



UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

CAMPUS CURITIBA

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA

ENGENHARIA INDUSTRIAL MECÂNICA

PROJETO FINAL DE CURSO II

**OTIMIZAÇÃO PARAMÉTRICA DE
CONCENTRADORES DE TENSÕES CLÁSSICOS**

CURITIBA

NOVEMBRO - 2007

PAULO ROGÉRIO FRANQUETTO

OTIMIZAÇÃO PARAMÉTRICA DE CONCENTRADORES DE TENSÕES CLÁSSICOS

Monografia apresentada à disciplina de Projeto de Final de Curso II como requisito parcial para aprovação.

Orientador: Prof. Jucélio Tomás Pereira, *D.Sc.*

Co-orientadora: Prof^a. Elisabeth Penner, *D.Sc.*

CURITIBA

NOVEMBRO - 2007

TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a monografia de Projeto Final intitulada “OTIMIZAÇÃO PARAMÉTRICA DE CONCENTRADORES DE TENSÕES CLÁSSICOS”, realizada pelo aluno PAULO ROGÉRIO FRANQUETTO como requisito parcial para aprovação na disciplina Projeto Final II.

Banca: Prof. Jucélio Tomás Pereira, *D.Sc.*

Departamento Acadêmico de Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Carlos Henrique da Silva, *Dr. Eng.*

Departamento Acadêmico de Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Eduardo Gregório Olienick Filho, *M.Eng.*

Departamento Acadêmico de Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Curitiba, 13 de Novembro de 2007.

AGRADECIMENTOS

Aos meus orientadores, Prof. Jucélio Tomás Pereira e Prof^a. Elizabeth Penner, pela contribuição que deram ao meu desenvolvimento profissional.

Ao Prof. Eduardo do Nascimento pelas orientações e horas despendidas nos ensaios de tração.

Ao Prof. Cid Vicentini Silveira pelo apoio na utilização da máquina de medir por coordenada.

A empresa Comp Indústria e Comércio de Metais Ltda na pessoa do Senhor Celso do Amaral Filho, pela doação do material e confecção dos corpos de provas utilizados.

RESUMO

Este projeto tem como objetivo buscar a redução no valor do fator de concentração de tensão em componentes mecânicos sujeitos a concentradores de tensões geométricos clássicos, tais como: furos, rebaixos, escalonamentos e rasgos, entre outros. Neste sentido, são propostas formas geométricas de alívio e também são utilizadas formas disponíveis na literatura, as quais são definidas e modeladas parametricamente. A determinação dos valores ótimos dos parâmetros para cada elemento de alívio analisado é obtida pela utilização do Método dos Elementos Finitos aliado aos métodos e ferramentas de otimização matemática disponíveis no módulo de otimização do *software* comercial ANSYS. São abordados diferentes tipos de carregamentos aplicados em casos com geometria fixa. Os resultados numéricos mostram que o elemento geométrico de alívio tende a suavizar as linhas de força entorno do concentrador, reduzindo o valor o fator de concentração de tensão. Para o caso de elemento geométrico de alívio de forma triangular em placa com furo sob tração a redução é de 36%. Já para eixos com escalonamento submetidos à torção e com raio de alívio a redução é de 24%. Para eixo com rasgo para anel elástico adotado, verificou-se que a forma de alívio implementada reduz o valor do pico de tensão, porém não viabiliza a fabricação do eixo, devida a pequena distância entre o rasgo e o elemento de alívio. A validação dos resultados numéricos é realizada através de análise experimental de tensões com a técnica de extensometria. São ensaiadas quatro configurações distintas de alívio otimizadas, aplicadas ao caso de placa plana com furo central, sob o carregamento de tração pura. De maneira geral, comprovaram-se os resultados numéricos, apesar de alguns resultados apresentarem discrepâncias em relação ao valor esperado, em virtude de problemas oriundos da instalação dos extensômetros e de erros dimensionais do processo de fabricação dos corpos de provas. Ao término deste trabalho verificou-se a aplicabilidade das técnicas de otimização na redução do fator de concentração de tensão sendo uma boa ferramenta de projetos ótimos.

Palavras-chave: Concentração de Tensão, Otimização Estrutural, Método dos Elementos Finitos, Extensometria.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Produção de descontinuidade em placa através de um furo.....	15
Figura 2 – Distribuição qualitativa de tensão em placa sob tração. Fonte: PILKEY (1997).....	16
Figura 3 – Furos de alívio de tensão indicados com linha tracejada.	17
Figura 4 – Sólido sujeito a carregamento aleatório (a), seccionado por plano imaginário na direção x_1 (b) e elemento infinitesimal de área contendo o ponto P e ao longo do plano imaginário (c).	21
Figura 5 – Representação do estado de tensões num dado ponto material.	22
Figura 6 – Representação do estado plano de tensões.	24
Figura 7 – Exemplo com indicação ponto de avaliação da área para o cálculo do K_{tg} e K_{tn}	25
Figura 8 – Linhas de força em componentes sob tração ou flexão.	26
Figura 9 – Linhas de força em eixo sob torção.....	26
Figura 10 – Exemplo de gráfico de concentração de tensão para placa plana finita.	27
Figura 11 – Exemplo de forma de alívio geométrico de tensão. Fonte: MARSHEK (1987).....	28
Figura 12 – Elemento sem alívio (a); Suavização das linhas de força através de alterações geométricas, (b), (c) e (d). Fonte: HIBBELER (2000).	28
Figura 13 – Exemplos de forma de alívio geométrico de tensão. Fonte: MARSHEK (1987).....	29
Figura 14 – Exemplos de forma de alívio geométrico de tensão. Fonte: DEUTSCHMAN (1975).....	29
Figura 15 – Exemplos de forma de alívio geométrico de tensão. Fonte: YOUNG (2002).....	30
Figura 16 – Exemplos de forma de alívio geométrico de tensão. Fonte: SHIGLEY (1986).....	30

Figura 17 – Carregamento de tração (a) e distribuição de tensão (b). Fonte: NORTON (2000).	31
Figura 18 – Carregamento de flexão (a) e distribuição de tensão (b). Fonte: NORTON (2000).	32
Figura 19 – Carregamento de torção (a) e distribuição de tensão (b). Fonte: NORTON (2000).	33
Figura 20 – Indicação de pontos de mínimo e máximos globais e locais. Fonte: ARORA (2004).	36
Figura 21 – Exemplo de penalidade estendida – interior aplica as restrições. Fonte: ANSYS (1994).	40
Figura 22 – Redução inicial do intervalo de busca. Fonte: ARORA (2004).	44
Figura 23 – Esquema da redução realizada pelo método da seção áurea. Fonte: ARORA (2004).	45
Figura 24 – Variação da seção transversal de um fio metálico sob tração.	51
Figura 25 – Esquema de montagem da ponte de Wheatstone. Adaptado de DOYLE (2004).	53
Figura 26 – Dimensões fixas da chapa sem elemento de alívio, em milímetros.	58
Figura 27 – Dimensões fixas do rebaixo, em milímetros.	58
Figura 28 – Dimensões fixas do eixo com escalonamento, em milímetros.	59
Figura 29 – Dimensões fixas do eixo com rasgo para anel elástico, em milímetros.	59
Figura 30 – Dimensões fixas do eixo com furo passante, em milímetros.	60
Figura 31 – Dimensões fixas do eixo com rasgo de chaveta, em milímetros.	60
Figura 32 – Indicação da parcela do problema de placa com furo resolvida.	61
Figura 33 – Indicação da parcela do problema de placa com rebaixo resolvida.	61
Figura 34 – Indicação da parcela do problema de eixo com anel elástico sob torção resolvida.	61
Figura 35 – Indicação da parcela do problema resolvida para eixo com rebaixo (a).	62

Figura 36 – Elemento plano quadrático de oito nós. Fonte: ANSYS (1994).....	62
Figura 37 – Elemento de casca de quadrático de oito nós. Fonte: ANSYS (1994). ..	63
Figura 38 – Elemento sólido tetraédrico quadrático de dez nós. Fonte: ANSYS (1994).....	63
Figura 39 – Exemplo de aplicação das condições de contorno.....	69
Figura 40 – Exemplo de aplicação das condições de contorno.....	69
Figura 41 – Exemplo de aplicação das condições de contorno.....	69
Figura 42 – Exemplo de aplicação das condições de contorno.....	69
Figura 43 – Exemplo de aplicação das condições de contorno do eixo sob torção. .	70
Figura 44 – Condições de contorno do eixo com rasgo para anel elástico sob torção.	70
Figura 45 – Exemplo de aplicação das condições de contorno do eixo sob flexão,..	71
Figura 46 – Exemplo de aplicação das condições de contorno do eixo sob flexão...71	71
Figura 47 – Parâmetros D e L, utilizados como variáveis de projeto. Dimensões em milímetros.....	74
Figura 48 – Parâmetros D1, D2, L1 e L2, utilizados como variáveis de projeto.	75
Figura 49 – Parâmetros A, B e L, utilizados como variáveis de projeto. Dimensões em milímetros.....	76
Figura 50 – Parâmetros L1, L2, A e B utilizados como variáveis de projeto.	77
Figura 51 – Parâmetro D utilizado como variáveis de projeto. Dimensões em milímetros.....	77
Figura 52 – Parâmetros D e X utilizados como variáveis de projeto. Dimensões em milímetros.....	78
Figura 53 – Parâmetros D, X e Y utilizados como variáveis de projeto. Dimensões em milímetros.....	78
Figura 54 – Parâmetro D utilizado como variável de projeto. Dimensões em milímetros.....	79

