4. BOMBAS CENTRÍFUGAS (TURBOBOMBAS)

4.1. Teoria Monodimensional

Para bem projetar uma bomba, o engenheiro projetista parte, normalmente, de um conjunto de hipóteses ideais e simplificadoras, para, posteriormente, transformar tais condições ideais em reais pela introdução de fatores de correção.

Assim a teoria monodimensional (que é ideal e simplificadora), admite as seguintes hipóteses:

- 1. A bomba será considerada como tendo um número infinito de palhetas.
- 2. As palhetas serão consideradas como sendo infinitamente delgadas, ou seja, sem espessura.

A Figura (4.1) mostra dois cortes em uma bomba centrífuga, um corte radial A-B e o corte longitudinal C-D.



Figura 4.1 – Cortes na bomba centrífuga.

Todas as hipóteses feitas no Capítulo II devem ser aplicadas neste tópico.

Definição

 $H_{th\infty}$: é a quantidade de energia cedida a 1 kg de fluido que atravessa uma bomba ideal;

 H_{th} : é a quantidade de energia cedida a 1 kg de fluido que atravessa uma bomba real.

92

Evidentemente,

$$H_{th\infty} > H_{th} \tag{4.1}$$

As formas da Equação de Euler são aplicáveis para as turbombombas, e a energia que teoricamente a bomba cede à unidade de peso de fluido que passa pelo seu rotor é positiva, e medida em metros:

$$H_{th\infty} = \frac{1}{2g} \left[\left(V_2^2 - V_1^2 \right) + \left(U_2^2 - U_1^2 \right) + \left(W_1^2 - W_2^2 \right) \right]$$
(4.2)

onde:

 \vec{u} - velocidade da pá do rotor (tangencial) $\vec{u} = \omega \cdot \vec{r} [m/s];$

 \vec{V} - velocidade absoluta do fluido (vista por um observador estacionário) [m/s];

 \vec{W} - velocidade relativa da corrente fluida (vista por um observador solidário às pás) [m/s].

A Equação (4.2) é chamada equação de Euler (escrita em sua forma mais geral) e fornece o valor de $H_{th\infty}$ em função das velocidades componentes dos triângulos teóricos à entrada e à saída do rotor.

Fazendo as simplificações possíveis a equação de Euler assume o aspecto apresentado em (4.3).

$$H_{th\infty} = \frac{1}{g} (V_{t2} \cdot u_2 - V_{t1} \cdot u_1)$$
(4.3)

onde:

 $H_{th\infty}$: é a quantidade de energia cedida a 1 kg de fluido que atravessa uma bomba ideal [m]; \vec{u}_1 - velocidade tangencial de um ponto situado na entrada do rotor [m/s]; \vec{u}_2 - velocidade tangencial de um ponto situado na saída do rotor [m/s]; \vec{V}_{t1} - projeção do vetor \vec{V}_1 sobre a velocidade da pá \vec{u}_1 , à entrada do rotor [m/s]; \vec{V}_{t2} - projeção do vetor \vec{V}_2 sobre a velocidade da pá \vec{u}_2 , à saída do rotor [m/s].

Tal equação assume ainda características mais simples para o caso específico das bombas com fluxo radial a entrada. Realmente:

- Fluxo radial a entrada $\rightarrow \alpha_1 = 90^\circ$;
- $\alpha_1 = 90^\circ \rightarrow \cos \alpha_1 = 0 \rightarrow V_{t1} = V_1 \cdot \cos \alpha_1 = 0$.

Para esse caso, a equação de Euler se resume a:

$$H_{th\infty} = \frac{1}{g} V_{t2} \cdot u_2 \tag{4.4}$$

No rotor da bomba se dá a transferência de energia para o líquido - o fluido de trabalho. As aletas do rotor impõem uma variação da quantidade de movimento angular do escoamento de líquido, que reage exercendo um torque sobre o rotor. O rotor gira a velocidade angular constante, o que implica na existência de uma potência disponível, no movimento de rotação do rotor (isto é, no eixo da bomba), igual a

$$\dot{W} = T\omega \tag{4.5}$$

onde *T* é o torque e ω é a velocidade angular do rotor (radiano/tempo), igual a ($2\pi n$) sendo n a rotação, número giros na unidade de tempo. Se a rotação dos motores é dada em rpm (rotações por minuto), como é freqüente, e a velocidade angular deve ser calculada em (radianos por segundo), ela é obtida de ($2\pi n / 60$).

4.2. Triângulos de Velocidades

O vetor velocidade relativa do fluido de trabalho, \vec{W} , é sempre tangente à aleta, em qualquer ponto do escoamento através do rotor, desde a aresta de entrada até a aresta de saída de cada um dos canais formados por aletas consecutivas. A Figura (4.2) ilustra este escoamento relativo idealizado, no rotor de uma bomba que tem infinitas aletas de espessura desprezível.

Para que se aplique a Equação de Conservação do Momento Angular, entretanto, é necessário conhecer a velocidade absoluta do escoamento, \vec{V} , (em relação a um referencial inercial) em seu percurso através do rotor. Mas a velocidade relativa do escoamento é conhecida (em direção e sentido), em qualquer posição radial entre as arestas de entrada e saída do rotor. Também é conhecida a velocidade do rotor (velocidade tangencial), \vec{u} , em qualquer posição radial, desde que a velocidade angular ω seja especificada, assim como as dimensões geométricas do rotor.



Figura 4.2 – Corte radial do rotor de uma bomba centrífuga.



Figura 4.3 – Triângulos de velocidade de uma bomba centrífuga.

Consequentemente, a velocidade absoluta do fluido de trabalho, \vec{V} , pode ser obtida da composição vetorial das velocidades relativa, do fluido, e absoluta, do rotor, em posições radiais genéricas. As composições vetoriais nas arestas de entrada e saída do rotor estão mostradas na Fig. (4.4). Também estão indicadas nesta figura algumas dimensões geométricas características: os raios r_1 e r_2 , das arestas de entrada e saída do rotor, e a espessura δ da aleta.



Figura 4.4 - Corte radial do rotor - composição vetorial para determinar a velocidade absoluta do fluido.

Nestas composições denominou-se W a velocidade relativa do fluido de trabalho, V sua velocidade absoluta. A região da aresta de entrada do rotor está indicada pelo subscrito 1 e a de saída, pelo subscrito 2. Assim, u_1 , W_1 , e V_1 , são as velocidades na entrada do rotor (na entrada do V.C., para efeito de aplicação da Equação de Conservação do Momento Angular), e u_2 , W_2 , e V_2 , são as velocidades na saída do rotor (na saída do V.C.). Denomina-se β o ângulo entre a velocidade relativa e a direção tangencial,

medido em sentido oposto ao giro do rotor, e α o ângulo entre a velocidade absoluta e a direção tangencial. Esta composição vetorial forma os triângulos de velocidade do escoamento na entrada e saída do rotor (isto é, nas regiões das arestas de entrada e saída do rotor):



Figura 4.5 - Triângulos de velocidade nas arestas de entrada e saída do rotor

Da análise dos triângulos de velocidade de entrada e saída do rotor podemos obter as seguintes relações trigonométricas:

do rotor.		
$W_1^2 = V_1^2 - 2u_1 V_1 \cos \alpha_1 + u_1^2$		
$V_{t1} = V_1 \cos \alpha_1$		
$V_{r1} = W_1 \mathrm{sen}\beta_1$		
V. Vaan a		

Tabela 4.1 – Relações trigonométricas à entrada

Tabela 4.2 – Relações trigonométricas à saída do rotor.

$W_2^2 = V_2^2 - 2u_2V_2\cos\alpha_2 + u_2^2$
$V_{t2} = V_2 \cos \alpha_2$
$V_{r2} = W_2 \mathrm{sen}\beta_2$
$V_{r2} = V_2 \operatorname{sen} \alpha_2$
$V_{r2} = V_{t2} \tan \alpha_2$

É interessante observar, a partir da definição dos ângulos α e β , que: o ângulo β , nesta idealização do escoamento, está fixado a partir do momento em que se define a curvatura (o desenho, isto é, o projeto mecânico do rotor) das aletas, da entrada até a saída do rotor. O ângulo α , por seu lado, é função das características operacionais da bomba (rotação e vazão, entre outras). Isto é, se há variação de rotação da bomba, há variação do ângulo α , pois a alteração de u, a velocidade tangencial do rotor, altera o triângulo de velocidades. O mesmo ocorre se a vazão da bomba é alterada (abrindo-se ou fechando-se uma válvula do sistema de bombeamento ao qual a bomba está conectada, por exemplo): como a vazão está relacionada com a magnitude da velocidade absoluta do fluido (a Equação da Conservação da Massa será formulada a seguir), ela também impõe variações nos triângulos de velocidades quando é alterada.

Com a definição das velocidades do escoamento, e os ângulos que elas formam, pode-se então formular uma equação para o torque da bomba, *T*, em função das variáveis operacionais e características de projeto do rotor da bomba. Neste momento convém frisar que esta abordagem se aplica às máquinas de fluxo de maneira em geral: bombas centrífugas, ventiladores e turbinas hidráulicas. Particularidades da formulação serão destacadas assim que se apresentarem.

Assim, aplicando-se Equação da Conservação da Quantidade de Movimento Angular a um V.C. delimitado pelas fronteiras do fluido de trabalho no interior do rotor de uma bomba, da aresta de entrada à aresta de saída, num certo instante t, e considerando que o escoamento é unidimensional e permanente, o torque T exercido pelo escoamento no V.C. (consequentemente, no eixo do/a rotor/bomba), é:

$$T_{eixo} = \left(r_2 V_{t_2} - r_1 V_{t_1}\right) \dot{m}$$
(4.6)

A componente radial V_{r2} pode ser expressa em termos da vazão em volume que a bomba descarrega, \dot{Q} , aplicando-se a Equação de Conservação da Massa ao mesmo V.C. ao qual foi aplicada a Equação de Conservação da Quantidade de Movimento Angular. Para tanto, seja o desenho esquemático do corte radial do rotor de uma bomba centrífuga radial, mostrado a seguir.



