



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ**

**CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**TM-225 Linguagem de Programação I**

**Professor Luciano Kiyoshi Araki**

(sala 7-30/Lena-2, lucaraki@ufpr.br, lucianoaraki@gmail.com, fone: 3361-3126)

Internet: <ftp://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/TM225/luciano>

## **LISTA DE EXERCÍCIOS (2015/2)**

**(TURMA A)**

### **OBSERVAÇÕES:**

- (1) Esta lista deve ser executada individualmente, duplas ou trios. Informe, dentro do arquivo eletrônico, o nome do(s) executor(es) da lista, preferencialmente na plan01.**
- (2) Apresentar o trabalho na forma de arquivo eletrônico, pessoalmente ou por e-mail. Em cada planilha do arquivo deve ser apresentada uma única questão. Identifique de modo claro cada equação/consideração/dado de entrada utilizado.**
- (3) Os dados de entrada fornecidos (temperaturas, velocidades e demais propriedades físicas) devem ser informados uma única vez em cada questão. Utilizar referências absolutas onde couber; na ausência de referências absolutas, haverá desconto no conceito final.**
- (4) Determinadas variáveis possuem definições diferentes em cada questão. Isto se deve ao fato de que, na elaboração das questões, foi adotada a simbologia mais comumente empregada para cada conceito/caso. Portanto, atenção na simbologia de cada questão.**
- (5) DATA DE ENTREGA: 02 de dezembro de 2015 (quarta-feira).**

### **QUESTÃO 01 (valor 20).**

Uma dada empresa produz dois tipos de baterias, chamadas de B1 e B2. Cada um dos tipos de baterias pode ser fabricado por dois processos diferentes; assim, a bateria B1 pode ser fabricada por um processo P1 ou por um processo P2, enquanto a bateria B2 pode ser fabricada por um processo P3 ou um processo P4. Suponha que o número de baterias B1

fabricados pelo processo P1 seja  $X_1$ , o número de baterias B1 fabricado pelo processo P2 seja  $X_2$ , o número de baterias B2 fabricado pelo processo P3 seja  $X_3$  e o número de baterias B2 fabricado pelo processo P4 seja  $X_4$ . Além disso, considere o seguinte quadro de horas necessárias em cada processo para fabricação de uma bateria:

		Processos			
		P1	P2	P3	P4
Horas necessárias	Maquinário	10	8	5	4
	Mão de obra	3	5	8	11

O total de horas disponíveis para uso do maquinário é de 180, enquanto o total de horas disponíveis pela mão de obra é de 300. O lucro alcançado por bateria é de R\$ 15,00 para o tipo B1 e de R\$ 30,00 para o tipo B2.

- (a) Com base nos dados apresentados, montar o modelo de maximização do lucro. Apresentar tanto a função objetivo (função a maximizar) quanto as restrições cabíveis.
- (b) Resolver o problema de otimização obtido através do solver do Excel. Apresentar os ao menos o relatório de respostas.

## QUESTÃO 2 (valor: 15).

Mancais são elementos de máquinas muito utilizados em projetos mecânicos. Em uma concepção mais ampla, o termo mancal pode ser empregado sempre que duas partes possuem movimento relativo, não importando sua forma ou configuração. Em geral, costuma-se dividir os mancais em duas grandes classes: os de deslizamento e os de rolamento. Observa-se, no entanto, que para ambas as classes normalmente se faz necessária sua lubrificação, de modo a reduzir o atrito e remover o calor que ocorre quando do movimento relativo entre as duas partes que compõem o mancal.