Figura 55 – Parâmetros D e Y utilizados como variáveis de projeto (a). Detalhe para posição do parâmetro Y (b). Dimensões em milímetros.....	80
Figura 56 – Parâmetros D e X utilizados como variáveis de projeto. Dimensões em milímetros.....	80
Figura 57 – Parâmetros D e X utilizado como variável de projeto. Dimensões em milímetros.....	81
Figura 58 – Parâmetros D e X utilizado como variável de projeto. Dimensões em milímetros.....	81
Figura 59 – Parâmetro H utilizado como variável de projeto. Dimensões em milímetros.....	82
Figura 60 – Parâmetro H utilizado como variável de projeto. Dimensões em milímetros.....	82
Figura 61 – Parâmetros D e L utilizados como variáveis de projeto. Dimensões em milímetros.....	83
Figura 62 – Parâmetros De X utilizados como variáveis de projeto. Dimensões em milímetros.....	83
Figura 63 – Parâmetros De X utilizados como variáveis de projeto. Dimensões em milímetros.....	84
Figura 64 – Um terço dos corpos de prova fabricados para a análise experimental de tensões.....	85
Figura 65 – Aspecto geral da máquina de medir por coordenada.....	86
Figura 66 – Corpos de prova durante avaliação de suas dimensões.....	86
Figura 67 – Sistema de aquisição utilizado Lynx.....	87
Figura 68 – Indicação das superfícies lixadas dos corpos de provas: Região interna	88
Figura 69 – Indicação das posições de colagem dos extensômetros.	89
Figura 70 – Terminal de ligação, fios de condução de sinal e do extensômetro sendo soldado.....	90

Figura 71 – Parcela dos corpos de prova preparados para análise experimental.....	91
Figura 72 – Máquina de tração utilizada na análise experimental.....	92
Figura 73 – Carregamento em função do tempo utilizado na análise experimental. .	92
Figura 74 – Detalhe do alinhamento do corpo de prova na máquina de tração.	93
Figura 75 – Ligação dos cabos na placa de aquisição.....	94
Figura 76 – Corpo de prova durante ensaio de tração.	94
Figura 77 – Aspecto da função objetivo para o caso de placa com furo	95
Figura 78 – Aspecto da função objetivo para o caso de placa com rebaixo.....	96

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Concentradores de tensão a serem otimizados.	18
Tabela 2 – Tipos de configuração possíveis na ponte de Wheatstone. Fonte: Adaptado de KYOWA.....	54
Tabela 3 – Formas de alívio adotadas para otimização dos concentradores em chapas.....	56
Tabela 4 – Formas de alívio adotadas para otimização dos concentradores em eixos.	57
Tabela 5 – Análise do tamanho do elemento no problema de placa plana com furo.	65
Tabela 6 – Comparação entre o fator de concentração de tensão da literatura e numérico.	65
Tabela 7 – Aspecto da malha utilizada nos alívios geométricos dos casos de placa plana com furo.	66
Tabela 8 – Aspecto da malha utilizada nos alívios geométricos dos casos de placa plana com rebaixo.....	66
Tabela 9 – Aspecto da malha utilizada nos alívios geométricos dos casos de eixo..	66
Tabela 10 – Aspecto da malha utilizada nos alívios geométricos dos casos de eixo com escalonamento.	67
Tabela 11 – Aspecto da malha utilizada nos alívios geométricos dos casos de eixo com furo passante.....	67
Tabela 12 – Aspecto da malha utilizada nos alívios geométricos dos casos de eixo	68
Tabela 13 – Resultados ótimos obtidos para placa com furo, sob tração.	97
Tabela 14 – Resultados ótimos obtidos para placa com furo, sob flexão.....	98
Tabela 15 – Resultados ótimos obtidos para placa com rebaixo, sob tração.....	99
Tabela 16 – Resultados ótimos obtidos para placa com rebaixo, sob flexão.	99

Tabela 17 – Resultados ótimos obtidos para eixo com escalonamento, sob flexão.	100
Tabela 18 – Resultados ótimos obtidos para eixo com escalonamento, sob torção.	101
Tabela 19 – Resultados ótimos obtidos para eixo com rasgo para anel elástico, sob flexão.....	102
Tabela 20 – Resultados ótimos obtidos para eixo com rasgo para anel elástico, sob torção.	102
Tabela 21 – Resultados ótimos obtidos para eixo com furo passante, sob flexão. .	103
Tabela 22 – Resultados ótimos obtidos para eixo com furo passante, sob torção..	103
Tabela 23 – Resultados ótimos obtidos para eixo com rasgo de chaveta, sob flexão.	104
Tabela 24 – Resultados ótimos obtidos para eixo com rasgo de chaveta, sob torção.	105
Tabela 25 – Dados referentes a análise experimental dos corpos de provas sem furo de alívio.....	108
Tabela 26 – Dados referentes a análise experimental dos corpos de provas com um furo de alívio.....	108
Tabela 27 – Dados referentes a análise experimental dos corpos de provas com dois furos de alívio.....	108
Tabela 28 – Dados referentes a análise experimental dos corpos de provas com alívio elíptico.	109
Tabela 29 – Dados referentes a análise experimental dos corpos de provas com alívio triangular.....	109
Tabela 30 – Análise numérica do modelo produzido de acordo com dimensões do ensaio de metrologia.	110
Tabela 31 – Compilação final do resultado experimental.....	112

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS

RESUMO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Problema	15
1.2	Objetivos	17
1.3	Justificativa	17
1.4	Conteúdo do trabalho	19
2	BASE TEÓRICA	20
2.1	Mecânica dos Sólidos	20
2.1.1	Conceito de tensão	20
2.1.2	Estado plano de tensões	23
2.1.3	Concentração de tensão	24
2.1.4	Formas de carregamento	30
2.2	Otimização	33
2.2.1	Conceitos de otimização	33
2.2.2	Formulação do problema	37
2.2.3	Métodos de otimização do ANSYS	38
2.3	Método dos Elementos Finitos	45
2.3.1	Formulação matemática	47
2.4	Análise experimental de tensões	50
3	MATERIAIS E MÉTODOS	55
3.1	Análise Numérica	55
3.1.1	Formas de alívio	55
3.1.2	Dimensões do modelo	55
3.1.3	Redução do problema	60
3.1.4	Escolha do elemento finito	62
3.1.5	Condições de contorno	64
3.1.6	Parâmetros de otimização	72
3.2	Análise Experimental de Tensões	84
3.2.1	Confecção dos corpos de provas	84
3.2.2	Verificação dimensional	85
3.2.3	Extensometria	86

4	RESULTADOS OBTIDOS	95
4.1	Resultados Numéricos	95
4.1.1	Placa plana com furo e com rebaixo	95
4.1.2	Eixo com escalonamento	100
4.1.3	Eixo com rasgo para anel elástico	101
4.1.4	Eixo com furo passante	101
4.1.5	Eixo com rasgo de chaveta	104
4.2	Resultados Experimentais	105
4.3	Discussão dos Resultados	111
5	CONCLUSÕES	114
	REFERÊNCIAS	116
	APÊNDICE A – Custo da análise experimental	118
	APÊNDICE B – Placa com furo sob tração	119
	APÊNDICE C – Placa com furo sob flexão	127
	APÊNDICE D – Placa com rebaixo sob tração	135
	APÊNDICE E – Placa com rebaixo sob flexão	140
	APÊNDICE F – Eixo com escalonamento sob flexão	145
	APÊNDICE G – Eixo com escalonamento sob torção	147
	APÊNDICE H – Eixo com rasgo para anel elástico sob flexão	149
	APÊNDICE I – Eixo com rasgo para anel elástico sob torção	150
	APÊNDICE J – Eixo com furo passante sob flexão	151
	APÊNDICE L – Eixo com furo passante sob torção	153
	APÊNDICE M – Eixo com rasgo de chaveta sob flexão	154
	APÊNDICE N – Eixo com rasgo de chaveta sob torção	156
	APÊNDICE O – Resultados da avaliação dimensional	158
	APÊNDICE P – Resultados experimentais	163
	APÊNDICE Q – Lista de equipamentos utilizados	171
	APÊNDICE R – Artigo	172
	APÊNDICE S – Desenho técnico dos corpos de prova	183

1 INTRODUÇÃO

1.1 Problema

O avanço da tecnologia vem aprimorando constantemente os processos de fabricação e as técnicas de projeto de componentes mecânicos. Isso se materializa em produtos mais leves, seguros, duráveis e acessíveis.

Porém, apesar deste aprimoramento contínuo, alguns elementos continuam presentes nos projetos, tais como: furos para colocação de parafusos ou pinos, escalonamento de eixos para acomodar rolamento, rasgos para anel elástico, entalhes, entre outros, e segundo NORTON (2004), estes elementos são freqüentes. Eles têm em comum a característica de deixar a peça com seção transversal não-uniforme ou descontínua. A Figura 1 mostra, esquematicamente, um exemplo simples de descontinuidade produzida através da colocação de um furo em uma placa retangular.

