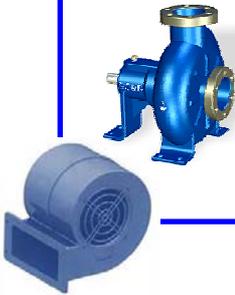


Universidade Federal do Paraná
Curso de Engenharia Industrial Madeireira

MÁQUINAS HIDRÁULICAS AT-087



M.Sc. Alan Sulato de Andrade

alansulato@ufpr.br

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

INTRODUÇÃO:

- O conhecimento das velocidades do fluxo de partículas quando estas se localizam antes e depois do rotor de uma bomba ou ventilador, são essenciais para o perfeito dimensionamento de equipamentos e sistemas de transporte de fluidos.

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

INTRODUÇÃO:

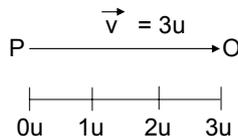
- O método utilizado internacionalmente é conhecido como “triângulo de velocidades”. Onde em função da análise e decomposição das velocidades através dos conceitos da Mecânica Vetorial podemos dimensionar sistemas e equipamentos.

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

INTRODUÇÃO:

- Vetor:

Vetor é um símbolo físico-matemático utilizado para representar o módulo, a direção e o sentido de uma grandeza física vetorial. Neste caso em específico a velocidade.



TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

INTRODUÇÃO:

- Vetor:

Direção: como vemos, o vetor acima possui a mesma direção da reta r , horizontal;

Sentido: Fica notável que o vetor segue de P para O, da esquerda para direita, neste caso;

Módulo: O módulo é a intensidade do vetor. O módulo é, graficamente representado, pelo tamanho do vetor desenhado, que em nosso caso é de três unidades de medidas u , ou seja $3u$. Devemos notar que o módulo do vetor seria 3 m/s .

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

INTRODUÇÃO:

- Vetor:

Uma abordagem didática seria a localização de um endereço qualquer em função de dados vetoriais:

Sentido: Sentido Curitiba para Paranaguá.

Direção: A mesma direção da Lothário Meissner.

Módulo: Aproximadamente 5,4 km do centro (número 632).

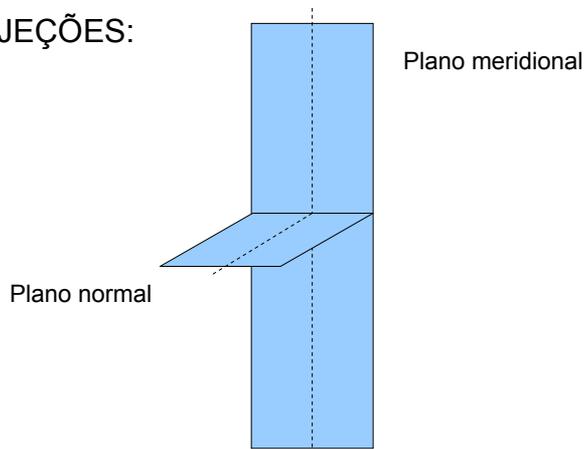
TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

PROJEÇÕES:

- As projeções meridiana (plano meridiano) e normal (plano normal) dos rotores de máquinas motoras e geradoras são mostradas na Figura a seguir, lado esquerdo e lado direito respectivamente. Os pontos 4 e 5 coincidem com as arestas de entrada e saída do rotor respectivamente.