Considere-se um mancal radial de deslizamento, conforme mostrado na figura a seguir:

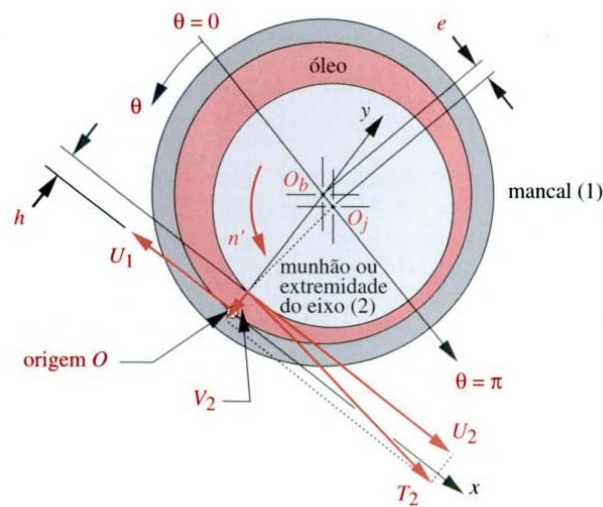


Fig. 2.1: Componentes de velocidade em um mancal de eixo excêntrico.

Nesse mancal, escolhe-se a origem do sistema de coordenadas  $xy$  em qualquer ponto na circunferência do mancal, como no ponto  $O$ . O eixo das coordenadas  $x$  é então tangente ao mancal, enquanto o eixo de coordenadas  $y$  atravessa o centro do mancal  $O_b$  e o eixo de coordenadas  $z$  (não mostrado) é paralelo ao eixo geométrico do mancal. Geralmente, o mancal é estacionário e apenas o eixo roda, mas em alguns casos o contrário pode ocorrer, ou ambos podem rodar. Mostra-se, assim, uma velocidade  $U_1$  para o mancal bem como uma velocidade tangencial  $T_2$  para o eixo. Observa-se que as direções (ângulos) não são os mesmos devido à excentricidade ( $e$ ), que se constitui na distância entre as posições dos centros dos dois componentes do mancal. A excentricidade pode ser escrita em sua forma adimensional ( $\varepsilon$ ), ou seja,

$$\varepsilon = \frac{e}{c_r}, \quad (2.1)$$

onde  $c_r$  é a folga radial, definida a partir da folga diametral ( $c_d$ ), através da seguinte expressão:

$$c_r = \frac{c_d}{2}, \quad (2.2)$$

sendo que, por sua vez, a folga diametral ( $c_d$ ) pode ser avaliada através da diferença entre os diâmetros do mancal ( $d_1$ ) e do eixo ( $d_2$ ):

$$c_d = d_1 - d_2. \quad (2.3)$$

Na Fig. 2.1, tem-se ainda a velocidade tangencial  $U_1$  para o mancal, bem como a velocidade tangencial  $T_2$  para o eixo. Deve-se observar que as direções (ângulos) não são as mesmas devido à excentricidade. A velocidade tangencial  $T_2$  do eixo pode ser decomposta em componentes nas direções  $x$  e  $y$  como  $U_2$  e  $V_2$ , respectivamente. O ângulo entre  $T_2$  e  $U_2$  é tão pequeno que a aproximação  $\cos\theta \approx 1$  pode ser realizada sem problemas, de tal modo que se considere  $U_2 = T_2$ . A componente  $V_2$  na direção  $y$  se deve ao fechamento (ou abertura) do intervalo  $h$  à medida que ele roda e tem-se que

$$V_2 = U_2 \frac{\partial h}{\partial x} \quad (2.4)$$

Com base nas hipóteses anteriores, pode-se escrever a equação de Reynolds relacionando a mudança do intervalo de espessura  $h$ , as velocidades relativas entre o eixo e o mancal  $V_2$  e  $U_1 - U_2$  e a pressão no fluido  $p$  como uma função das duas dimensões  $x$  e  $z$ , supondo-se que o eixo e o mancal sejam paralelos na direção  $z$  e que a viscosidade  $\eta$  seja constante, ou seja,

$$\begin{aligned} \frac{1}{6\eta} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) \right] &= (U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial x} + 2V_2 \\ &= (U_1 - U_2) \frac{\partial h}{\partial x} + 2U_2 \frac{\partial h}{\partial x} = (U_1 + U_2) \frac{\partial h}{\partial x} = U \frac{\partial h}{\partial x} \end{aligned} \quad (2.5)$$

onde  $U = U_1 + U_2$ . Ao se considerar um mancal infinitamente longo na direção  $z$ , tem-se que o fluxo se torne nulo e a distribuição nessa direção seja constante, de modo que  $\partial p / \partial z = 0$ . Desse modo, a equação de Reynolds se reduz a