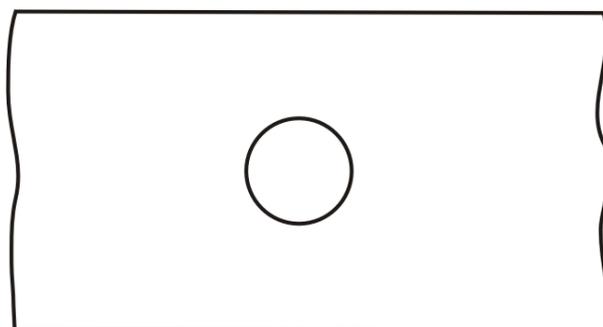


Figura 1 – Produção de descontinuidade em placa através de um furo.

Inúmeros autores (HIBBELER, 2000; PILKEY, 1997; TIMOSHENKO, 1976) apontam as descontinuidades como regiões críticas da peça, em virtude do aparecimento de valores de tensões superiores ao valor nominal calculado através da teoria da elasticidade. No caso de um carregamento de tração uniaxial do elemento da Figura 1, este valor é da ordem de 3 vezes superior. Com isso, têm-se pontos de grande possibilidade de nucleação de trincas e, conseqüentemente, de falha, como apontam ZAHAVI (1996) e NORTON (2004). A Figura 2 ilustra qualitativamente a distribuição de tensão na placa com furo central sujeita a um carregamento de tração uniaxial. Próximo a descontinuidade (furo), a tensão apresenta um aumento abrupto caracterizado pelo pico de tensão σ_{\max} , nos pontos A.

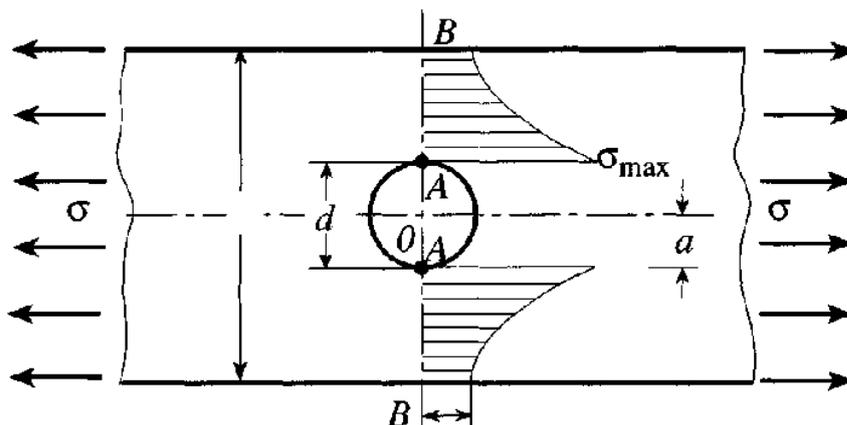


Figura 2 – Distribuição qualitativa de tensão em placa sob tração. Fonte: PILKEY (1997).

Dessa maneira, PILKEY (1997) afirma que descontinuidades ou variações na seção transversal ao longo de um componente mecânico apresentam picos de tensões localizados. Esse fenômeno é definido como concentração de tensão que é caracterizado e quantificado através do FATOR DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO, usualmente indicado por K_t^1 , e avaliado em relação à tensão nominal σ , como:

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma}. \quad \text{Eq. 1}$$

A presença de concentração de tensão, em geral, é inevitável. Entretanto, existem várias formas de reduzir o valor do K_t , dentre as quais algumas são propostas por NORTON (2004). Um exemplo é através da adição de elementos de alívio ao redor do concentrador de tensão, como mostra esquematicamente a Figura 3.

Entretanto, a adição de elementos geométricos de alívio de forma aleatória, não garante a máxima redução do K_t . Assim, o problema geral deste projeto é determinar a configuração ótima, para diferentes elementos geométricos de alívio, aplicados a concentradores clássicos encontrados na engenharia mecânica, a fim de obter a máxima redução do fator de concentração de tensão para cada forma de alívio.

¹ No Capítulo 2 será discutido outra forma de definição do K_t apresentada na literatura.

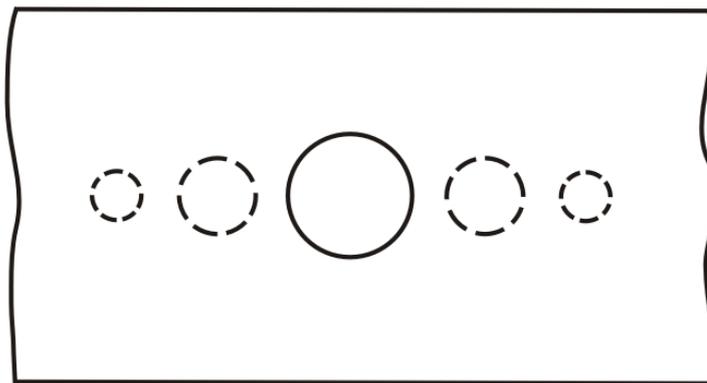


Figura 3 – Furos de alívio de tensão indicados com linha tracejada.

1.2 Objetivos

Esse projeto tem por objetivo obter tabelas com diferentes elementos geométricos de alívio para cada um dos concentradores de tensões apresentados na Tabela 1, juntamente com a configuração ótima de cada elemento para a máxima redução do K_t do componente mecânico. Nesse sentido, serão propostas formas geométricas de alívio e também são utilizadas formas disponíveis na literatura.

A validação dos resultados numéricos é realizada através de uma análise experimental de tensões, utilizando a técnica de extensometria. Serão ensaiadas quatro configurações distintas de alívio otimizadas, aplicadas ao caso de placa plana com furo central, sob o carregamento de tração pura, caso 1 da Tabela 1.

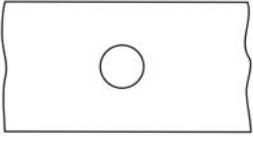
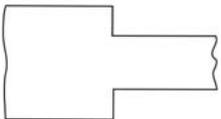
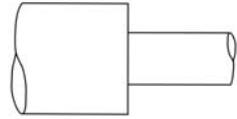
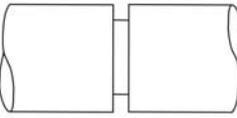
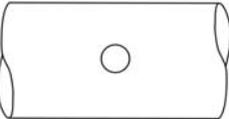
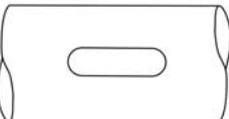
Deve-se ressaltar que o problema não será resolvido de forma genérica, mas sim para casos de dimensões fixas. Dessa forma, as dimensões necessárias para as configurações listadas na Tabela 1 serão definidas no Capítulo 3, visando facilitar a análise numérica, e para o caso 1, também a análise experimental.

1.3 Justificativa

A redução nos picos de tensão tem impacto direto em itens cruciais de projeto:

1. Produção de produtos menos robustos;
2. Aumento da vida a fadiga (NORTON, 2004);
3. Aumento da confiabilidade da peça;
4. Redução de ocorrência de corrosão sob tensão (GENTIL, 2003).

Tabela 1 – Concentradores de tensão a serem otimizados.

DISCIPLINA	COMPONENTE	DESCRIÇÃO	CASO	CARREGAMENTO	CONFIGURAÇÃO
PROJETO FINAL I	PLACA PLANA	Furo central	1	Tração	
			2	Flexão	
		Rebaixo	3	Tração	
			4	Flexão	
PROJETO FINAL II	EIXO	Escalonamento	5	Flexão	
			6	Torção	
		Rasgo para anel elástico	7	Flexão	
			8	Torção	
		Furo passante	9	Flexão	
			10	Torção	
		Rasgo de chaveta	11	Flexão	
			12	Torção	

Assim, a redução no fator de concentração de tensão, facilita a busca por projetos mais racionais evitando o desperdício de material e energia, além de aumentar a confiabilidade do componente produzido.

A escolha dos casos listados na Tabela 1 visa trabalhar com situações corriqueiras no âmbito da engenharia mecânica, sendo que todo o estudo desenvolvido naqueles casos pode ser integralmente aplicado em situações mais complexas.

Todo o projeto terá íntima ligação com disciplinas técnicas fundamentais da grade curricular da engenharia industrial mecânica como: mecânica dos sólidos, métodos numéricos e processos de fabricação. Além disso, aborda temas como otimização matemática e análise experimental de tensões, que não são vistos com profundidade durante o curso.

1.4 Conteúdo do trabalho

O trabalho contém cinco capítulos, sendo que o presente é uma sucinta introdução ao projeto. O Capítulo 2 está relacionado com os fundamentos da mecânica dos sólidos sendo também apresentado algumas formas de alívio indicadas na literatura. Também são discutidos os métodos de otimização presentes no *software* utilizado e a formulação básica do Método dos Elementos Finitos. O Capítulo 2 ainda discorre sobre a análise experimental de tensões com ênfase em extensometria, que é a técnica empregada neste trabalho. Posteriormente no Capítulo 3 são apresentados os procedimentos utilizados para a solução do problema numérico e experimental. Finalmente, o Capítulo 4 lista os resultados numéricos e experimentais obtidos, seguido de uma conclusão.

