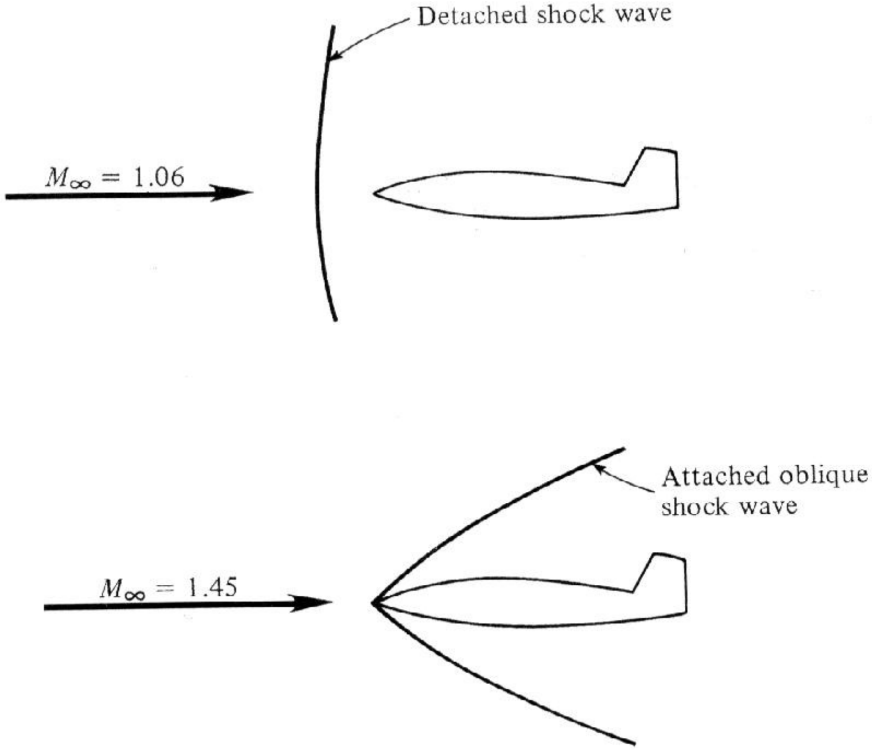
Escoamentos compressíveis

Capítulo 04

Choques oblíquos e ondas de expansão

4.1 Introdução



- Choques normais são um caso especial de uma família de ondas oblíquas que ocorrem em escoamentos supersônicos.
- Choques oblíquos ocorrem quando o escoamento tende a “curvar-se sobre si mesmo”.
- Quando o escoamento tende a “curvar-se afastando-se de si”, são formadas ondas de expansão.

4.1 Introdução

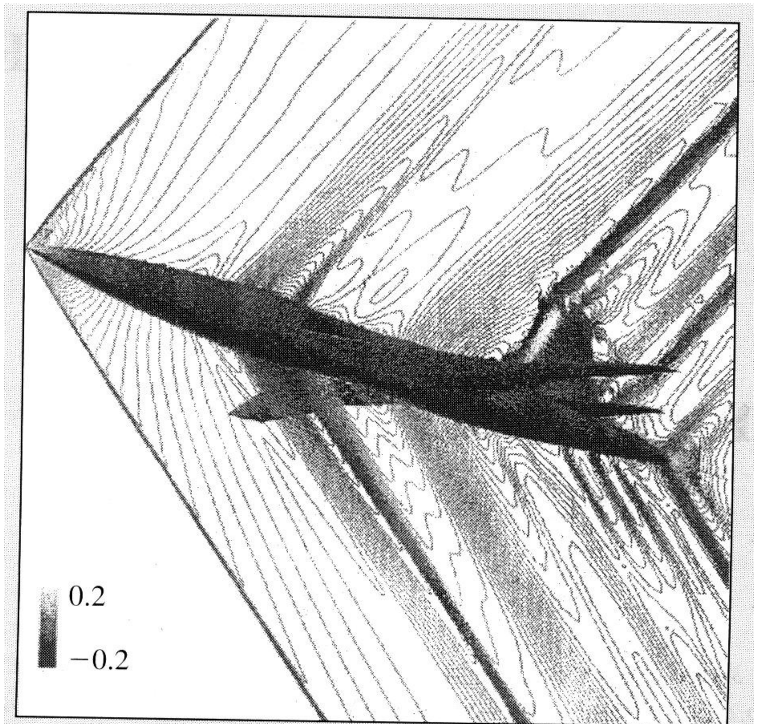
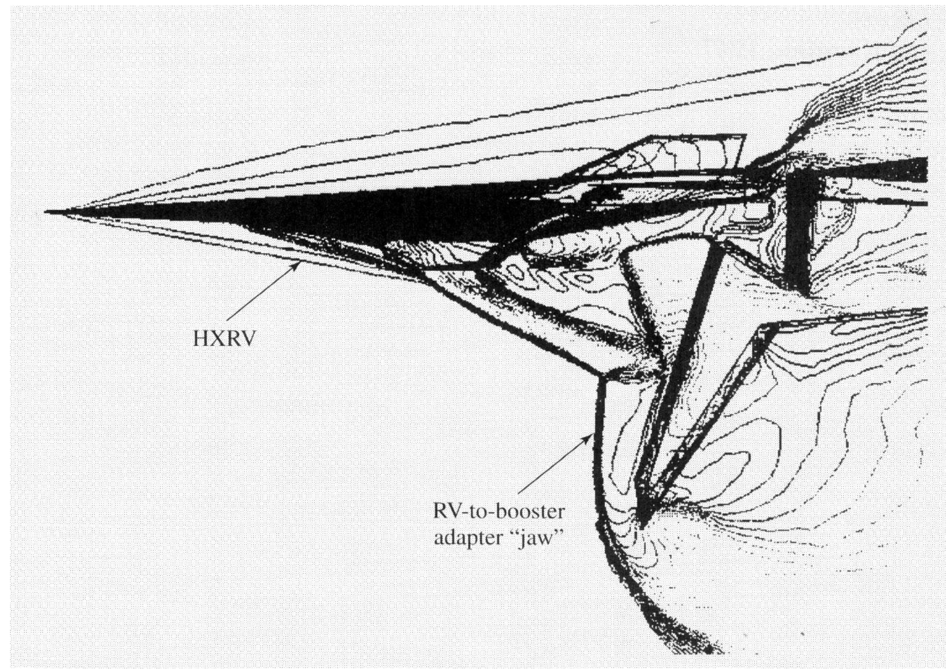


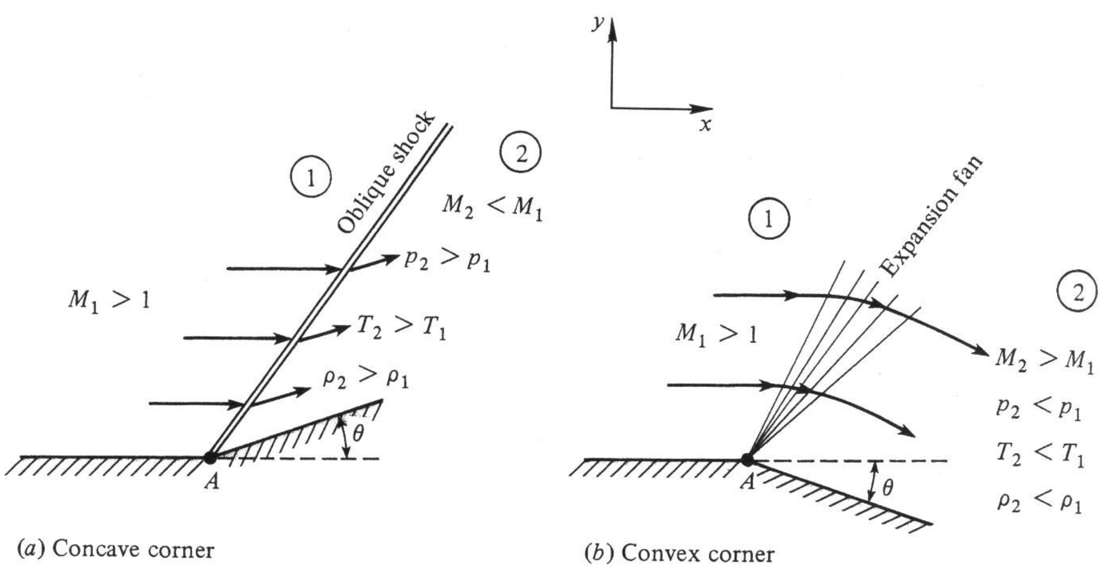
Figure 9.1 Wave pattern on a supersonic transport configuration (without nacelles) at Mach 1.7. Computational fluid dynamic calculations by Y. Makino, et al., "Nonaxisymmetrical Fuselage Shape Modification for Drag Reduction of Low-Sonic-Boom Airplane," *AIAA Journal,* vol. 41, no. 8, August 2003, p. 1415.



Solução numérica para o padrão de ondas de choque sobre o veículo hipersônico de pesquisa Hyper-X da NASA no instante da separação do veículo lançador a Mach 7 (Griffin Anderson, Charles McClinton, e John Weidner, "Scramjet Performance", in *Scramjet Propulsion*, editado por E. T. Curran e S. N. B. Murthy, AIAA Progress in Astronautics and Aeronautics, vol. 189, Reston, Virginia, p. 431.)

4.1 Introdução

- Ondas oblíquas: o escoamento supersônico é “curvado” sobre si mesmo.
- Ondas de expansão: o escoamento supersônico “distancia-se” de si mesmo.



4.2 Fontes de ondas oblíquas

- Criadas por distúrbios que se propagam por colisões moleculares à velocidade do som, que eventualmente coalescem em choques ou que se espalham por ondas de expansão.
- Ângulo de Mach:

