

ENGRENAGENS

Prof. Alexandre Augusto Pescador Sardá

INTRODUÇÃO

- Engrenagens são utilizadas para transmitir movimento de um eixo rotativo para outro ou de um eixo rotativo para outro que translada (rotação em relação a um eixo no infinito, exemplo: cremalheira)
- Transmissão de movimento com razão de velocidade angular constante.

TIPOS

- Engrenagens cilíndricas de dentes retos;
- Engrenagens helicoidais;
- Engrenagens cônicas;
- Parafuso-coroa-sem-fim;

TIPOS



Figura 1.2 – Engrenagens cilíndricas de dentes retos

Engrenagens cilíndricas de dentes retos é muito utilizada na transmissão entre eixos paralelos. O dimensionamento, fabricação, montagem e manutenção desse engrenamento é mais simples, em relação às cônicas, helicoidais e hipoidais. O rendimento é alto, podendo chegar a 98-99%. Em altas velocidades apresenta problema de ruído. As cargas transmitidas aos eixos são apenas radiais. Exige, portanto, mancais que suportem apenas esse tipo de carregamento. Admitem grandes relações de transmissão.

TIPOS



Figura 1.3 – Engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais

Engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais é muito também muito utilizada na transmissão entre eixos paralelos.

São apropriadas para cargas e velocidades elevadas. Trabalha de modo mais suave que as de dentes retos.

Devido aos dentes helicoidais gera carregamentos axiais sobre os mancais além dos radiais.

O rendimento desse tipo de engrenamento é também bastante alto, e podendo ser utilizada para grandes relações de transmissão

TIPOS



Figura 1.4 – Engrenagens cônicas

As engrenagens cônicas, são usadas para transmissão entre eixos ortogonais ou concorrentes com distintos ângulos entre eles.

A transmissão por engrenagem cônica exige precisão na montagem.

Os dentes podem ser oblíquos ou retos, neste caso, as velocidades são restritas.

A relação de transmissão é limitada .

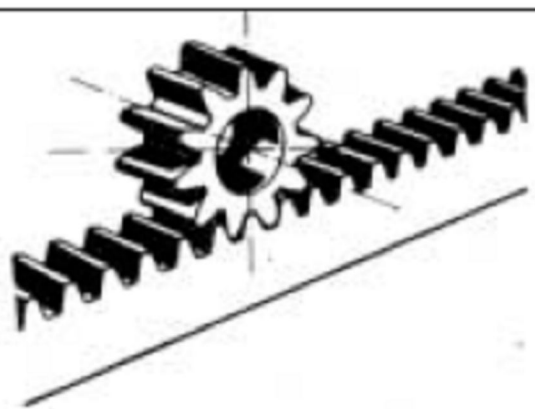


Figura 1.5 – Cremalheira de dentes retos

A cremalheira é usada para transformar um movimento de rotação num de translação e pode ser de dentes retos ou de dentes helicoidais.

É de fácil fabricação.

É utilizada como ferramenta de corte para gerar engrenagens pelo processo de geração MAAG.

TIPOS



Figura 1.6 – Coroa e parafuso-sem-fim

O conjunto coroa-parafuso-sem-fim, é utilizado na transmissão de potência ou para o controle do movimento e, principalmente, como redutor de velocidade, na transmissão de certa potência. O rendimento é baixo e a capacidade de amortecer vibrações é maior que de todos os outros tipos. O parafuso é de aço e a coroa deve ser de um material com dureza menor do que a do parafuso.



Figura 1.7 – Engrenagens cilíndricas de dentes helicoidais entre eixos concorrentes

Esta transmissão é utilizada para fazer mudança de direção de movimento. Neste caso a relação de transmissão é um. As hélices são projetadas para proporcionar mudança de direção de movimento em 90° .

TIPOS



Figura 1.8 – Engrenagens helicoidais duplas

A transmissão por engrenagem com helicóide dupla tem a vantagem de transmitir grandes carregamentos sem gerar carga axial sobre os mancais, dado que a hélice tem direção oposta.

Este efeito também pode ser conseguido através da montagem de duas engrenagens helicoidais, montadas com a hélice oposto um em relação ao outro.

Necessita de precisão de montagem e recomenda-se alta rigidez para o eixo e mancais.

Estas engrenagens exigem máquinas especiais para sua fabricação. Há engrenagens helicoidais duplas com dentes não contínuos, o que facilita a saída da ferramenta e por sua vez a fabricação.

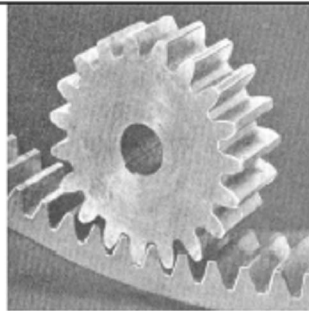


Figura 1.9 – Engrenagens cilíndricas de dentes internos

Engrenagens cilíndricas de dentes internos são usadas onde há restrição de espaço ou quando se quer proteger os dentes da engrenagem. Os dois eixos possuem o mesmo sentido de rotação.

Este é um recurso utilizado para redutores planetários. Obtém-se boa relação de transmissão em espaços muito pequenos.

TIPOS

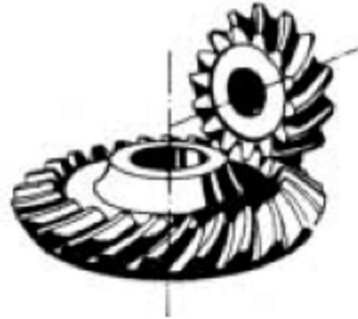


Figura 1.10 – Engrenagens de face

A transmissão por engrenagem de face, representa o caso limite das engrenagens cônicas, com um ângulo de abertura de 180° .

A ação da engrenagem de face corresponde a da cremalheira, onde os dentes se movem em um plano.

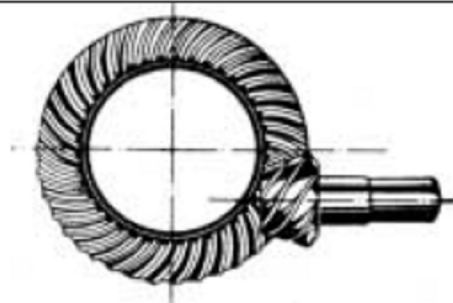


Figura 1.11 – Engrenagens cônicas descentradas (hipóides)

A transmissão por engrenagens cônicas descentradas (hipóides), possuem grande capacidade de carga e permitem grande variação nas velocidades..

São empregadas extensivamente em carros, caminhões e tratores.

Exige maior precisão na montagem.

Tem a vantagem de ocupar pouco espaço.

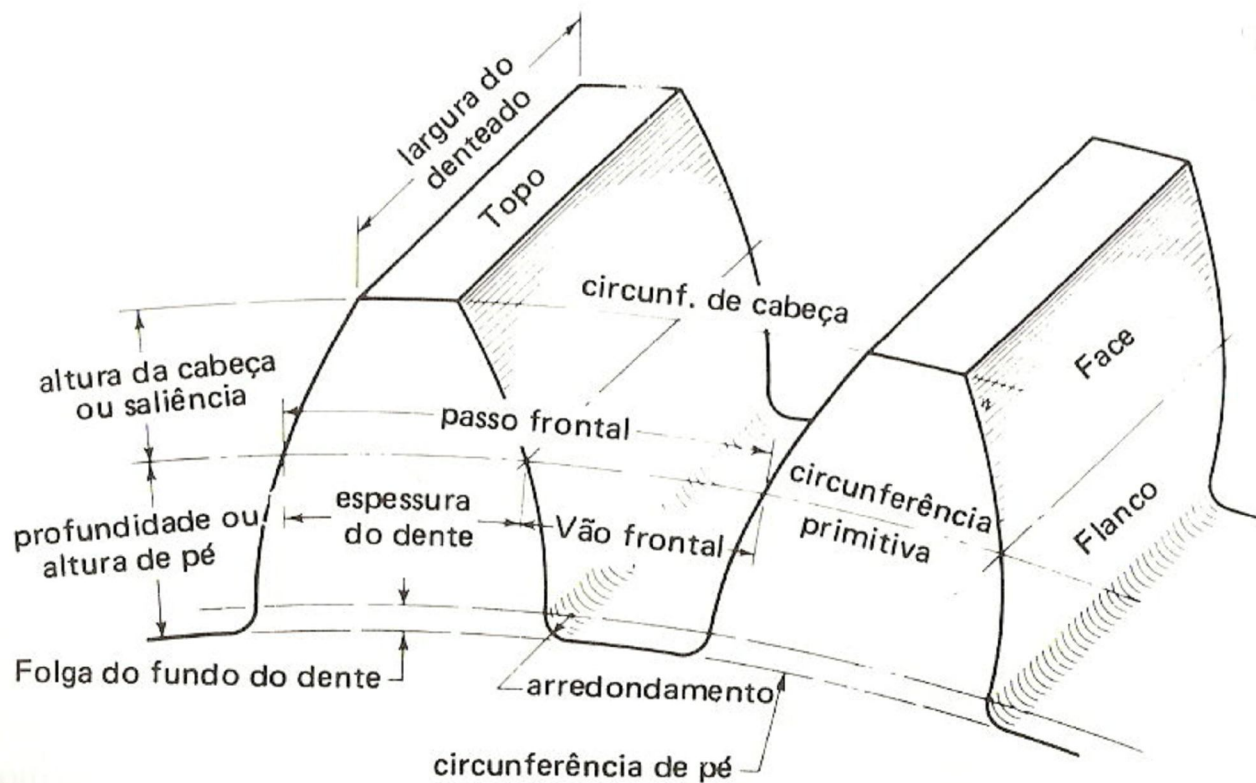
NOMENCLATURA

ENGRENAGENS RETAS

- Superfícies cilíndricas;
- Dentes retos e paralelos aos eixos.
- Transmitem potência entre eixos paralelos;