2 BASE TEÓRICA

2.1 Mecânica dos Sólidos

2.1.1 Conceito de tensão

Um dos conceitos fundamentais no estudo da mecânica dos sólidos é a definição de tensão. Nesse caso, seja um dado componente mecânico (o sólido em análise) sujeito a um conjunto qualquer de esforços externos, Figura 4 – (a). Seja, também, um ponto material $P(\mathbf{x})$ de interesse e posicionado em seu interior, Figura 4 – (b). Passando através desse ponto, imagina-se uma secção decorrente de um corte virtual com um plano π , definido por seu vetor normal unitário \mathbf{n} paralelo ao eixo x . Observa-se que, decorrente do equilíbrio do sólido, surge um vetor de forças resultantes sobre toda a secção do corte.

Esse vetor de força resultante é gerado por um conjunto de forças distribuídas, atuantes sobre a secção de corte e que variam de ponto para ponto sobre a secção. Considerando o ponto de interesse e definindo em seu entorno uma pequena área ΔA^x , obtém-se um vetor de forças resultantes sobre a mesma denotado por $d\mathbf{F}^x$, Figura 4 – (c). No caso limite desta área tendendo a zero, a densidade de forças sobre o ponto pode ser obtida pela razão entre a força resultante $d\mathbf{F}^x$ e essa pequena área ΔA^x , caracterizada pelo seu vetor normal \mathbf{n} . Têm-se, assim, as componentes de tensões atuantes no ponto em questão e sobre a face yz , com direção normal \mathbf{n} . Matematicamente, esta pode ser posta como (SADD, 2005):

$$\sigma_{11} = \lim_{\Delta A^x \rightarrow 0} \frac{\Delta F^x}{\Delta A^x} \cdot \quad \text{Eq. 2}$$

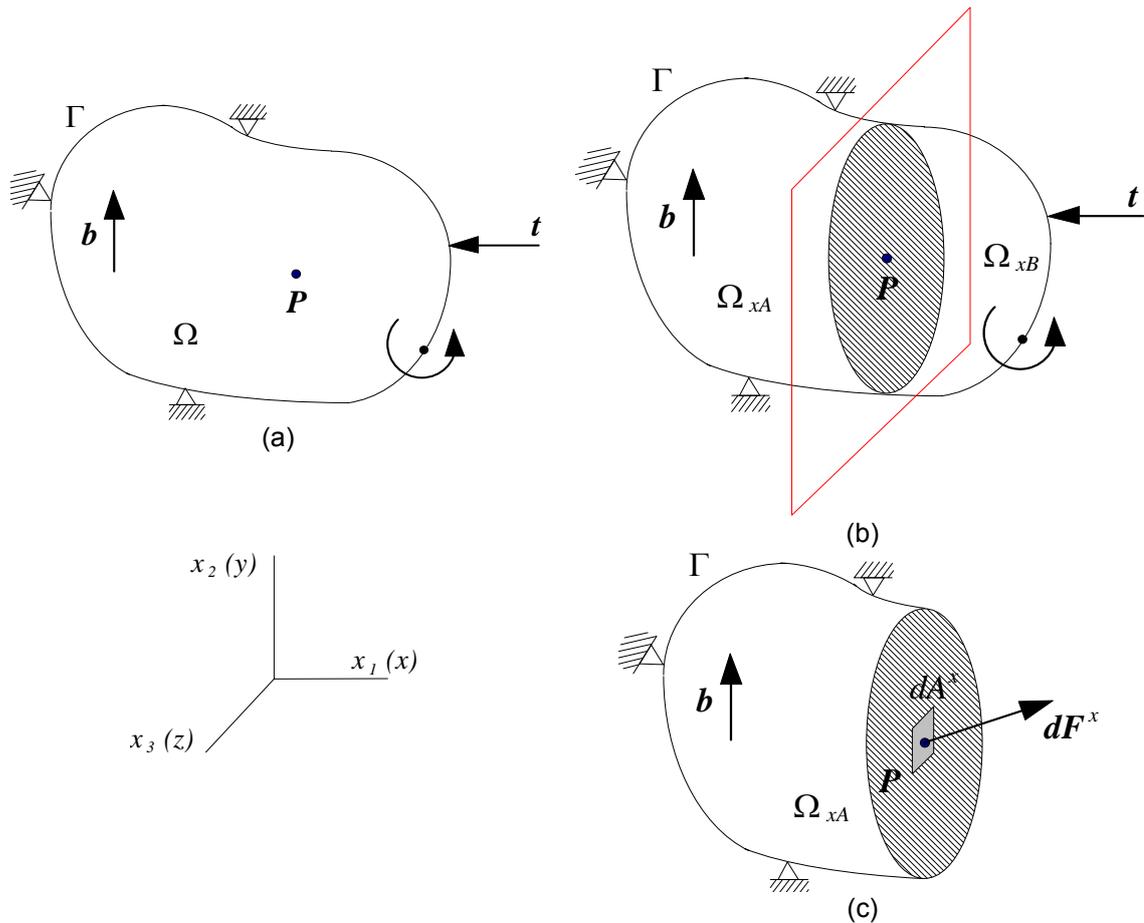


Figura 4 – Sólido sujeito a carregamento aleatório (a), seccionado por plano imaginário na direção x_1 (b) e elemento infinitesimal de área contendo o ponto P e ao longo do plano imaginário (c).

Essa análise pode ser realizada para 3 planos virtuais de corte, cada um deles com direção normal orientada segundo os eixos Cartesianos $x_1 - x_2 - x_3$. Obtém-se, dessa forma, 9 componentes de tensões σ_{ij} . Nesse, caso, σ_{ij} representa a densidade de forças por unidade de área sobre uma face cujo vetor normal é o eixo Cartesiano x_i e atuante na direção do eixo x_j . Ou seja, no ponto ocorrem 3 componentes de tensões normais (σ_{11} , σ_{22} e σ_{33}) e 6 componentes de tensões cisalhantes (τ_{12} , τ_{13} , τ_{21} , τ_{23} , τ_{31} e τ_{32}). Uma representação geométrica deste estado de tensões no ponto pode ser feita utilizando um cubo de material, com apresentado na Figura 5.

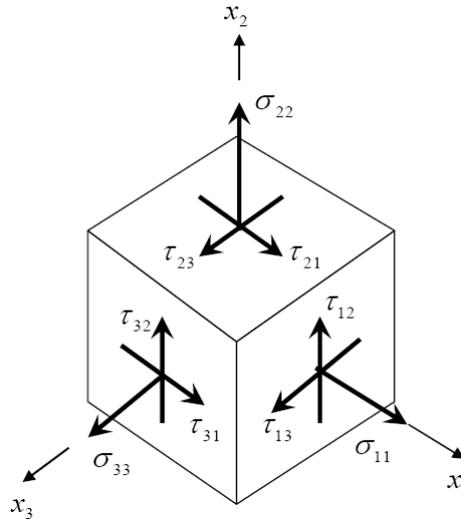


Figura 5 – Representação do estado de tensões num dado ponto material.

Pode-se relacionar o campo de tensões no ponto ao campo de deformações através da equação constitutiva. Para materiais elásticos, lineares e isotrópicos essa equação pode ser posta, utilizando notação indicial, como (SÁNCHEZ, 2000)²,

$$\sigma_{ij} = 2G(\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu}\delta_{ij}\varepsilon_{kk}), \quad \text{Eq. 3}$$

sendo, ν é o coeficiente de Poisson, G o módulo de elasticidade transversal, ε_{ij} o tensor deformações e δ_{ij} o tensor delta de Kronecker, onde,

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \\ 0 & \text{se } i \neq j. \end{cases}$$

Calculado o valor das tensões em um ponto do componente é possível prever se o material irá falhar ou não, aplicando algum critério de falha. O critério mais empregado para materiais dúcteis, isotrópicos e sob carregamento estático é o critério da densidade de energia de distorção, também denominado critério de von Mises-Hencky. Nele, o material inicia fluxo por plastificação caso a tensão equivalente de von Mises, dada por,

² Nesse texto é adotada a Convenção de Soma de Einstein, onde um índice repetido em uma equação em notação indicial representa uma soma implícita.

$$\sigma_{vM} = \sqrt{\frac{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2)}{2}}, \quad \text{Eq. 4}$$

seja superior ao valor da tensão de escoamento do material.

Outro critério de falha utilizado para materiais dúcteis é o critério da máxima tensão de cisalhamento ou critério de Tresca, proposto em 1868 por Henri Tresca. Este critério estabelece que o escoamento do material ocorre quando a tensão cisalhante máxima absoluta atinge a tensão cisalhante que causa o escoamento, no mesmo material, ao ser submetido apenas a uma tração uniaxial. Neste caso, a tensão cisalhante máxima (τ_{\max}) em um dado ponto do material pode ser escrita em função das tensões principais (σ_1 , σ_2 e σ_3) como

$$\tau_{\max} = \max \left\{ \left| \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right|, \left| \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right|, \left| \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \right| \right\}. \quad \text{Eq. 5}$$

Dessa forma, este critério estabelece que o material inicia plastificação quando a tensão efetiva de Tresca, dada por

$$\sigma_T = 2 \cdot \tau_{\max} = \max \{ |\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_1 - \sigma_3|, |\sigma_2 - \sigma_3| \}, \quad \text{Eq. 6}$$

for superior à tensão de escoamento do material.