$$\mu = \sin^{-1}\frac{1}{M}$$

4.2 Fontes de ondas oblíquas

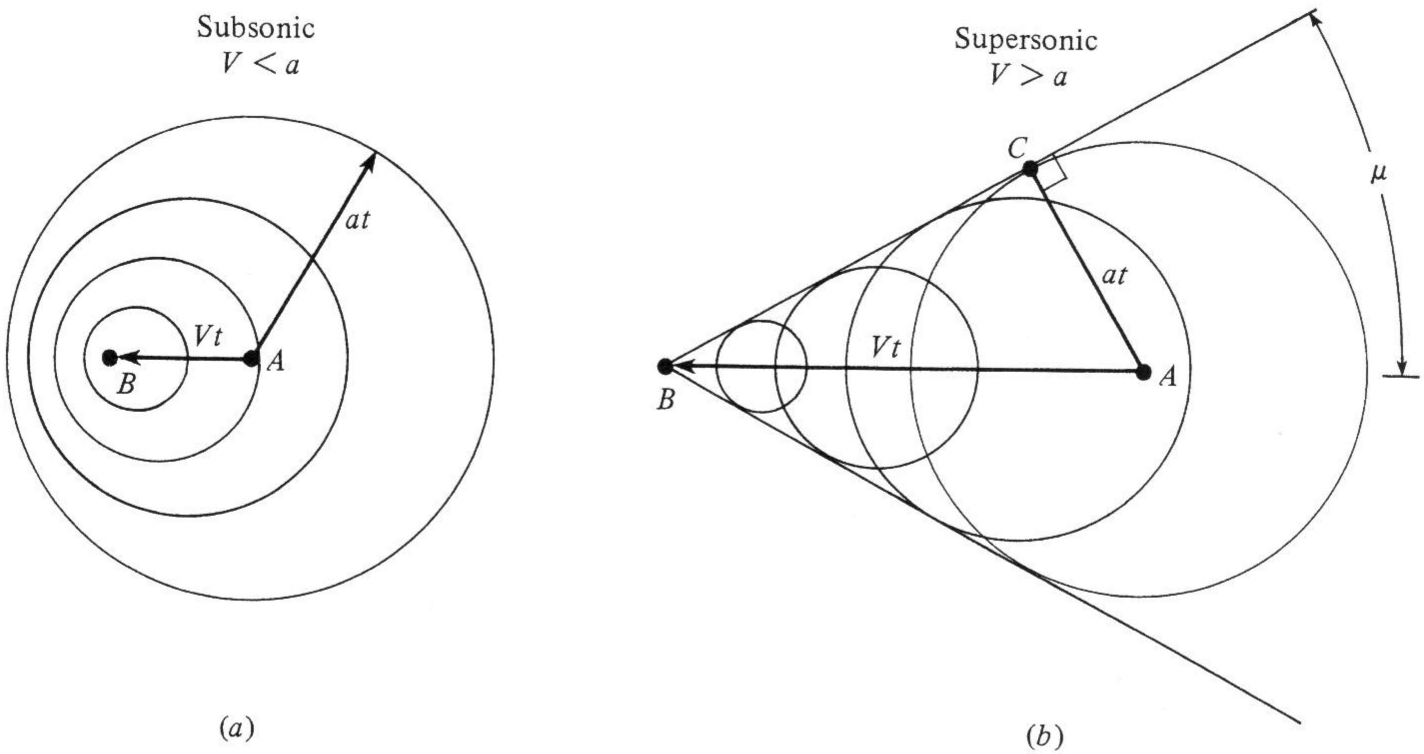
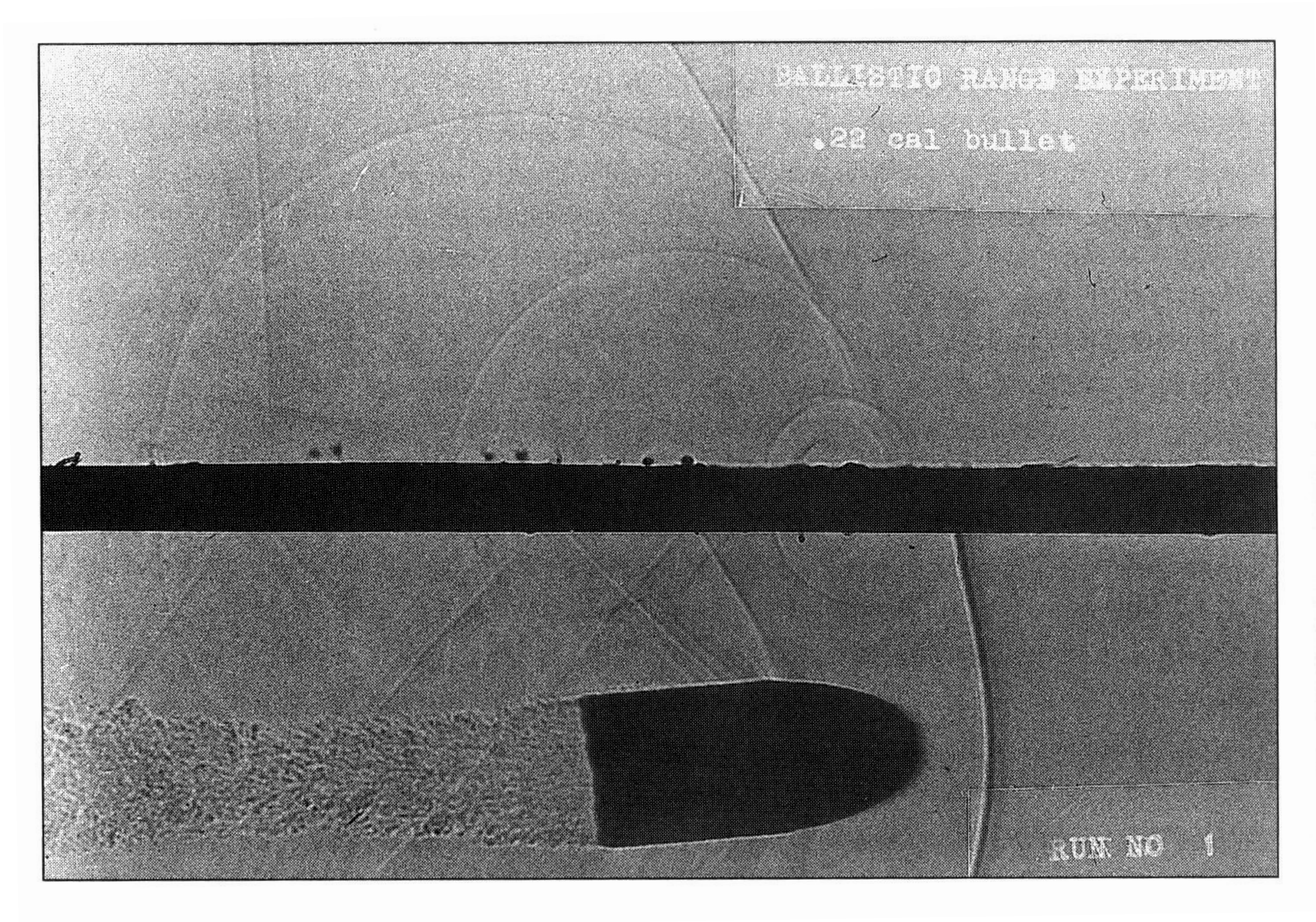


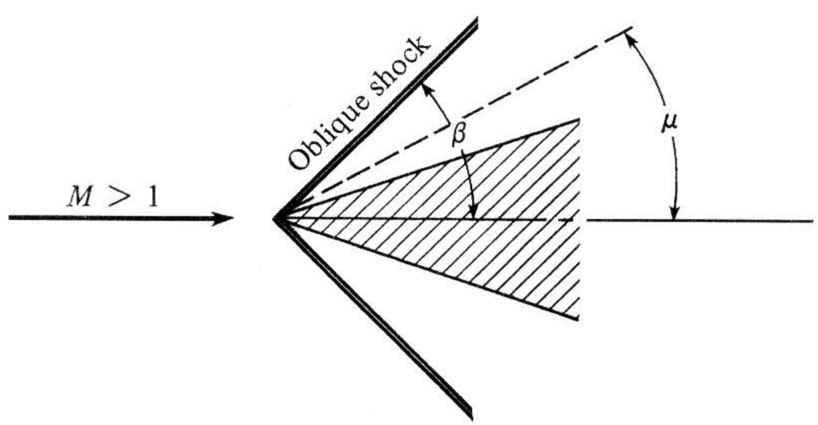
Figure 4.5 | The propagation of disturbances in (a) subsonic and (b) supersonic flow.

4.2 Fontes de ondas oblíquas



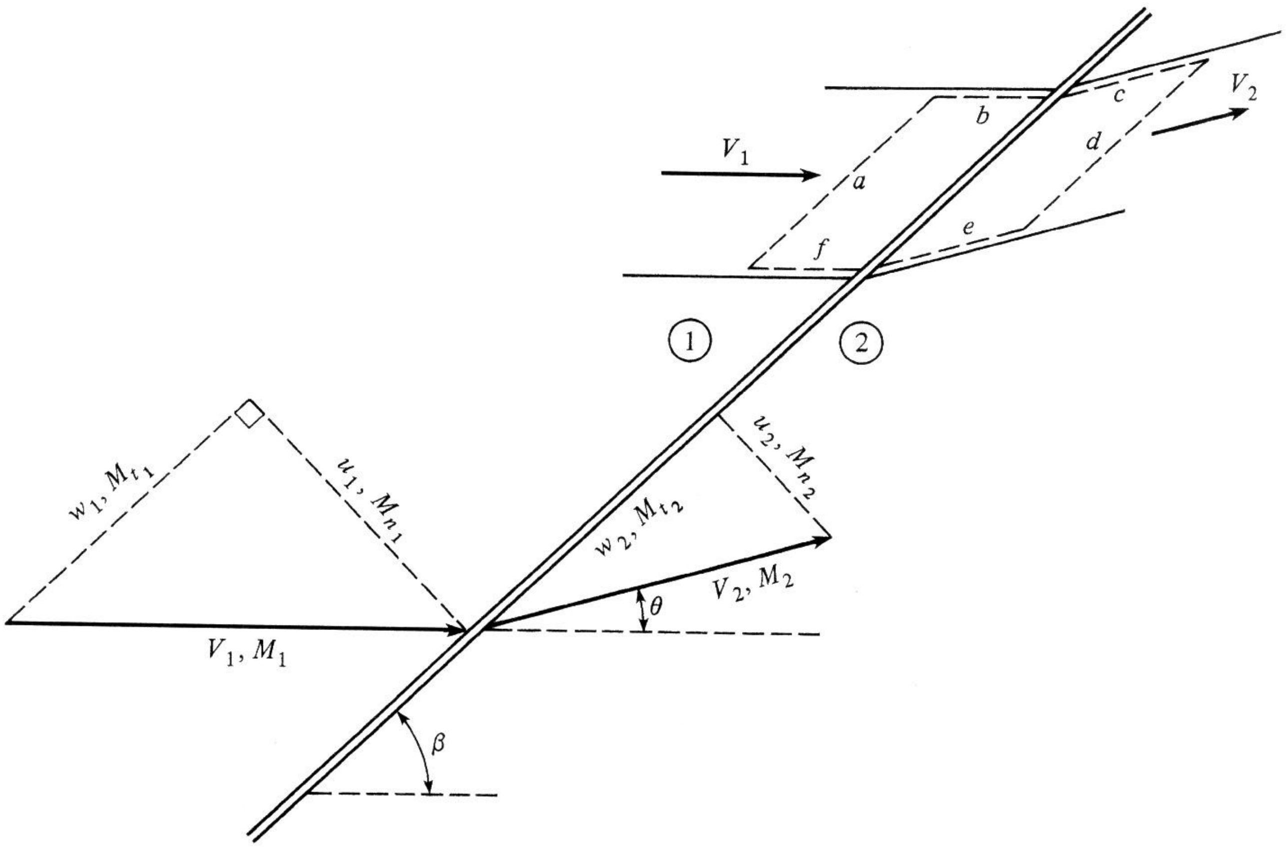
4.2 Fontes de ondas oblíquas

- Se o distúrbio é mais forte que uma fonte pontual emitindo ondas sonoras, a frente de onda torna-se mais forte que uma onda de Mach.
- Distúrbios fortes coalescem em ondas de choque oblíquas com ângulo β se $\beta > \mu$.



4.3 Relações para choques oblíquos

- Geometria de ondas de choque oblíquas:



4.3 Relações para choques oblíquos

- Equação da continuidade:

$$\boxed{\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2}$$

- Equação do momentum (componente tangencial):

$$(-\rho_1 u_1)w_1 + (\rho_2 u_2)w_2 = 0$$

$$\boxed{w_1 = w_2}$$

4.3 Relações para choques oblíquos

- Equação do momentum (componente normal):

$$(-\rho_1 u_1)u_1 + (\rho_2 u_2)u_2 = -(-p_1 + p_2)$$

$$\boxed{p_1 + \rho_1 u_1^2 = p_2 + \rho_2 u_2^2}$$

4.3 Relações para choques oblíquos

- Equação da energia:

$$-\left(p_1 u_1 + p_2 u_2\right) = -\rho_1\left(e_1 + \frac{V_1^2}{2}\right)u_1 + \rho_2\left(e_2 + \frac{V_2^2}{2}\right)u_2$$

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2} = h_2 + \frac{V_2^2}{2}$$

$$\boxed{h_1 + \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{u_2^2}{2}}$$

4.3 Relações para choques oblíquos

- Para uma onda de choque oblíqua em um gás caloricamente perfeito:

$$M_{n1} = M_1 \sin(\beta)$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma+1)M_{n1}^2}{(\gamma-1)M_{n1}^2+2}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma+1}\left(M_{n1}^2 - 1\right)$$