Figura 4.6 - Corte axial do rotor de bomba centrífuga

A largura do rotor na aresta de entrada do rotor é b_1 , e na saída, b_2 . A Equação da Conservação da Massa é assim escrita:

$$Q = 2\pi \cdot r_1 \cdot b_1 \cdot V_{r_1} = 2\pi \cdot r_2 \cdot b_2 \cdot V_{r_2}$$

$$V_{r_2} = \frac{Q}{2\pi \cdot r_2 \cdot b_2}$$
(4.7)

onde:

Assim,

Q = vazão de fluido que passa pelo rotor, em $\lceil m^3/s \rceil$;

 V_r = velocidade radial (meridiana), em [m/s];

r = raio da seção considerada, em [m];

b = largura do rotor na seção considerada, em [m].



Figura 4.7 – Triângulo de velocidades genérico.

$$\operatorname{tg} \beta_{2} = \frac{V_{r2}}{u_{2} - V_{r2}} \implies \operatorname{cotg} \beta_{2} = \frac{u_{2} - V_{r2}}{V_{r2}}$$

$$V_{t2} = u_{2} - (V_{r2} \cdot \operatorname{cotg} \beta_{2})$$

$$H_{th\infty} = \frac{1}{g} (u_{2} \cdot V_{t2}) \implies H_{th\infty} = \frac{u_{2}}{g} (u_{2} - V_{r2} \cdot \operatorname{cotg} \beta_{2})$$

$$H_{th\infty} = \frac{u_{2}}{g} \left(u_{2} - \frac{Q}{2\pi \cdot r_{2} \cdot b_{2}} \cdot \operatorname{cotg} \beta_{2} \right)$$

$$(4.8)$$

4.3. Altura Manométrica

Define-se a altura manométrica de um sistema elevatório como sendo a quantidade de energia que deve ser absorvida por 1 (um) quilograma de fluido que atravessa a bomba, energia esta necessária para que o mesmo vença o desnível da instalação, a diferença de pressão entre os 2 (dois) reservatórios (caso exista) e a resistência natural que as tubulações e acessórios oferecem ao escoamento dos fluidos (perda de carga).

Definição *Altura Manométrica*: é a energia específica que realmente a unidade de peso de um fluido recebe quando passa pelo rotor de uma bomba.

A Figura (4.8) apresenta a altura manométrica (H_{man}) de uma instalação com reservatórios abertos $(p_r = p_a = p_{atm})$.



Figura 4.8 - Altura manométrica de uma instalação com reservatórios abertos.

$$H_{man} = H_o + \frac{p_r - p_a}{\gamma} + \Delta H$$
(4.9)

onde:

H_{man} - altura manométrica, em [m];

H_o - desnível geométrico, em [m];

 p_r - pressão no reservatório de recalque, em $\lceil \text{kg}/\text{m}^2 \rceil$;

 p_a - pressão no reservatório de sucção, em $\lceil \text{kg}/\text{m}^2 \rceil$;

 γ - peso específico d fluido, em $\lceil kg/m^3 \rceil$;

 ΔH - perda de carga nas tubulações e acessórios, em [m].

Quando ambos os reservatórios são abertos e sujeitos, portanto, à pressão atmosférica $(p_r = p_a = p_{atm})$:

$$H_{man} = H_o + \Delta H \tag{4.10}$$

Normalmente as bombas centrífugas são as mais utilizadas nas instalações elevatórias de líquidos, principalmente de água. A Figura (4.9) mostra um esquema de uma instalação de bombeamento deste tipo, onde a bomba recalca um fluido, de um nível mais baixo 0-0 a um nível mais alto 3-3.



Figura 4.9 – Esquema de uma instalação de bombeamento.

onde:

- H_o desnível geométrico (altura total da instalação), em [m];
- H_a altura de aspiração ou sucção, em [m];
- H_r altura de recalque, em [m];
- y diferença de cota entre a saída e a entrada da bomba;
- M marcação de pressão relativa no manômetro;
- V marcação de pressão relativa no vacuômetro;
- p_r pressão absoluta no reservatório de recalque, em $\left[\text{kg}/\text{m}^2 \right]$;
- p_a pressão absoluta no reservatório de sucção, em $\lceil \text{kg}/\text{m}^2 \rceil$.

$$H_{man} = H_o + \Delta H$$

$$H_{man} = H_o + (\Delta H_a + \Delta H_r)$$
(4.11)

As perdas de pressão (perdas de carga) $\Delta H_a e \Delta H_r$ são devidas:

- Atrito e turbilhonamento do fluido escoando no interior das tubulações;
- Mudanças de direções nas curvas das tubulações, atrito e choque nos acessórios de tubulação (válvulas, registros, etc.);
- Variação de energia cinética devido às mudanças de seções nas tubulações.

4.3.1. Curva Característica dos Sistemas de Tubulações

A forma mais geral das perdas nas tubulações é do tipo:

$$\Delta H = K' \frac{\left(Q\right)^2}{\left(D_i\right)^5} \tag{4.12}$$

Ou mais resumidamente:

$$\Delta H = KQ^2 \tag{4.13}$$

onde:

Q = vazão volumétrica do fluido, em $[m^3/s]$;

 D_i = diâmetro interno das tubulações [m];

K' =constante que depende do tipo de material, acabamento, velocidade de escoamento, acessórios, etc.

$$K = \frac{K'}{D_i^5} \tag{4.14}$$

Nota-se que a Eq. (4.13) tem um acabamento parabólico com a vazão, se esquematizarmos um diagrama (H_{man}, Q) incluindo esta perda de carga teremos aproximadamente a Fig. (4.10):



Figura 4.10 – Curva característica do sistema.

A Figura (4.10) representa graficamente a Eq. (4.11) com as considerações da Eq. (4.13).

4.3.2. Medição Direta da Altura Manométrica

Numa instalação de bombeamento em funcionamento poderá haver a necessidade de variar a vazão para atendimento do consumo. Esta variação da vazão, processada através da variação da abertura do registro de recalque, torna, evidentemente, variável o valor da altura manométrica (na expressão $H_{man} = H_o + \Delta H$, vai variar a perda de carga).

Através do que, a seguir, se exporá, mostraremos que, com a colocação de um manômetro à saída da bomba e de um vacuômetro à entrada da mesma, é possível medir diretamente a altura manométrica desenvolvida pela bomba, qualquer que seja a vazão recalcada.



Figura 4.11 – Instalação típica com manômetro à saída da bomba e vacuômetro à entrada.

Na Figura (4.11) seja y o desnível entre o manômetro (saída da bomba) e o vacuômetro (entrada da bomba) e sejam ainda:

- 1- índice referencial das grandezas relativas à entrada da bomba;
- 2- índice referencial das grandezas relativas à saída da bomba.

Desta forma, considerando que a altura manométrica é definida como sendo a quantidade de energia absorvida por 1 kg de fluido que atravessa a bomba, podemos escrever:

$$H_{man} = \left(\frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2}{2g} + y\right) - \left(\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1}{2g}\right)$$

$$H_{man} = E_2 - E_1$$
(4.15)

Consideradas as pressões p_2/γ e p_1/γ medidas em termos de pressões absolutas, temos:

$$M = \frac{p_2}{\gamma}(abs) - \frac{p_{atm}}{\gamma}(abs)$$
(4.16)

$$V = \frac{p_{atm}}{\gamma} (abs) - \frac{p_1}{\gamma} (abs)$$
(4.17)

Somando membro a membro as Eq. (4.16) e (4.17), teremos:

$$M + V = \frac{p_2}{\gamma}(abs) - \frac{p_1}{\gamma}(abs)$$
(4.18)

Como a variação de energia cinética $\left[\left(\frac{V_2^2}{2g} \right) - \left(\frac{V_1^2}{2g} \right) \right]$ é desprezível, levando a Eq. (4.18) em (4.15).

$$H_{man} = M + V + y \tag{4.19}$$

Conclusão Numa instalação de bombeamento, a altura manométrica é igual à soma das leituras de um manômetro (colocado à saída da bomba) e de um vacuômetro (colocado à entrada da bomba) mais o desnível entre os aparelhos.

Quando os dois mostradores estiverem nivelados (y = 0) Fig. (4.12).



Figura 4.12 – Bombas com manômetro e vacuômetro nivelados.

4.3.3. Natureza das Energias Cedidas por uma Bomba

A energia total cedida ao kg de fluido que atravessa uma bomba (ideal), $H_{h\infty}$, pode-se considerá-la como composta de 2 (duas) parcelas.

$$H_{th\infty} = Hp + H_{din} \tag{4.20}$$

Onde:

Hp : energia de pressão;

 H_{din} : energia cinética.

$$H_{th\infty} = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \Delta H_{1 \to 2} + Z_2 - Z_1 + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$$

Logo

$$H_{din} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$$
(4.21)

$$Hp = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \Delta H_{1 \to 2} + Z_2 - Z_1$$
(4.22)

Por isto e com a finalidade de simplificar o raciocínio, consideremos o rotor de uma bomba com as seguintes características:

• O fluxo do fluido à entrada é radial $(\alpha_1 = 90^\circ)$. Assim, o triângulo de entrada será retângulo e a equação de Euler assume o aspecto dado pela Eq. (4.4), ou seja:

$$H_{th\infty} = \frac{1}{g} V_{t2} \cdot u_2$$

As seções de entrada e saída dos canais formados pelas pás são iguais. Consequentemente:

$$\vec{V_{r2}} = \vec{V_{r1}}$$

Nestas condições a Fig. (4.13) apresenta os triângulos teóricos à entrada e à saída (superpostos):



Figura 4.13 – Triângulos teóricos superpostos.