2.1.2 Estado plano de tensões

TIMOSHENKO (1976) apresenta uma simplificação importante para um estado geral de tensões. Segundo o autor, quando uma placa sofre um carregamento com esforços aplicados paralelamente ao plano da placa, as componentes σ_{33} , τ_{13} e τ_{23} , podem ser desprezadas, definindo assim um estado plano de tensões. Dessa forma, o estado de tensão fica especificado por σ_{11} , σ_{22} e τ_{12} , que são componentes apenas em função da posição na placa e não da espessura. A Figura 6 mostra esquematicamente um estado plano de tensões.

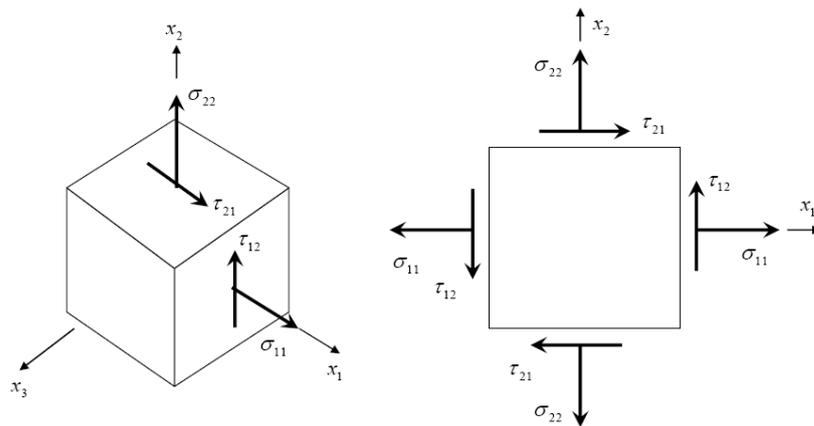


Figura 6 – Representação do estado plano de tensões.

2.1.3 Concentração de tensão

Via de regra, as equações utilizadas no projeto de componentes mecânicos são formuladas sob a hipótese de que o mesmo possui a área de seção transversal constante. Porém, a existência de rasgos, entalhes, furos, entre outros elementos, altera a constância da área, modificando a distribuição de tensão, fazendo com que a tensão se concentre próximo destes elementos. Ocorre, assim, o fenômeno de concentração de tensão (PILKEY 1997). Já YOUNG (2002) define concentração de tensão como um grande gradiente de tensão numa pequena região da estrutura.

Este fenômeno é avaliado pelo fator de concentração de tensão que é definido de acordo com a Eq. 1. Porém PILKEY (1997) apresenta duas formas para a equação do K_t . A Eq. 1 representa o K_{tg} (fator de concentração de tensão bruto), pois no seu denominador a tensão utilizada é a nominal calculada na seção sem nenhum elemento de concentração, por exemplo, a área A_{bru} da Figura 7. Já no K_{tn} (fator de concentração de tensão líquido), no denominador da Eq. 1 a tensão utilizada é a tensão líquida, calculada com base na área gerada pela subtração da área do componente pela área do elemento concentrador, por exemplo, a área A_{liq} da Figura 7.

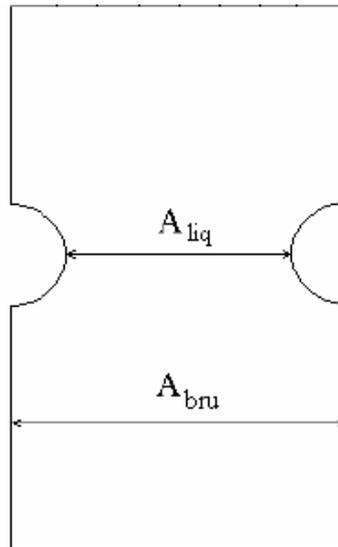


Figura 7 – Exemplo com indicação ponto de avaliação da área para o cálculo do K_{tg} e K_{tn} .

A avaliação do K_t pela Eq. 1 é utilizada para os carregamentos de tração e flexão. Já para torção, a forma de cálculo é análoga, entretanto, a tensão utilizada é a de cisalhamento ficando definido o K_{ts} , assim,

$$K_{ts} = \frac{\tau_{max}}{\tau}. \quad \text{Eq. 7}$$

Neste trabalho, o fator de concentração de tensão utilizado para os problemas de tração e flexão será o K_{tg} e, para fins de simplificação, será representado apenas como K_t . Já para o carregamento de torção é o K_{ts} .

Uma forma de explicar a ocorrência do problema de concentração de tensão é através do conceito de linhas de força como apresentado por YOUNG (2002), que pode ser utilizado para a determinação qualitativa dos possíveis pontos de concentração de tensão em um componente. Para uma peça submetida a um dado carregamento e que se encontra em equilíbrio, pode-se dizer que todos os esforços que são aplicados em uma região da peça são retirados, ou “saem”, por outras regiões, sendo que a peça é o meio por onde as linhas de força passam. A Figura 8 mostra o aspecto das linhas de força através de alguns componentes sujeitos a carregamento de tração ou flexão. Já DUBBEL (1979) mostra que as linhas de forças para o carregamento de torção possuem o aspecto da Figura 9, para um eixo circular.

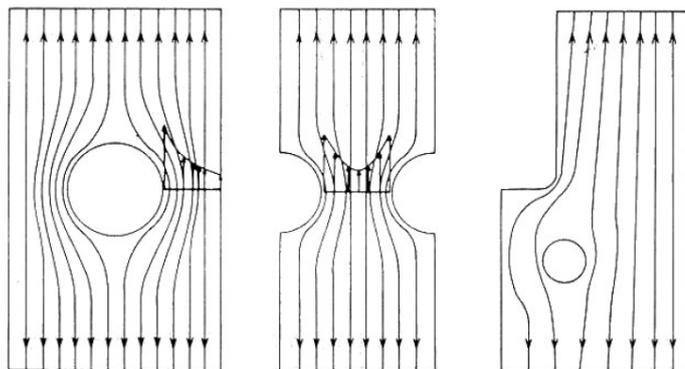


Figura 8 – Linhas de força em componentes sob tração ou flexão.

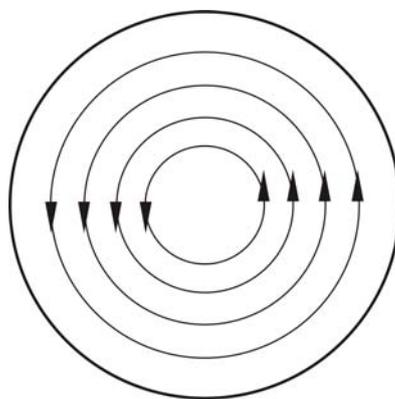


Figura 9 – Linhas de força em eixo sob torção.

Estas linhas podem ser aproximadas por fios esticados, indicando a trajetória da força por entre o componente, desde sua entrada até a saída. Por fim, pode-se dizer que em pontos onde as linhas de força estão mais próximas a tensão naquele local será maior quando comparado com regiões onde as linhas são paralelas, gerando regiões de ocorrência de concentração de tensão.

Existem poucos casos em que o problema de concentração de tensão é resolvido analiticamente o que torna inevitável a utilização de técnicas numéricas ou experimentais (TIMOSHENKO, 1976). Dessa forma, o fator de concentração de tensão é comumente apresentado na forma gráfica como indica a Figura 10.

Da Figura 10 também se pode observar que o K_t da placa é função apenas de sua geometria, sendo independente do valor do carregamento, situação que ocorre

com os demais casos de concentração de tensão. Ou seja, a mudança na geometria da peça altera o fluxo das linhas de força alterando o valor do K_t .