4.3 Relações para choques oblíquos

$$M_{n2}^2 = \frac{M_{n1}^2 + [2/(\gamma - 1)]}{[2\gamma/(\gamma - 1)]M_{n1}^2 - 1}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1}\frac{\rho_1}{\rho_2}$$

$$M_2 = \frac{M_{n2}}{\sin(\beta - \theta)}$$

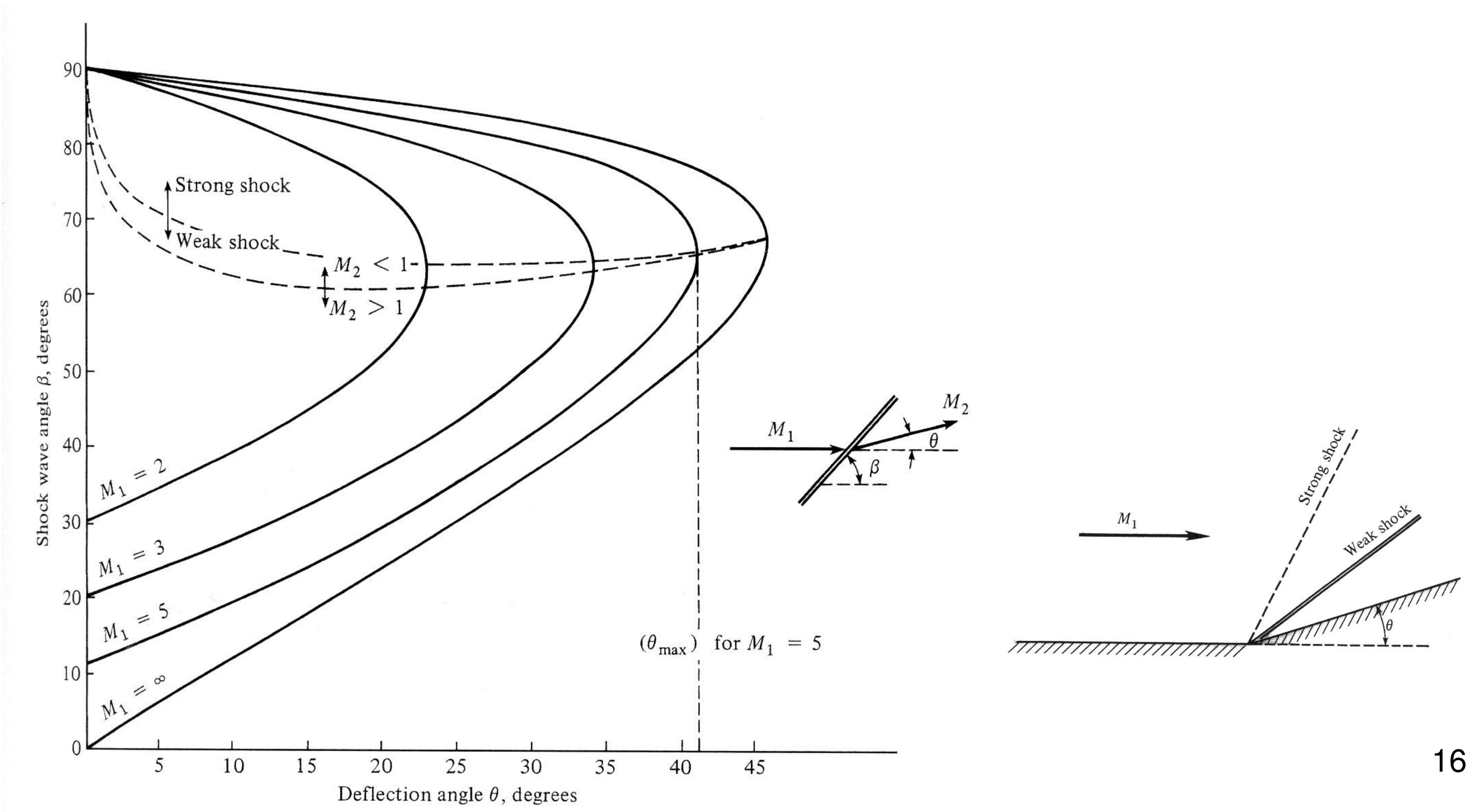
4.3 Relações para choques oblíquos

- Relação θ–β–M:

$$\boxed{\tan(\theta) = 2\cot(\beta)\left\{\frac{M_1^2\sin^2(\beta)-1}{M_1^2\left[\gamma+\cos(2\beta)\right]+2}\right\}}$$

4.3 Relações para choques oblíquos

- Curvas θ–β–M:



4.3 Relações para choques oblíquos

- Para um dado número de Mach a montante, existe um ângulo de deflexão máximo. Se a geometria física for tal que $\theta > \theta_{max}$ então, não ocorrerá solução para uma onda de choque oblíqua direta.

4.3 Relações para choques oblíquos

- Para $\theta < \theta_{max}$, existem dois valores de β previstos pel relação θ–β–M. Como as variações através da onda são mais severas com o aumento de β, um valor de β é denominado de solução de choque forte; caso contrário, se β for pequeno, tem-se uma solução de choque fraco. Na natureza, o choque fraco é favorecido e é o que normalmente ocorre.

4.3 Relações para choques oblíquos

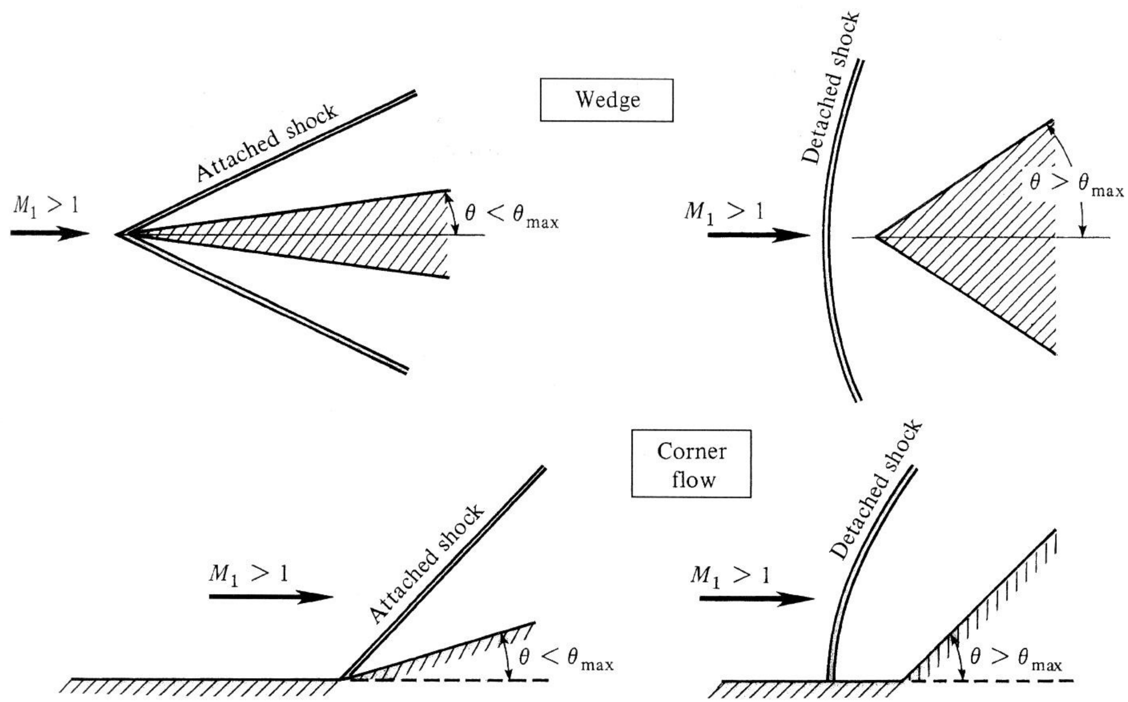
- Na solução para choque forte, o número de Mach a jusante é subsônico; no choque fraco, o Mach é supersônico, à exceção de uma pequena região próxima a θ_{max}.
- Para $\theta = 0, \quad \beta = \pi/2$ (correspondente a um choque normal) ou $\beta = \mu$ (correspondente a uma onda de Mach).

4.3 Relações para choques oblíquos

- Para um ângulo θ de deflexão fixo, à medida que o número de Mach do escoamento livre se reduz (para escoamentos supersônicos), o ângulo de onda aumenta (para a solução de choque fraco). Finalmente, existe um número de Mach abaixo do qual não existe solução possível (neste caso, $\theta = \theta_{max}$). Para números de Mach inferiores, o choque separa-se do corpo.

4.3 Relações para choques oblíquos

- Choques unidos e destacados de um corpo.



4.3 Relações para choques oblíquos

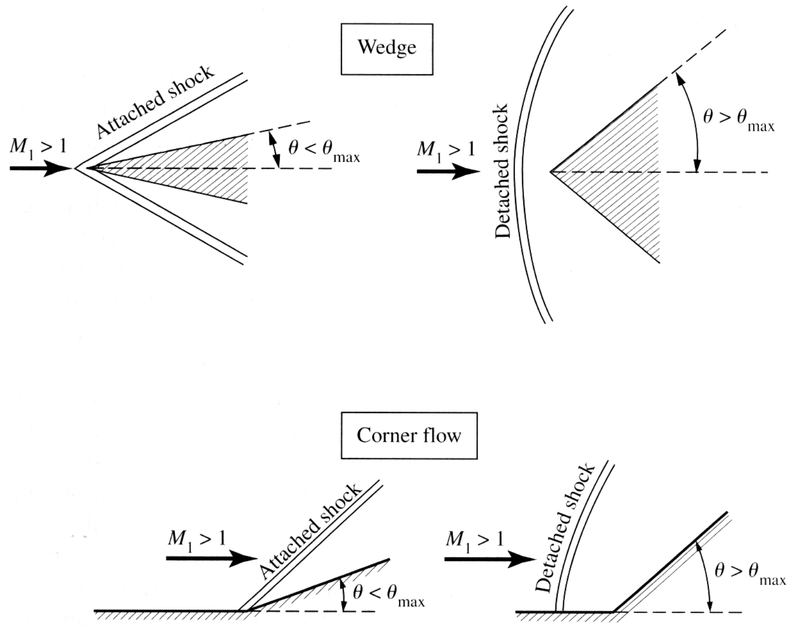


Figure 9.10 Attached and detached shocks.

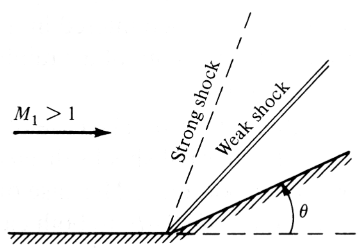


Figure 9.11 The weak and strong shock cases.

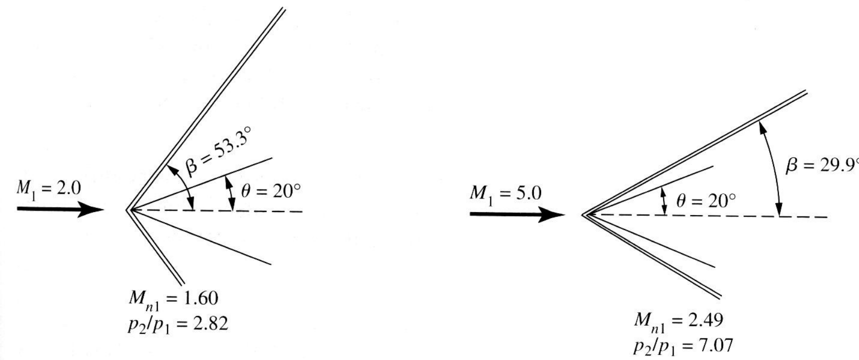


Figure 9.12 Effects of increasing the upstream Mach number.

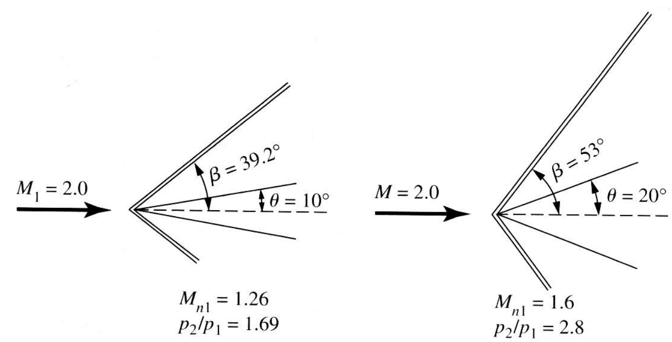


Figure 9.13 Effect of increasing the deflection angle.