NOMENCLATURA

ENGRENAGENS RETAS



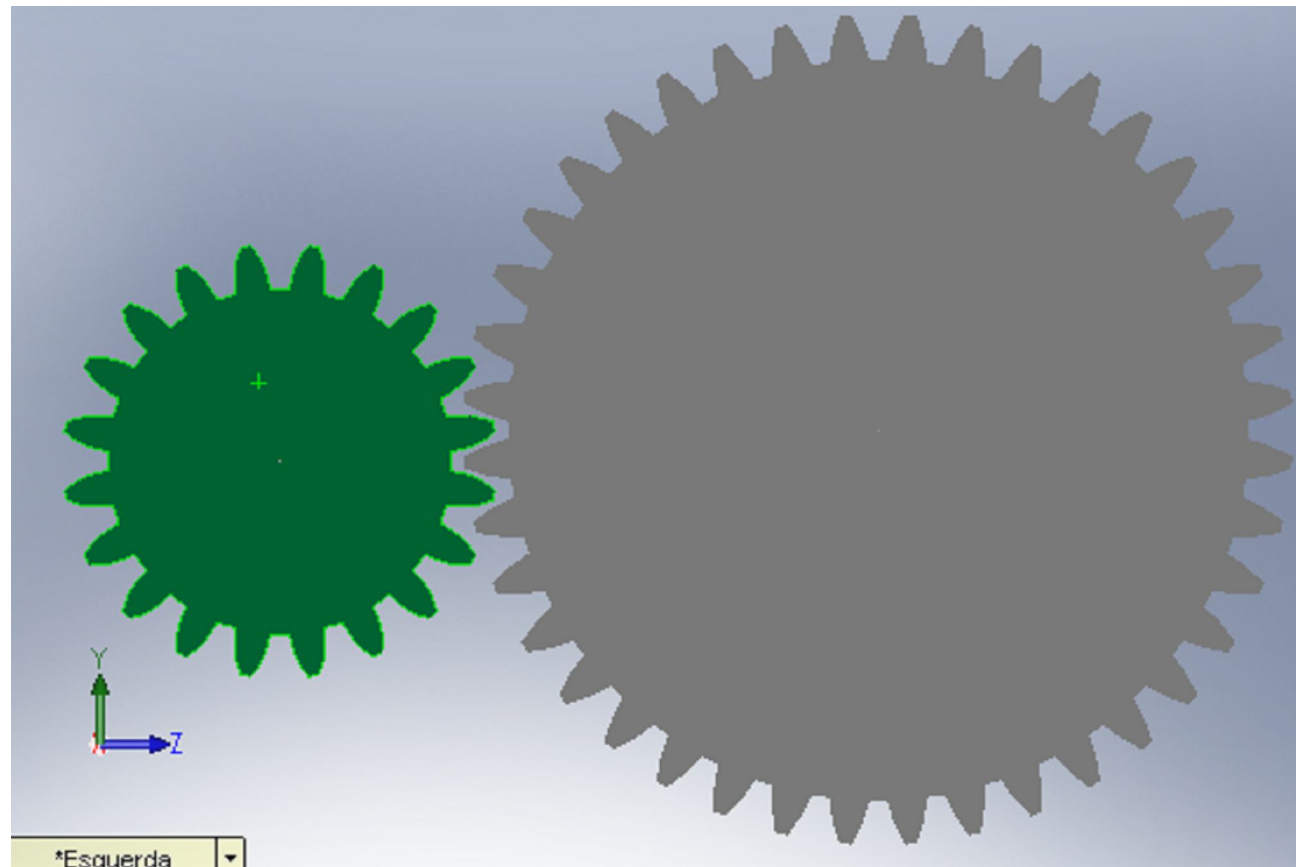
NOMENCLATURA

ENGRENAGENS RETAS

- Círculo primitivo, ou de passo, é o círculo teórico sobre o qual todos os cálculos são geralmente baseados;
- Diâmetro primitivo d é o diâmetro da circunferência primitiva;
- Passo circular (passo frontal) p é a distância de um ponto de um dente até o ponto correspondente no próximo dente medido ao longo da circunferência primitiva;
- O `diametral pitch´ (passo diametral) P é usado com sistema de unidades inglesas e é a razão do número de dentes em uma engrenagem e o diâmetro primitivo em polegadas.

NOMENCLATURA

$$P = \frac{N}{d}$$



Exemplo de engrenagem de passo diametral $P = 2$, $N = 20$ e $N = 40$ respectivamente.

NOMENCLATURA

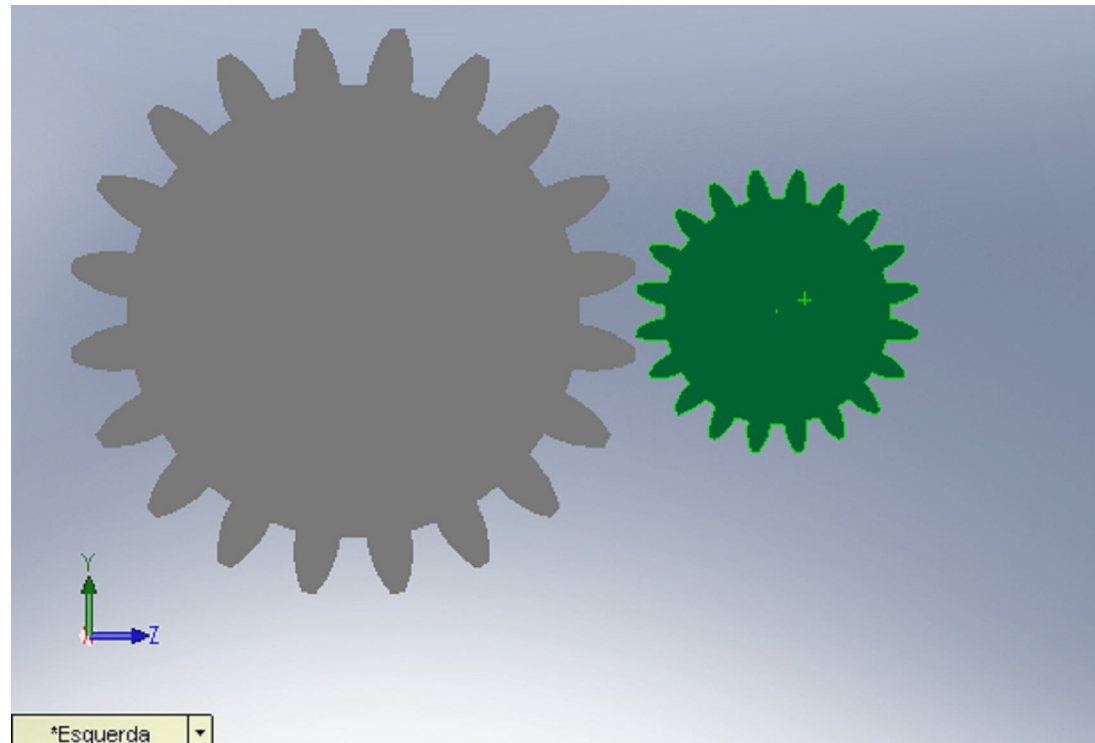
$$P = \frac{N}{d}$$



Exemplo de engrenagem de passo diametral $P = 2$, $N = 20$ e $N = 40$ respectivamente.