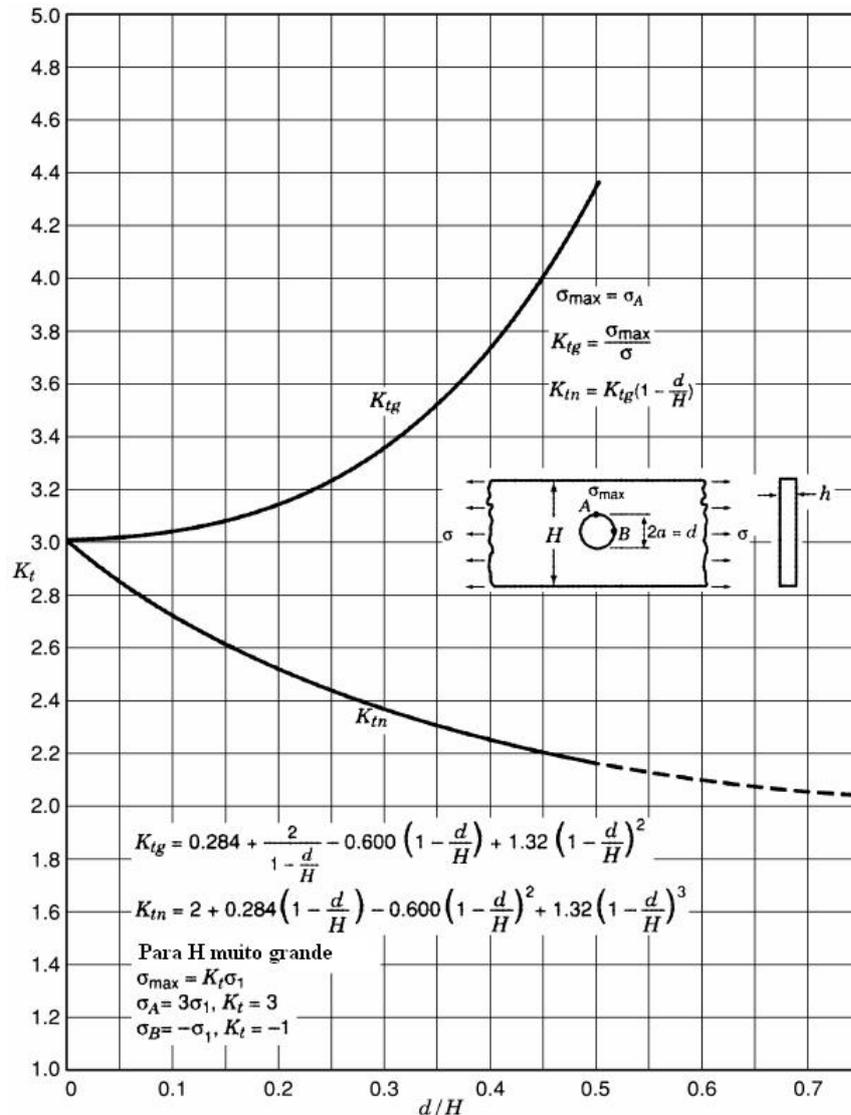


Figura 10 – Exemplo de gráfico de concentração de tensão para placa plana finita com furo central sob tração. Fonte: Adaptado de PILKEY (1997).

2.1.3.1 Formas de alívio de tensão

Como citado anteriormente, a concentração de tensão em um componente mecânico é indesejável, assim, sempre que possível, deve-se reduzir o K_t da peça. Uma estratégia comum para reduzi-lo é através do aumento das dimensões do componente, como por exemplo, a largura de uma chapa. Entretanto, esta solução é deficiente, pois causa um aumento de peso e de custo do componente, impactando também no processo de fabricação e em questões logísticas.

Entretanto YOUNG (2002) sugere que retirando material do componente pode-se reduzir o K_t . Para isto, são colocados elementos geométricos de alívio no entorno do concentrador de forma a suavizar o fluxo de linhas de força através da peça. A Figura 11 apresenta uma forma de alívio utilizada em um entalhe severo provocado em uma chapa. A colocação dos furos altera o fluxo das linhas de força permitindo uma redução do K_t . A Figura 12 mostra a aplicação do mesmo conceito em outro tipo de geometria.

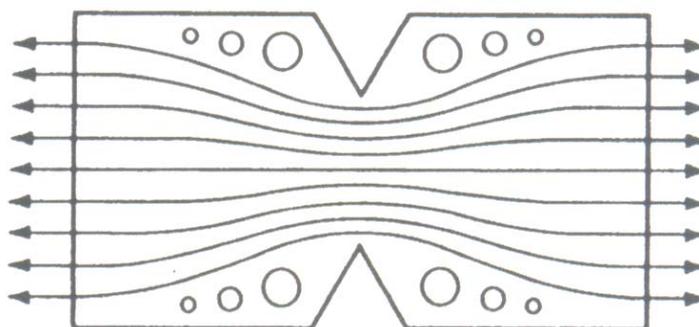


Figura 11 – Exemplo de forma de alívio geométrico de tensão. Fonte: MARSHEK (1987).

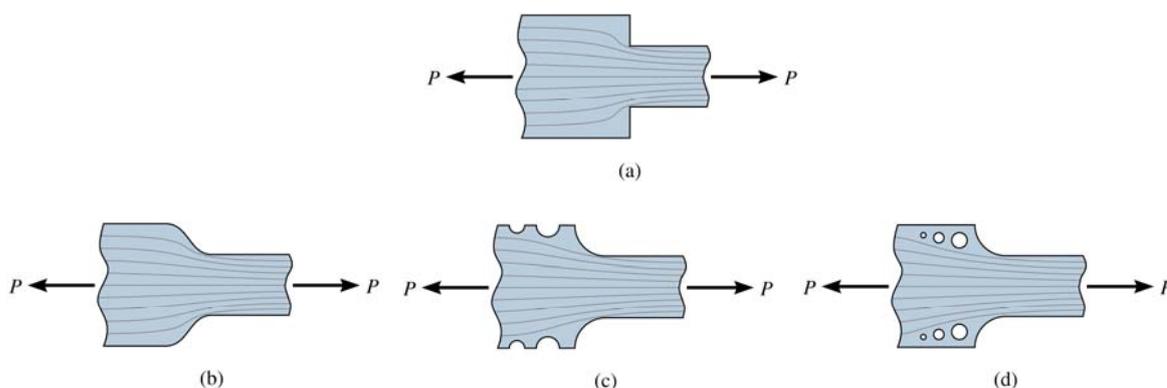


Figura 12 – Elemento sem alívio (a); Suavização das linhas de força através de alterações geométricas, (b), (c) e (d). Fonte: HIBBELER (2000).

Utilizando o conceito apresentado, podem-se desenvolver inúmeras formas de alívio, sempre buscando suavizar as linhas de força. As Figuras 13 a 16 apresentam outras opções para o alívio de tensão encontrada na literatura técnica.

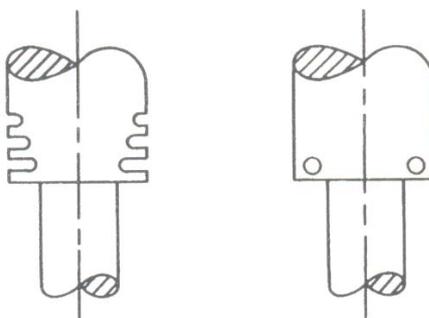


Figura 13 – Exemplos de forma de alívio geométrico de tensão. Fonte: MARSHEK (1987).

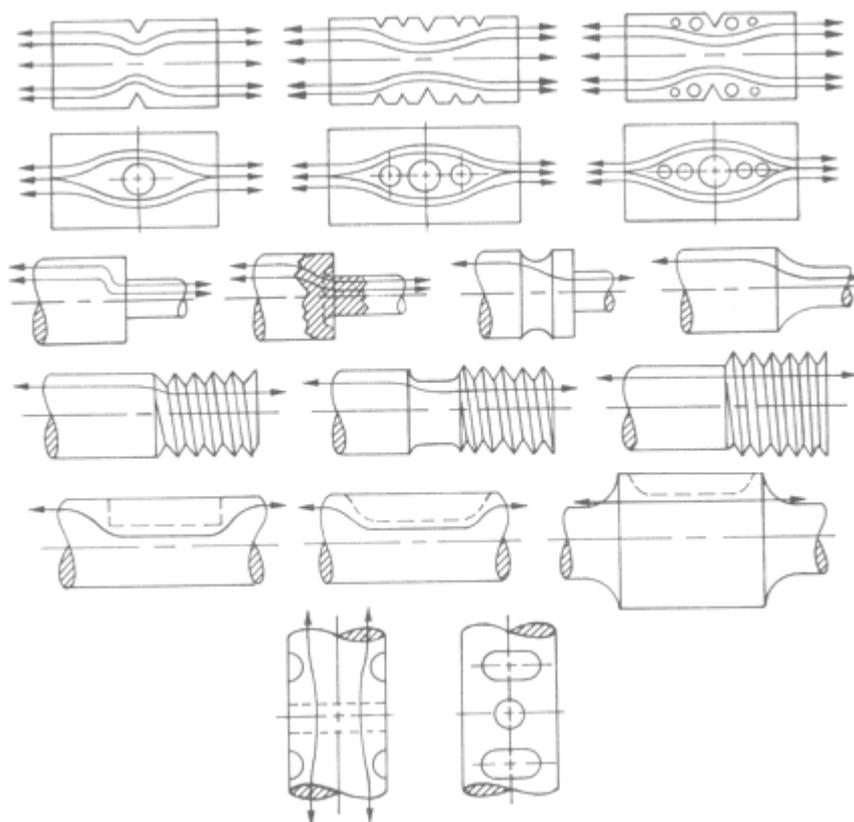


Figura 14 – Exemplos de forma de alívio geométrico de tensão. Fonte: DEUTSCHMAN (1975).

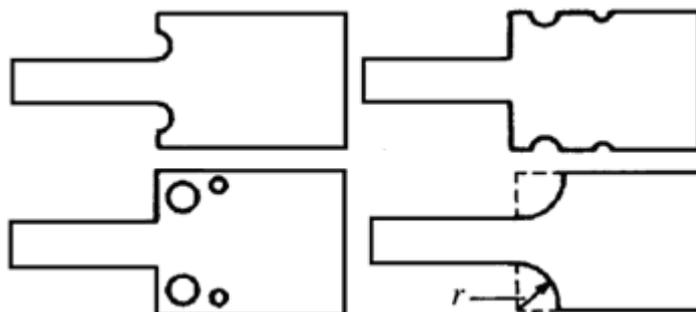


Figura 15 – Exemplos de forma de alívio geométrico de tensão. Fonte: YOUNG (2002).