Através da Fig. (4.13) conclui-se:

$$H_{din} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g}$$
(4.23)

A partir da Eq. (4.22) tem-se:

$$Hp = \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \Delta H_{1 \to 2} + Z_2 - Z_1 = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2g}$$

Porém, ainda pela Fig. (4.13):

$$w_{1}^{2} - u_{1}^{2} = V_{1}^{2}$$

$$w_{2}^{2} - V_{1}^{2} = (u_{2} - V_{t_{2}})^{2}$$

$$Hp = \frac{1}{2g} \left[u_{2}^{2} - (u_{2} - V_{t_{2}})^{2} \right]$$
(4.24)

Assim, de posse das equações abaixo, vamos mostrar a influência do perfil da palheta, determinado pelo ângulo β_2 , na energia cedida ao kg de fluido $(H_{th\infty})$.

$$H_{th\infty} = Hp + H_{din}$$
$$H_{th\infty} = \frac{1}{g} V_{t2} \cdot u_2$$
$$H_{din} = \frac{V_2^2}{2g}$$
$$Hp = \frac{1}{2g} \left[u_2^2 - (u_2 - V_{t2})^2 \right]$$

Quanto à inclinação do perfil da palheta (Fig. 4.14), temos:





4.3.4. Influência do Perfil da Palheta na Curva $(H_{th\infty}, Q)$.

Considerando uma bomba de fluxo radial à entrada para a qual:

$$H_{ih\infty} = \frac{1}{g} V_{i2} \cdot u_2 \tag{4.25}$$

Considerando o triângulo de velocidades à saída (Fig. 4.15) e aplicando a equação da continuidade ao rotor da bomba, temos:

$$V_{t2} = u_2 - V_{r2} \cdot \cot \beta_2$$
 (4.26)

$$V_{r2} = \frac{Q}{\pi d_2 b_2} \tag{4.27}$$



Figura 4.15 – Triângulo de velocidades de saída.

Levando os valores de (4.26) e (4.27) em (4.25), esta assume o seguinte aspecto:

$$H_{th\infty} = \frac{u_2}{g} \left(u_2 - \frac{Q}{\pi d_2 b_2} \cdot \cot \beta_2 \right)$$
(4.28)

Teremos, então:

- O rotor tem pás radiais à saída $(\beta_2 = 90^\circ)$ Quando $\beta_2 = 90^\circ \rightarrow \cot \beta_2$ é nula.
- $H_{th\infty}$ independe da vazão, sendo sua representação gráfica uma reta paralela ao eixo das vazões, passando por um ponto de ordenada igual a u_2^2/g .
- O rotor tem pás inclinadas para traz (β₂ < 90°)
 Quando β₂ < 90° → cot β₂ é positiva.
- $H_{th\infty}$ decresce com o aumento da vazão, sendo sua representação gráfica uma reta descendente, passando pela ordenada u_2^2/g .
- O rotor tem pás inclinadas para frente $(\beta_2 > 90^\circ)$ Quando $\beta_2 > 90^\circ \rightarrow \cot \beta_2$ é negativa.

 $H_{th\infty}$ cresce com o aumento da vazão, sendo sua representação gráfica uma reta ascendente, passando pela ordenada u_2^2/g .



Figura 4.16 – Influência do ângulo β_2 na curva $(H_{th\infty}, Q)$.

Assim, somado ao fato do rotor com pás inclinadas para frente ceder mais energia cinética que energia de pressão, surge um outro fato que reafirma a inconveniência desta concepção construtiva da palheta. Em decorrência da curva $(H_{th\infty}, Q)$ ser de natureza ascendente, constata-se que, testada numa bancada de ensaios, a curva (H_{man}, Q) apresenta-se também com um ramo ascendente na origem (Fig. 4.17). A análise desta figura revela que, para certos valores de H_{man} , é a bomba capaz de recalcar 2 vazões diferentes: em certo instante recalca a vazão Q_1 e, num instante posterior e sem que se tenha atuado na instalação, passa a bomba a recalcar a vazão $Q_2 \neq Q_1$. A tal fenômeno dá-se o nome de "*instabilidade de funcionamento*".

Tal fato só no acontece quando esta bomba é posta a operar em instalações com $H_{man} < H$ (na Fig. 4.17 corresponde a pontos do trecho de curva em negrito).



Figura 4.17 – Fenômeno da instabilidade de funcionamento (típico de rotores com $\beta_2 > 90^\circ$).

4.3.5. Influência do nº Finito de Palhetas. Correção.

Os experimentos têm revelado que entre $H_{th\infty}$ e H_{th} existe a seguinte relação, conhecida por coeficiente de Pfleiderer:

$$H_{ih\infty} = \Delta P f l \times H_{ih} \tag{4.29}$$

onde:

$$\Delta P f l = 1 + 2 \frac{\psi}{Z} \cdot \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2}$$
(4.30)

Nesta expressão:

- Z: número de palhetas;
- r_2 : raio externo do rotor;
- r_1 : raio interno do rotor;
- ψ : coeficiente tabelado em função de β_2 , como mostra o gráfico da Fig. (4.18).

Como se vê pela Eq. (4.30), o fator de correção de Pfleiderer é um número maior que 1, significando ser $H_{th\infty}$, sempre maior que H_{th} . A diferença entre ambos não é uma perda energética real, mas uma conseqüência de $H_{th\infty}$ ser definido para uma bomba ideal e H_{th} para uma bomba real.

O gráfico da Fig. (4.18) dá, a seguir, o valor do coeficiente ψ em função do valor do ângulo β_2 (ângulo que define a inclinação do perfil da palheta na saída).



Figura 4.18 – Variação de ψ em função de β_2 .

A análise deste gráfico nos mostra que a cada valor de β_2 corresponde uma gama de valores para ψ .

Adotar valores elevados de ψ é, praticamente, trabalhar a favor da segurança, pois:

 $\psi: \text{ pequeno } \leftrightarrow \Delta Pfl \cong 1$ $\Delta Pfl \cong 1 \quad \leftrightarrow \quad H_{th\infty} \cong H_{th}$

Admitir $H_{th\infty} \cong H_{th}$ é sinal de que estamos pressupondo que as condições reais são quase idênticas às ideais, o que não é verdade, de vez que não se pode esperar de uma máquina real aquilo de que é capaz a máquina ideal.

Tal exposição de fatos nos aconselha, então, a sempre adotar os maiores valores de ψ dentro da faixa de variação considerada.

Nos rotores onde $r_2 = 2 \cdot r_1$, a expressão de $\Delta P f$ se simplifica para:

$$\Delta P f l = 1 + \frac{8}{3} \frac{\psi}{Z} \tag{4.31}$$

4.3.6. Influência da Espessura das Pás. Correção.

Consideremos o corte radial do rotor centrífugo apresentado na Fig. (4.18) e sejam no mesmo considerado os seguintes pontos:



Figura 4.19 - Corte radial do rotor centrífugo.

- 0: ponto da corrente, situado imediatamente antes da entrada do canal móvel, fora da influência da contração provocada pela espessura das pás.
- 1: ponto imediatamente após a entrada do canal.
- 2: ponto imediatamente antes da saída do canal.
- 3: ponto da corrente situada imediatamente após a saída do canal móvel.

Chamando de v_1 de fator de correção devido à contração provocada pela espessura da palheta, teremos:

$$Q = \pi d_1 \cdot b_1 \cdot V_{r_1} \cdot v_1 \tag{4.32}$$

onde:

$$v_1 = 1 - \frac{S_1 \cdot Z}{\pi \cdot d_1 \cdot \operatorname{sen} \beta_1}$$
(4.33)

Adotando o mesmo raciocínio para a saída do canal formado pelas palhetas em função da nomenclatura adotada, teríamos:

$$Q = \pi d_2 \cdot b_2 \cdot V_{r_2} \cdot v_2 \tag{4.34}$$

Onde:

$$v_2 = 1 - \frac{S_2 \cdot Z}{\pi \cdot d_2 \cdot \operatorname{sen} \beta_2}$$
(4.35)

À saída do canal, todavia, tem o fabricante o costume de afilar as palhetas, o que evidentemente torna dispensável o uso do fator de correção devido à ampliação da seção (v_2) .

4.4. Rendimentos a Considerar em uma Bomba

Rendimento Hidráulico (η_h)

O primeiro rendimento a ser definido é o que relaciona as energias específicas representadas por H_{th} energia cedida e H_{man} energia realmente recebida, que no final as diferenças, representam as perdas hidráulicas no interior da bomba ou mais precisamente no rotor.

Leva em consideração o acabamento superficial interno das paredes do rotor e da carcaça da bomba.

Representado por:

 η_h : rendimento hidráulico da bomba;

 H_{man} : energia absorvida por 1 kg de fluido que atravessa a bomba;

 H_{th} : energia cedida a cada um dos kg de fluido que atravessam a bomba;

 ΔH_{1-2} : energia dissipada no interior da bomba (função do seu acabamento superficial interno).

$$H_{ih} = H_{man} + \Delta H_{1-2} \tag{4.36}$$

$$\eta_h = \frac{H_{man}}{H_{th}} \tag{4.37}$$

$$\eta_h = \frac{H_{th} - \Delta H_{1-2}}{H_{th}} = 1 - \frac{\Delta H_{1-2}}{H_{th}}$$
(4.38)

Mostra, assim, a Eq. (4.38) que, quanto maior for ΔH_{1-2} (perda de carga no interior da bomba), tanto menor, para o mesmo valor de H_{th} (energia cedida), será o rendimento hidráulico (η_h) da bomba.