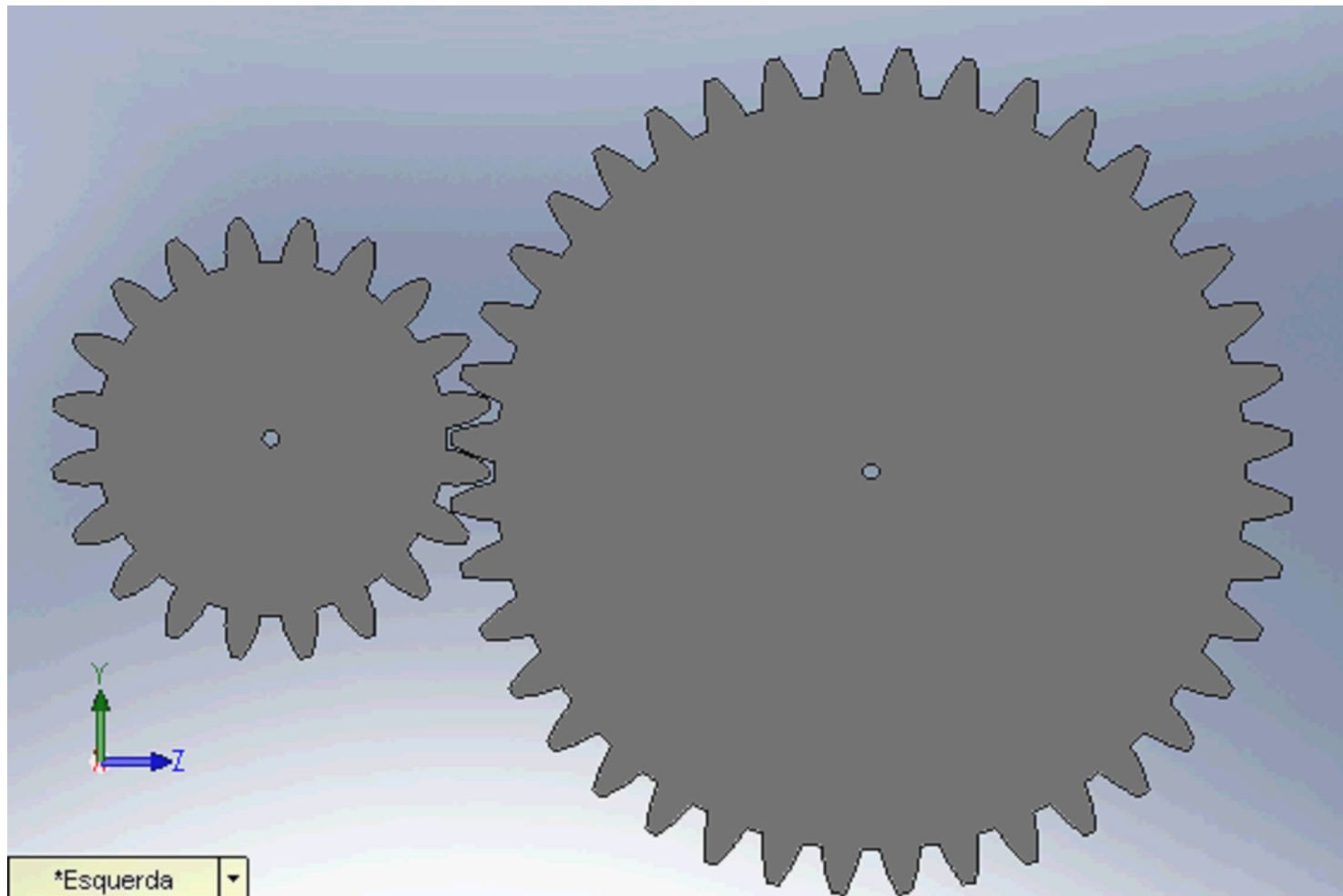
NOMENCLATURA

$$P = \frac{N}{d}$$



Exemplo de engrenagem de passo diametral $P = 2$ e 4, respectivamente, $N = 20$.

EXEMPLO

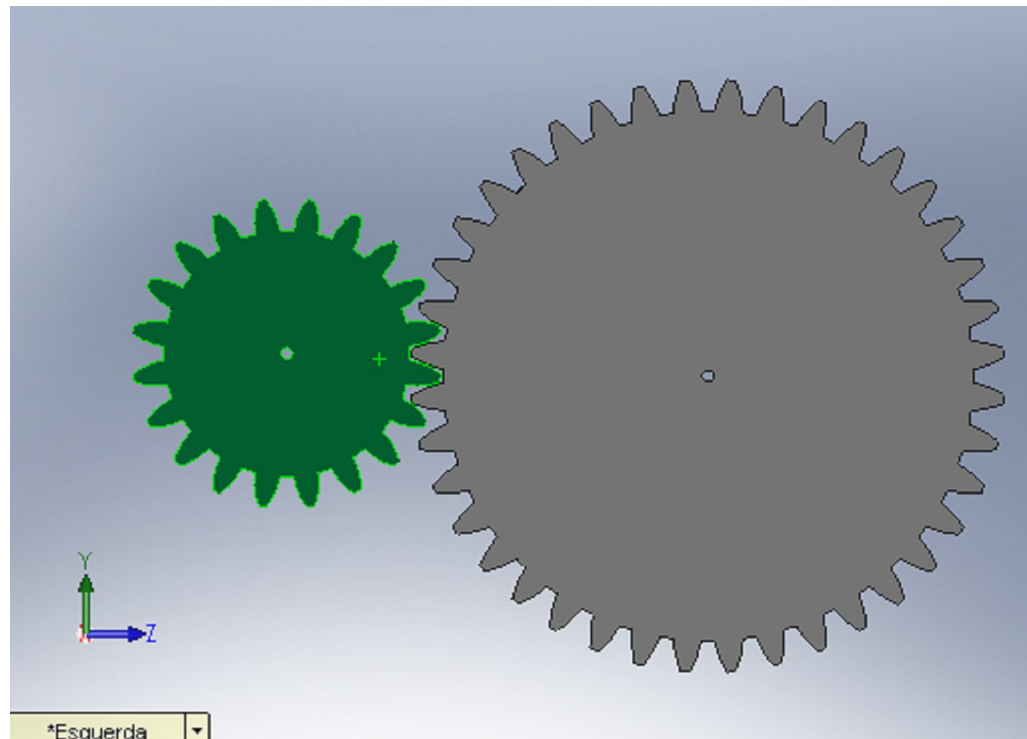


NOMENCLATURA

No sistema SI, usa-se o módulo m (em milímetros).

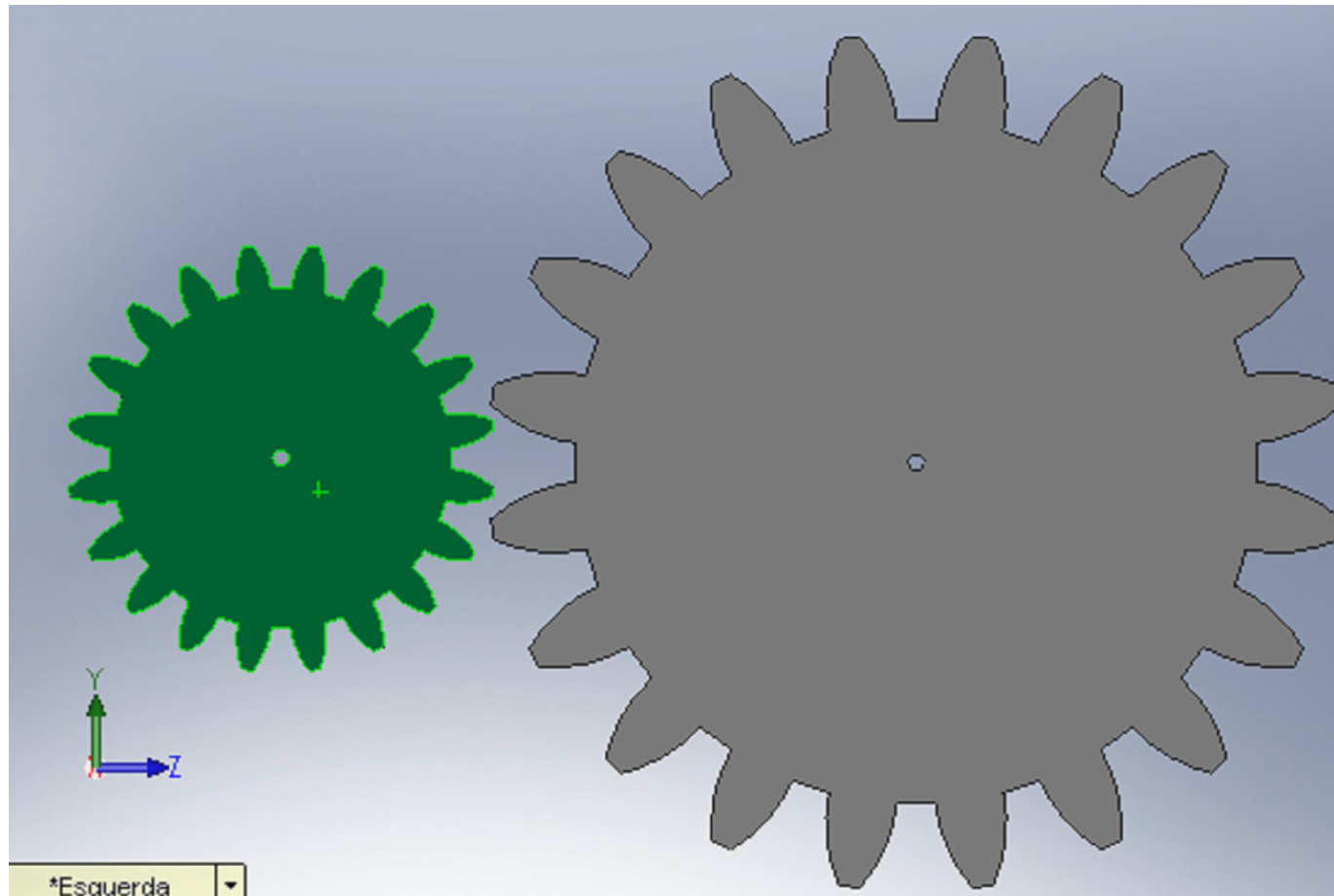
Razão entre o diâmetro (d) em milímetros e o número de dentes.

