

# TM-225 - LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO I

## TURMA A

### AVISO 1

Prof. Luciano K. Araki.

**Exercício extraclasse: Excel – 1 (utilize o mesmo documento para os três exercícios seguintes, deixando cada um em uma planilha).**

**SALVE O DOCUMENTO COM SEU NOME.**

A condução de calor em superfícies estendidas (aletas) é um importante caso estudado em transferência de calor, envolvendo a condução de calor no interior de um sólido e a convecção (e/ou radiação) nas fronteiras desse sólido. Tais superfícies são empregadas para aumentar o calor trocado entre um sólido e um fluido (ou ambiente), pela maximização da área de contato em que ocorre o processo de transferência de calor. Aletas são comumente observadas em refrigeradores, radiadores de automóveis/motocicletas e computadores (coolers), entre outras aplicações. Matematicamente, o fenômeno é modelado através da seguinte equação diferencial (Incropera et al., 2008):

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \left( \frac{1}{A_r} \frac{dA_r}{dx} \right) \frac{dT}{dx} - \left( \frac{1}{A_r} \frac{h dA_s}{k dx} \right) (T - T_\infty) = 0, \quad (1.1)$$

sendo  $T$  a temperatura [K];  $x$  a posição ao longo da aleta [m];  $A_r$  a área da seção transversal da aleta [m<sup>2</sup>];  $h$  o coeficiente convectivo [W/m<sup>2</sup>K];  $k$  a condutividade térmica do material da aleta [W/mK];  $A_s$  a área superficial em contato com o fluido [m<sup>2</sup>]; e  $T_\infty$  a temperatura do fluido [K]. No caso de uma aleta de seção transversal uniforme, a equação anterior pode ser simplificada fornecendo:

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA_r} (T - T_\infty) = 0, \quad (1.2)$$

onde  $P$  é o perímetro da seção transversal da aleta [m]. Essa equação diferencial apresenta solução analítica, considerando-se as propriedades constantes. No caso mais realístico, que envolve a transferência de calor convectiva na ponta da aleta, obtém-se a seguinte expressão:

$$T(x) = T_\infty + (T_b - T_\infty) \frac{\cosh[m(L-x)] + \left( \frac{h}{mk} \right) \sinh[m(L-x)]}{\cosh(mL) + \left( \frac{h}{mk} \right) \sinh(mL)}, \quad (1.3)$$

sendo  $T_b$  a temperatura da base da aleta [K];  $L$  o comprimento total da aleta [m]; e  $m$  um parâmetro adimensional, estimado através da seguinte relação:

$$m = \left( \frac{hP}{kA_r} \right)^{1/2}. \quad (1.4)$$

Já o desempenho da aleta é verificado estimando-se sua eficiência, que relaciona a taxa real de trocas térmicas ocorridas na aleta com a taxa máxima teórica, que seria obtida se toda a aleta

possuísse a mesma temperatura observada em sua base. Considerando-se uma aleta do tipo plana, com seção transversal retangular, a eficiência ( $\eta$ ) pode ser estimada pela seguinte expressão

$$\eta = \frac{\tanh(mL_c)}{mL_c}, \quad (1.5)$$

onde  $L_c$  é o comprimento corrigido da aleta [m], dado por  $L_c = L + (t/2)$ , sendo  $t$  a espessura da aleta [m].

1. A partir das informações anteriores, considere uma aleta retangular, de cobre ( $k = 400$  W/mK), de comprimento  $L = 0,200$  m, perímetro  $P = 0,110$  m, área de seção transversal  $A_r = 2,5 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup> e espessura  $t = 0,005$  m. Esta aleta possui temperatura de base  $T_b = 400$  K, estando imersa em um ambiente cuja temperatura é  $T_\infty = 300$  K e que oferece um coeficiente convectivo  $h = 100$  W/m<sup>2</sup>K. Neste contexto, calcule a temperatura em cada ponto da aleta, para intervalos de 0,005 m. A seguir, faça um gráfico da temperatura (eixo vertical) *versus* posição.
2. Mantenha todas as informações do item anterior inalteradas, exceto pelo comprimento  $L$ , que apresentará uma faixa de valores, variando de 0,020 a 0,500 m, com um passo de 0,020 m. Neste contexto, calcule a temperatura na extremidade da aleta ( $x = L$ ) e compare o valor obtido com o caso limite, no qual considera-se uma aleta de comprimento infinito. No caso de uma aleta de comprimento infinito, a temperatura é obtida através da seguinte expressão

$$T(x) = T_\infty + (T_b - T_\infty) \exp(-mx) \quad (1.6)$$

e informe se a diferença entre a temperatura dada pela expressão (1.3) e a dada pela expressão (1.4) é inferior a 1% (tolerância). Utilize, para tanto, a função lógica "se". A diferença percentual é definida como:

$$dif = \left| \frac{T_{x=L}|_{\text{convectiva}} - T_{x=L}|_{\text{comp.infinito}}}{T_{x=L}|_{\text{convectiva}}} \right| \times 100\% \quad (1.7)$$