Rendimento Volumétrico (η_v)

Existem folgas dimensionais entre o rotor e a carcaça e também ao distribuidor.

Quando a bomba está operando, uma vazão (q) de recirculação fica girando nestes espaços. Portanto para se obter uma vazão volumétrica Q, deve-se considerar uma vazão Q+q, logo:

$$\eta_{\nu} = \frac{Q}{Q+q} \tag{4.39}$$

Leva em consideração a recirculação e o vazamento existente no estojo de gaxetas da bomba.

Assim, sendo:

- η_v : rendimento volumétrico da bomba;
- Q: vazão recalcada pela bomba;
- q: a recirculação e vazamento pelo estojo de gaxetas.

A Equação (4.39) mostra, então, que o rendimento volumétrico é a relação entre a vazão recalcada (Q) e a vazão aspirada pela bomba (Q+q).

O rendimento volumétrico assume valores notavelmente elevados, tendo em vista a recirculação e os vazamentos (q) constituírem um valor muito pequeno. Estes, recirculação e vazamentos, constituem um valor maior em bombas que desenvolvem grandes pressões.

Em termos médios, tem-se:

Tipo de bomba	Faixa de valores de η_v
Bomba de baixa pressão $H_{man} < 15 \text{ m}$	93 % a 98 %
Bomba de média pressão $15 \text{ m} \le H_{man} \le 50 \text{ m}$	88 % a 93 %
Bomba de alta pressão $H_{man} > 50 \text{ m}$	83 % a 88 %

Tabela 4.1 - Faixa de valores de rendimento volumétrico.

Rendimento Mecânico (η_m)

A relação entre a potência necessária ao acionamento da bomba (N), e potência dissipada em atrito nas gaxetas, mancais e ou rolamentos, etc.

Leva em consideração que, da potência necessária ao acionamento da bomba, apenas uma parte é, efetivamente, empregada para o ato de bombeamento. Parcela desta potência necessária será utilizada para vencer as resistências passivas da bomba.

Assim, representado por:

 η_m : o rendimento mecânico da bomba.

N: a potência necessária ao acionamento.

 ΔN : potência dissipada em atrito no estojo de gaxetas, nos mancais e/ou rolamentos, nos anéis de desgaste e pelo atrito entre o rotor e o meio fluido no qual gira.

Teremos, por definição:

$$\eta_m = \frac{N - \Delta N}{N} \tag{4.40}$$

Rendimento Total (η ou η_t)

Representado por:

 η : rendimento total da bomba.

Teremos:

$$\eta = \eta_h \times \eta_v \times \eta_m \tag{4.41}$$

4.5. Potência Necessária ao Acionamento das Bombas

A potência necessária ao acionamento de uma bomba, em kgm/s, é dada pela Eq. (4.42):

$$N = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H_{man}}{\eta}$$
(4.42)

onde:

N: potência necessária ao acionamento, em [kgm/s];

 γ : peso específico d fluido, em $\lceil kg/m^3 \rceil$;

Q: vazão recalcada, em $\lceil m^3/s \rceil$;

- *H_{man}*: altura manométrica, em [m];
- η : rendimento total, em [%].

Para se ter a potência necessária ao acionamento, em CV, usa-se:

$$N = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H_{man}}{75 \times \eta} \tag{4.43}$$

Potência Instalada

Tendo em vista a fabricação dos motores em série, são os mesmos construídos em potências determinadas (potências comerciais).

Num primeiro estágio, a potência instalada recomendável deve ser a potência do motor comercial imediatamente superior à potência calculada (potência necessária ao acionamento).

Assim procedendo, estar-se-á, inclusive, admitindo-se uma certa folga ou margem de segurança que evitará que o motor venha, por razão qualquer, operar com sobrecarga.

A admissão desta folga ou margem de segurança é tão importante, a ponto, inclusive, de alguns projetistas recomendarem que a mesma seja adotada nas seguintes proporções, logo após o cálculo da potência necessária ao acionamento (tabela 4.2):

$$N_{motor} = \frac{N}{\text{Rendimento do acoplamento}}$$
(4.44)

Potência calculada	Margem de segurança (recomendável)
até 2 cv	50%
de 2 a 5 cv	30%
de 5 a 10 cv	20%
de 10 a 20 cv	15%
acima de 20 cv	10%

Tabela 4.2 – Faixa de valores de potência fornecida pelo motor elétrico.

Finalmente, para determinação da potência instalada, são os motores elétricos nacionais normalmente fabricados com as seguintes potências, em CV (e até 250 CV):

1/4	$1\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$	25	50	150
1/3	2	10	30	60	200
1/2	23	10	35	80	250
3/4	5	15	40	100	-
1	6	20	45	125	-

4.6. Exercícios Propostos

1. Uma bomba radial centrífuga apresenta os seguintes dados:

 $d_1 = 10 \text{ cm}, d_2 = 20 \text{ cm}, b_1 = 2 \text{ cm}, b_2 = 1,4 \text{ cm}, \beta_2 = 30^\circ, \eta_h = 0,8, n = 1500 \text{ rpm}, Q = 40 \text{ l/s}, H_{max} = 9 \text{ m}.$ Considerar $\alpha_1 = 90^\circ$.

Determinar:

- a) O triângulo de entrada;
- b) O triângulo de saída;
- c) $H_{th\infty}$;
- d) H_{th} ; **R.:** $H_{th} = 11,25$ m
- e) $\Delta P f l$.

R.: $H_{th} = 11,25$ f **R.:** $\Delta P f l = 1,125$

R.: $H_{th\infty} = 12,54 \text{ m}$

2. O departamento técnico de uma indústria dispõe de uma bomba centrífuga, a qual deverá ser posta a operar em uma instalação com 12 m de altura manométrica. Não se dispondo das curvas características desta bomba, foi aberta a carcaça da mesma e, após medições, constatou-se que: $d_2 = 100$ mm, $b_2 = 8$ mm, $\beta_2 = 30^\circ$, entrada radial e palhetas afiladas na cauda.

Presumindo-se que $\eta_h = 0,7$ e $\Delta P f l = 1,2$, pede-se para prever qual a vazão fornecerá esta bomba se o motor que a acionará é de 3400 rpm.

R.:
$$Q = 9,4 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} = 9,4 \text{ L/s}$$

3. Uma bomba radial centrífuga tem: $\eta_h = 0,75$, $\beta_2 = 35^\circ$, $d_2 = 2d_1 = 100$ mm, $b_2 = 5$ mm. Verificar se os pontos abaixo indicados são compatíveis com o funcionamento desta bomba.

Ponto	H_{man} [m]	Q [l/s]	<i>n</i> = 3600 rpm
А	10	10	Z = 8 palhetas
В	15	5	_ · F
С	20	5	

a) **R.:** $H_{man} = 10,6 \text{ m}$

Conclui-se, então, ser possível usar esta bomba fornecendo a vazão de 10 l/s em uma instalação com 10 m de altura manométrica (ponto A), pois para a vazão requisitada a bomba é capaz de desenvolver 10,6 m, aproximadamente de altura.

b) **R.:** $H_{man} = 15,5 \text{ m}$

Assim, o ponto B ($H_{man} = 15,5 \text{ m}, Q = 5 \text{ L/s}$) também é compatível.

c) **R.:** $H_{man} = 15,5 \text{ m}$

Para Q = 5 L/s, a bomba é capaz de desenvolver uma altura manométrica de $H_{man} = 15,5 \text{ m}$. Logo: $H_{man \text{ da bomba}} = 15,5 \text{ m}$ e a $H_{man \text{ da instalação}} = 20,0 \text{ m}$, ou seja, é incompatível.

4. Uma bomba radial centrífuga tem: $H_{man} = 22 \text{ m}$, Q = 20 l/s, n = 1500 rpm, $b_2 = 1 \text{ cm}$, $\beta_2 = 30^{\circ} 30'$, Z = 7 (n° de palhetas), $d_2 = 2d_1 = 27$ cm, $S_1 = 3 \text{ mm}$ (espessura da palheta), $\eta_v = 0.95$, $\eta_m = 0.95$.

Pede-se:

- a) Tipo de bomba; **R.:** $n_s = 21$ rpm - bomba radial **R.:** $\eta_h = 82 \%$ b) η_h ;
- c) Potência.

R.: N = 7.9 cv

5. Numa bomba radial centrífuga foram levantadas as seguintes medidas: $d_1 = 180 \text{ mm}, d_2 = 380 \text{ mm}, b_1 = 38 \text{ mm}, b_2 = 20 \text{ mm}, \beta_1 = 18^\circ, \beta_2 = 20^\circ, Z = 8,$ $S_1 = S_2 = 8 \text{ mm}$, $\eta_v = 0.98$, $\eta_m = 0.95$.

Pede-se:

- a) Vazão recalcada para n = 1150 rpm; **R.:** $Q = 48,5 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} = 48,5 \text{ L/s}$
- b) Valor de H_{th} para essa rotação (bomba com caixa espiral, sem difusor de pás diretrizes); **R.:** $H_{th} \simeq 30 \text{ m}$
- c) Potência do motor; **R.:** N = 28,8 cv
- d) Se $H_{man} = 25$ m, qual o η_t (rendimento total) da bomba. **R.:** $\eta_t = 78 \%$
- 6. Mede-se no rotor de uma bomba radial centrífuga, palhetas afiladas na cauda: $d_2 = 10 \text{ mm}$, $b_2 = 8 \text{ mm}$, $\beta_2 = 30^\circ$, $\eta_h = 0,7$, $\Delta P f l = 1,2$.