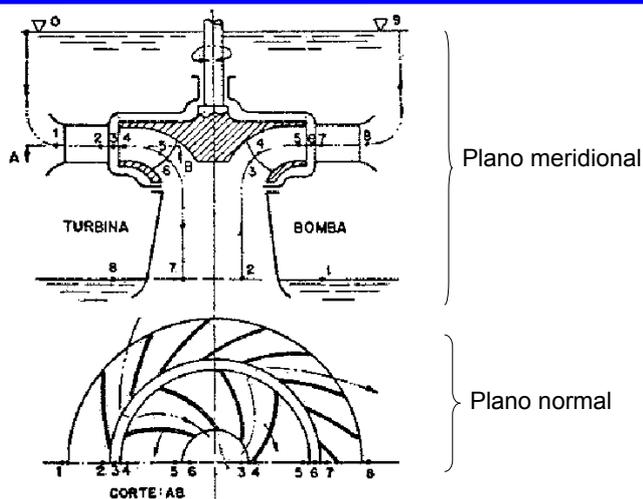
TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

PROJEÇÕES:



Representação esquemática dos planos

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO



Convenções para turbinas e bombas hidráulicas

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

PROJEÇÕES:

- No caso de bombas, o ponto 4 é denominado de aresta de sucção e o ponto 5 é denominado aresta de pressão. Para turbinas o sentido do fluxo é invertido e a denominação dos pontos 4 e 5 também é invertida. De acordo com numeração da Figura apresentada, o ponto 3 está localizado imediatamente antes da aresta de entrada do rotor e o ponto 6 está imediatamente após o rotor.

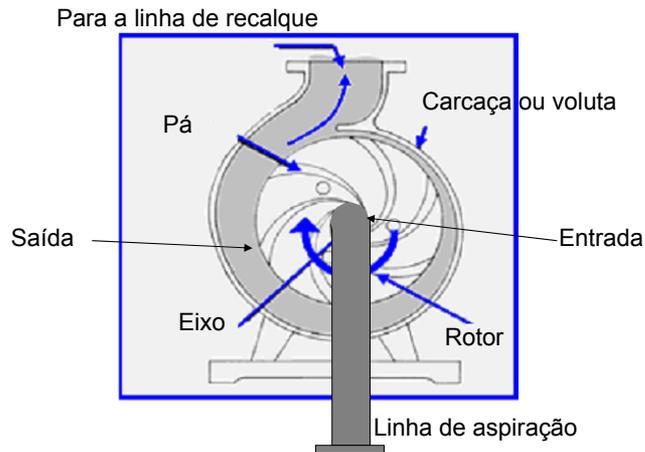
TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

PROJEÇÕES:

- Alguns autores usam uma numeração diferente, numerando a entrada do rotor como o ponto 1 e a saída como o ponto 2. Nesta numeração um ponto imediatamente antes do rotor recebe o número zero e um ponto imediatamente após recebe o número 3. As Figuras a seguir ilustra esta nova numeração para o rotor de uma bomba centrífuga.

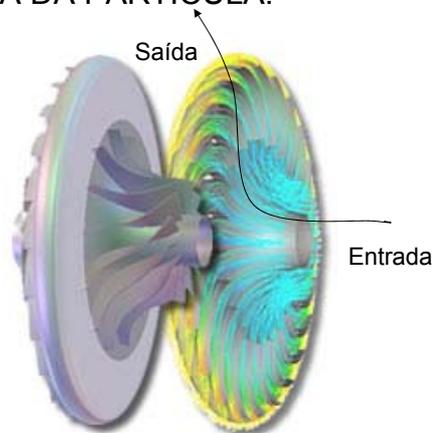
TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

TRAJETÓRIA DA PARTÍCULA:



TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

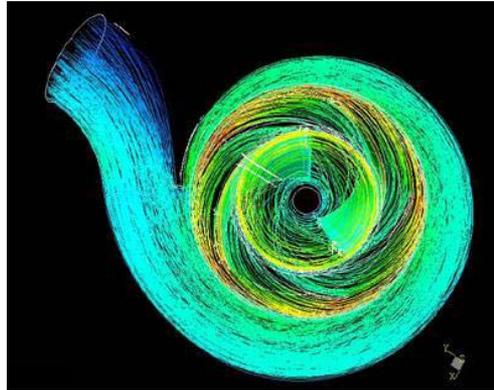
TRAJETÓRIA DA PARTÍCULA:



Trajetoira esquemática das partículas

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

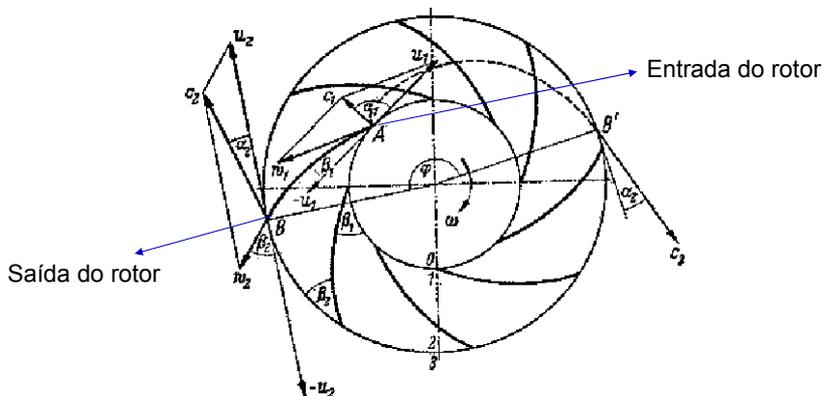
TRAJETÓRIA DA PARTÍCULA:



Trajétória esquemática das partículas

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

TRAJETÓRIA DA PARTÍCULA:



Trajétória de uma partícula de fluido e triângulos de velocidade.

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

TRAJETÓRIA DA PARTÍCULA:

- Enquanto o fluido percorre os canais formados pelas pás do rotor, este está girando com uma determinada velocidade angular (ω). Desta forma cada ponto do rotor possui uma velocidade tangencial que consiste no produto da velocidade angular pela distância do ponto ao eixo da máquina.

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

TRAJETÓRIA DA PARTÍCULA:

- Como o rotor está em movimento o fluido possui uma determinada velocidade relativa (w) em num referencial fixo no rotor que é tangente às pás em cada ponto. Um observador no solo veria a partícula de fluido com uma velocidade absoluta (c) que é a soma vetorial da velocidade relativa do fluido e da velocidade tangencial (u) do ponto do rotor que coincide com a partícula.

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

TRAJETÓRIA DA PARTÍCULA:

- Outras informações de interesse são os ângulos formados entre os componentes vetoriais.

α = Ângulo formado pelo vetor velocidade absoluta (c), com o velocidade tangencial (u).

β = Ângulo formado pelo vetor velocidade absoluta (c), com o velocidade relativa (w). É chamado de ângulo de inclinação das pás.

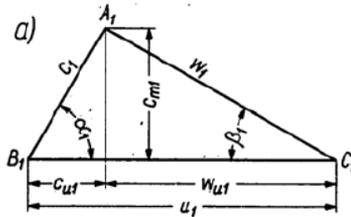
TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

TRAJETÓRIA DA PARTÍCULA:

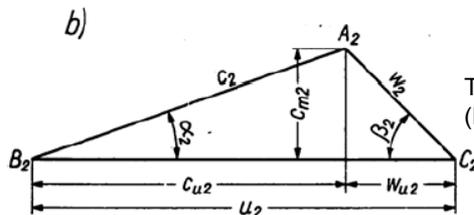
- Esta soma vetorial sugere um triângulo, que é denominado de triângulo de velocidades. A trajetória absoluta de uma partícula, vista por um observador no solo, está mostrada nas Figuras a seguir.