$$m = \frac{d}{N}$$



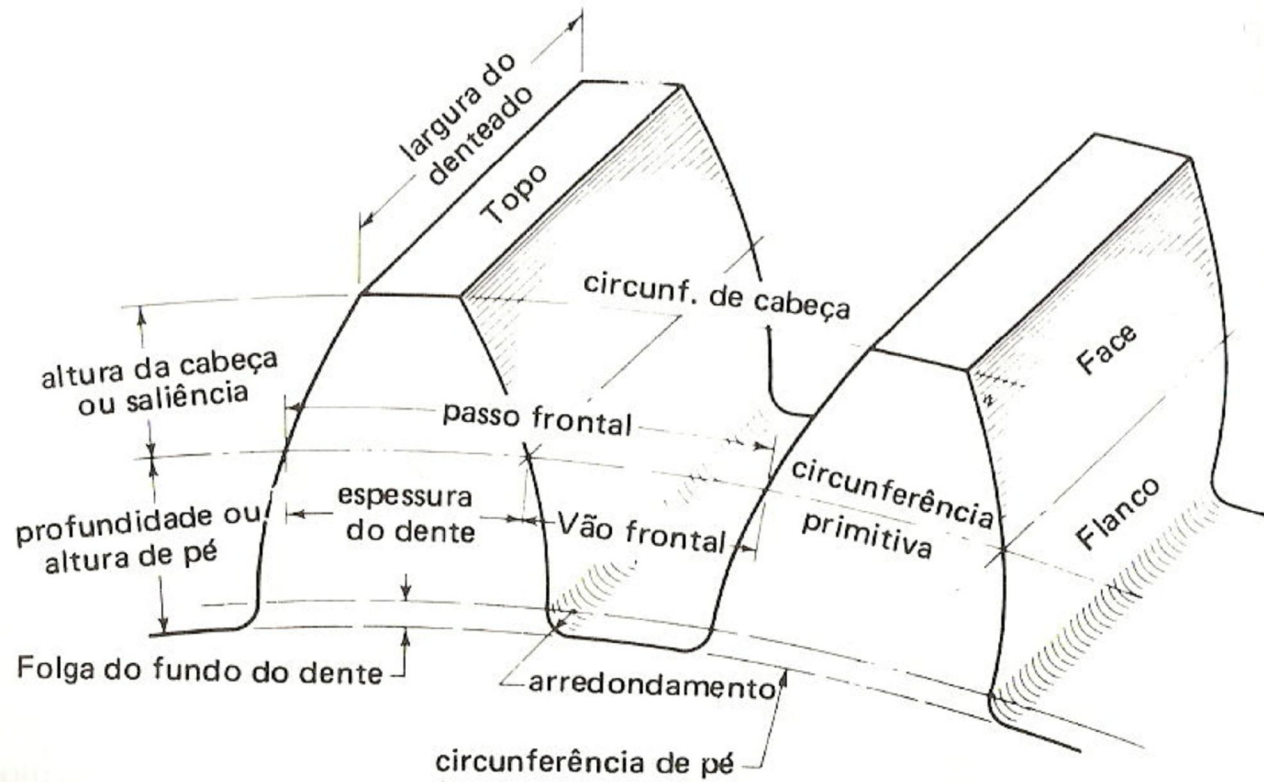
Exemplo de engrenagem de módulo $m = 1$, $N = 20$ e $N = 40$ respectivamente.

NOMENCLATURA



Exemplo de engrenagem de módulo $m = 1$ e $m = 2$, respectivamente, para $N = 20$.

NOMENCLATURA



NOMENCLATURA

Como

$$p = \frac{\pi d}{N}$$

$$p = \frac{\pi (m N)}{N} = \pi m$$

$$pP = \pi m \frac{N}{d} = \pi$$

- Tanto o passo frontal, módulo ou **diametral pitch** são medidas do tamanho dos dentes.
- Altura da cabeça ou saliência: é a distância radial da circunferência primitiva à circunferência de cabeça;
- Profundidade ou altura de pé: é a distância radial da circunferência primitiva à circunferência de pé;

NOMENCLATURA

- Profundidade de trabalho (h_t): é a profundidade total de um dente (soma de adendo e dedendo);
- Folga do fundo do dente: é a quantidade na qual o dedendo (profundidade) excede o adendo (saliência);
- Espessura do dente é a espessura do dente medida ao longo do círculo primitivo;
- Distância entre-centros C : é a distância dos centros das engrenagens;

$$C = \frac{D_2 + D_3}{2}$$

NOMENCLATURA

- Jogo primitivo (**Backlash**): é a quantidade na qual a espessura do dente em uma engrenagem excede a espessura do dente na outra engrenagem
- Deveria ser zero, mas não é para evitar **jamming** do dente devido a erros de fabricação e expansão térmica.
- Pinhão: a menor das duas engrenagens;
- Engrenagem: a maior das duas engrenagens.

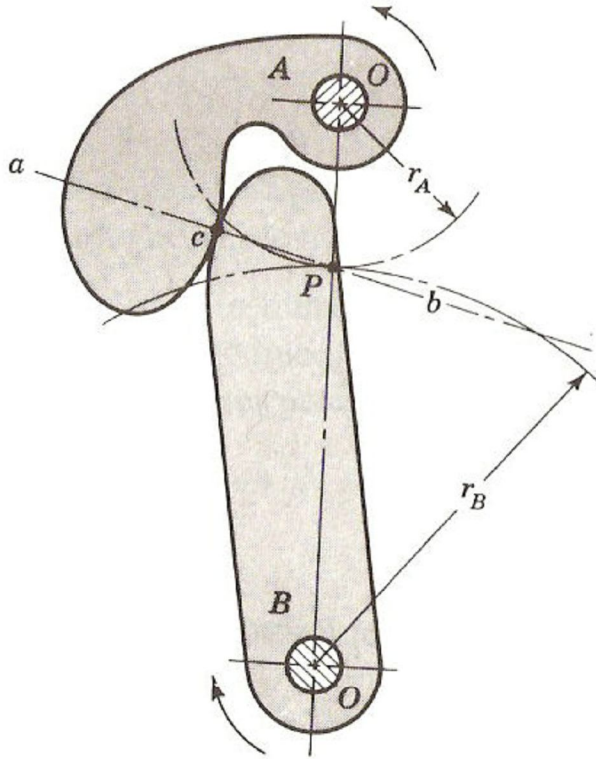
$$\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{D_3}{D_2} = \frac{N_3}{N_2}$$

Razão/relação de engrenamento

AÇÃO CONJUGADA

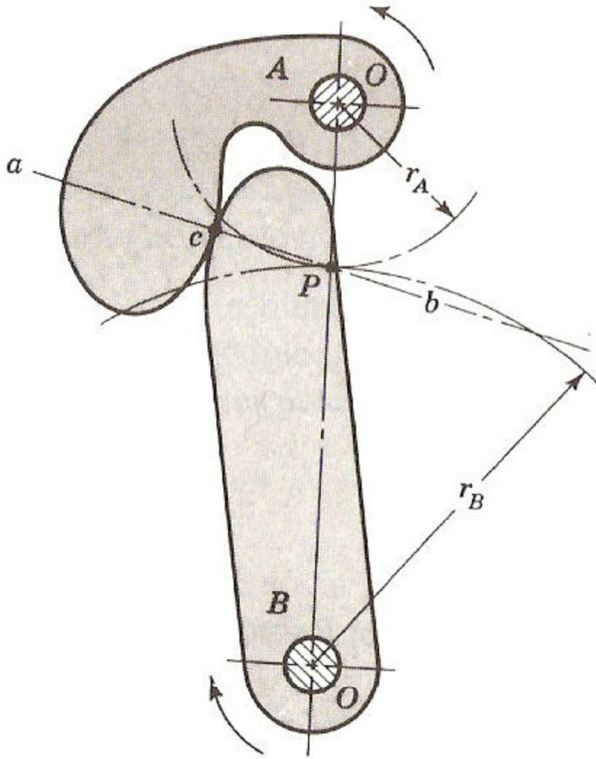
- Quando os perfis de dente, ou cames, são projetados para produzir uma razão de velocidade angular constante durante o engrenamento.
- Uma das soluções que resulta em ação conjugada é o perfil da evoluta.

AÇÃO CONJUGADA



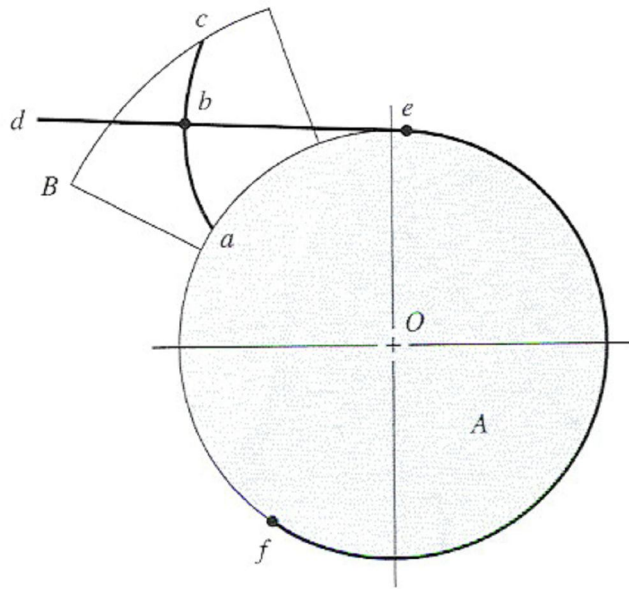
- Quando uma superfície empurra a outra, o ponto de contato ocorre onde ambas são tangentes entre si (ponto c), e as forças em qualquer instante são direcionadas ao longo da normal comum ab
- Linha ab representa a direção da ação das forças, denominada linha de ação.
- Essa linha interceptará a linha de centros $O-O$ em um ponto P .