3. Mantenha todas as informações do item (1) inalteradas, exceto pelo comprimento  $L$  da aleta, que apresentará uma faixa de valores, variando de 0,000 a 0,500 m, com um passo de 0,025 m. Neste contexto, calcule a eficiência da aleta, para cada comprimento. Plote um gráfico da eficiência (eixo vertical) *versus*  $\alpha$ , sendo  $\alpha$  definido como

$$\alpha = L_c^{3/2} \left( \frac{h}{kL_c t} \right)^{1/2}. \quad (1.8)$$

### Exercício extraclasse: Excel - 2.

Uma forma bastante útil de representar funções contínuas e diferenciáveis é através da série de Taylor, cuja expressão geral é:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ f^{(n)}(x_0) \frac{[x-x_0]^n}{n!} \right\} \quad (2.1)$$

$$= f(x_0) + f'(x_0) \cdot [x-x_0] + \frac{1}{2!} f''(x_0) \cdot [x-x_0]^2 + \frac{1}{3!} f'''(x_0) \cdot [x-x_0]^3 + \dots$$

De um modo geral, tal expansão é mais utilizada quando se deseja trabalhar com métodos numéricos como o método de diferenças finitas, para a aproximação de derivadas. Pode-se, contudo, utilizar tais funções em diversas situações e para diferentes funções, como é o caso das funções trigonométricas. Considere a função  $\sin(x)$ , cuja expansão em série de Taylor, em torno do ponto  $x_0 = 0$ , é dada por:

$$\sin(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} x^{2n+1} \quad (2.2)$$

Com base nestas informações, desenvolva o seguinte procedimento:

1. Em uma dada coluna da planilha, informe ângulos em graus, no intervalo de 0 a 360, com passo de 10 graus.
2. Na coluna seguinte, converta o ângulo em radianos. A partir desse momento, tais ângulos serão denominados de  $x$ .
3. Nas próximas 8 colunas, calcule o somatório da expressão (2.2) de forma aproximada. Neste caso, ter-se-á:
  - a. Na primeira coluna, o somatório será aproximado por

$$\sin(x) \approx \frac{(-1)^0}{(2 \cdot 0 + 1)!} x^{2 \cdot 0 + 1} = x. \quad (2.3)$$

- b. Na segunda coluna, o somatório será

$$\sin(x) \approx \frac{(-1)^0}{(2 \cdot 0 + 1)!} x^{2 \cdot 0 + 1} + \frac{(-1)^1}{(2 \cdot 1 + 1)!} x^{2 \cdot 1 + 1} = x - \frac{1}{3!} x^3. \quad (2.4)$$

- c. Na terceira coluna, o somatório será

$$\sin(x) \approx \frac{(-1)^0}{(2 \cdot 0 + 1)!} x^{2 \cdot 0 + 1} + \frac{(-1)^1}{(2 \cdot 1 + 1)!} x^{2 \cdot 1 + 1} + \frac{(-1)^2}{(2 \cdot 2 + 1)!} x^{2 \cdot 2 + 1} = x - \frac{1}{3!} x^3 + \frac{1}{5!} x^5. \quad (2.4)$$

E assim sucessivamente. Note que  $x$  refere-se ao ângulo (em radianos).

4. Na coluna posterior, calcule o valor exato de  $\sin(x)$ . Para esta coluna e as anteriores, apresente o resultado utilizando 4 casas decimais.
5. Faça o gráfico do valor do somatório aproximado (item 3) e do seno (item 4) *versus* ângulo em graus. O eixo das ordenadas deve ser configurado de modo que o intervalo mostrado varie de -1 a 1.

### Exercício extraclasse: Excel - 3.

Deseja-se estudar a variação de propriedades de escoamento para diversos valores de velocidades. Para tanto, considere um tubo de aço, com diâmetro ( $D$ ) de 0,50 m, rugosidade superficial interna ( $e$ ) de  $50 \times 10^{-6}$  m; comprimento total ( $L$ ) de 10 m; e temperatura superficial constante ( $T_{sup}$ ) de  $75^\circ\text{C}$ . Como fluido em estudo, considere a água, com as seguintes propriedades: viscosidade absoluta ( $\mu$ ) de  $855 \times 10^{-6}$  Ns/m<sup>2</sup>; número de Prandtl ( $Pr$ ) de 5,83; densidade ( $\rho$ ) de  $997$  kg/m<sup>3</sup>; calor específico ( $c_p$ ) de  $4179$  J/kgK; condutividade térmica ( $k$ ) de  $0,613$  W/mK. Considere, também, que a temperatura de entrada da água ( $T_{ent}$ ) é de  $15^\circ\text{C}$ .