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

TRAJETÓRIA DA PARTÍCULA:



Triângulo das velocidades
(Ponto de Entrada)



Triângulo das velocidades
(Ponto de Saída)

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

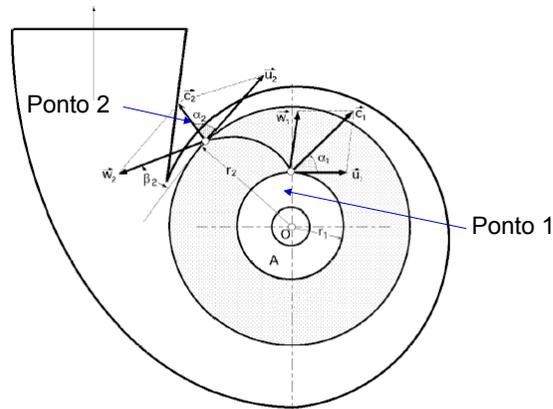
ELEMENTOS CINEMÁTICOS BÁSICOS:

- velocidade absoluta (c): velocidade que uma partícula de fluido tem com relação a um observador parado.
- velocidade relativa (w): velocidade vista pelo observador movendo-se com o rotor.
- velocidade tangencial (u): velocidade tangente ao eixo de rotação.

$$\vec{c} = \vec{u} + \vec{w}$$

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

ELEMENTOS CINEMÁTICOS BÁSICOS:



Triângulos de velocidades de uma bomba centrífuga

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

ELEMENTOS CINEMÁTICOS BÁSICOS:

- Sabemos que a velocidade angular é dada por:

$$\omega = (2\pi N)/60 \quad \text{rad/s}$$

Onde: N = Rotação do equipamento em rpm.

Devemos então calcular as condições de entrada e saída das partículas.

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

ELEMENTOS CINEMÁTICOS BÁSICOS:

- Condições de entrada:

$$c_1 = u_1 + w_1$$

$$r_1 \cdot \omega = u_1$$

$$c_1 \cdot \cos \alpha_1 = c_{1u} \quad (\text{Componente tangencial da velocidade absoluta})$$

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

ELEMENTOS CINEMÁTICOS BÁSICOS:

- Condições de saída:

$$c_2 = u_2 + w_2$$

$$r_2 \cdot \omega = u_2$$

$$c_2 \cdot \cos \alpha_2 = c_{2u} \quad (\text{Componente tangencial da velocidade absoluta})$$

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

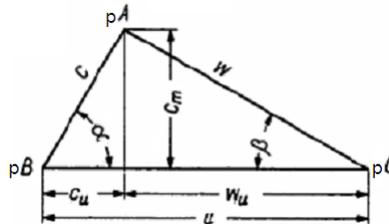
ELEMENTOS CINEMÁTICOS BÁSICOS:

- Ângulos:

$\text{tg} = \text{cateto oposto} / \text{cateto adjacente} = \text{sen} (x) / \text{cos} (x)$

$\text{tg} \alpha = w/u = c_m/c_u$

$\text{tg} \beta = c/u = c_m/w_u$



Soma dos ângulos internos de um triângulo = 180°

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

EQ. FUNDAMENTAL DAS MÁQUINAS DE FLUXO:

- Ao se conhecer as condições de entrada e saída e suas projeções, podemos estabelecer a equação fundamental das máquinas de fluxo, ou também como é conhecida de equação de Euler.

$$H = \pm \frac{(u_2 \cdot c_{2u} - u_1 \cdot c_{1u})}{g}$$

Onde:

H= Altura de elevação ou queda hidráulica, consiste na energia específica teórica trocada entre o rotor e o fluído.

+ quando máquinas motrizes (turbinas hidráulicas)

- quando máquinas operatrizes (bombas hidráulicas)

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

EQ. FUNDAMENTAL DAS MÁQUINAS DE FLUXO:

- Considere, para tanto, a equação fundamental:

$$H = \frac{1}{g} \cdot (u_2 \cdot c_2 \cdot \cos \alpha_2 - u_1 \cdot c_1 \cdot \cos \alpha_1)$$

Da análise dos triângulos de velocidades na entrada e saída do rotor podemos chegar às seguintes relações (lei do co-seno):

$$w_1^2 = u_1^2 + c_1^2 - 2 \cdot u_1 \cdot c_1 \cdot \cos \alpha_1$$

$$w_2^2 = u_2^2 + c_2^2 - 2 \cdot u_2 \cdot c_2 \cdot \cos \alpha_2$$

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

EQ. FUNDAMENTAL DAS MÁQUINAS DE FLUXO:

- Combinando estas duas equações chegaremos a :

$$u_2 \cdot c_2 \cdot \cos \alpha_2 - u_1 \cdot c_1 \cdot \cos \alpha_1 = \left[(w_1^2 - w_2^2) + (c_2^2 - c_1^2) + (u_2^2 - u_1^2) \right]$$

A altura de elevação teórica pode ser dada então por :

$$H = \frac{1}{2g} \cdot \left[(w_1^2 - w_2^2) + (c_2^2 - c_1^2) + (u_2^2 - u_1^2) \right]$$

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

EQ. FUNDAMENTAL DAS MÁQUINAS DE FLUXO:

- Desta forma, altura de elevação ou queda hidráulica, é proporcional ao quadrados das velocidades que constituem o triângulo de velocidades na entrada e saída do rotor.

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

EQ. FUNDAMENTAL DAS MÁQUINAS DE FLUXO:

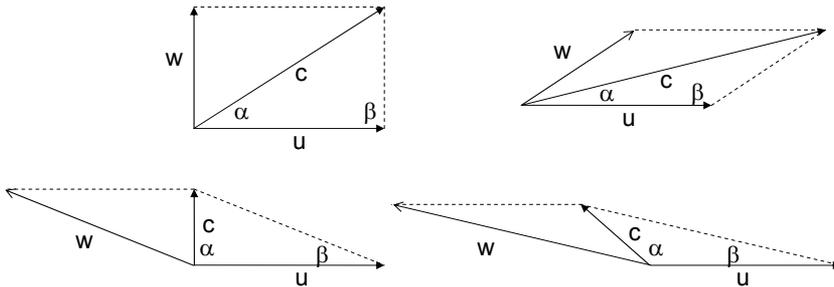
- Podemos então comparar a equação de Bernouilli.

$$H = \pm \left(\frac{p_1 - p_2}{\gamma} + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} \right)$$

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

INFLUÊNCIA DA FORMA GEOMÉTRICA DO ROTOR:

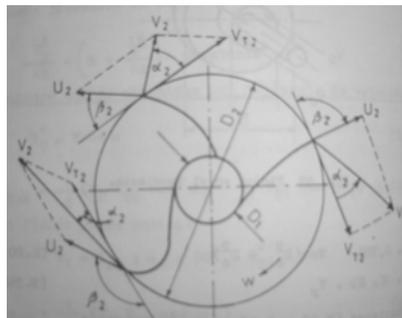
- Ângulos



TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

INFLUÊNCIA DA FORMA GEOMÉTRICA DO ROTOR:

- Ângulos



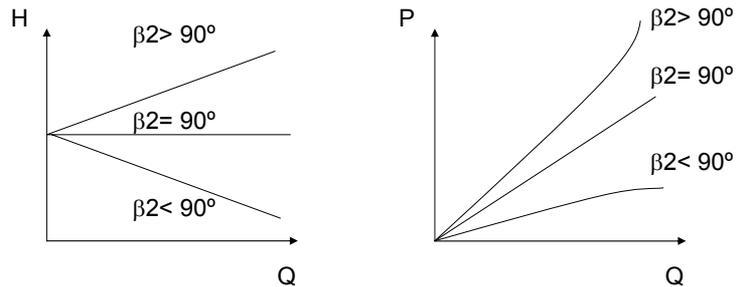
$\beta_2 < 90^\circ$ - reativo

$\beta_2 = 90^\circ$ - radial

$\beta_2 > 90^\circ$ - ativo

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

INFLUÊNCIA DA FORMA GEOMÉTRICA DO ROTOR:



TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

INFLUÊNCIA DA FORMA GEOMÉTRICA DO ROTOR:

- Diâmetro do rotor e rotação

Em função das equações, quanto maior os diâmetros ou a rotação do equipamento maior será a velocidade absoluta.