AÇÃO CONJUGADA



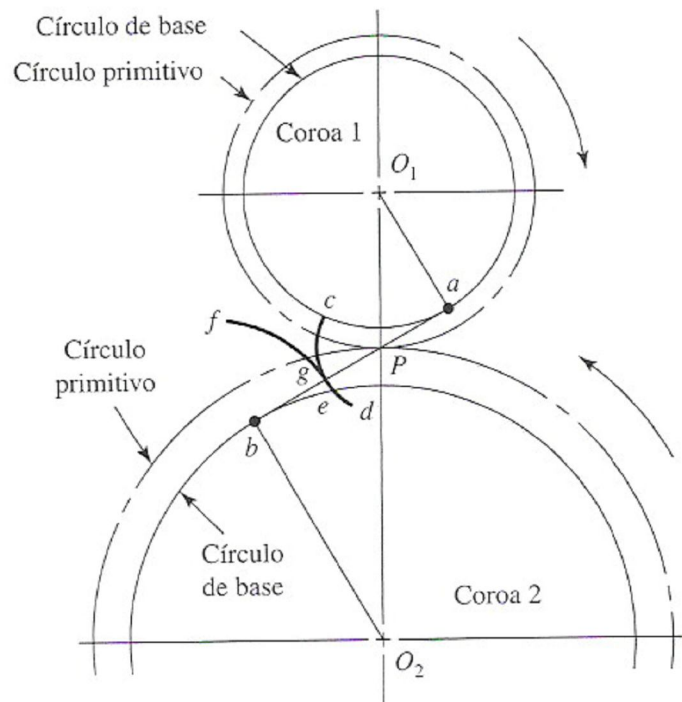
- A razão de velocidade angular entre os dois braços é inversamente proporcional aos seus raios ao ponto O.
- Círculos traçados a partir de P, com centro em O, são denominados círculos primitivos.
- P: ponto primitivo;
- Para transmitir movimento a uma razão de velocidade angular constante, o ponto primitivo deve permanecer fixo, isto é, todas as linhas de ação, para cada ponto instantâneo de contato, devem passar pelo mesmo ponto P.

PROPRIEDADES DA ENVOLVENTE



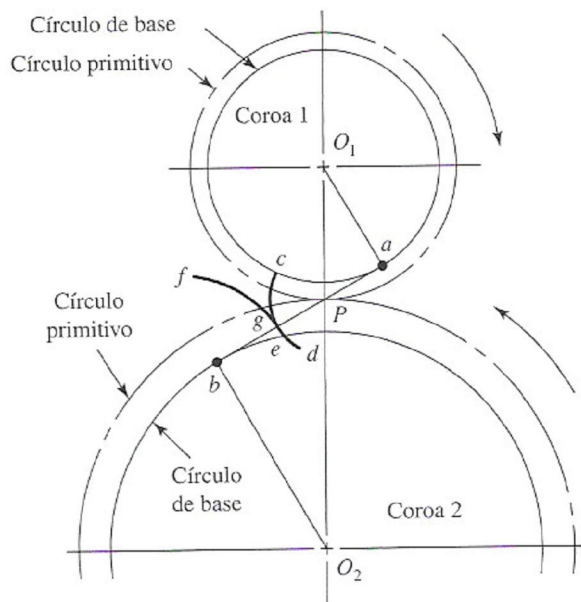
- Corda **def** é enrolada ao redor do cilindro e mantida esticada;
- Ponto **b** na corda é o ponto traçador, ou seja, a medida que a corda é enrolada e desenrolada ao redor do cilindro, esse ponto irá traçar a curva evolvente **ac**;
- No ponto **b**, o raio é exatamente a distância **be**;
- Raio de curvatura da evolvente é zero em **a** e um máximo em **c**;
- **de** é normal a evolvente em todos os pontos da intersecção e, ao mesmo tempo, sempre tangente ao cilindro A.

PROPRIEDADES DA ENVOLVENTE



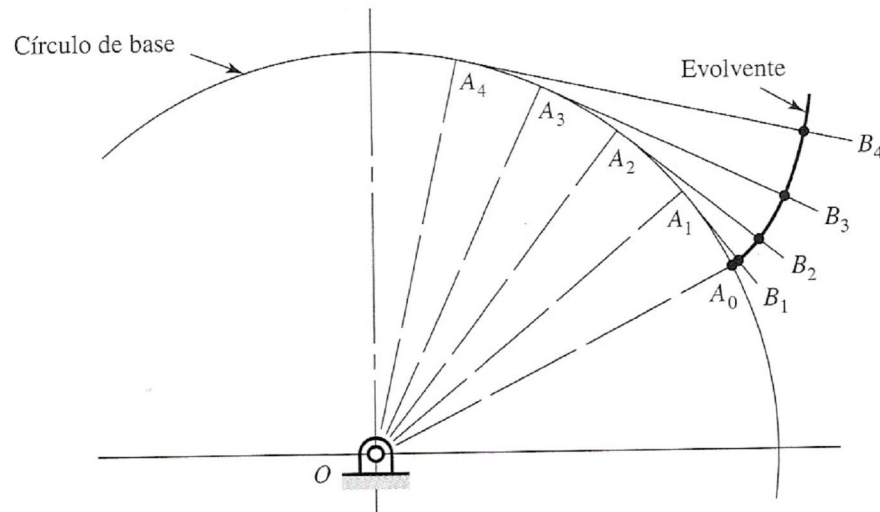
- Imagine-se uma corda seja enrolada ao redor do círculo de base da engrenagem 1, esticada entre os pontos a e b e enrolada, em sentido anti-horário, ao redor do círculo de base da engrenagem 2.
- Se os círculos de base forem rodados em direções diferentes, a fim de manter a corda esticada, um ponto g nela irá descrever as evolventes **cd** na engrenagem 1 e **ef** na engrenagem 2.
- Tais evolventes são geradas simultaneamente pelo ponto traçador;

PROPRIEDADES DA ENVOLVENTE



- Esse ponto representa o ponto de contato, ao passo que a porção da corda **ab** é a linha geradora.
- Essa linha não muda de posição, pois é sempre tangente aos círculos de base;
- Uma vez que ela é sempre normal à evolvente no ponto de contato, o requerimento de movimento uniforme é satisfeito.

FUNDAMENTOS



- Para construir uma evolvente, divida o círculo de base em partes iguais e construa linhas radiais OA_0, OA_1, OA_2 , etc. Começando em A_1 , construa perpendiculares A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3 , etc, produzindo os pontos através dos quais a curva evolvente pode ser construída. Marque a distância A_1A_0 ao longo de A_1B_1 , duas vezes a distância A_1A_0 ao longo de A_2B_2 , produzindo os pontos através dos quais a curva evolvente pode ser construída.

FUNDAMENTOS

- Para duas engrenagens engrenadas, seus círculos primitivos rolam uns sobre os outros, sem escorregamento

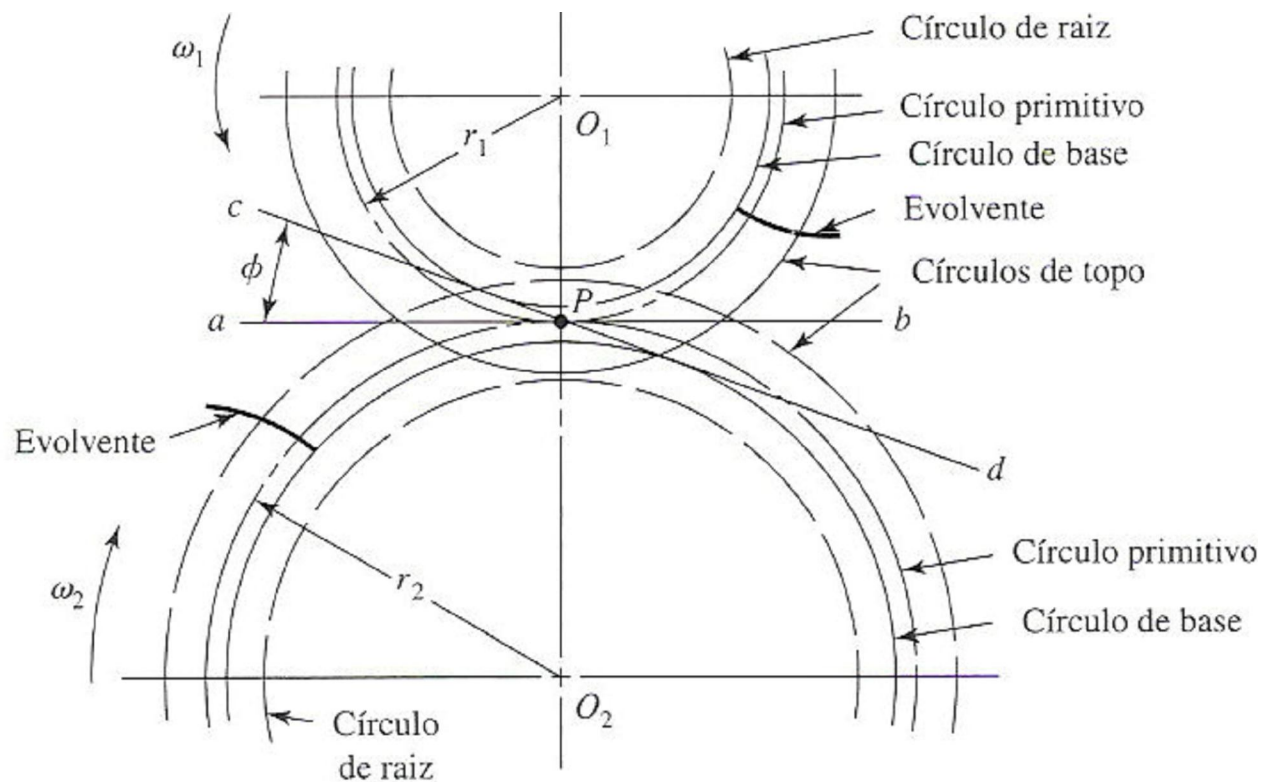
$$V = |r_1 \omega_1| = |r_2 \omega_2|$$

Relação entre as velocidades angulares:

$$\left| \frac{\omega_1}{\omega_2} \right| = \frac{r_2}{r_1}$$

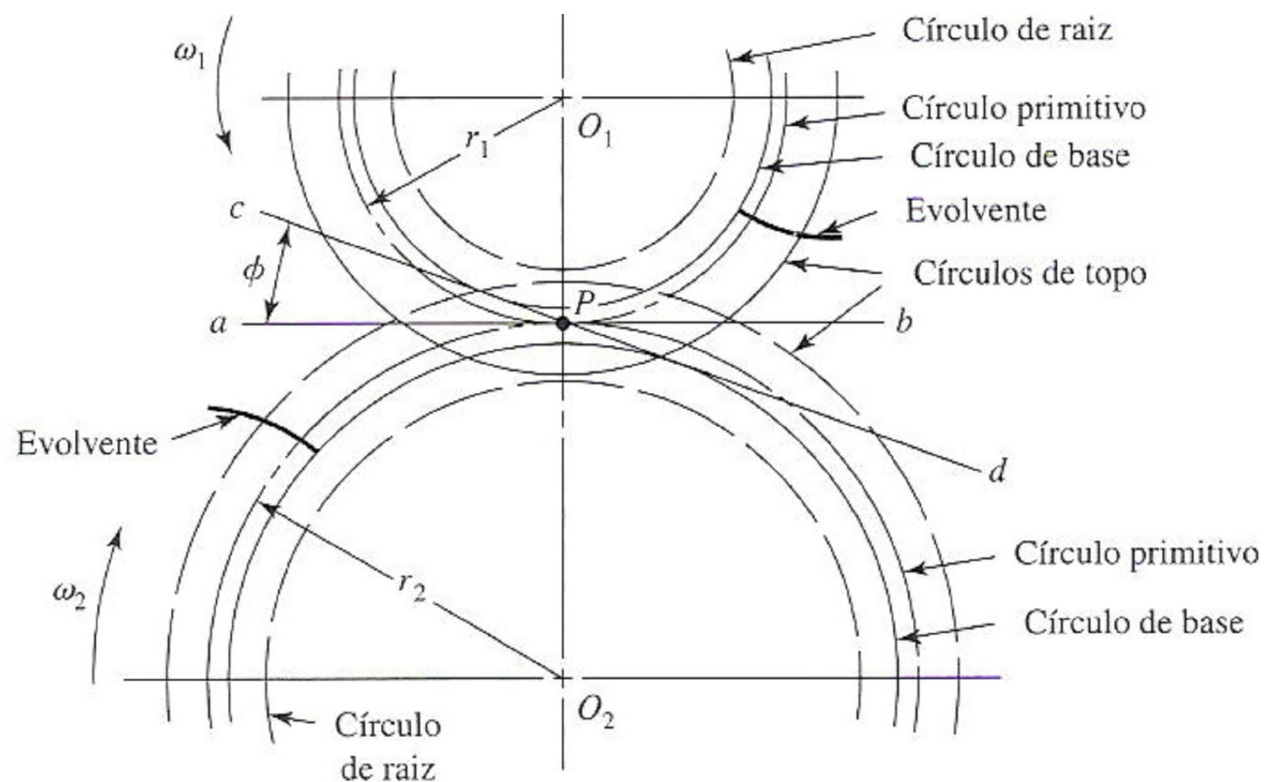
FUNDAMENTOS

- Construa os círculos primitivos com raios r_1 e r_2 (tangentes no ponto P);
- Construa a linha ab (tangente comum), passando pelo ponto primitivo;



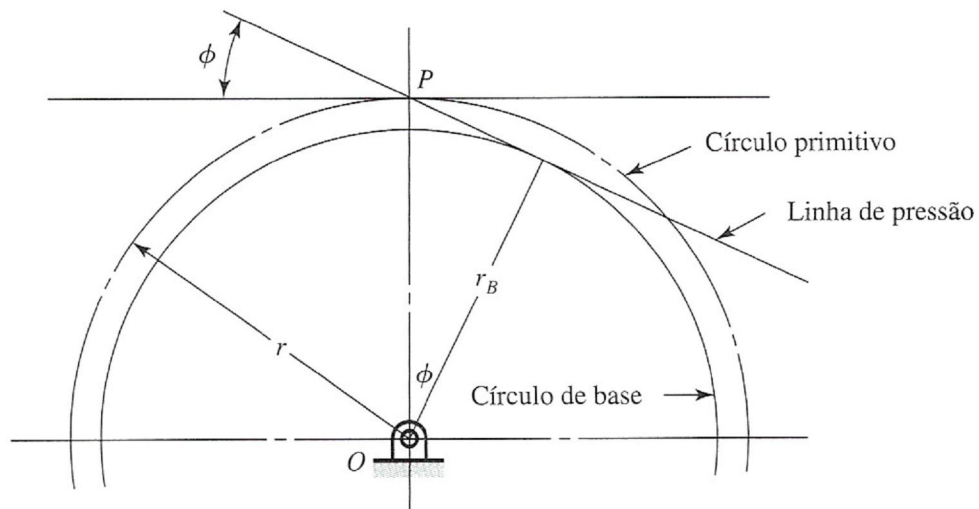
FUNDAMENTOS

- Construa a linha **cd** passando por P e com um ângulo ϕ com a tangente comum **ab** (linha de ação, linha de pressão ou linha de geração);
- Representa a direção na qual a força de transmissão atua entre as engrenagens;
- O ângulo ϕ é denominado ângulo de pressão.



FUNDAMENTOS

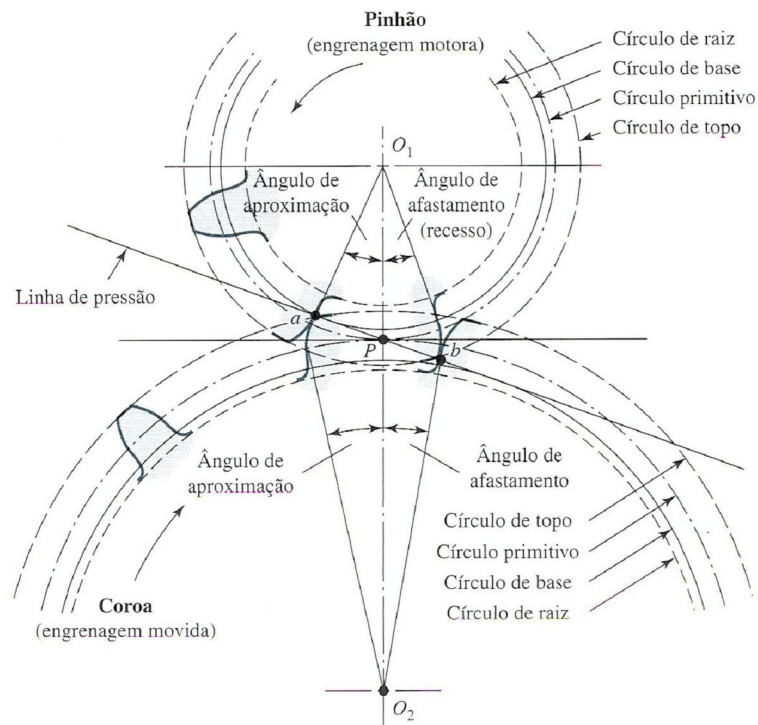
- A seguir, desenhe um círculo tangente à linha de pressão. Esse são os círculos de base. O valor do ângulo de pressão determina seus tamanhos.



$$r_b = r \cos \phi$$

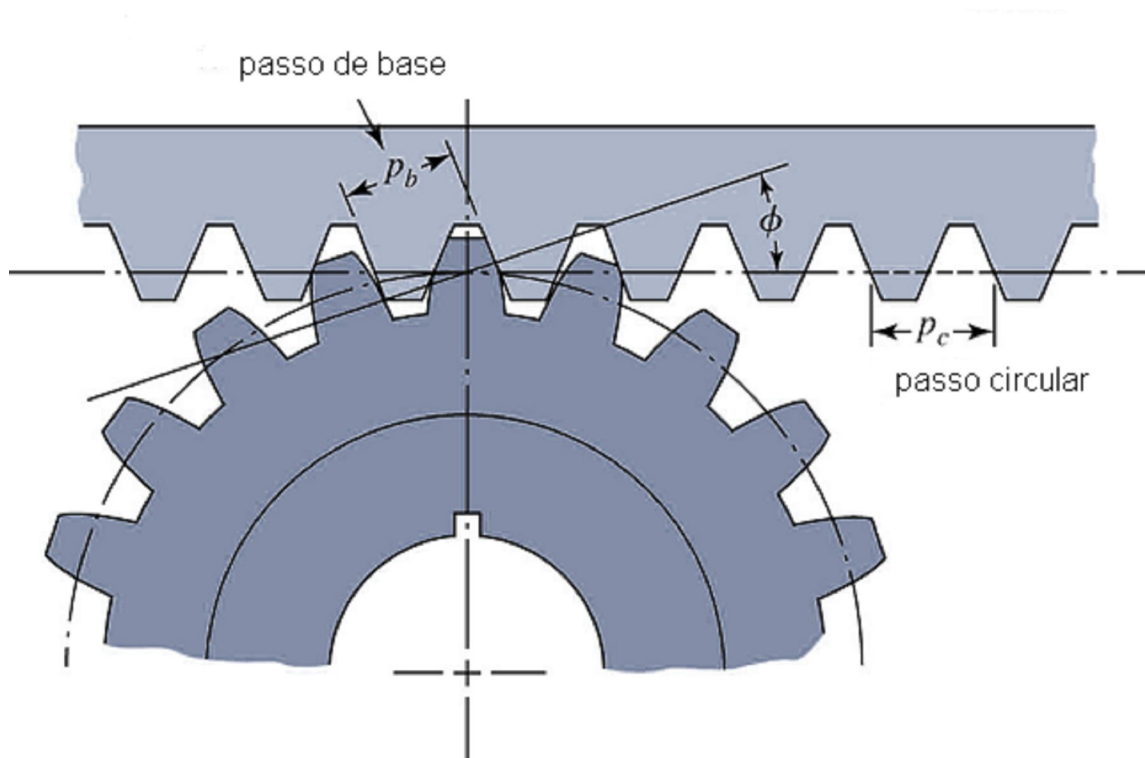
FUNDAMENTOS

- Desenha-se os dentes (de acordo com medidas padrões)