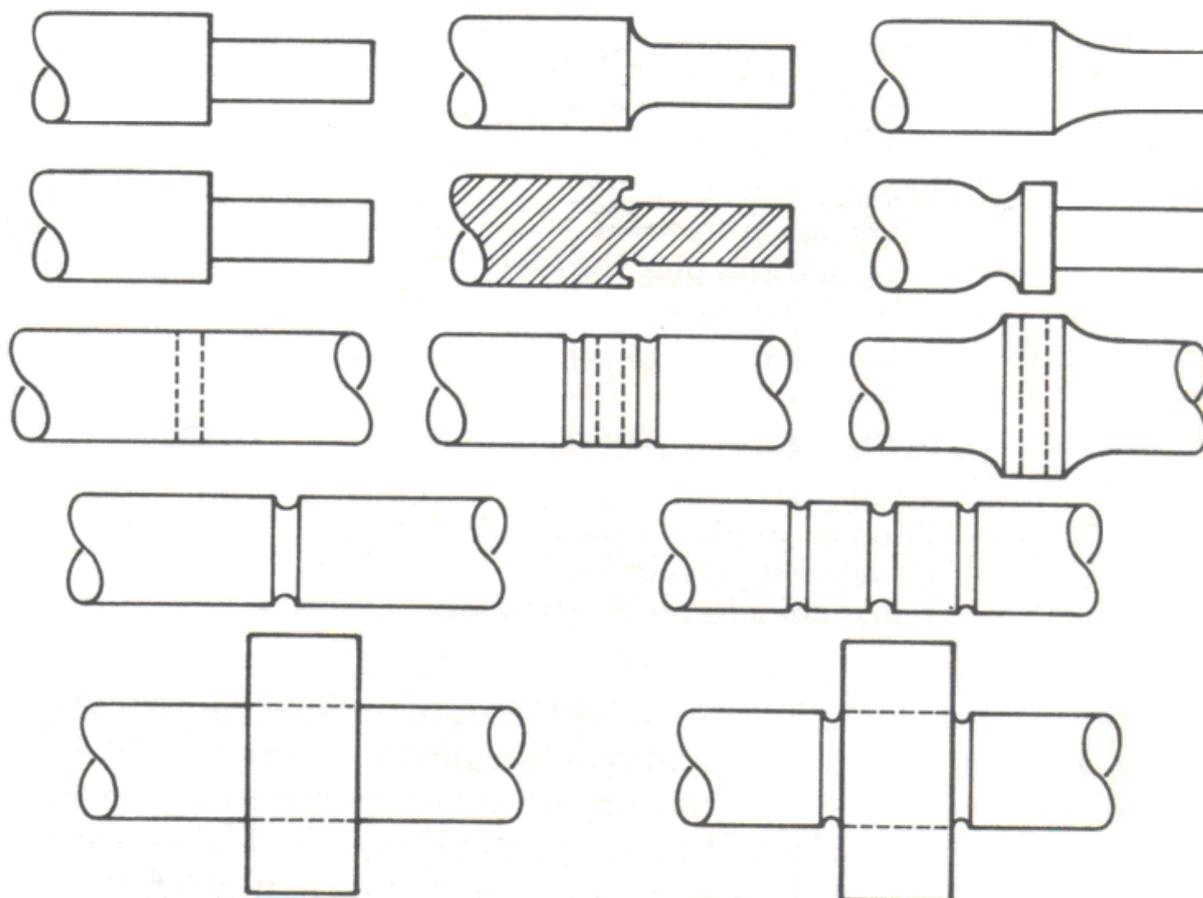


Figura 16 – Exemplos de forma de alívio geométrico de tensão. Fonte: SHIGLEY (1986).

2.1.4 Formas de carregamento

De maneira geral, os esforços externos atuantes sobre uma estrutura ou componente mecânico são diversos. Podem-se encontrar carregamentos concentrados e distribuídos, variáveis no tempo, estáticos, dinâmicos, aleatórios,

entre outros. Porém, dentro desta grande gama de possibilidades, três formas se destacam e são discutidas brevemente a seguir: Tração, flexão e torção.

2.1.4.1 Tração

O carregamento de tração consiste em aplicar duas forças opostas e colineares no centróide da área do elemento e paralelas ao seu comprimento, Figura 17 – (a). Com base neste carregamento e aplicando o princípio de Saint – Venant³ observa-se que a distribuição de tensão ao longo da seção transversal do elemento é constante, na forma apresentada pela Figura 17 – (b), e pode ser quantificada como

$$\sigma_{11} = \frac{P}{A}, \quad \text{Eq. 8}$$

sendo A a área da seção transversal do elemento e P o valor da força.

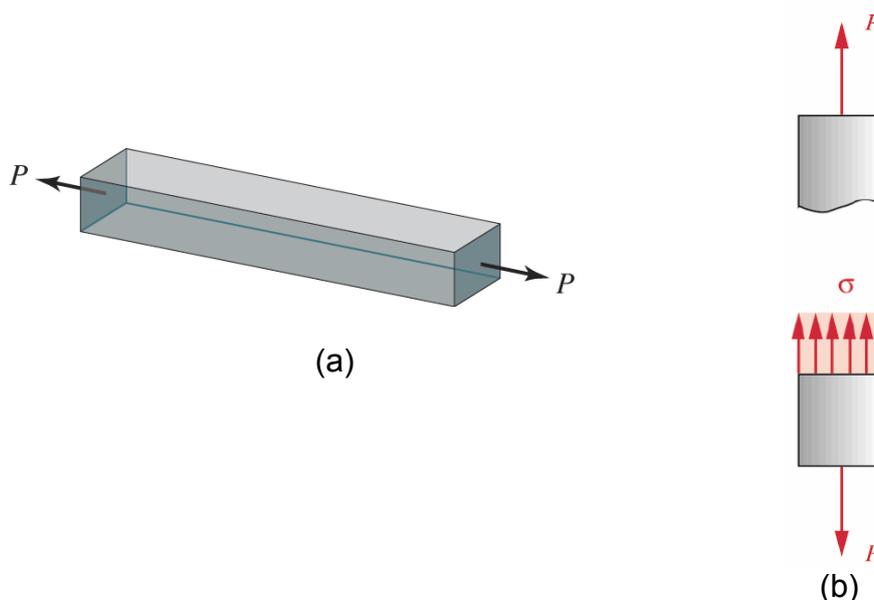
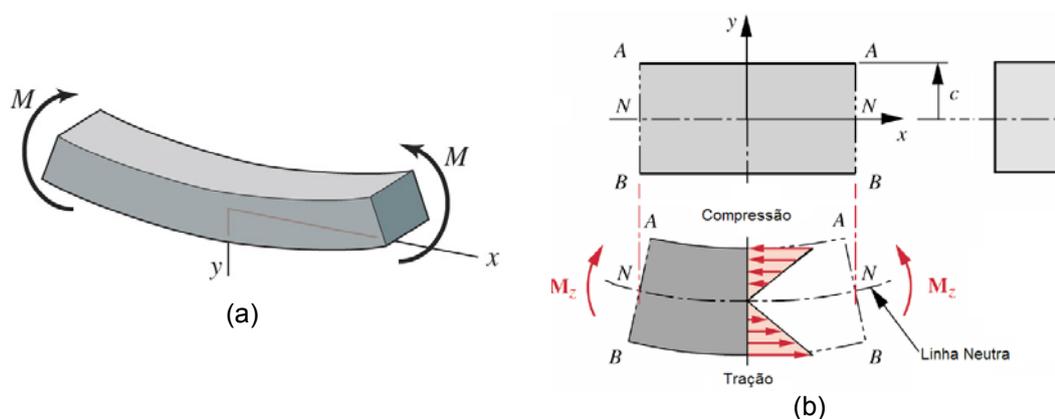


Figura 17 – Carregamento de tração (a) e distribuição de tensão (b). Fonte: NORTON (2000).

³ Observado inicialmente pelo francês Barré de Saint – Venant em 1855, este princípio estabelece que a tensão e deformação geradas em um ponto suficientemente afastado da região de aplicação do carregamento são as mesmas produzidas por qualquer carregamento atuante que tenha a mesma resultante estaticamente equivalente aplicada ao corpo naquela região (HIBBELER, 2000).

2.1.4.2 Flexão

O carregamento de flexão, geralmente esta associado a vigas e eixos submetidos a cargas aplicadas transversalmente a seus eixos longitudinais, desenvolvem esforços internos de forças cisalhantes e momentos fletores. A forma do carregamento de flexão pura, Figura 18 – (a), decorre dos momentos fletores resultantes devido um determinado carregamento aplicado sobre a barra.



A flexão gera ao longo da seção transversal do componente duas regiões distintas, uma onde ocorre tensões de compressão e outra de tração, Figura 18 – (b). A linha (ou área) que separa as regiões de tração e compressão é conhecida como linha neutra e tem a características de possuir deformação longitudinal nula e, conseqüentemente, tensão nula. A variação de tensão ao longo da seção é linear, variando de um valor máximo em tração até um valor mínimo em compressão, passando pela linha neutra onde a tensão é nula. A forma de equacionamento desta variação é dada por HIBBELER (2000) como:

$$\sigma_{11} = \frac{Mc}{I_3}, \quad \text{Eq. 9}$$

sendo M o momento fletor aplicado em uma dada seção transversal do componente, c a distância da linha neutra até um dado ponto da seção e I_3 o momento de inércia da seção transversal em relação à linha neutra.