4.3 Relações para choques oblíquos

- Relação β–θ–M:

$$\tan(\beta) = \frac{M^2 - 1 + 2\lambda\cos\left\{\left[4\pi\delta + \cos^{-1}(\chi)\right]/3\right\}}{3\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)\tan(\theta)}$$

$$\lambda = \left[\left(M^2 - 1\right)^2 - 3\left(1 + \frac{\gamma-1}{2}M^2\right)\left(1 + \frac{\gamma+1}{2}M^2\right)\tan^2(\theta)\right]^{1/2}$$

4.3 Relações para choques oblíquos

- Relação β–θ–M:

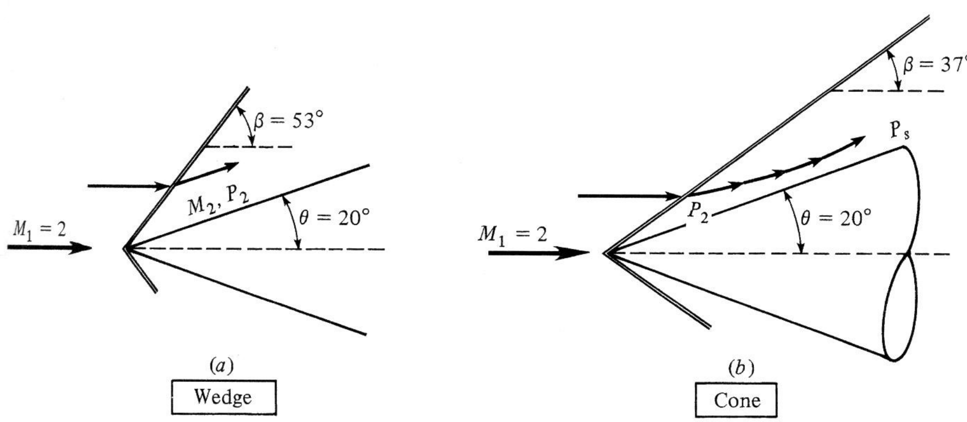
$$\chi = \frac{\left(M^2 - 1\right)^3 - 9\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 + \frac{\gamma - 1}{4} M^4\right)\tan^2(\theta)}{\lambda^3}$$

Para solução de choque forte: $\delta = 0$

Para solução de choque fraco: $\delta = 1$

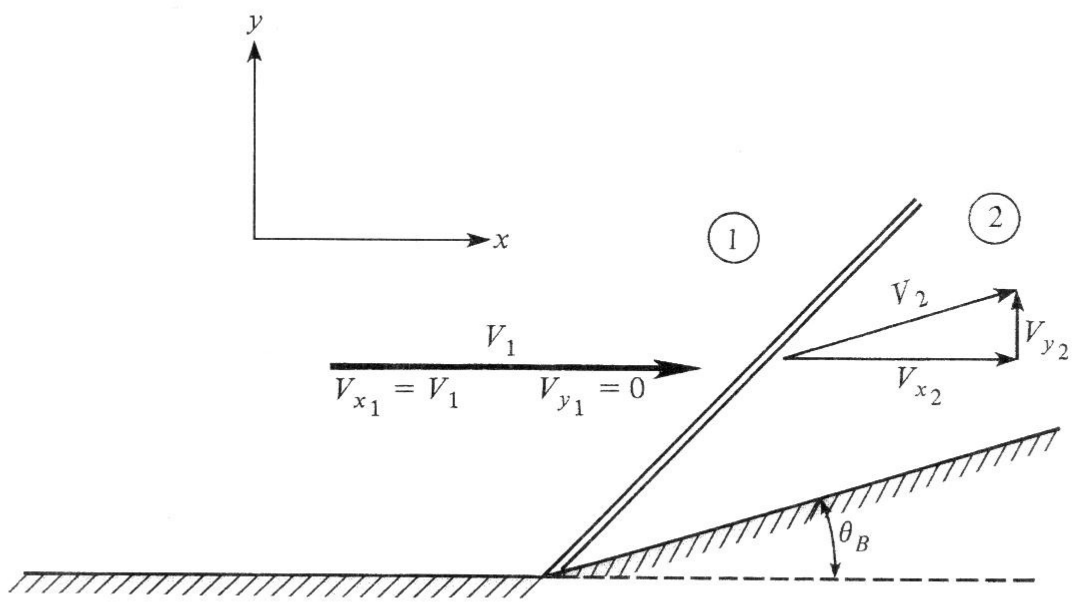
4.4 Escoamento supersônico sobre cunhas e cones

- Cones: efeito de alívio tridimensional.
- A adição de uma terceira dimensão permite que o escoamento se movimente por novas regiões, as quais estariam obstruídas pela presença do corpo em uma configuração bidimensional.



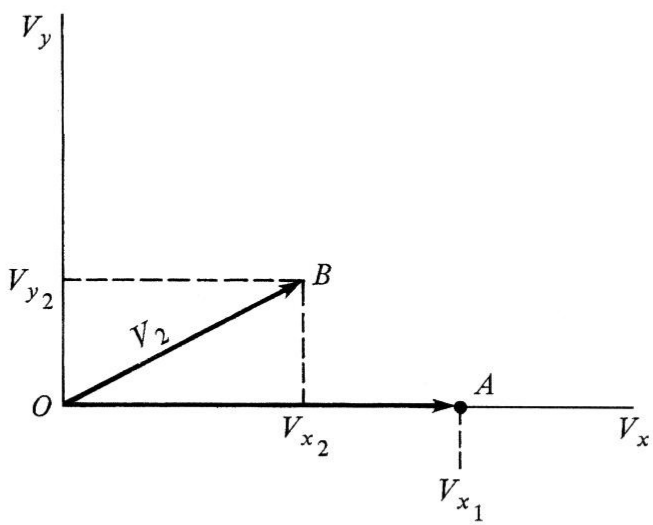
4.5 Choque polar

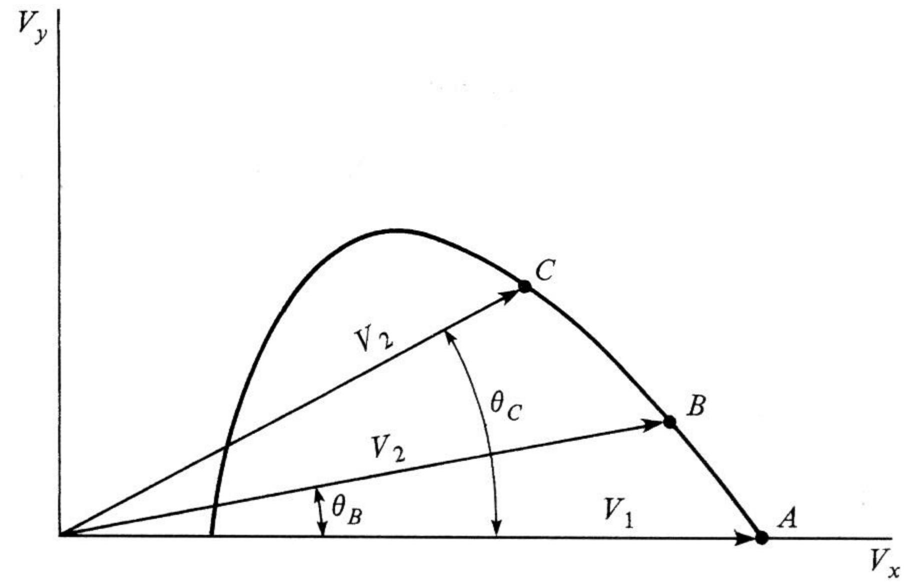
- Forma gráfica de explicação e entendimento de ondas de choque oblíquas.



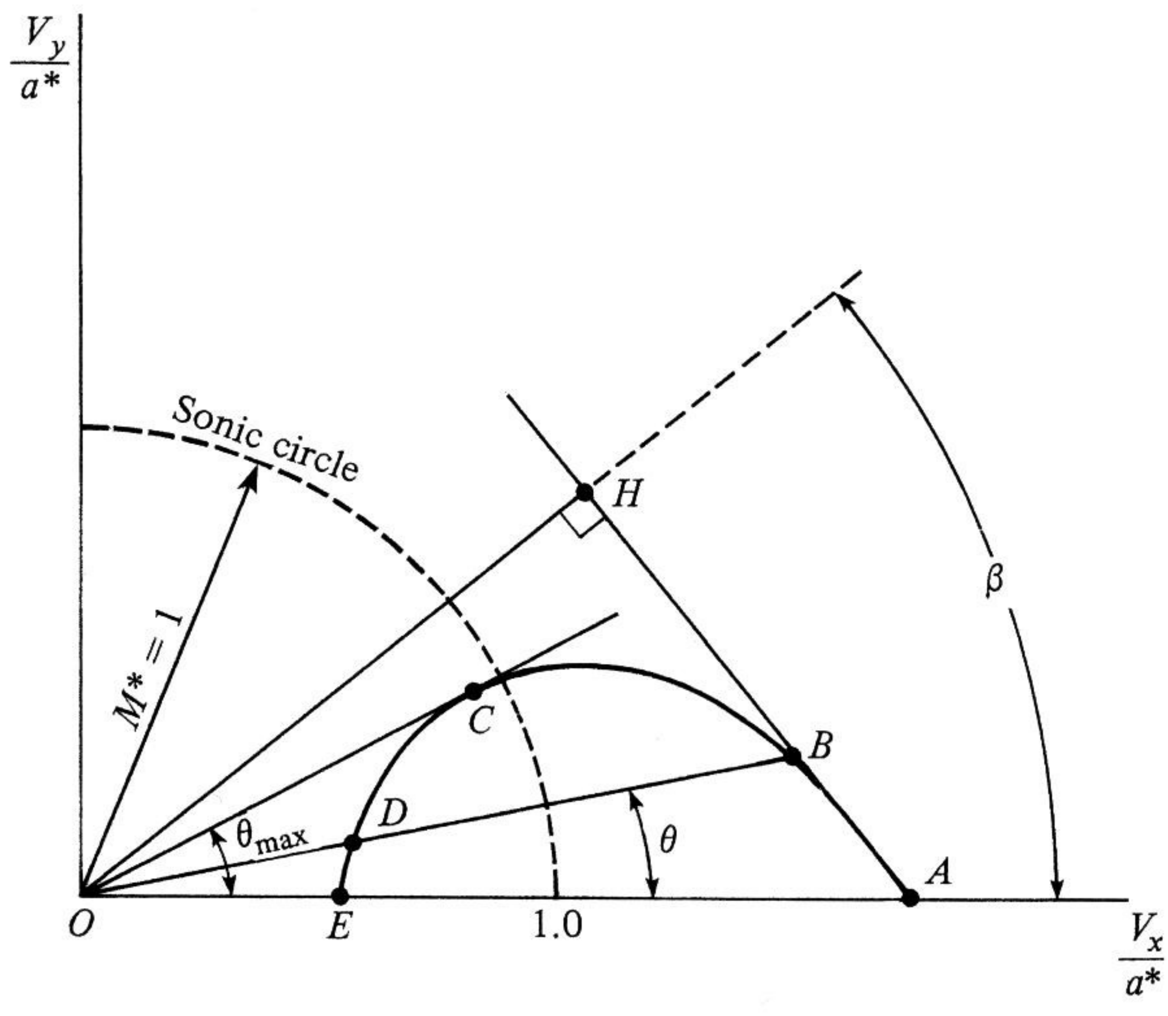
4.5 Choque polar

- Representação no plano hodográfico:





4.5 Choque polar



4.5 Choque polar

- Para um dado ângulo de deflexão θ, o diagrama de choque polar é cruzado em dois pontos B e D. Os pontos B e D representam, respectivamente, as soluções para os choques fraco e forte. Note que D está dentro do círculo sônico, como esperado.

4.5 Choque polar

- A linha OC, traçada tangente ao diagrama de choque polar representa o ângulo de deflexão máximo $\theta_{máx}$ para um dado M_1^*. Para $\theta > \theta_{máx}$, não existe solução para choque oblíquo.
- Os pontos E e A representam o escoamento sem deflexão. O ponto E corresponde à solução com choque normal; o ponto A, à linha de Mach.

4.5 Choque polar

- Caso se desenhe a reta que liga A a B e sobre a mesma for localizado o ponto H, de modo que a reta OH seja perpendicular a AB, então o ângulo HOA é o ângulo de onda β correspondente à solução de choque no ponto B.
- Os diagramas de choque polar para diferentes números de Mach formam uma família de curvas. O diagrama de choque polar para $M_1^* = 2{,}45\,(M_1 \to \infty)$ é um círculo.