Qual a vazão proporcionada por essa bomba nas condições de máximo rendimento, se a acoplamos em um motor de 3400 rpm, em uma instalação com 10 m de desnível (H_a) e perdas de carga estimadas em 2 m.

R.: $Q = 9.4 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} = 9.4 \text{ L/s}$

4.7. Semelhança Mecânica Aplicada às Bombas

No cálculo e projeto de uma bomba interferem, via de regra, muitos fatores cujas grandezas não são exatamente conhecidas, ficando os mesmos assim sujeitos a uma certa insegurança.

Em se tratando de uma bomba de grande porte, tal insegurança pode redundar em um fracasso e, assim, provocar grandes prejuízos econômicos para a fábrica.

A semelhança mecânica (ou teoria dos modelos) compreende um conjunto de leis e conhecimentos através dos quais se torna possível prever o comportamento de uma bomba de grande porte a partir da atuação ou desempenho de uma bomba menor e mais econômica.

No seu sentido mais amplo, a semelhança mecânica permite aferir o comportamento de um protótipo ou máquina industrial a partir do desempenho ou atuação de uma máquina modelo, desde que entre uma e outra sejam cumpridos determinados requisitos.

Assim, para que haja semelhança mecânica entre duas bombas, torna-se necessário sejam satisfeitos simultaneamente os seguintes requisitos:

- Que haja semelhança geométrica.
- Que haja semelhança cinemática.
- Que haja semelhança dinâmica.

4.7.1. Semelhança Geométrica

Existe semelhança geométrica entre duas bombas, protótipo e modelo (Fig. 4.20), quando entre as suas dimensões lineares homólogas existir sempre a mesma relação K, dita "razão de semelhança geométrica".

Desta forma, considerando duas bombas (Fig. 4.20), existirá semelhança geométrica entre ambas, quando:



(4.45)

4.7.2. Semelhança Cinemática

Há semelhança cinemática entre duas bombas, quando houver semelhança dos triângulos de velocidade nos pontos homólogos.



Fig. 4.21 – Semelhança cinemática.

Assim, existirá semelhança cinemática quando:

$$\frac{V_{1i}}{V_{1m}} = \frac{W_{1i}}{W_{1m}} = \frac{u_{1i}}{u_{1m}}$$
(4.46)

E quando:

$$\frac{V_{2i}}{V_{2m}} = \frac{W_{2i}}{W_{2m}} = \frac{u_{2i}}{u_{2m}}$$
(4.47)

4.7.3. Semelhança Dinâmica

Existe semelhança dinâmica entre um protótipo e um modelo (em se tratando de máquinas hidráulicas), quando o número de Reynolds (característica do escoamento) for o mesmo para o protótipo e modelo.

$$Re_{i} = Re_{m}$$

$$Re = \frac{VD}{v}$$
(4.48)

Onde:

Onde:

V: Velocidade, em m/s;

D: Diâmetro, em m;

v : viscosidade cinemática, em m^2/s .

4.7.4. Formulário de Semelhança Mecânica

Satisfeitos os requisitos de semelhança geométrica, cinemática e dinâmica dizem-se, então, mecanicamente semelhantes as duas máquinas (protótipo e modelo). Nestas circunstâncias, pode-se, a partir do funcionamento de uma delas (o modelo), aferir o comportamento da outra (o protótipo), uma vez que:

- O comportamento é idêntico em idênticas situações;
- As perdas são proporcionais;
- Os rendimentos são iguais;
- O coeficiente de cavitação é o mesmo.

a) Duas máquinas semelhantes:

i - protótipo m - modelo

$$K = \frac{d_i}{d_m} \rightarrow$$
 razão de semelhança geométrica entre protótipo e modelo.

E sendo mecanicamente semelhantes, entre as grandezas que caracterizam os comportamentos do protótipo e do modelo, existem as seguintes relações:

$$\frac{n_i}{n_m} = \frac{1}{K} \sqrt{\frac{H_i}{H_m}}$$
(4.49)

$$\frac{Q_i}{Q_m} = K^2 \sqrt{\frac{H_i}{H_m}}$$
(4.50)

$$\frac{N_i}{N_m} = K^2 \left(\frac{H_i}{H_m}\right)^{3/2}$$
(4.51)

Se os fluidos forem diferentes então no caso da relação entre as potências:

$$\frac{N_i}{N_m} = K^2 \left(\frac{H_i}{H_m}\right)^{3/2} \frac{\gamma_i}{\gamma_m}$$
(4.52)

b) As máquinas são as mesmas funcionando em condições de rotação diferentes: (Equações de Rateaux)

Se o protótipo e modelo forem iguais (duas máquinas trabalhando em situações diferentes ou a mesma máquina trabalhando em situações diferentes), temos K = 1 e as fórmulas fundamentais da semelhança mecânica são, então, chamadas de equações de Rateaux.

A bomba anteriormente funcionava com $n \in Q$ e, passou para $n' \in Q'$, no mesmo fluido:

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{n'}{n} \tag{4.53}$$

$$\frac{H'}{H} = \frac{n'^2}{n^2}$$
(4.54)

$$\frac{N'}{N} = \frac{n^{13}}{n^3}$$
(4.55)

(Mesmo fluido)

Com fluidos diferentes: a bomba anteriormente funcionava com n, Q no fluido de peso específico γ , e passou a funcionar com n', N' no fluido de peso específico γ' .

(Fluidos diferentes)

$$\frac{N'}{N} = \frac{\gamma'}{\gamma} \times \frac{n^{3}}{n^{3}}$$
(4.56)

4.7.5. Velocidade Específica (*n*_s)

É uma outra grandeza importantíssima no estudo das bombas, principalmente porque define a geometria ou o tipo do rotor da bomba.

É também chamada, se bem que menos usualmente, de "*número específico* ou *número característico de rotação*" e é assim definida: velocidade específica (n_s) é a rotação na

qual deverá operar a bomba para recalcar a vazão de $1 \text{ m}^3/s$ em uma instalação com 1 m de altura manométrica, com o máximo rendimento.

Assim, considerando:

$n_i = n$	$n_m = n_s$
$Q_i = Q$	$Q_m = 1 \text{ m}^3/\text{s}$
$H_i = H$	$H_m = 1 \text{ m}$
$\eta_i = \eta$	$\eta_m = \eta$

Esta grandeza é usada para determinar o tipo de rotor da bomba a ser usada na instalação.

A expressão:

$$n_s = \frac{n \cdot Q^{1/2}}{H^{3/4}}$$
(4.57)

Nesta expressão deveremos ter:

n: em rpm *Q*: em m³/s *H*: em m Coordenadas do ponto de rendimento máximo

O uso mais importante do conceito da velocidade específica diz respeito a classificação dos vários tipos de rotores. Há, revela a experiência e a análise, uma íntima relação entre o valor da velocidade específica e o tipo e dimensões do rotor, de forma tal que cada tipo de rotor tem uma faixa definida de valores da velocidade específica e dentro da qual apresentam (os rotores) um comportamento mais eficiente (conforme mostra a Fig. 4.22).



Fig. 4.22 – Relação entre a velocidade específica e o tipo de rotor.

Entre a velocidade específica das bombas radiais e a rotação unitária da série de bombas semelhantes (grandeza n_{11}) chegou-se a uma equação experimental de muita utilidade. Esta equação é:

$$n_{11} = 0, 5 \cdot n_s + 75 \tag{4.58}$$

Onde, conforme a equação temos:

$$n_{11} = \frac{n \cdot d}{\sqrt{H}} \tag{4.59}$$

Na expressão, d é, então, o diâmetro ótimo que deverá ter o rotor e que é, assim, perfeitamente determinável usando-se as Eq. (4.59) e (4.58). Em (4.58), o valor de n_s é no sistema métrico.

4.8. Exercícios Propostos

1. Uma bomba centrífuga recalcou 300 g.p.m. a uma altura de 16,5m quando a rotação do motor era de 1.500 rpm. O diâmetro do rotor era de 318mm e desenvolvia 6 HP de potência.

Uma bomba geométricamente semelhante de 380mm está girando a 1.750 rpm. Considerando eficiências iguais, pede-se:

- a) Qual a altura a ser desenvolvida?
- b) Qual a vazão recalcada?
- c) Qual a potência desenvolvida?
- 2. Uma bomba *A*, com rotor de diâmetro $d_A = 75$ mm e operadno a 3400 rpm, fornece uma vazão de $60 m^3/h$ e desenvolve uma altura manométrica de 20m, necessitando para tal de uma potência de acionamento de 10 cv.

Pede-se determinar para uma bomba *B*, com rotor de diâmetro $d_B = 100$ mm e mecanicamente semelhante à bomba *A*, operando sob uma altura manométrica de 30m:

- a) Rotação;
- b) Vazão fornecida;
- c) Qual a potência desenvolvida?
- 3. Especificar o tipo de bomba para as condições abaixo e determinar, com base na rotação unitária de sua série, o diâmetro externo ótimo do seu rotor:
 - a) $Q = 75 \,\mathrm{m^3/h}$;
 - b) H = 22m;
 - c) n = 1500 rpm.
- 4. E necessário recalcar 73.548 l/h a uma altura de 126 m a 3.600 rpm. Considerando aceitável a eficiência da bomba para valores da velocidade específica do rotor entre 23 rpm e 78 rpm, quantos estágios deverá possuir a bomba a ser usada?
- 5. A fim de prever o comportamento de uma pequena bomba de óleo, foram feitos testes em um modelo usando-se ar. A bomba de óleo deve ser acionada por um motor de 1/20 HP a 1800 rpm, ao passo que o motor que acionará o modelo no laboratório tem 1/4 de HP a 600 rpm. O óleo tem uma densidade relativa de 0,912 e o ar uma massa específica de 1,23 kg/m³. Qual deve ser o tamanho do modelo a ser construído?
- 6. Mostrar que a velocidade específica de uma bomba é função das dimensões e do rendimento hidráulico e analisar a expressão encontrada.