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

SITUAÇÕES REAIS:

- Duas suposições são realizadas na equação de Euler: presença de número infinito de pás e 100% de eficiência. Porém em uma situação real sabemos que existe as perdas de energia, reduzindo a potência e o rendimento da máquina.

A existência de processos irreversíveis no funcionamento das Máquinas de Fluxo é comumente denominado **Perda**. Estas perdas ocasionam uma diferença entre as energias entregue à máquina e a fornecida pela mesma. As perdas podem ser internas ou externas

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

SITUAÇÕES REAIS:

- Perdas Internas:
 - Perdas hidráulicas (perdas de pressão) {atrito de superfície nos canais das pás, carcaça}
 - Perdas volumétricas {fuga de fluído: labirinto e gaxeta}
 - Perdas por atrito (mecânica) na superfície externa do rotor)
- Perdas Externas:
 - Perdas mecânicas {atrito nos mancais e gaxetas, energia consumida por órgãos auxiliares, atrito do ar contra peças rotativas}

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

SITUAÇÕES REAIS:

- Sendo finito o número de pás do rotor das máquinas de fluxo, a consequência imediata que resulta, a qual altera a equação fundamental idealizada, é que o movimento relativo do fluido através do rotor, desde a aresta de entrada até a aresta de saída, não é tangente à pá. Conseqüentemente, os triângulos de velocidade idealizados não representam a cinemática do escoamento real. E, em decorrência, a equação fundamental idealizada também não expressa de forma adequada o processo real de transferência de energia no interior do rotor.

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

SITUAÇÕES REAIS:

- Sabe-se também que o escoamento real ocorre no espaço, é tridimensional, e não unidimensional como foi postulado. Ademais, a distribuição de velocidades, na seção do canal formado por pás consecutivas, não é uniforme.

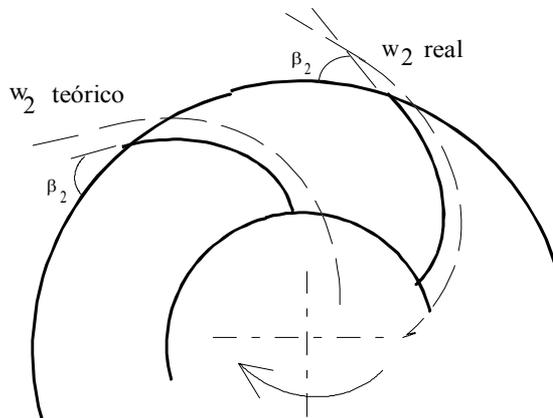
TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

SITUAÇÕES REAIS:

- No escoamento real, pás em número limitado não conseguem impor a mesma variação angular à partícula de fluido que percorre o rotor (observe na próxima Figura que a velocidade absoluta real tem inclinação menos acentuada que a velocidade absoluta teórica, em relação à velocidade absoluta na entrada do rotor). O torque que o rotor exerce sobre o escoamento diminui, e diminui também a potência transferida.

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

SITUAÇÕES REAIS:



TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

EXERCÍCIO:

- Calcule altura de elevação ou queda hidráulica (H) para o seguinte equipamento.

$$N=1500\text{rpm}$$

$$\alpha_1=48^\circ$$

$$\alpha_2=23^\circ$$

$$D_1=0,12\text{m}$$

$$D_2=0,30\text{m}$$

$$c_1=8,9\text{m/s}$$

$$c_2=21,2\text{m/s}$$

$$g=9,81\text{m/s}^2$$

TEORIA UNIDIMENSIONAL DAS MÁQUINAS DE FLUÍDO

EXERCÍCIO:

- Utilizando os dados do exercício anterior e sabendo que a tubulação de recalque tem diâmetro igual a 0,10m e $\gamma=1000\text{Kgf/m}^3$, calcule a potência teórica de acionamento deste equipamento.