4.5 Choque polar

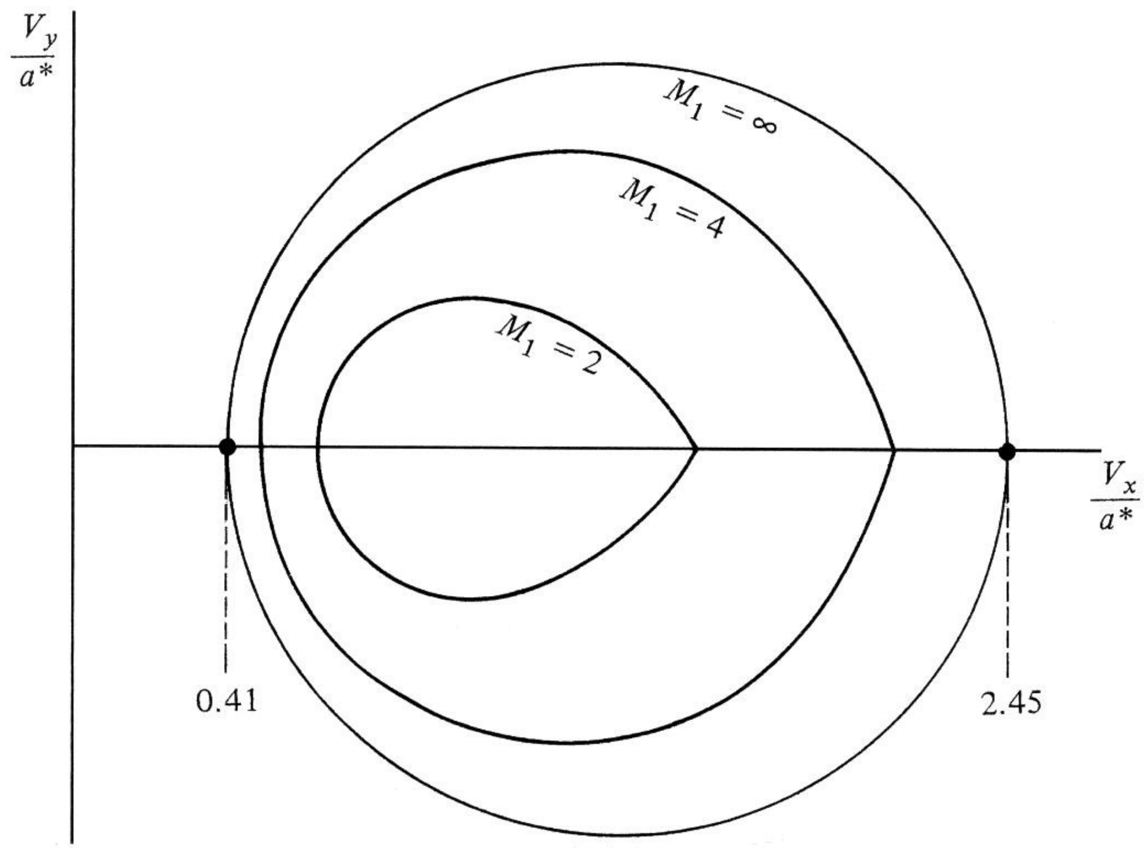


Figure 4.17 | Shock polars for different Mach numbers.

4.6 Reflexão regular a partir de um contorno sólido

- A onda de choque não é refletida de modo especular.

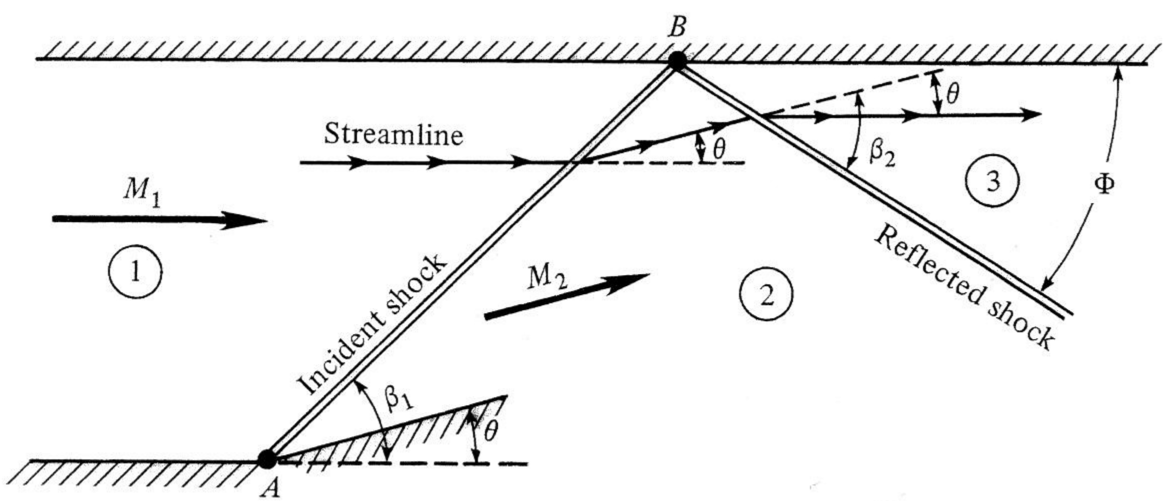


Figure 4.18 | Regular reflection from a solid boundary.

4.7 Diagramas pressão-deflexão

- Lugar geométrico ("*locus*") de todas as pressões estáticas possíveis a jusante de uma onda de choque oblíquo em função do ângulo de deflexão a partir das condições a jusante.

4.7 Diagramas pressão-deflexão

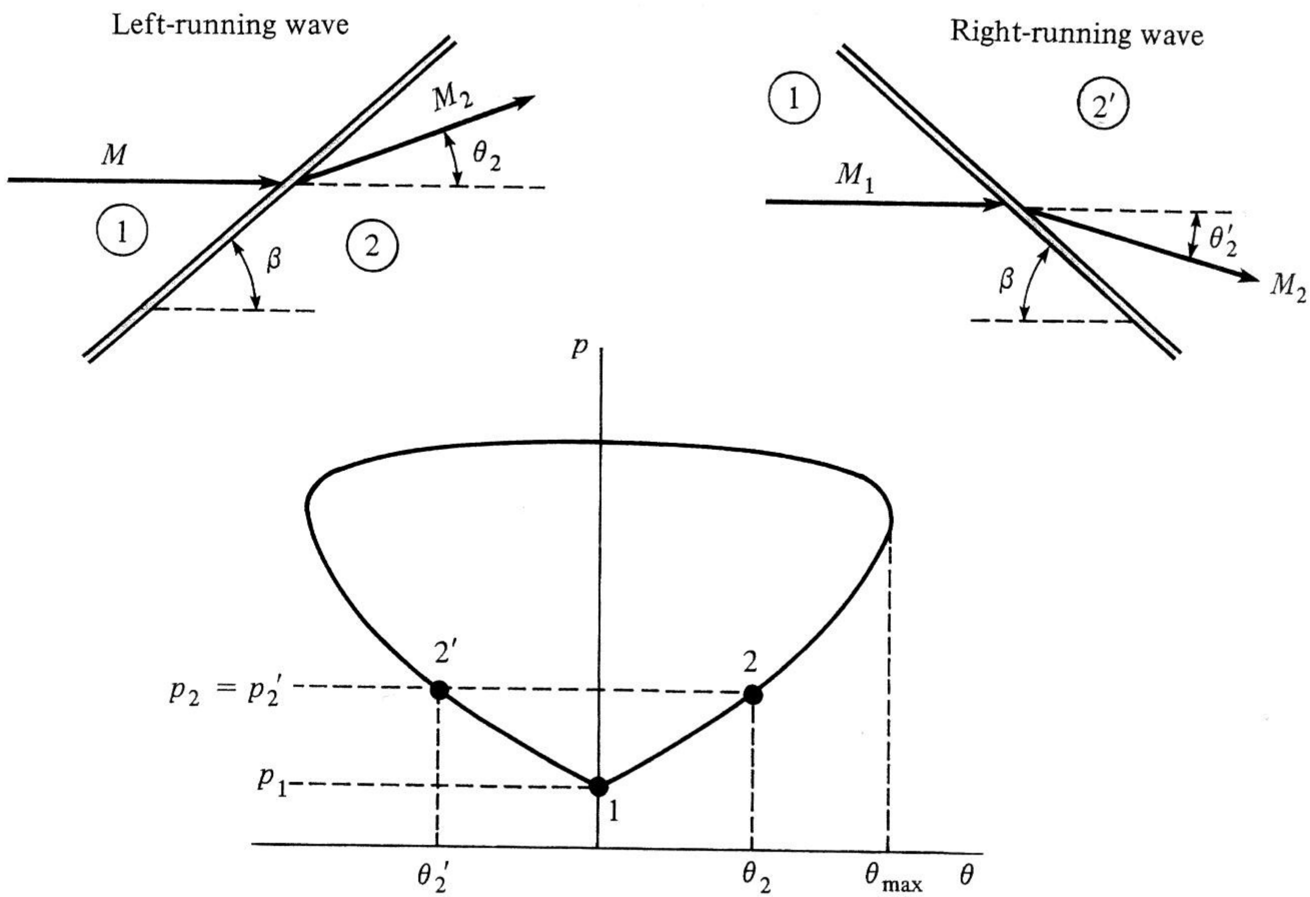
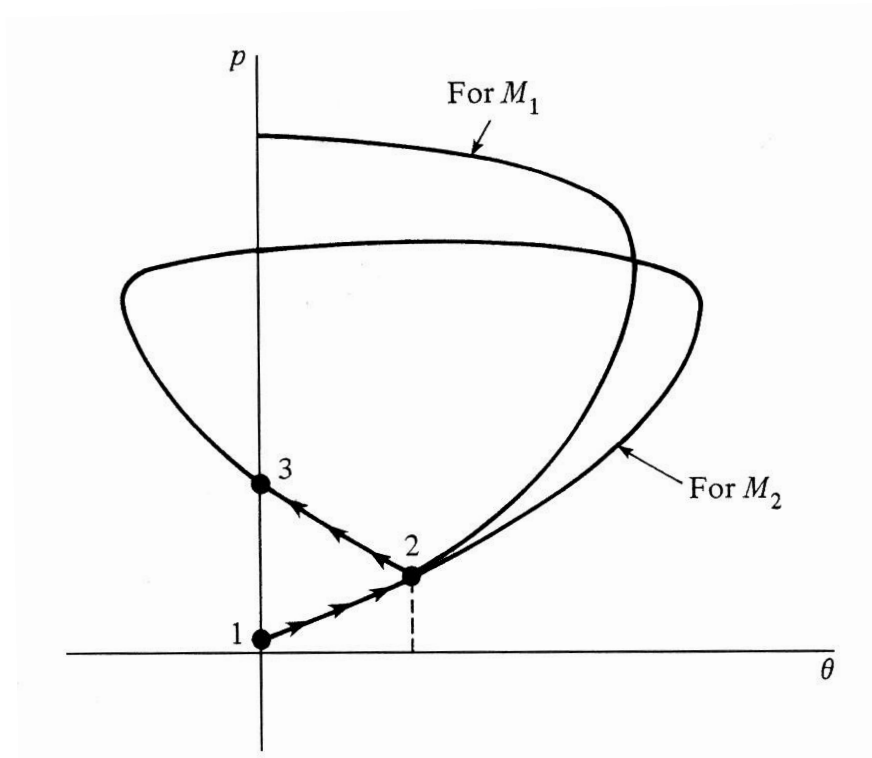


Figure 4.21 | Pressure-deflection diagram for a given M_1.

