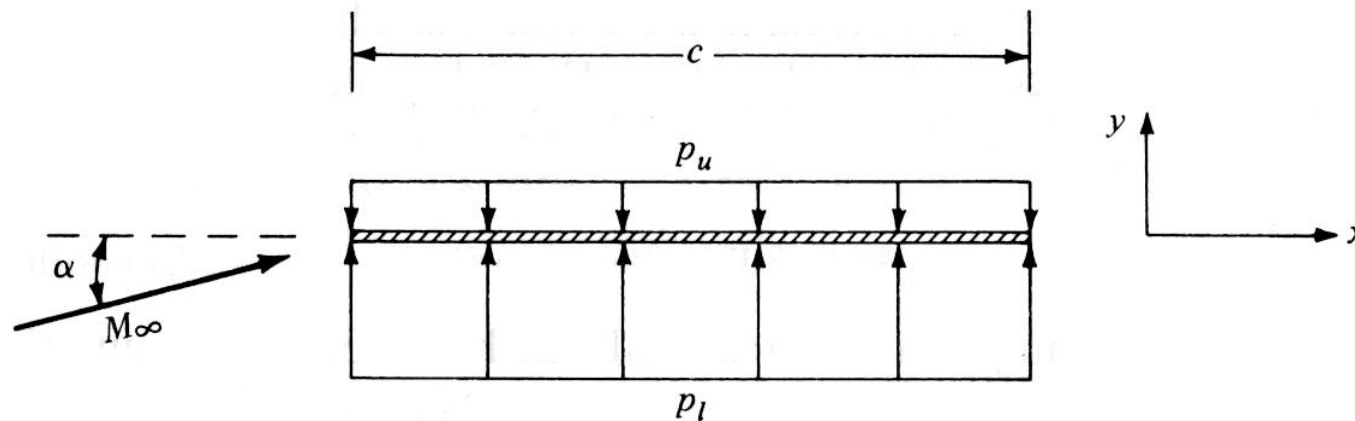


Figure 12.4 A flat plate at angle of attack in a supersonic flow.

$$Cp_l = \frac{2 \cdot \alpha}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \qquad Cp_u = -\frac{2 \cdot \alpha}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}$$

Escoamentos supersônicos linearizados

- Coeficiente de força normal sobre a placa:

$$C_n = \frac{1}{c} \int_0^c (C_{p_l} - C_{p_u}) dx$$

$$C_n = \frac{4 \cdot \alpha}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \frac{1}{c} \int_0^c dx = \frac{4 \cdot \alpha}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}$$

- Coeficiente de força axial sobre a placa:

$$C_a = \frac{1}{c} \int_{LE}^{TE} (C_{p_l} - C_{p_u}) dy$$

Escoamentos supersônicos linearizados

- Como a placa plana teoricamente possui espessura nula, tanto dy quanto Ca são nulos. Deste modo, os coeficientes de sustentação e de arrasto serão dados por

$$C_L = C_n \cdot \cos \alpha - Ca \cdot \sin \alpha \quad C_D = C_n \cdot \sin \alpha + Ca \cdot \cos \alpha$$

$$C_L = \frac{4 \cdot \alpha}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}$$

$$C_D = \frac{4 \cdot \alpha^2}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}$$

Escoamentos supersônicos linearizados

- Deve-se atentar que as expressões anteriores foram obtidas pela teoria de linearização, sendo válidas, por isso, apenas para pequenos ângulos de ataque.
- Para um aerofólio fino de geometria arbitrária o coeficiente de sustentação para pequenos valores de α é dado por:

$$C_L = \frac{4 \cdot \alpha}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}$$

Escoamentos supersônicos linearizados

- No caso do coeficiente de arrasto, tem-se

$$C_D = \frac{4}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} (\alpha^2 + g_c^2 + g_t^2)$$

sendo g_c e g_t funções da curvatura e da espessura do aerofólio, respectivamente.