4.9. Teoria da Semelhança e Escala Reduzida (Turbinas)

Grande parte do progresso da mecânica dos fluidos, tanto no que diz respeito aos conhecimentos básicos como às aplicações em engenharia, é conseqüência da experimentação, particularmente em modelos reduzidos.

A obtenção, por via experimental, de leis que relacionam as grandezas intervenientes num fenômeno pode ser facilitada pela análise dimensional. A transposição para o protótipo dos resultados obtidos sobre um modelo é regida pela teoria de semelhança, que freqüentemente se trata em conjunto com a análise dimensional (Quintela, 1981).

Dois sistemas dizem-se fisicamente semelhantes relativamente a um conjunto de grandezas quando há uma relação constante entre valores homólogos dessas grandezas nos dois sistemas (protótipo e modelo), partindo da consideração de que turbomáquinas geometricamente semelhantes funcionam em condições de semelhança desde que tenham o mesmo rendimento (Quintela, 1981).

A teoria de semelhança compreende um conjunto de leis e conhecimentos através dos quais se torna possível prever o comportamento de uma máquina de grande porte a partir da atuação ou desempenho de uma máquina menor (Carvalho, 1982). Em seu sentido mais amplo, a teoria de semelhança permite deduzir o comportamento de um protótipo ou máquina industrial a partir do comportamento de uma máquina modelo, desde que entre uma e outra sejam cumpridos determinados requisitos.

De acordo com Carvalho (1982) e Quintela (1981), para haver semelhança mecânica entre duas turbinas, torna-se necessário que sejam satisfeitos os seguintes requisitos:

- que haja semelhança geométrica;
- que haja semelhança cinemática;
- que haja semelhança dinâmica.

Semelhança Geométrica – existe semelhança geométrica entre duas turbinas, quando entre as suas dimensões lineares homólogas existir sempre a mesma relação K, dita "razão de semelhança" e quando os ângulos homólogos forem iguais.

Semelhança Cinemática – há semelhança cinemática entre duas turbinas, quando houver semelhança dos triângulos de velocidade nos pontos homólogos, ou seja, partículas homólogas descrevem percursos homólogos em tempos proporcionais.

Semelhança Dinâmica – existe semelhança dinâmica entre um protótipo e um modelo de turbinas, quando o número de Reynolds (característica do escoamento) for o mesmo para o protótipo e modelo. Este conceito se fundamenta nas características do escoamento do fluido e não considera aspectos dinâmicos das partes sólidas.

Satisfeitos os requisitos de semelhança geométrica, cinemática e dinâmica, dizem-se, então, mecanicamente semelhantes as duas máquinas (protótipo e modelo), ou seja, o rendimento do protótipo é igual ao rendimento do modelo. Nestas circunstâncias, podese, a partir do funcionamento de uma delas (o modelo), predizer o comportamento da outra (o protótipo), uma vez que:

- o comportamento é idêntico em idênticas situações;
- as perdas são proporcionais;
- os rendimentos são iguais;
- o coeficiente de cavitação é o mesmo (Carvalho, 1982).

E sendo mecanicamente semelhantes, entre as grandezas que caracterizam os comportamentos do protótipo e do modelo, existem as seguintes relações (Macintyre, 1983; Carvalho, 1982):

$$N' = N \cdot \left(\frac{D'}{D}\right)^2 \cdot \left(\frac{H'}{H}\right)^{3/2} \quad \text{ou} \quad \frac{N'}{N} = K^2 \cdot \left(\frac{H'}{H}\right)^{3/2} \tag{4.60}$$

$$n' = n \cdot \frac{D}{D'} \cdot \left(\frac{H'}{H}\right)^{1/2} \quad \text{ou} \quad \frac{n'}{n} = \frac{1}{K} \cdot \left(\frac{H'}{H}\right)^{1/2} \tag{4.61}$$

$$Q' = Q \cdot \left(\frac{D'}{D}\right)^2 \cdot \left(\frac{H'}{H}\right)^{1/2} \quad \text{ou} \quad \frac{Q'}{Q} = K^2 \cdot \left(\frac{H'}{H}\right)^{1/2} \tag{4.62}$$

$$M' = M \cdot \left(\frac{D'}{D}\right)^3 \cdot \frac{H'}{H}$$
 ou $\frac{M'}{M} = K^3 \cdot \frac{H'}{H}$ (4.63)

Nestas expressões:

- *K*: razão de semelhança geométrica entre protótipo e modelo;
- *H*, *Q*, *N*, *M*, *n*: grandezas relativas ao modelo;
- *H*', *Q*', *N*', *M*', *n*': grandezas relativas ao protótipo.

Com o auxílio dessas equações ensaios de laboratórios podem ser realizados com modelos de turbinas em escala reduzida, utilizando uma queda H, uma descarga Q e um número de rotações por minuto n, e determinar as dimensões da turbina que irá ser instalada para funcionar com a queda H', a descarga Q' e a velocidade n' (Macintyre, 1983).

A semelhança geométrica estende-se à rugosidade superficial efetiva do modelo e do protótipo. Se o modelo tem um décimo do tamanho do protótipo em cada uma de suas dimensões lineares, então a altura de suas asperezas deve manter a mesma relação de um para dez. Para que as pressões dinâmicas mantenham a mesma relação em pontos correspondentes do modelo e do protótipo, as relações entre os vários tipos de força devem ser as mesmas em pontos correspondentes do modelo e do protótipo. Logo, para haver semelhança dinâmica completa, os números de Mach e Reynolds devem assumir os mesmos valores tanto no modelo como no protótipo (Streeter e Wylie, 1980).

A experiência mostra que duas turbomáquinas hidráulicas, geometricamente semelhantes, têm rendimentos diferentes, desde que seja elevada a relação entre comprimentos homólogos (escala geométrica). Tal fato deve-se ao efeito da viscosidade que provoca perdas de carga que não variam com o quadrado da velocidade do escoamento, originando o que se designa por *efeito escala* (Quintela, 1981).

Na aplicação das leis de similaridade mostradas anteriormente, é considerado que todos os critérios de semelhança dinâmica são satisfeitos. Isto, entretanto, não é verdade no que diz respeito aos grupos adimensionais representados pelos número de Reynolds, número de Mach e pela rugosidade relativa (Douglas et al, 1985).

O estudo da similaridade entre modelo e protótipo não leva em consideração a viscosidade e, portanto, o número de Reynolds, que seria exigido para que além da semelhança geométrica se tenha perfeita semelhança hidrodinâmica. Se a viscosidade fosse considerada, chegar-se-ia a velocidades quase impraticáveis para os modelos (Macintyre, 1983). Então temos,

$$\operatorname{Re} = \frac{\rho VD}{\mu}$$

onde:

Re - número de Reynolds

 ρ – massa específica

 μ - viscosidade

D - diâmetro do eixo

O número de Mach é importante somente nos compressores axiais e turbinas a gás (Streeter e Wylie, 1980).

Considere agora o efeito da rugosidade relativa. Esta novamente deve ser mantida constante, devido à similaridade geométrica, a qual é a condição primária para manter as leis de modelo. Então, qualquer mudança sobre o tamanho da máquina envolve uma

mudança da rugosidade relativa $\left(\frac{\varepsilon}{D}\right)$, onde ε representa a rugosidade superficial

(Douglas et al, 1985).

Um modelo pode ser construído em rigorosa semelhança geométrica com a turbina, no que diz respeito ao contorno banhado. Esta semelhança geométrica, porém, não pode estender à rugosidade relativa das paredes. Tanto maior é a razão de semelhança *K* entre a turbina industrial e a modelo, tanto melhor deve ser o polimento desta em relação ao daquela. Como se sabe, é prudente fazer o mais lisas possível as palhetas das turbinas sujeitas à cavitação, a fim de se evitar o risco de sobre-velocidades localizadas.

Para que fosse completa a semelhança geométrica, a altura das asperezas da turbina modelo deveria ser *K* vezes menor do que a da turbina industrial. Isto representa uma falha porque teria que dar aos modelos um polimento superior ao que se consegue obter. Por isso convém executar experiências sobre modelos de uma mesma turbina com diferentes diâmetros, a fim de se ter uma indicação sobre a influência da variação da rugosidade relativa sobre o rendimento hidráulico da turbina (cada modelo terá uma rugosidade relativa diferente). Então, com uma extrapolação, pode-se calcular o rendimento que corresponderia à rugosidade relativa da turbina industrial (Macintyre, 1983).

De acordo com Streeter e Wylie (1980), os efeitos do número de Reynolds (chamados *efeitos de escala*, porque é impossível manter o mesmo número de Reynolds em unidades homólogas) podem causar discrepâncias de 2 a 3 por cento entre o rendimento do modelo e do protótipo.

Por outro lado, Macintyre (1983), relata que devido à dificuldade em se manter perfeita semelhança hidrodinâmica, os modelos terão rendimentos bem inferiores aos que serão alcançados com o protótipo. Assim, o rendimento do modelo pode ser de 60%, enquanto que o da turbina protótipo alcançaria mais de 80%. Os rendimentos das turbinas de potências muito elevadas, de mais de 100.000 cv, ultrapassam 90%.

Como já mencionado, nas experiências em modelos não se tem rigorosa semelhança geométrica (rugosidade relativa) nem tampouco hidrodinâmica (número de Reynolds).