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial x} \right) = 6\eta U \frac{\partial h}{\partial x} \quad (2.6)$$

cuja solução analítica foi proposta por Sommerfeld, em 1904,

$$p = \frac{\eta U r}{c_r^2} \left[ \frac{6\varepsilon (\sin \theta)(2 + \varepsilon \cos \theta)}{(2 + \varepsilon^2)(1 + \varepsilon \cos \theta)^2} \right] + p_0 \quad (2.7)$$

que fornece a pressão  $p$  no filme de lubrificante como uma função da posição angular  $\theta$  ao redor do mancal para dimensões particulares do raio  $r$  do eixo, folga radial  $c_r$ , razão de excentricidade  $\varepsilon$ , velocidade da superfície  $U$  e viscosidade  $\eta$ .

Com base nas informações anteriores, calcule a pressão em um mancal longo, cuja solução foi proposta por Sommerfeld (Eq. 2.7). Para tanto, empregue ângulos entre  $0$  e  $180^\circ$ , com variação de  $5^\circ$ , pressão  $p_0$  de  $10000$  Pa, raio do eixo  $r = d_2/2 = 0,320$  m, diâmetro do mancal  $d_1 = 0,650$  m, excentricidade  $e$  de  $5 \times 10^{-4}$  m, velocidade  $U$  de  $15$  m/s e como lubrificante, foi empregado um óleo SAE 40, cuja viscosidade  $\eta$  a  $20^\circ\text{C}$  é de  $3,2 \times 10^{-1}$  Ns/m<sup>2</sup>. Com os dados obtidos, plote um gráfico de pressão [Pa] *versus* ângulo [graus].

### QUESTÃO 03 (valor: 15).

Dentre os mecanismos de transferência de calor, a radiação é a único que não necessita de um meio material para ocorrer. Para sua modelagem, são estudadas as propriedades de corpos negros, que se constituem em corpos ideais, que apresentam como características:

- (1) Trata-se de um absorvedor ideal (o corpo negro absorve toda a energia nele incidente).
- (2) Trata-se de um emissor ideal (nenhum corpo, à mesma temperatura, é capaz de emitir mais energia que um corpo negro).
- (3) Trata-se de um emissor difuso (não existe direção preferencial na emissão de um corpo negro).

Para o estudo da emissão de um corpo negro, Planck (em 1900), determinou uma expressão para a chamada intensidade espectral de um corpo negro ( $I_{\lambda, cn}$ )

$$I_{\lambda, cn}(\lambda, T) = \frac{2hc_o^2}{\lambda^5 [\exp(hc_o/\lambda kT) - 1]}, \quad (3.1)$$

que é uma função do comprimento de onda  $\lambda$ , dado em micrômetros [ $\mu\text{m}$ ], e da temperatura absoluta  $T$ , dado em Kelvins [K]. Na Eq. (2.1), tem-se que:  $h$  é a constante universal de Planck, cujo valor é de  $6,626 \times 10^{-34}$  J·s;  $k$  é a constante universal de Boltzmann, cujo valor é de  $1,381 \times 10^{-23}$  J/K; e  $c_o$  é a velocidade da luz no vácuo, cujo valor aproximado é de  $2,998 \times 10^8$  m/s. A partir da integração da Eq. (3.1) sobre para uma superfície hemisférica, obtém-se o chamado poder emissivo espectral ( $E_{\lambda, cn}$ ), dado por

$$E_{\lambda, cn}(\lambda, T) = \frac{2 \pi h c_o^2}{\lambda^5 [\exp(h c_o / \lambda k T) - 1]} \quad (3.2)$$