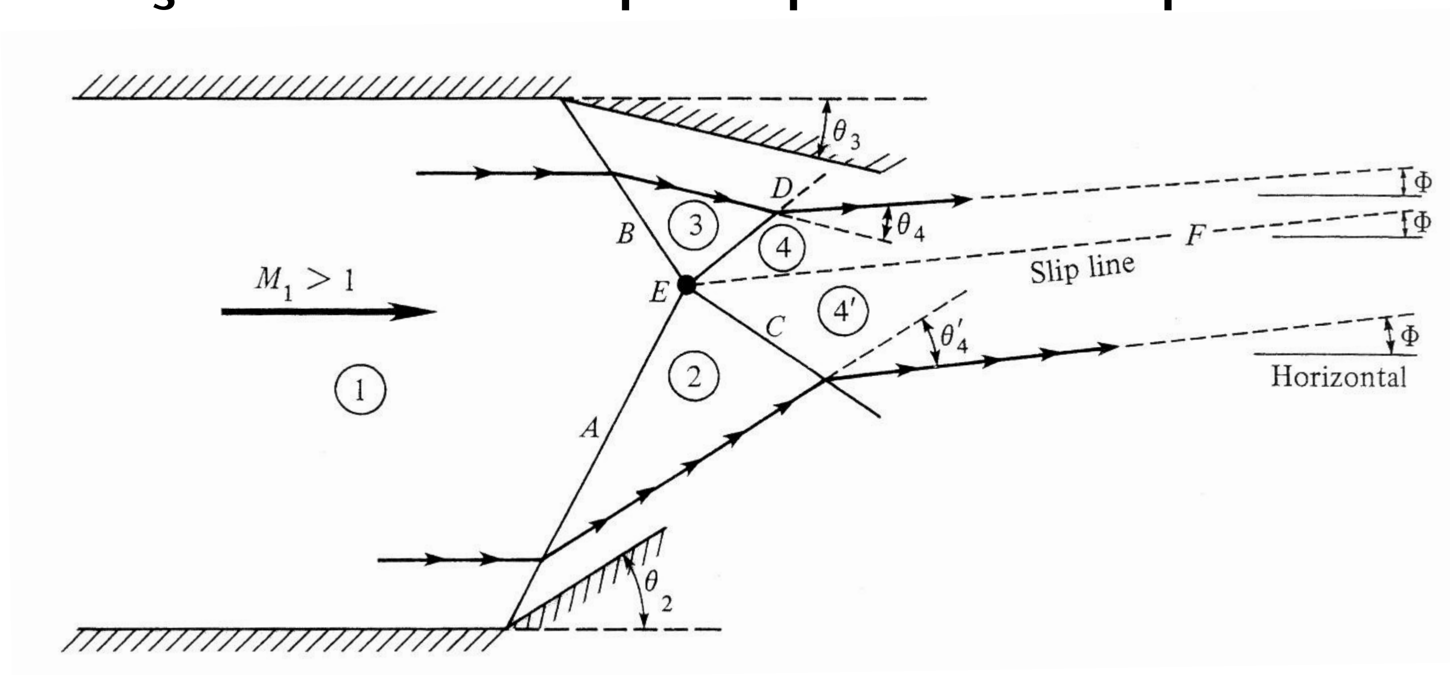
4.7 Diagramas pressão-deflexão

- Processo de choque refletido em um diagrama pressão-deflexão:



4.8 Intersecção de choques de famílias opostas

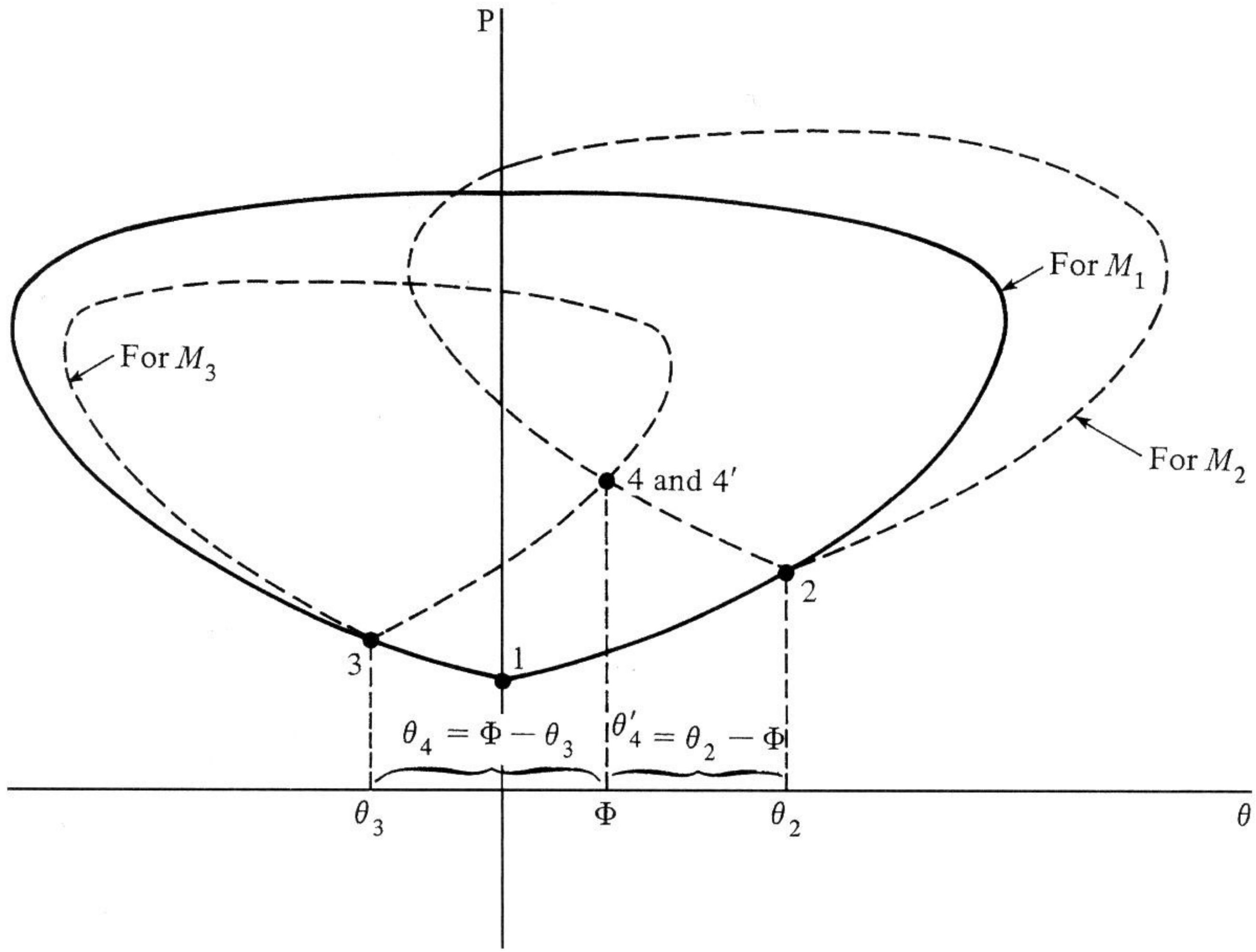
- Assumindo-se $\theta_2 > \theta_3$, o choque em A é mais forte que o em B, de modo que o sistema de choque AC apresenta maior variação de entropia que o choque BD.



4.8 Intersecção de choques de famílias opostas

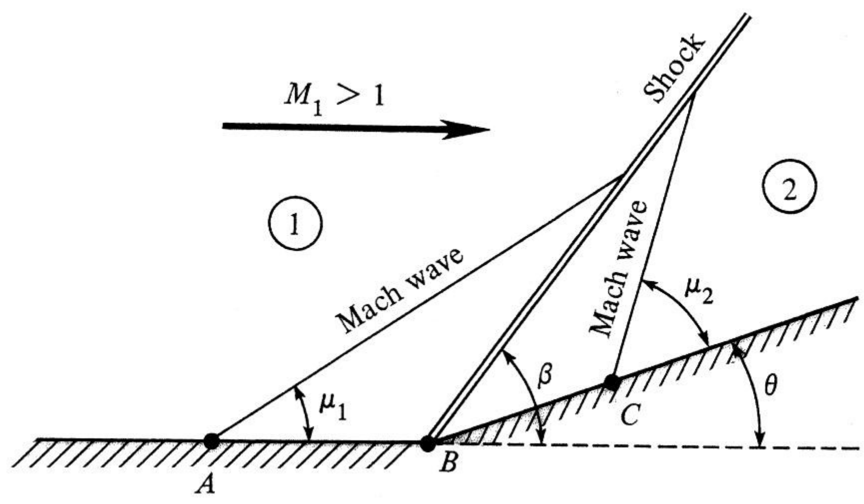
- As seguintes condições, contudo, devem ser satisfeitas:
  - A pressão precisa ser a mesma em 4 e em 4'.
  - As velocidades nas regiões 4 e 4' devem apresentar a mesma direção de propagação, embora possam variar em magnitude.

4.8 Intersecção de choques de famílias opostas



4.9 Intersecção de choques de mesma família

- Considere um canto de compressão, onde o escoamento supersônico na região 1 é defletido através de um ângulo θ, a partir de um ponto B.



4.9 Intersecção de choques de mesma família

- Uma onda de Mach gerada em um ponto A a montante de B intersecta o choque?

$$u_1 = V_1 \sin \beta$$

$$\sin \beta = \frac{u_1}{V_1}$$

$$\sin \mu_1 = \frac{a_1}{V_1}$$

$$u_1 > a_1 \quad \text{e} \quad \beta > \mu_1$$

4.9 Intersecção de choques de mesma família

- E uma onda de Mach gerada em um ponto C a jusante de B intersecta o choque?