Segundo Gregorig (1961), para melhor avizinhar ao rendimento da turbina industrial são necessárias extrapolações e hipóteses teóricas (fórmulas de correção). Estas fórmulas utilizadas para o cálculo do rendimento hidráulico de uma turbina industrial conhecido o rendimento do modelo, são válidas para fluxos em que não há destacamento de corrente e, em particular, se aplicam nos pontos de máximo rendimento.

Abaixo, têm-se as principais fórmulas para o cálculo da variação do rendimento hidráulico entre a turbina modelo e a industrial (Macintyre, 1983; Gregorig, 1961):

$$\eta > \eta_m$$
,

sempre que

$$\frac{D}{D_m} > 1$$

a) A fórmula de Moody I

Esta fórmula é a mais simples e considera apenas a influência da rugosidade relativa, supondo igual, na industrial e no modelo, a rugosidade absoluta (aspereza das superfícies).

$$\eta = 1 - \left(1 - \eta_m\right) \cdot \left(\frac{D_m}{D}\right)^{1/5} \tag{4.64}$$

onde:

 η - rendimento hidráulico máximo da turbina industrial;

 η_m - rendimento hidráulico máximo da turbina modelo;

 $D \in D_m$ - diâmetro do rotor à entrada, na turbina industrial e na modelo, respectivamente.

b) Fórmula de Ackeret

A fórmula de *Ackeret* supõe que metade das perdas de carga que se verificam na turbina seguem a lei quadrática (independentes de Re) e, a outra metade depende do Re.

$$\eta = 1 - 0.5 \cdot \left(1 - \eta_m\right) \cdot \left(1 + \sqrt[5]{\frac{D_m \cdot \sqrt{H_m}}{D \cdot \sqrt{H}}}\right)$$
(4.65)

4.9.1. Velocidade Específica (ns) para Turbinas Hidráulicas

Duas turbinas geometricamente semelhantes funcionam em condições de semelhança dinâmica e, portanto, com o mesmo rendimento (a menos do *efeito de escala*), se as velocidades de rotação, $n \in n'$, as quedas úteis, $H \in H'$, e as potências, $N \in N'$, estão relacionadas por (Macintyre, 1983)

$$\frac{n}{n'} = \left(\frac{N'}{N}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{H}{H'}\right)^{\frac{5}{4}}$$
(4.66)

A velocidade específica de uma dada turbina é determinada no seu ponto de eficiência máxima e define-se por

$$n_{s} = n \frac{N^{\frac{1}{2}}}{H^{\frac{5}{4}}} \begin{cases} n \text{ [rpm]} \\ N \text{ [cv]} \\ H \text{ [m]} \end{cases}$$
(4.67)

e representa, de acordo com a teoria de semelhança, a velocidade de uma turbina geometricamente semelhante à primeira que, funcionando com igual rendimento, fornece uma potência unitária sob queda útil unitária. É um parâmetro de grande utilidade no estudo de turbinas e, tal como n, é expresso em rotações por minuto; o seu valor depende das unidades utilizadas para a queda e para a potência (Quintela, 1981).

A um certo valor de n_s faz-se corresponder uma turbina com determinada geometria, de modo tal que todas as turbinas geometricamente semelhantes, trabalhando com n, $H \in N$ de máximo rendimento, deverão ter o mesmo n_s .

A Tabela (4.3) apresenta a velocidade específica para os principais tipos de turbinas, de acordo com Carvalho (1982).

n _s	Tipo de Turbina
3 a 30	Pelton – 1 jato
30 a 60	Pelton – 2 jatos
50 a 120	Francis lenta
120 a 220	Francis normal
220 a 350	Francis rápida
350 a 450	Francis extra-rápida
350 a 700	Hélice
400 a 1200	Kaplan

Tabela 4.3 - Valores das velocidades específicas e suas referentes turbinas (Carvalho, 1982)

4.10. Exercícios Propostos

- 1. Uma usina hidrelétrica empregará turbinas Francis, e os dados da instalação indicam:
 - a) Descarga $Q = 312 m^3/s$;
 - b) Queda disponível H = 80 m;
 - c) Diâmetro de entrada do receptor $D_1 = 6,850 \text{ m}$;
 - d) Número de rotações por minuto do gerador n = 112,5;
 - e) Potência útil N = 299.500 cv.

No laboratório de ensaios, dispõe-se de um reservatório de nível constante com queda disponível de H' = 6,5 m e pode-se usar uma descarga de até $0,085 \text{ m}^3/\text{s}$.

Pretende-se projetar e ensaiar um modelo reduzido no laboratório. Qual deverá ser o diâmetro de entrada do receptor no modelo? Com que número de rotações deverá ser realizado o ensaio e qual a potência a ser absorvida pelo freio dinamométrico?

 No Laboratório de Máquinas Hidráulicas do Centro Técnico-Científico da PUC/RJ, no ensaio de uma turbina Francis, doada pela J.M. Voith, obtiveram-se os seguintes valores:

H = 6,1 m (desnível obtido com um reservatório de nível constante); Q = 0,077 m³/s; n = 800 rpm;

N = 5 cv.

Calcular os valores de Q, $n \in N$ que seriam obtidos para valores da queda de 4 m e de 20 m.

3. Um receptor de turbina Francis com diâmetro $d_2 = 127$ cm foi projetado para as seguintes condições:

N = 1000 cv H = 33 m n = 200 rpm $Q = 2,83 \text{ m}^3/\text{s}$

Desejando-se projetar uma turbina semelhante para funcionar com uma queda $H_2 = 50 \text{ m}$, fornecendo 3000 cv e com o mesmo rendimento, quais deverão ser os valores do diâmetro d'_2 , do número de rotações *n*' e da vazão *Q*'?

4.11. Curvas Características das Bombas

Ao se projetar uma bomba, visa-se, especificamente, o recalque de determinada vazão em certa altura manométrica. Evidentemente, para estas condições, o projeto se desenvolve de modo a obter-se o máximo rendimento possível para a bomba.

Entretanto, esta bomba poderá, dentro de faixa determinada pela economia, ser posta a recalcar vazões maiores ou menores que aquela para a qual foi projetada, mudando, porém, com a variação da vazão:

- a pressão desenvolvida (altura manométrica);
- a potência necessária ao acionamento;
- o rendimento da bomba.

Conclui-se, desta forma, que cada bomba tem um certo campo de aplicação em termos das grandezas que interferem em seu funcionamento, sendo de extrema utilidade precisar ou delimitar esse campo de uso, dentro de uma faixa de rendimentos considerada econômica.

O objetivo é atingido, num primeiro estágio, através dos gráficos de seleção e, num estágio posterior, através das curvas características da bomba.

As curvas características das bombas representam a performance prevista para uma determinada condição de funcionamento.

Tais curvas características são diagramas que retratam o comportamento de uma bomba, mostrando o relacionamento de interdependência existente entre as grandezas que caracterizam o seu funcionamento.



Fig. 4.23 – Curvas características de uma bomba radial ou centrífuga pura (rotação de acionamento constante).

São obtidas nas bancadas de ensaios dos fabricantes e as principais curvas características são:

- (*H_{man}*, *Q*): retrata a variação da altura manométrica desenvolvida em função da vazão recalcada;
- (η, Q) : mostra a variação do rendimento em função da vazão;
- (N,Q): espelha o relacionamento existente entre a potência necessária ao acionamento e a vazão recalcada;
- $(NPSH_{reg}, Q)$: variação do NPSH requerido com a vazão.

O aspecto destas curvas depende do tipo de rotor, conforme mostram as Figs. (4.23, 4.24 e 4.25).

Do conhecimento e análise destas curvas (Figs. 4.23, 4.24 e 4.25), poderá o engenheiro ou usuário tirar informações da maior utilidade relativas a campo de emprego e a forma de operação das bombas.



Fig. 4.24 - Curvas características de uma bomba axial (rotação de acionamento constante).



Fig. 4.25 – Forma comum de apresentação das principais curvas características das bombas pelos fabricantes.

Variando a rotação de acionamento, muda a curva característica da bomba: a cada ponto (H,Q) da curva de uma bomba a rotação *n* correspondente, em semelhança mecânica, a um outro ponto (H',Q'), sob rotação *n'*, tal que:

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{n'}{n}$$

$$\frac{H'}{H} = \frac{n'^2}{n^2}$$

$$\frac{N'}{N} = \frac{n'^3}{n^3}$$

É importante ressaltar que tais equações somente são válidas para pontos homólogos, o que significa dizer, para pontos onde a bomba opera com o mesmo rendimento.

Conhecida a característica de uma bomba a rotação n, pode-se facilmente traçar a característica da bomba em nova rotação n'.

Assim, é comum o fabricante, para ampliar o campo de emprego de uma bomba, levantar as curvas características em várias rotações. Para simplificar o uso destas curvas, ao invés de apresentar as curvas (η, Q) para várias rotações, o fabricante une sobre as curvas (H,Q) todos os pontos de mesmo rendimento, formando as chamadas parábolas de iso-eficiência (Fig. 4.26).



Fig. 4.26 – Curvas (H,Q) em várias rotações juntamente com as parábolas de isso-eficiência.

Dentro de certos limites, a variação de diâmetro tem sobre as curvas características a mesma influência que a variação de rotação (ambas influem linearmente na velocidade tangencial do rotor).



Fig. 4.27 - Curvas características de uma bomba com rotores de vários diâmetros.

Assim, ao invés de lançar mão da variação de rotação para ampliar o campo de emprego de uma bomba, o fabricante constrói a carcaça da bomba de forma tal que a mesma possa receber, em seu interior, rotores de vários diâmetros, sem afetar sensivelmente a hidráulica do conjunto. As curvas características têm o aspecto mostrado na Fig. (4.27).