Com base na Eq. (3.2), plote um gráfico log-log com o poder emissivo espectral  $E_{\lambda, cn}$  [ $\text{W}/\text{m}^2 \cdot \text{m}$ ] em função do comprimento de onda  $\lambda$  [m]. Considere os seguintes valores para a temperatura  $T$ : 50 K, 100 K, 300 K, 500 K, 1000 K, 2000 K, 4000 K, 6000 K. Para a plotagem do gráfico, utilize comprimentos de onda entre 0,1 e 1000  $\mu\text{m}$  e no caso dos valores do poder emissivo espectral, apresente apenas os valores superiores a  $1 \text{ W}/\text{m}^2 \cdot \text{m}$ .

Dica: Busque na internet qual o formato para o gráfico de poder emissivo espectral de um corpo negro, para que seu gráfico não fique em demasiado diferente do esperado.

#### QUESTÃO 04 (valor: 20).

A condução de calor em superfícies estendidas (aletas) é um importante caso estudado em transferência de calor, envolvendo a condução de calor no interior de um sólido e a convecção (e/ou radiação) nas fronteiras desse sólido. Tais superfícies são empregadas para aumentar o calor trocado entre um sólido e um fluido (ou ambiente), pela maximização da área de contato em que ocorre o processo de transferência de calor. Aletas são comumente observadas em refrigeradores, radiadores de automóveis/motocicletas e computadores (coolers), entre outras aplicações. Matematicamente, o fenômeno é modelado através da seguinte equação diferencial (Incropera et al., 2008):

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \left( \frac{1}{A_r} \frac{dA_r}{dx} \right) \frac{dT}{dx} - \left( \frac{1}{A_r} \frac{h dA_s}{k dx} \right) (T - T_\infty) = 0, \quad (4.1)$$

sendo  $T$  a temperatura [K];  $x$  a posição ao longo da aleta [m];  $A_{tr}$  a área da seção transversal da aleta [m<sup>2</sup>];  $h$  o coeficiente convectivo [W/m<sup>2</sup>K];  $k$  a condutividade térmica do material da aleta [W/mK];  $A_s$  a área superficial em contato com o fluido [m<sup>2</sup>]; e  $T_\infty$  a temperatura do fluido [K]. No caso de uma aleta de seção transversal uniforme, a equação anterior pode ser simplificada fornecendo:

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA_{tr}}(T - T_\infty) = 0, \quad (4.2)$$

onde  $P$  é o perímetro da seção transversal da aleta [m]. Essa equação diferencial apresenta solução analítica, considerando-se as propriedades constantes. No caso mais realístico, que envolve a transferência de calor convectiva na ponta da aleta, obtém-se a seguinte expressão:

$$T(x) = T_\infty + (T_b - T_\infty) \frac{\cosh[m(L-x)] + \left(\frac{h}{mk}\right) \sinh[m(L-x)]}{\cosh(mL) + \left(\frac{h}{mk}\right) \sinh(mL)}, \quad (4.3)$$

sendo  $T_b$  a temperatura da base da aleta [K];  $L$  o comprimento total da aleta [m]; e  $m$  um parâmetro adimensional, estimado através da seguinte relação:

$$m = \left(\frac{hP}{kA_{tr}}\right)^{1/2}. \quad (4.4)$$

Já o desempenho da aleta é verificado estimando-se sua eficiência, que relaciona a taxa real de trocas térmicas ocorridas na aleta com a taxa máxima teórica, que seria obtida se toda a aleta possuísse a mesma temperatura observada em sua base. Considerando-se uma aleta do tipo plana, com seção transversal retangular, a eficiência ( $\eta$ ) pode ser estimada pela seguinte expressão

$$\eta = \frac{\tanh(mL_c)}{mL_c}, \quad (4.5)$$

onde  $L_c$  é o comprimento corrigido da aleta [m], dado por  $L_c = L + (t/2)$ , sendo  $t$  a espessura da aleta [m].