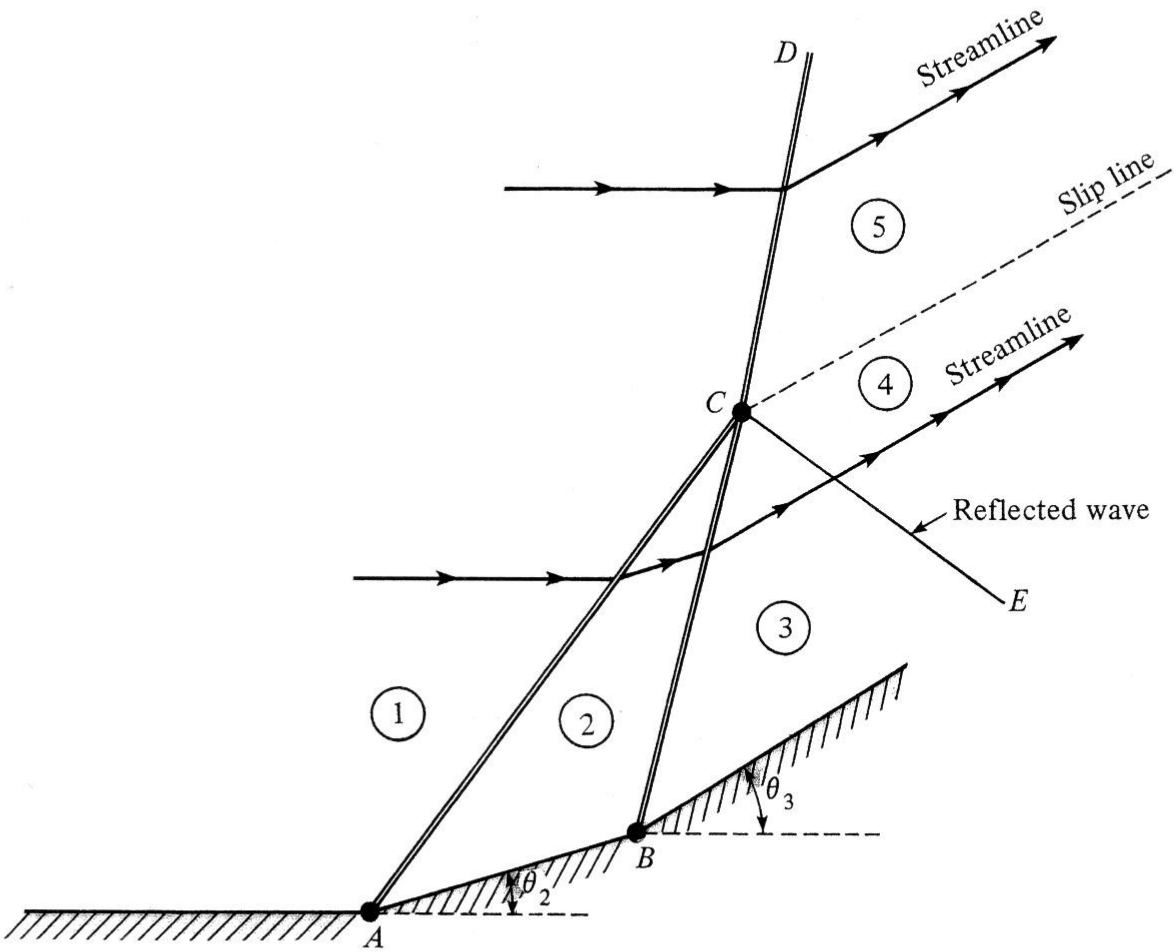
$$u_2 = V_2 \sin(\beta - \theta)$$

$$\sin(\beta - \theta) = \frac{u_2}{V_2}$$

$$\sin \mu_2 = \frac{a_2}{V_2}$$

$$u_2 < a_2 \quad \text{e} \quad \beta - \theta < \mu_2$$

4.9 Intersecção de choques de mesma família

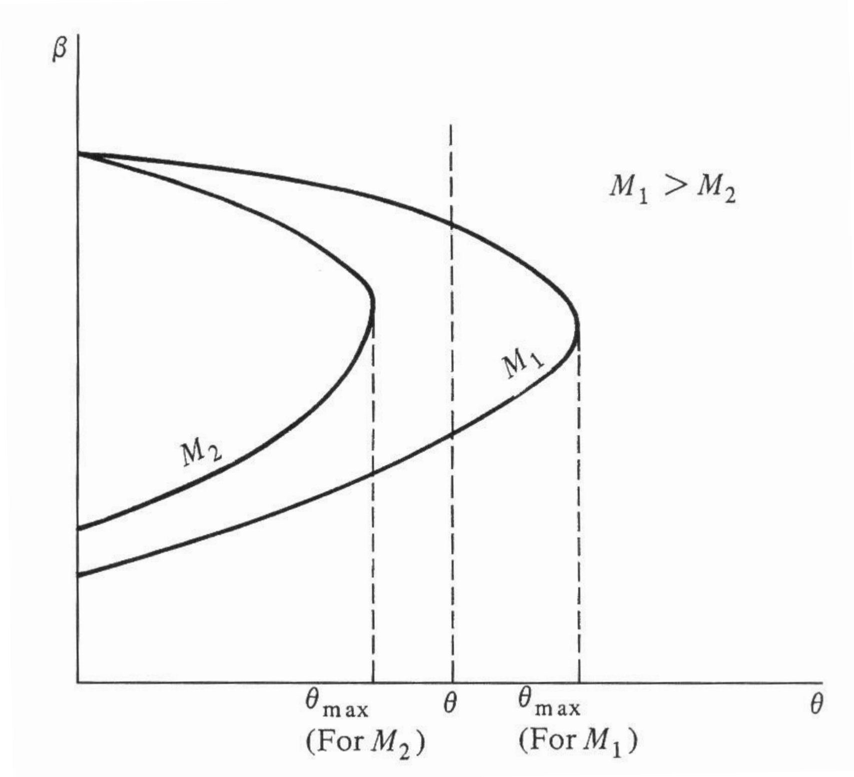


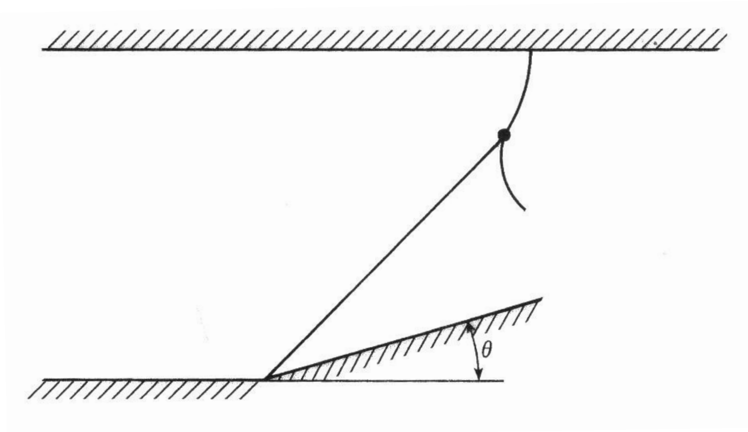
4.9 Intersecção de choques de mesma família

- As seguintes condições devem ser satisfeitas:
  - As pressões e as direções nas regiões 5 e 3 devem ser iguais.
- Como em geral não é possível encontrar um único choque CD que atenda simultaneamente às condições de pressão e ângulo de deflexão, a natureza cria uma onda fraca refletida a partir do ponto C.

4.10 Reflexão de Mach

- Formação de uma onda de choque oblíquo no canto e uma onda de choque normal na superfície superior.

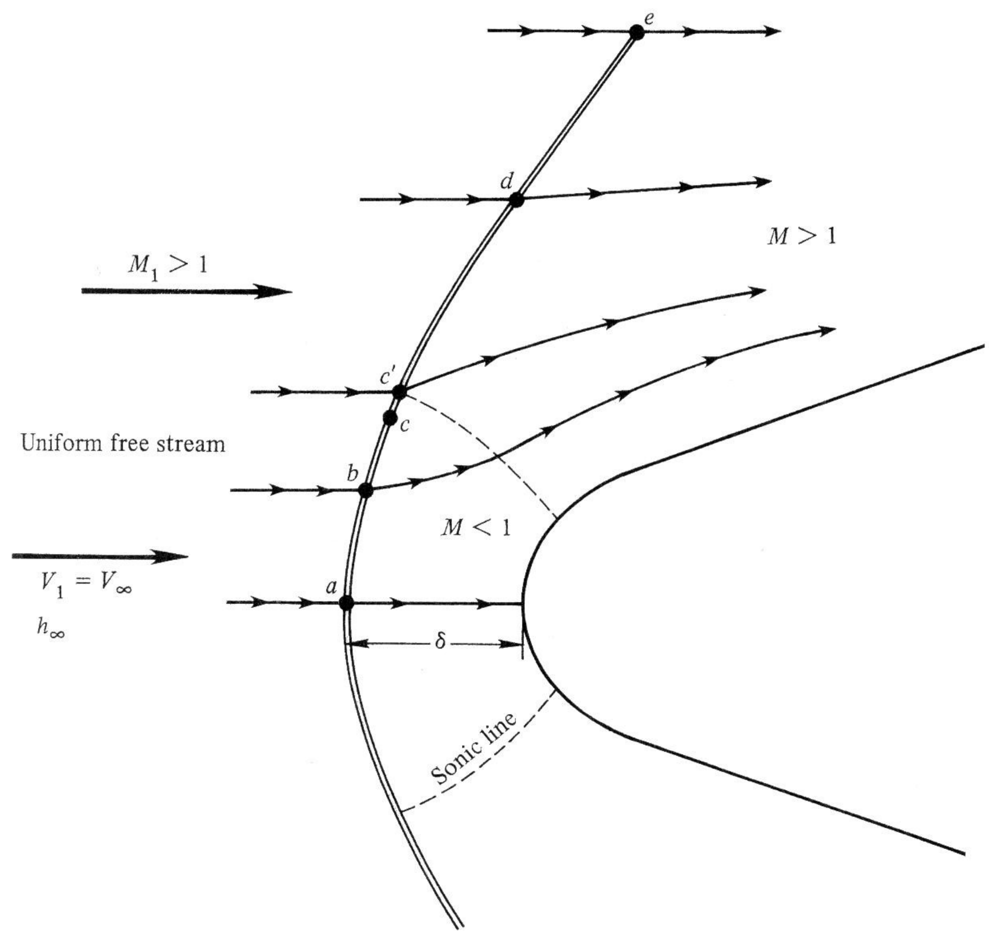




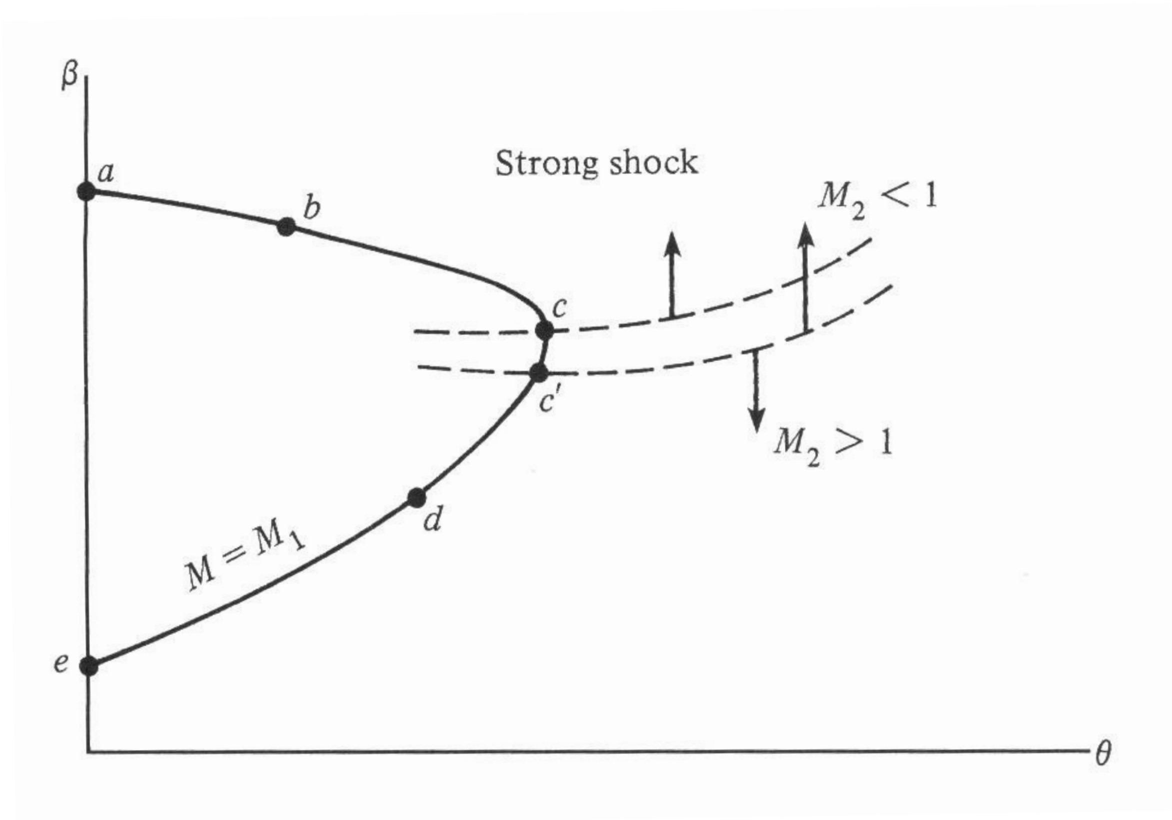
4.11 Onda de choque destacado à frente de um corpo rombudo

- Considere um escoamento supersônico ao redor de um corpo com nariz rombudo. Uma forte onda de choque curva é criada à frente do corpo, com o choque destacado do nariz por uma distância δ.
- No ponto a, o escoamento a montante é normal à onda de choque; afastando-se da linha de centro, o choque torna-se curvo e mais fraco.

4.11 Onda de choque destacado à frente de um corpo rombudo



4.11 Onda de choque destacado à frente de um corpo rombudo



4.11 Onda de choque destacado à frente de um corpo rombudo

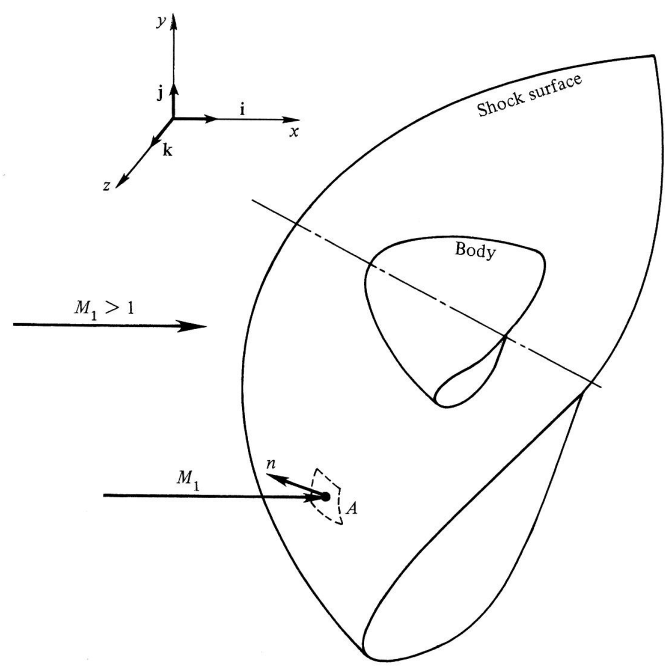
- O formato da onda de choque destacado, a distância δ e o campo de escoamento completo entre o choque e o corpo dependem do número de Mach a montante, do tamanho e do formato do corpo. A solução para este campo de escoamento não é trivial.