4.11.1. Curva Característica da Bomba × Curva Característica do Sistema

A interpretação do comportamento de uma turbobomba exige a associação, no plano (H,Q), da curva característica da bomba com a curva característica do sistema.

Assim, levando-se em conta que:

altura manométrica da bomba: quantidade de energia que o quilograma de fluido absorve ao passar pela bomba (função das dimensões da bomba, da rotação de acionamento e do acabamento interno). É definido pela equação:

$$H_{man(B)} = \frac{\eta_H}{\Delta P f l} \cdot \frac{1}{g} \left(u_2^2 - \frac{Q \cdot n}{60b_2} \operatorname{cotg} \beta_2 \right)$$
(4.68)

altura manométrica do sistema: quantidade de energia que o quilograma de fluido precisa absorver para vencer o desnível da instalação, a diferença de pressão entre os dois reservatórios (caso exista) e a perda de carga nas tubulações e acessórios do sistema. É definida pela equação:

$$H_{man} = H_o + \frac{p_r - p_a}{\gamma} + \Delta H$$
(4.69)

Na Eq. (4.69):

$$\Delta H = \frac{K'Q^2}{D^5} \tag{4.70}$$

Onde:

- K': característica que depende, entre outros, da natureza do regime de escoamento;
- D: diâmetro da tubulação;
- Q: vazão.

Em um determinado sistema, considerando-se constante o diâmetro e supondo que a natureza do regime de escoamento permaneça invariável (no bombeamento o escoamento é sempre turbulento), teremos:

$$\frac{K'}{D^5} = K \tag{4.71}$$

onde K é chamado de característica do sistema ou da tubulação.

Logo, a Eq. (4.69) pode ser escrita assim:

$$H_{man} = H_o + \frac{p_r - p_a}{\gamma} + K \cdot Q^2$$
(4.72)

Representando graficamente as Eqs. (4.68 e 4.69), teremos o que se mostra na Fig. (4.28).



Fig. 4.28 – Representação gráfica das curvas características da bomba e do sistema.

A interseção das duas curvas características define o *Ponto de Operação*, onde, para a vazão Q, temos a altura manométrica desenvolvida pela bomba igual à altura manométrica exigida no sistema.

4.12. Bombas em Série e em Paralelo

As bombas podem ser associadas:

- Em paralelo;
- Em série.



Fig. 4.29 – Esquemas típicos de associação em paralelo e em série.

A associação em paralelo comparece com freqüência no abastecimento de água de cidades, bem como em serviços industriais e tem sempre a finalidade de aumentar a vazo recalcada e dar ao sistema uma maior flexibilidade em termos de atendimento da demanda, através da retirada ou colocação das unidades em funcionamento.

Esta retirada de unidades em funcionamento para atendimento da demanda permitirá, inclusive, a existência de uma manutenção preventiva (programada até) de reflexos altamente positivos.

A associação em série é, por sua vez, o arranjo que resolve o problema de instalações de alturas relativamente elevadas, quando se torna, então, necessário o desenvolvimento de grandes pressões.

Tanto a associação em paralelo como a associação em série podem se processar através do emprego de unidades independentes ou através da associação, seja em paralelo ou em série, de rotores dentro de uma única carcaça.

No caso da associação em paralelo, teremos a bomba de dupla sucção (justaposição de dois rotores pelo costado), com a vantagem do equilíbrio dos empuxos axiais (obtido através da equalização das pressões de sucção e descarga, de um lado e outro do rotor).

No caso da associação em série teremos a bomba multicelular (bomba de vários estágios), com a vantagem de eliminar a multiplicação das casas de bombas e de

unificar as unidades de acionamento e controle, propiciando melhor rendimento e custos mais baixos.

A favor da associação de bombas independentes em paralelo, deve-se realçar, pesa a flexibilidade do sistema em termos de se poder variar a vazão para atendimento do consumo através do desligamento de uma ou mais unidades, (o que pode permitir, inclusive, a manutenção das unidades que não estejam em funcionamento).

A Figura (4.30) mostra a *associação de duas bombas iguais em paralelo*. Inicialmente se conhece a curva característica da bomba A e a curva característica do sistema S em (H,Q).



Fig. 4.30 – Associação de duas bombas iguais em paralelo.

É o caso mais recomendado e comum de associação em paralelo. Para a obtenção da curva de duas bombas iguais associadas em paralelo, basta marcar o dobro da vazão para cada altura:

$$AB = BC \qquad A'B' = B'C'$$

Ou seja, para se obter a curva de duas bombas A colocadas em paralelo, construímos a curva 2A, onde para cada valor de H dobramos a vazão. Por exemplo, para a altura H_A na curva A correspondente a Q_A ; na curva 2^a o ponto é P' e Q_t é igual a $2Q_A$.

Associadas em paralelo duas bombas A, o ponto de operação será P' (interseção da curva característica das bombas (2A) com a curva característica do sistema), onde se lê a altura manométrica H_A e a vazão Q_t .

Na associação em paralelo, para se saber o que cada bomba está fazendo individualmente, devemos projetar P', horizontalmente até encontrar a curva da bomba A.

Assim, cada bomba fornecerá, por serem iguais, uma vazão Q_A igual à metade da vazão total Q_t , desenvolvendo a mesma pressão H_A .

Isoladamente, qualquer uma das bombas trabalhará com vazão Q' e altura manométrica H'_A , o que nos leva às seguintes observações:

• Posta a operar isoladamente no sistema, a bomba recalca uma vazão maior do que quando associada em paralelo $(Q' > Q_A)$ e requer uma potência de acionamento maior, o que implica na necessidade de seleção de um motor capaz do atendimento desse ponto (caso de bombas radiais).

• Igualmente importante é observar que o NPSH requerido na operação isolada é maior que o *NPSH* requerido quando do funcionamento em paralelo $(NPSH'_r > NPSH_r)$. Assim, se o NPSH requerido, na operação isolada, passar a ser maior que o NPSH disponível no sistema, a bomba entrará em regime de cavitação.

Como já se frisou, no início deste tópico, a associação em série é o arranjo que resolve o problema de instalações com alturas manométricas elevadas, quando, então, se torna necessário o desenvolvimento de grandes pressões.

A Figura (4.31) mostra a associação de duas bombas em série.



Fig. 4.31 – Curva (*H*,*Q*) resultante da associação de bombas em série.

Para se obter a curva característica resultante da associação de duas bombas em série, sejam elas iguais ou diferentes, basta somar, para cada valor da vazão, as alturas manométricas correspondentes a ambas as bombas.

Assim, para a vazão Q_t , temos:

$$H_t = H_A + H_B \tag{4.73}$$

Observar que a associação de rotores em série numa mesma carcaça apresenta, sobre a associação em série de bombas, a vantagem da não multiplicação de casas de bombas, dos órgãos de acionamento e dos órgãos de comando e controle de operação.

Na associação de bombas (propriamente ditas) em série, observar se o flange de sucção da segunda agüenta a pressão de descarga da primeira e ainda se a carcaça da segunda suporta a pressão de descarga total.

Neste caso a vazão das duas bombas é um pouco maior que a vazão de uma bomba.

4.13. Exercícios Propostos

- 1. São dadas as curvas características $(H,Q) \in (N,Q)$ de uma bomba centrífuga.
 - a) Calcular o rendimento no ponto de máxima vazão suportada pelo rotor;
 - b) Qual a potência necessária do motor, caso haja um aumento de 20% na rotação?

Se o manômetro acusa M = 30 m e o vacuômetro V = 5 m (centros dos mostradores nivelados), o desnível sendo $H_o = 30$ m, $p_r = p_a$, qual a equação da curva característica da tubulação?

R.: $\eta_t = 62\%$, N' = 10,7HP, $H_{man} = 30 + (9,6 \times 10^4) \cdot Q^2$



2. Está representada abaixo a curva característica (H_{man}, Q) de uma bomba que será posta a operar em uma instalação com 40 metros de desnível e perdas de carga totais da ordem de 10 metros. Considerando ambos os reservatórios abertos, traçar a curva do sistema. **R.:**



- 3. A figura abaixo mostra a curva característica (H_{man}, Q) de uma bomba a 1750 rpm. Caso pretendêssemos que esta bomba operasse em uma instalação com ambos os reservatórios abertos e de desnível igual a 20 metros, recalcando 18 m³/h de água à altura manométrica de 30 metros, determinar:
 - a) A curva (H,Q) da instalação;
 - b) A rotação da bomba para que ela desempenhe aquele serviço;
 - c) Traçar a curva da bomba a esta nova rotação.



4. A figura abaixo representa a curva (H_{man}, Q) de uma bomba de dupla sucção (2 rotores associados em paralelo na mesma carcaça) que, posta a operar em uma instalação com 6 metros de desnível, nela recalcou 10 l/s de água.

Determine a vazão recalcada no mesmo sistema e sua altura manométrica, ao substituirmos a bomba em operação por uma simples sucção, cujo rotor conserve as características do primeiro.



5. Determinar a altura manométrica desenvolvida e a vazão recalcada ao associarmos, em paralelo, as bombas A e B na instalação cuja curva (H,Q) se encontra abaixo juntamente com as curvas (H,Q) das bombas.

R.:
$$H_{man} = 27,5 \text{ m}, \quad Q = 12,0 \text{ l/s}$$



- 6. São apresentadas, abaixo, as curvas características de 2 bombas B-1 e B-2.
 - a) Determinar a curva resultante da ligação em série destas 2 bombas.
 - b) Determinar a eficiência do conjunto ao estar fornecendo a vazão de 4 m^3/s .