1. Digite todos os dados do enunciado em células do Excel, identificando cada propriedade - por exemplo, célula A1: "Propriedades do tubo"; célula A2: "Diâmetro"; célula B2: 0,25; célula C2: "m"; e assim por diante.
2. Em uma coluna, digite os seguintes valores de velocidades ( $u$ ): 0,001; 0,002; 0,005; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1; 2; 5. Tais velocidades estão todas em [m/s]. Apresente as velocidades em formato científico, com uma casa decimal.
3. Calcule o número de Reynolds ( $Re$ ) para cada uma das velocidades, utilizando a seguinte expressão:

$$Re = \frac{\rho u D}{\mu} \quad (3.1)$$

Faça referências absolutas aos valores das propriedades digitadas no item (a), onde couber.

4. Determine o regime de escoamento. Para tanto, considere que:  
se  $Re \leq 2300$ : regime laminar;  
se  $2300 < Re \leq 10000$ : regime de transição  
se  $Re > 10000$ : regime turbulento.  
Utilize a função lógica "se".
5. Calcule o fator de atrito de Darcy ( $f$ ), a partir das seguintes expressões:

$$\text{se } Re \leq 2300: f = \frac{64}{Re}$$

$$\text{se } Re > 2300: f = \frac{1}{4} \left[ \log \left( \frac{e/D}{3,7} + \frac{5,74}{Re^{0,9}} \right) \right]^{-2}$$

Faça referências absolutas onde couber. Utilize a função lógica "se".

6. Calcule o número de Nusselt ( $Nu$ ), empregando as seguintes expressões:

$$\text{se } Re \leq 2300: Nu = 3,66$$

$$\text{se } Re > 2300: Nu = \frac{(f/8)(Re-1000)Pr}{1+12,7(f/8)^{1/2}(Pr^{2/3}-1)}$$

Utilize referências absolutas onde couber. Utilize a função lógica "se".

7. Estime o valor do coeficiente convectivo ( $h$ ), de acordo com a seguinte expressão:

$$h = \frac{Nu k}{D}, \text{ empregando referências absolutas onde couber.}$$

8. Calcule o fluxo de massa de água ( $\dot{m}$ ) no duto para cada velocidade, empregando:

$$\dot{m} = \frac{\rho u \pi D^2}{4}. \quad (3.2)$$

Faça referências absolutas e utilize funções do Excel, onde couber.

9. Calcule a temperatura de saída do fluido, empregando a seguinte expressão:

$$T_{sai} = T_{sup} - (T_{sup} - T_{ent}) \exp\left(-\frac{\pi D L h}{\dot{m} c_p}\right). \quad (3.3)$$

Faça referências absolutas e utilize funções do Excel, onde couber.

10. Calcule a diferença média logarítmica das temperaturas ( $\Delta T_{ml}$ ), empregando a seguinte expressão:

$$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_s - \Delta T_e}{\ln(\Delta T_s / \Delta T_e)}, \quad (3.4)$$

sendo:  $\Delta T_s = T_{sup} - T_{sai}$  e  $\Delta T_e = T_{sup} - T_{ent}$ .

Faça referências absolutas e utilize funções do Excel, onde couber.

11. Calcule a taxa de transferência de calor ( $q$ ), empregando a seguinte expressão:

$$q = h \pi D L \Delta T_{ml}. \quad (3.5)$$

Faça referências absolutas e utilize funções do Excel, onde couber.

12. Plote um gráfico da variação do coeficiente convectivo com a velocidade. Empregue um gráfico do tipo dispersão, com escala log-log e formate-o de modo que os eixos se interceptem no canto inferior esquerdo do gráfico.
13. Plote um gráfico da variação da taxa total de transferência de calor com a velocidade. **Atenção:** utilize apenas as velocidades iguais ou superiores a 0,01 m/s no gráfico. Empregue um gráfico do tipo dispersão, com escala do tipo log-log e formate de modo que os eixos se interceptem no canto inferior esquerdo do gráfico. Adicione uma linha de tendência do tipo potência, mostrando a equação correspondente no gráfico.

**Data de entrega: 29/06/2011 (quarta-feira)**

**e-mails: lucianoaraki@gmail.com e/ou lucaraki@ufpr.br  
ou pessoalmente no Lena-2.**