4.11 Onda de choque destacado à frente de um corpo rombudo

- O problema do escoamento supersônico sobre corpos rombudos foi o foco principal da aerodinâmica de escoamento supersônicos durante as décadas de 1950 e 1960, devido à necessidade do entendimento dos escoamentos de alta velocidade sobre mísseis de nariz rombudo e reentrada atmosférica.

4.12 Ondas de choque tridimensionais

- Somente as propriedades imediatamente após o choque podem ser calculadas pelas relações vistas anteriormente.



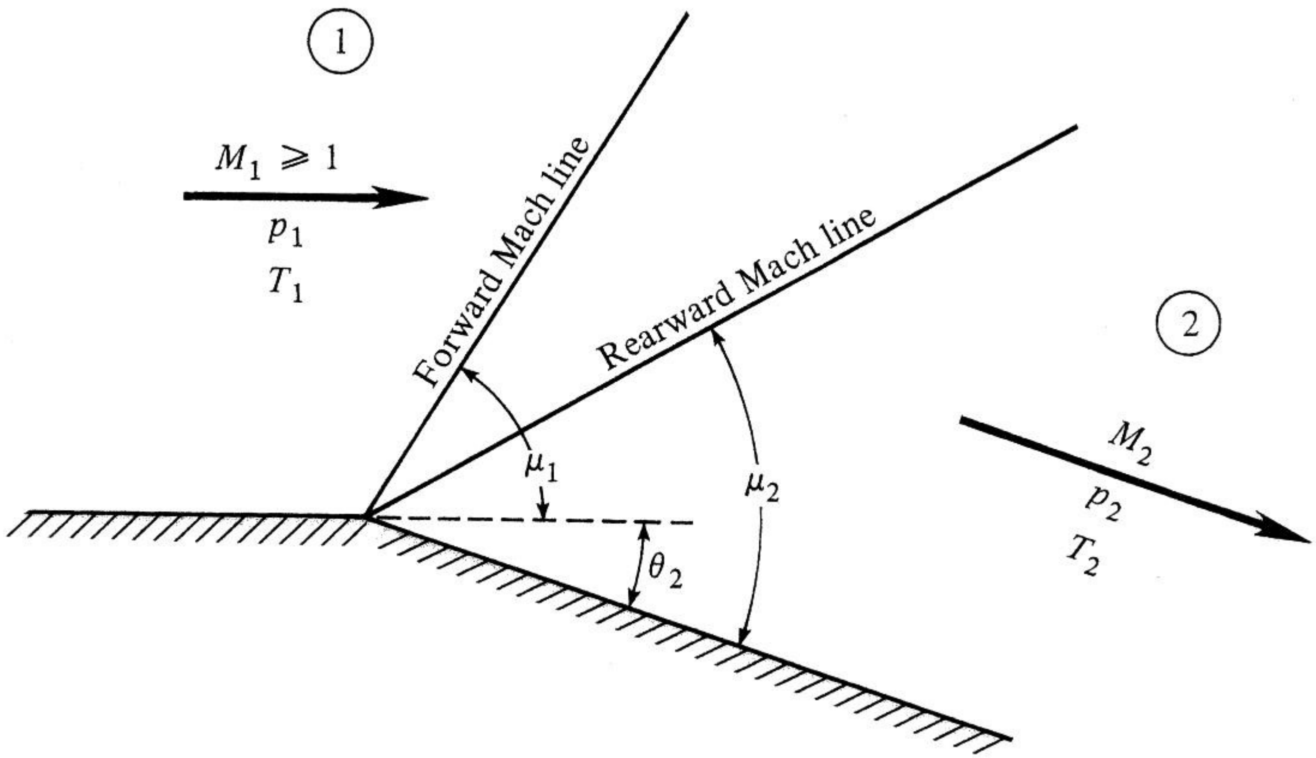
4.13 Ondas de expansão de Prandtl-Meyer

- Características das ondas de expansão:
  – Há aumento do número de Mach.
  – A pressão, a densidade e a temperatura diminuem ao se cruzar uma onda de expansão.
  – Um leque de expansão é uma região de expansão contínua, composta por um número infinito de ondas de Mach, limitada a montante por μ_1 e a jusante por μ_2.

4.13 Ondas de expansão de Prandtl-Meyer

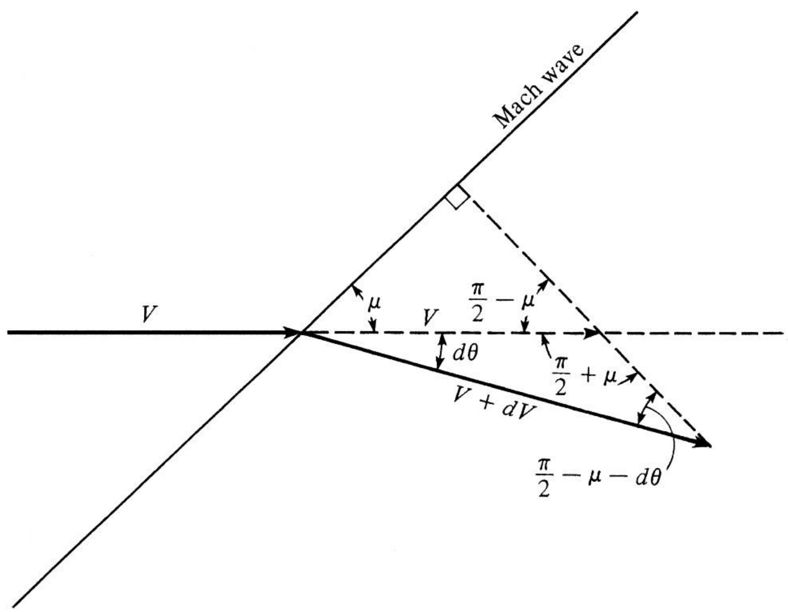
- Características das ondas de expansão:
  - As linhas de corrente através de uma onda de expansão são linhas suaves e curvas.
  - Uma vez que a expansão ocorre através de uma sucessão contínua de ondas de Mach e que $dS = 0$ para cada onda de Mach, então a expansão é isentrópica.

4.13 Ondas de expansão de Prandtl-Meyer



4.13 Ondas de expansão de Prandtl-Meyer

- Equação de Prandtl-Meyer: obtida a partir das variações infinitesimais que ocorrem através de uma onda muito fraca (essencialmente uma onda de Mach)



4.13 Ondas de expansão de Prandtl-Meyer

- Equação de Prandtl-Meyer:

$$d\theta = \sqrt{M^2 - 1}\,\frac{dV}{V}$$

- Aspectos gerais:
  – Trata-se de uma equação aproximada para um $d\theta$ finito, mas que se torna uma igualdade verdadeira quando $d\theta \to 0$.

4.13 Ondas de expansão de Prandtl-Meyer

- Aspectos gerais:
  - É derivada tendo-se como base apenas a geometria, onde a física real é aquela associada à definição de ondas de Mach. Trata-se, contudo, de uma relação geral, válida para gases perfeitos, gases quimicamente reativos e gases reais.

4.13 Ondas de expansão de Prandtl-Meyer

- Aspectos gerais:
  - Trata apenas de um ângulo de expansão infinitesimalmente pequeno, $d\theta$. Para analizar-se toda a expansão de Prandtl-Meyer, há a necessidade de integrar a expressão obtida para todo o ângulo θ_2.

4.13 Ondas de expansão de Prandtl-Meyer

- Função de Prandtl-Meyer (para um gás caloricamente perfeito):

$$v(M) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\left(M^2-1\right)} - \tan^{-1}\sqrt{M^2-1}$$

$$\theta_2 = v(M_2) - v(M_1)$$

4.13 Ondas de expansão de Prandtl-Meyer

- Cálculos para ondas de expansão de Prandtl-Meyer:

1. Obter $v(M_1)$.
2. Calcular $v(M_2)$, utilizando os valores de θ_2 e $v(M_1)$.
3. Obter M_2 a partir do valor de $v(M_2)$.

4.13 Ondas de expansão de Prandtl-Meyer

4. Lembrando-se que a expansão é um fenômeno isentrópico, tem-se que:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2} \qquad \frac{p_1}{p_2} = \left[\frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_1^2} \right]^{\gamma/(\gamma-1)}$$

4.14 Teoria de choque-expansão

- A teoria de ondas de choque e de ondas de expansão permitem o cálculo exato de forças aerodinâmicas sobre diversos tipos de aerofólios supersônicos bidimensionais cujos perfis são formados por segmentos de reta.

4.14 Teoria de choque-expansão

- Considerando-se um aerofólio simétrico em forma de diamante (losango):

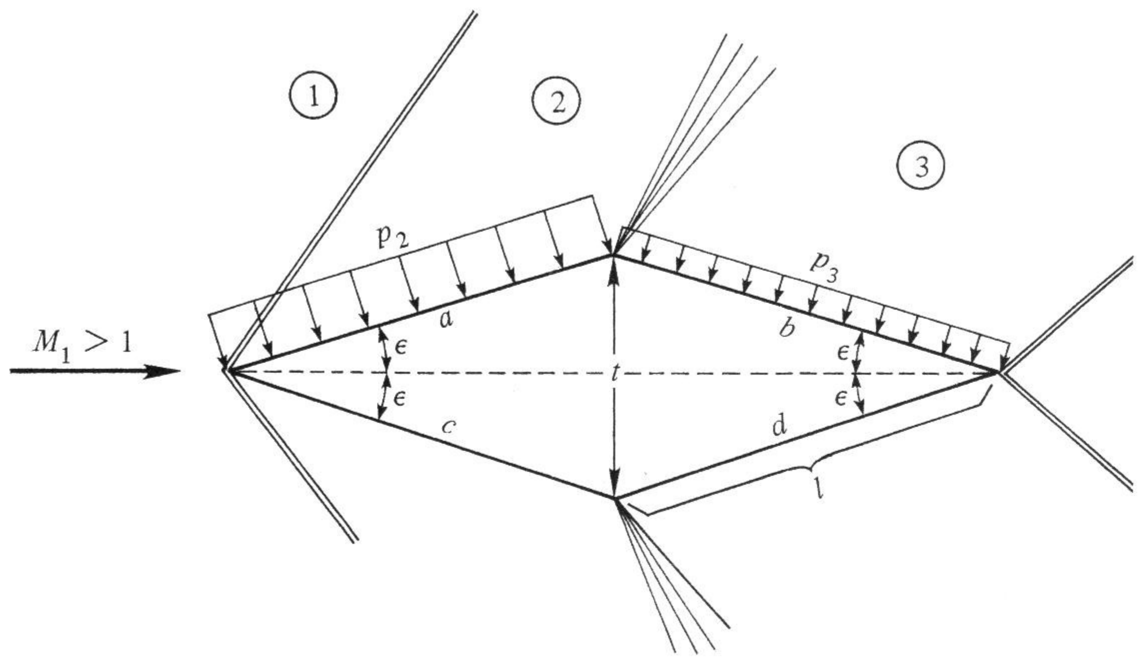


Figure 4.35 | Symmetrical diamond-wedge airfoil.

4.14 Teoria de choque-expansão

- Formação de uma onda de choque oblíquo na região frontal.
- Formação de ondas de expansão na porção central.
- Formação de uma onda de choque oblíquo na região de saída.

4.14 Teoria de choque-expansão

- Para o ângulo de ataque zero, a única força aerodinâmica sobre o aerofólio será o arrasto (*D*). Assim:

$$D = \text{componente x de} \left[-\oiint p \cdot dS \right]$$

$$D = (p_2 - p_3) \cdot t$$

4.14 Teoria de choque-expansão

- Sabe-se que para o escoamento invíscido bidimensional sobre uma asa de comprimento infinito a velocidades subsônicas, tem-se arrasto nulo.
- Por sua vez, para escoamentos invíscidos supersônicos, o arrasto por unidade de comprimento é finito.

4.14 Teoria de choque-expansão

- Esta nova fonte de arrasto encontrada para escoamentos supersônicos é chamada de onda de arrasto, estando relacionada à perda de pressão total e ao aumento de entropia através das ondas de choque oblíquas criadas pelo aerofólio.

4.14 Teoria de choque-expansão