CREMALHEIRA

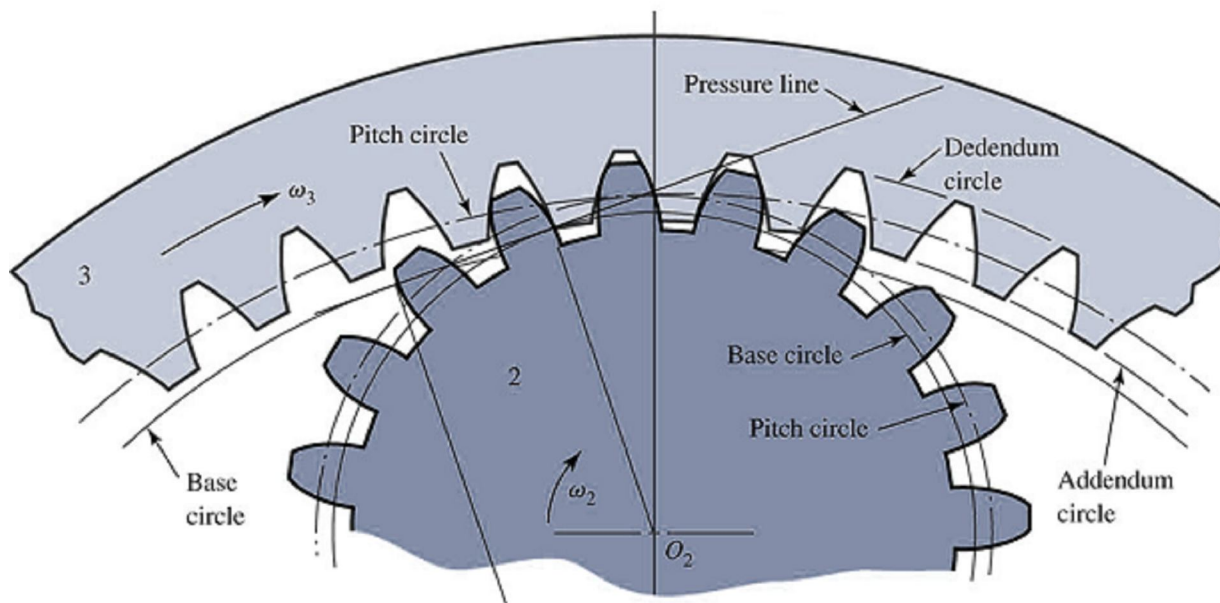
- Engrenagem cilíndrica de dentes retos, com um diâmetro primitivo infinitamente grande. Logo, tem um número infinito de dentes e um círculo de base que se situa a uma distância infinita do ponto primitivo;
- Passo de base (p_b): distância entre lados paralelos ao longo de uma normal comum;



$$p_b = p_c \cos \phi$$

ENGRENAGEM INTERNA OU ANELAR

- Ambas as engrenagens têm seus centros de rotação do mesmo lado que o ponto primitivo;



EXEMPLO

Um par de engrenagens consiste em um pinhão de 21 dentes movendo uma coroa de 45 dentes. O passo diametral vale 3, e o adendo e o dedendo são $1/P$ e $1,25/P$, respectivamente. As engrenagens são cortadas com um ângulo de pressão de 25° .

- Compute o passo circular, a distância entre os centros e os raios dos círculos de base.
- Ao montar essas engrenagens, a distância entre os centros foi, incorretamente, aumentada em $1/5$ in. Calcule os novos valores do ângulo de pressão e os diâmetros de círculo primitivo.

a) Passo circular:

$$a) p = \frac{\pi}{P} = \frac{\pi}{3} = 1,047 \text{ in}$$

Diâmetro primitivo do pinhão:

$$d_p = \frac{N}{P} = \frac{21}{3} = 7 \text{ in}$$

Diâmetro primitivo da coroa:

$$d_g = \frac{N}{P} = \frac{45}{3} = 15 \text{ in}$$

EXEMPLO

Distância entre centros:

$$\frac{d_p + d_g}{2} = \frac{7 + 15}{2} = 11 \text{ in}$$

Raios do círculo de base:

$$r_b = r \cos \phi$$

$$r_b(\text{pinhão}) = \frac{7}{2} \cos 25^\circ = 3,16 \text{ in}$$

$$r_b(\text{coroa}) = \frac{15}{2} \cos 25^\circ = 6,79 \text{ in}$$

EXEMPLO

b) Novos diâmetros primitivos:

$$\frac{d'_p + d'_g}{2} = 11 + 1/5 = 11,2 \text{ in}$$

Razão de velocidade não muda:

$$\frac{d'_p}{d'_g} = \frac{21}{45}$$

$$d'_g = \frac{45}{21} d'_p$$

$$\frac{d'_p + 45/21 d'_p}{2} = 11,2 \text{ in}$$

$$d'_p = 7,13 \text{ in}$$

$$d'_g = 15,27 \text{ in}$$

EXEMPLO

Novo ângulo de pressão:

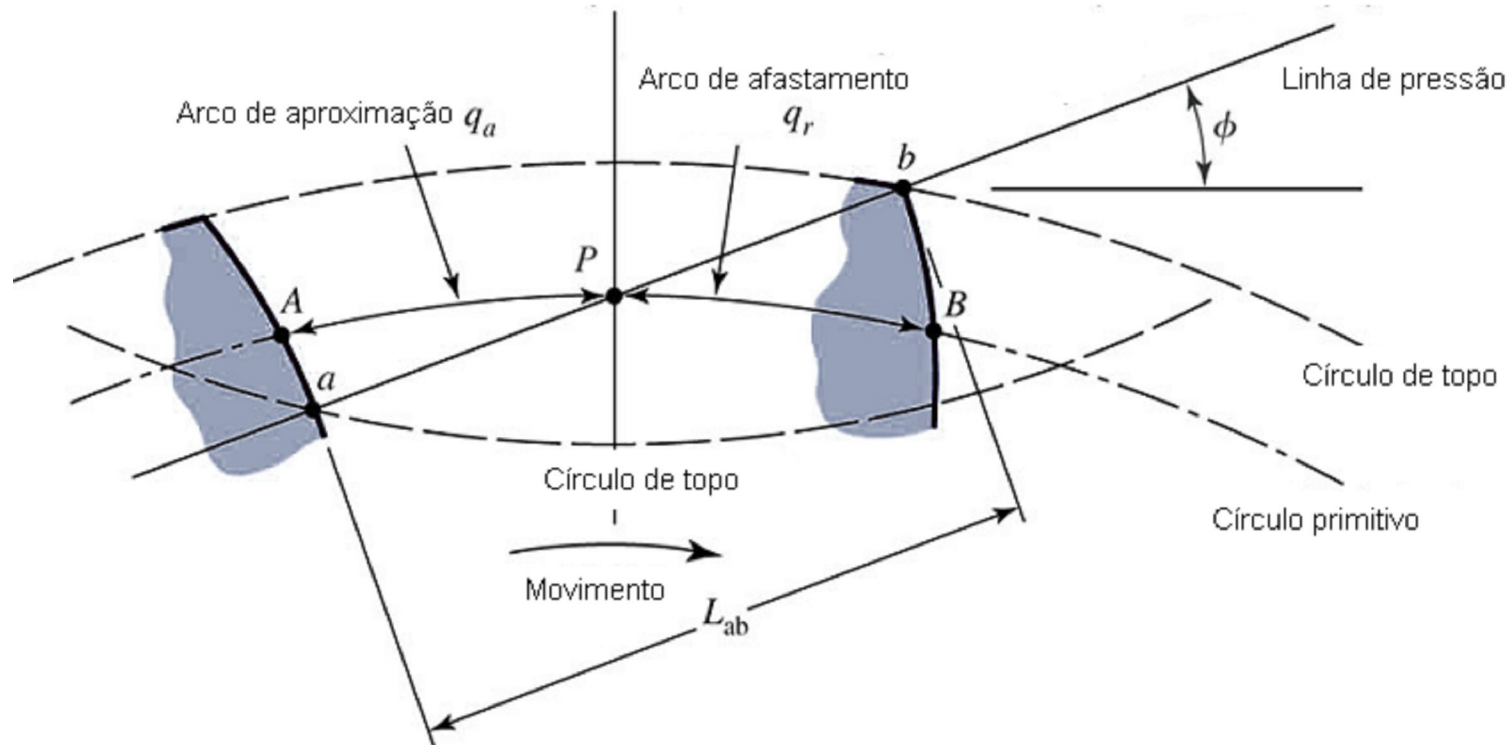
$$r_b = r \cos \phi$$

$$\phi' = \cos^{-1} \left(\frac{r_b(\text{pinhão})}{d'_p/2} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{3,16}{7,13/2} \right)$$

$$\phi' = \cos^{-1}(0,866) = 27,57^\circ$$

RAZÃO DE CONTATO

- Contato entre dentes começa e termina na intersecção de dois círculos de adendo (topo) com a linha de pressão;
- Contato inicial começa em **a** e o contato final em **b**;
- Arco de ação: soma dos arcos de aproximação e recesso;