1. A partir das informações anteriores, considere uma aleta retangular, de cobre ( $k = 400$  W/mK), de comprimento  $L = 0,250$  m, perímetro  $P = 0,120$  m, área de seção transversal  $A_{tr} = 5 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup> e espessura  $t = 0,010$  m. Esta aleta possui temperatura de base  $T_b = 450$  K, estando imersa em um ambiente cuja temperatura é  $T_\infty = 300$  K e que oferece um coeficiente convectivo  $h = 180$  W/m<sup>2</sup>K. Neste contexto, calcule a temperatura em cada ponto da aleta, para intervalos de 0,005 m. A seguir, faça um gráfico da temperatura (eixo vertical) *versus* posição.
2. Mantenha todas as informações do item anterior inalteradas, exceto pelo comprimento  $L$ , que apresentará uma faixa de valores, variando de 0,100 a 0,600 m, com um passo de 0,020 m. Neste contexto, calcule a temperatura na extremidade da aleta ( $x = L$ ) e compare o valor obtido com o caso limite, no qual considera-se uma aleta de comprimento infinito. No caso de uma aleta de comprimento infinito, a temperatura é obtida através da seguinte expressão

$$T(x) = T_\infty + (T_b - T_\infty) \exp(-mx) \quad (4.6)$$

e informe se a diferença entre a temperatura dada pela expressão (4.3) e a dada pela expressão (4.4) é inferior a 1% (tolerância). Utilize, para tanto, a função lógica "se". A diferença percentual é definida como:

$$dif = \left| \frac{T_{x=L}|_{convectiva} - T_{x=L}|_{comp.infinito}}{T_{x=L}|_{convectiva}} \right| \times 100\% \quad (4.7)$$

3. Mantenha todas as informações do item (1) inalteradas, exceto pelo comprimento  $L$  da aleta, que apresentará uma faixa de valores, variando de 0,000 a 0,600 m, com um passo de 0,020 m. Neste contexto, calcule a eficiência da aleta, para cada comprimento. Plote um gráfico da eficiência (eixo vertical) *versus*  $\alpha$ , sendo  $\alpha$  definido como



$$\alpha = L_c^{3/2} \left( \frac{h}{kL_c t} \right)^{1/2} . \quad (4.8)$$

**QUESTÃO 5 (valor: 15).**

Considere o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} 10x_1 - x_2 + 2x_3 = 6 \\ -x_1 + 11x_2 - x_3 + 3x_4 = 25 \\ 2x_1 - x_2 + 10x_3 - x_4 = -11 \\ 3x_2 - x_3 + 8x_4 = 15 \end{cases}$$

Resolva-o no Excel empregando: inversão de matrizes e o solver. Apresentar, no caso de inversão de matrizes, a matriz inversa; e no caso do solver, os parâmetros adotados do solver. Ao utilizar o solver, apresentar ao menos o relatório de respostas.

**QUESTÃO 6 (valor: 15).**

Considere o seguinte sistema de equações não lineares

$$\begin{cases} x_1^2 - x_2^2 + 2x_2 = 0 \\ 2x_1 + x_2^2 - 6 = 0 \end{cases}$$

Resolva-o no Excel empregando o Solver. Inicialmente, utilize como estimativa inicial  $x_1 = -4$  e  $x_2 = 4$ . Apresente o relatório de respostas para este caso. Caso a estimativa inicial seja  $x_1 = 4$  e  $x_2 = -4$ , a solução obtida se mantém? Apresente o relatório de respostas relativo a este novo caso.