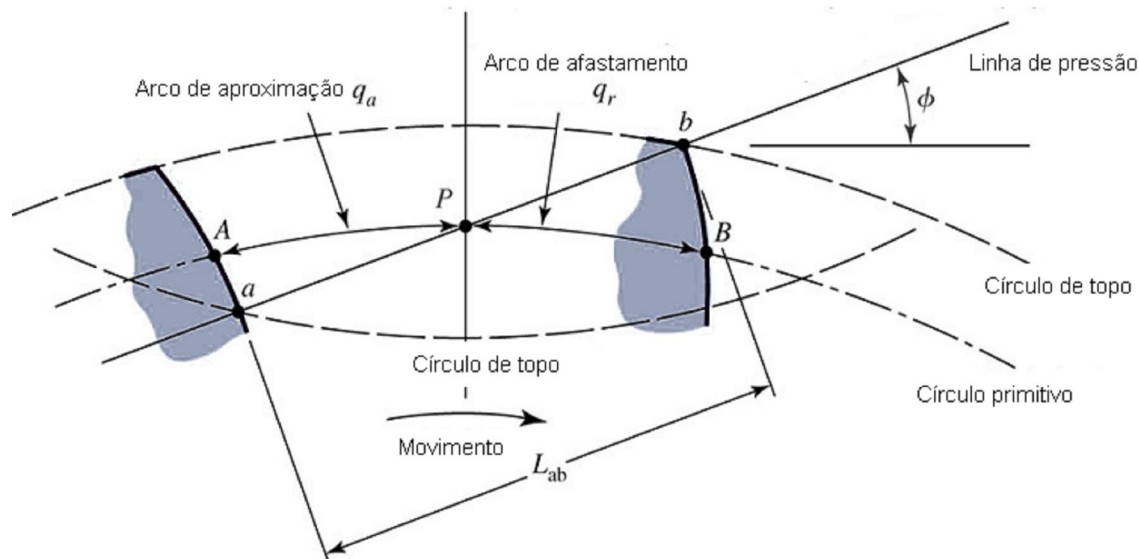


RAZÃO DE CONTATO

- Situação em que o arco de ação seja exatamente igual ao passo circular, isto é:

$$q_t = p$$

- Isto significa que um dente e seu espaço irão ocupar o arco completo AB. Em outras palavras, quando um dente está justamente começando o contato em **a**, o dente anterior está, ao mesmo tempo, terminando o seu contato em **b**.

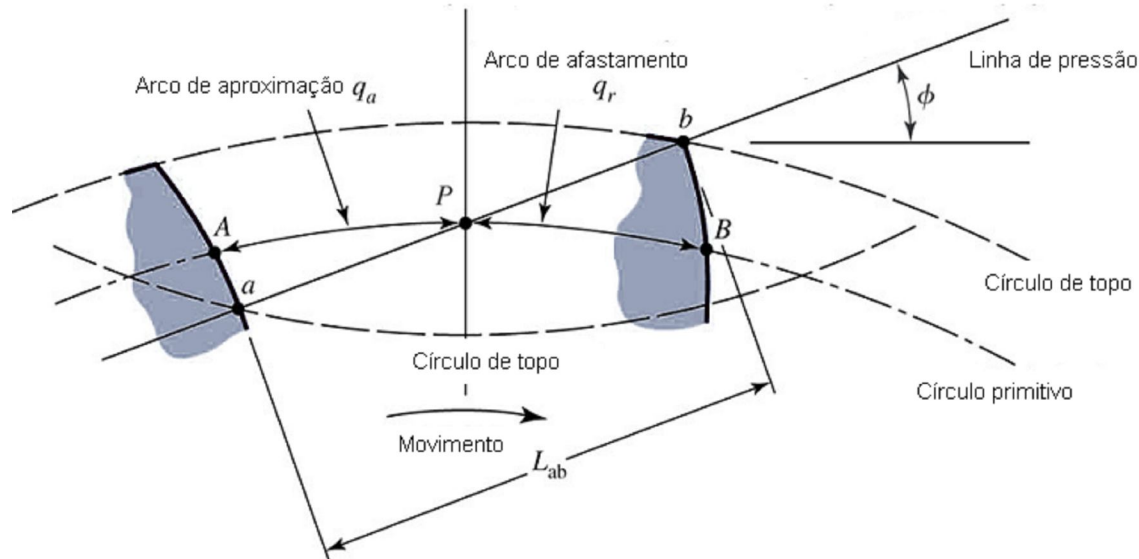


RAZÃO DE CONTATO

- Considere uma situação em que o arco de ação seja maior que o passo circular, isto é:

$$q_t = 1,2 p$$

- Isto significa que quando um par de dentes está acabando de entrar em contato em **a**, um outro par, ainda em contato, não terá ainda alcançado **b**.
- Por um curto período de tempo haverá dois dentes em contato, um na vizinhança de A e outro na de B.



RAZÃO DE CONTATO

- Define-se razão de contato m_c como:

$$m_c = \frac{q_t}{p}$$

- Número que indica o número médio de pares de dentes em contato.
- Em geral, usa-se, no mínimo, $m_c=1,2$ para evitar ruído e impacto.

$$m_c = \frac{L_{ab}}{p \cos \phi}$$

INTERFERÊNCIA

Interferência: O contato ocorre na porção de perfil não-evolvente do flanco.

- Quando os dentes da engrenagem são produzidos mediante um processo de geração, a interferência é automaticamente eliminada, visto que a ferramenta de corte remove a porção interferente do flanco (adegalçamento);
- Deve-se tomar o cuidado para não enfraquecer demais o dente;
- Menor número de dentes em um pinhão e uma coroa cilíndricos de dentes retos, com razão de engrenamento de 1:1, que pode existir sem interferência é N_p ;

$$N_p = \frac{4k}{6 \operatorname{sen}^2 \phi} \left(1 + \sqrt{1 + 3 \operatorname{sen}^2 \phi} \right)$$

$K=1$ para dentes de altura completa e 0,8 para dentes reduzidos.

INTERFERÊNCIA

Exemplo: Para um ângulo de pressão de 20° , com $k = 1$:

$$N_p = \frac{4(1)}{6 \operatorname{sen}^2 20^\circ} \left(1 + \sqrt{1 + 3 \operatorname{sen}^2 20^\circ} \right)$$

$$N_p = 12,323 = 13 \text{ dentes}$$

Exemplo: Para um ângulo de pressão de $14,5^\circ$, com $k = 1$:

$$N_p = \frac{4(1)}{6 \operatorname{sen}^2 14,5^\circ} \left(1 + \sqrt{1 + 3 \operatorname{sen}^2 14,5^\circ} \right) = 22,22 = 23 \text{ dentes}$$

Exemplo: Para um ângulo de pressão de 2° , com $k = 1$:

$$N_p = \frac{4(1)}{6 \operatorname{sen}^2 2^\circ} \left(1 + \sqrt{1 + 3 \operatorname{sen}^2 2^\circ} \right) = 1096 \text{ dentes}$$

INTERFERÊNCIA

- Se a engrenagem tem um número de dentes maior do que o pinhão, isto é, se:

$$m_g = \frac{N_g}{N_p} = m > 1$$

$$N_p = \frac{2k}{(1+2m)\text{sen}^2\phi} \left(m + \sqrt{m^2 + (1+2m)\text{sen}^2\phi} \right)$$

Exemplo: $m=4$, $\phi=20^\circ$, com $k = 1$:

$$N_p = \frac{2(1)}{(1+2[4])\text{sen}^2 20^\circ} \left(4 + \sqrt{4^2 + (1+2[4])\text{sen}^2 20^\circ} \right)$$

$$N_p = 15,4 = 16 \text{ dentes}$$

$$N_g = 4 \cdot 16 \text{ dentes} = 64 \text{ dentes}$$

INTERFERÊNCIA

- Para um pinhão engrenando com uma cremalheira:

$$N_p = \frac{4(k)}{2 \operatorname{sen}^2 \phi}$$

Exemplo: Para um ângulo de pressão de 20° , com $k = 1$, o menor número de dentes do pinhão é:

$$N_p = \frac{4(1)}{2 \operatorname{sen}^2 20^\circ} = 17,09 = 18 \text{ dentes}$$

INTERFERÊNCIA

Exemplo: A maior coroa com um pinhão especificado livre de interferência é:

$$N_g = \frac{N_p^2 \operatorname{sen}^2 \phi - 4k^2}{4k - 2N_p \operatorname{sen}^2 \phi}$$

Exemplo: Para um pinhão de 13 dentes, com um ângulo de pressão de 20° , o maior número de dentes da coroa para não haver interferência é:

$$N_g = \frac{13^2 \operatorname{sen}^2 20^\circ - 4(1)^2}{4(1) - 2(13)\operatorname{sen}^2 20^\circ} = 16,45 = 16 \text{ dentes}$$

REFERÊNCIAS

SHIGLEY, J.E., MISCHKE, C.R., BUDYNAS, R.G., *Projeto de Engenharia mecânica, 7ª edição, Bookman.*

BRAZALLE, R.,