2.1.4.3 Torção

O carregamento de torção pura é um momento que tende a torcer um componente em relação ao seu eixo longitudinal e tem grande importância no dimensionamento de eixos de transmissão de potência. Suponha um dado eixo circular com uma malha de círculos e linhas sob a sua superfície. Quando o eixo sofre a ação de um torque a malha tende a se distorcer, sendo que os círculos são mantidos como originalmente colados. Porém, as linhas longitudinais da malha deformam-se ficando na forma de uma hélice que cruza os círculos com ângulos idênticos, Figura 19 – (a).

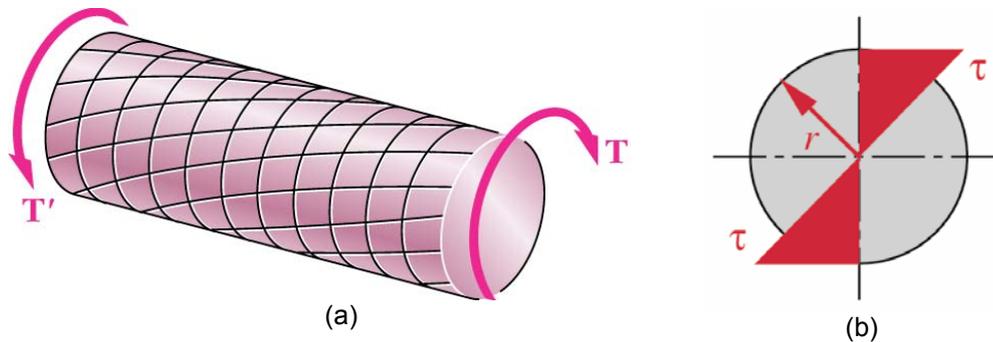


Figura 19 – Carregamento de torção (a) e distribuição de tensão (b). Fonte: NORTON (2000).

A aplicação do torque gera apenas tensões cisalhantes na seção transversal do eixo, como uma distribuição linear, Figura 19 – (b). HIBBELER (2000) mostra que a função que rege esta distribuição é,

$$\tau_{12} = \frac{Tc}{J}, \quad \text{Eq. 10}$$

sendo T o torque aplicado, c a distância radial da linha neutra até o ponto de interesse e J o momento polar de inércia da seção transversal, que é função da geometria do componente sob torção.

2.2 Otimização

2.2.1 Conceitos de otimização

2.2.1.1 Variável de projeto

Variáveis de projeto são os parâmetros que serão otimizados e que poderão variar conforme a necessidade ao longo do processo de otimização, fornecendo uma

forma de parametrização para o projeto envolvido. Por exemplo, no caso de uma coluna de seção retangular em que se deseja maximizar a carga crítica de flambagem, as variáveis de projeto poderiam ser as dimensões dos lados do retângulo referente á área de seção transversal. Neste caso, o processo de otimização propicia a obtenção da configuração ótima dos lados do retângulo para maximizar a carga crítica da coluna.

Em geral podem-se ter dois tipos de variáveis de projeto: contínuas e discretas. As contínuas podem assumir qualquer valor dentro de um intervalo especificado. Já as discretas só podem assumir alguns valores especificados. Por exemplo, no caso de otimização do diâmetro de um tubo para condução de água, deve-se observar os diâmetros disponíveis comercialmente.

As variáveis de projeto variam de caso para caso e são definidas pelo usuário a fim de caracterizar da melhor forma o problema formulado. Caso estas variáveis não sejam definidas corretamente a solução do problema pode ser inviável ou incorreta. Já, um grande número de variáveis afeta o tempo de solução do problema deixando o processo de otimização mais complexo.

2.2.1.2 Função objetivo

Dentro de um intervalo especificado para as variáveis de projeto, existe uma série de projetos viáveis para um sistema. Entretanto, para avaliar o quanto um projeto é melhor do que o outro é necessário adotar um valor que forneça o mérito de cada projeto. Nesse caso, esse valor é aquele que se deseja otimizar e, portanto, é conhecido como função objetivo (função custo ou função mérito). Esta função é dependente das variáveis de projeto adotadas anteriormente e será utilizada no processo de otimização buscando reduzi-la ou maximizá-la, conforme o caso. Pode-se citar como exemplos de função objetivo: minimizar o peso de um componente, aumentar a vida em fadiga, minimizar o custo de uma peça, aumentar o lucro de uma operação financeira, entre outros.

Nos casos em que existe apenas uma função objetivo o problema é conhecido como otimização escalar, entretanto pode-se ter um processo em que existam várias funções objetivo, conhecido como otimização multiobjetivo. Exemplo: Minimizar o peso de um componente e ao mesmo tempo minimizar tensão.

2.2.1.3 Restrições

Em um problema de engenharia podem ocorrer restrições que devem ser satisfeitas. Estas restrições são relações funcionais das variáveis de projeto explícitas ou implícitas que estabelecem limites sobre o projeto.

As restrições do tipo explícitas são impostas nas variáveis de projeto como os valores máximo e o mínimo que a variável pode assumir, por exemplo: a espessura da chapa deve variar de 4 mm a 10 mm, a altura da coluna varia de 5 m a 8 m, entre outras. As restrições implícitas não apresentam a dependência explícita para com as variáveis de projeto. Este tipo de restrição é bastante comum em Mecânica Estrutural, por exemplo, quando ocorre limite sobre a tensão de falha do material.

Também podem existir restrições de igualdade ou desigualdade, como: a tensão máxima no componente deve ser inferior a tensão de escoamento do material, o volume de uma dada embalagem deve ser igual a 2 m³, entre outras.

A definição de todas as restrições de um problema gera uma região de busca viável, que é definida na próxima seção. Pontos que estão dentro desta região são definidos como projetos viáveis e os que estão fora são ditos projetos inviáveis.

2.2.1.4 Conjunto viável

O conjunto de pontos S que atendam a todas as restrições impostas ao problema de otimização é definido como um conjunto viável ou uma região viável. Matematicamente, esta pode ser posta como,

$$S = \{\mathbf{x} \mid h_j(\mathbf{x}) = 0, j = 1 \text{ até } p; g_i(\mathbf{x}) \leq 0, i = 1 \text{ até } m\}, \quad \text{Eq. 11}$$

sendo $h_j(\mathbf{x})$ as restrições de igualdade e $g_i(\mathbf{x})$ as restrições de desigualdade. Um ponto no interior do espaço S é dito viável (projeto viável). Caso contrário o ponto é inviável (projeto inviável).

2.2.1.5 Vizinhança

A vizinhança N de um ponto \mathbf{x} é definida como o conjunto de pontos tal que,

$$N = \{\mathbf{x} \mid \mathbf{x} \in S \text{ com } |\mathbf{x} - \mathbf{x}'| < \delta\}, \quad \text{Eq. 12}$$

para um $\delta > 0$, porém pequeno.

2.2.1.6 Mínimo global

Dado o espaço viável S , uma função $f(\mathbf{x})$ com n variáveis de projeto possuirá um mínimo global (absoluto) \mathbf{x}^* , se para todo $\mathbf{x} \in S$,

$$f(\mathbf{x}^*) \leq f(\mathbf{x}). \quad \text{Eq. 13}$$

Se a equação Eq. 13 for válida para todo $\mathbf{x} \in S$, \mathbf{x}^* é definido como um mínimo global forte. Caso contrário ele é um mínimo global fraco. Na Figura 20, pode-se observar o aspecto de uma função objetivo com uma variável de projeto, restrita a um intervalo $[-a, b]$. O ponto E representa o mínimo global da função, pois satisfaz a Eq. 13.

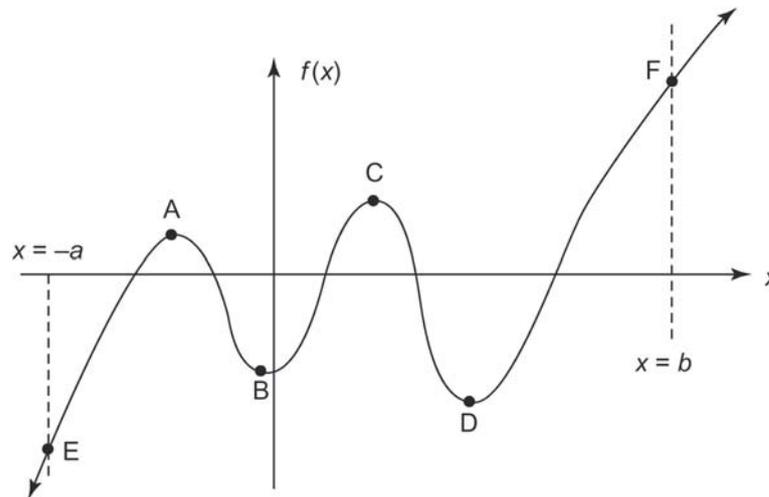


Figura 20 – Indicação de pontos de mínimo e máximos globais e locais. Fonte: ARORA (2004).

2.2.1.7 Mínimo local

Uma função $f(\mathbf{x})$ com n variáveis de projeto possui um mínimo local (relativo) \mathbf{x}^* se a equação Eq. 13 for válida em uma dada vizinhança N do ponto \mathbf{x}^* . Na Figura 20 os pontos B e D correspondem aos mínimos locais da função.

2.2.1.8 Teorema de Weierstrass

Um importante teorema na área de otimização é o Teorema de Weierstrass, que trata da existência de um ponto de mínimo global no problema. Este pode ser enunciado como:

SEJA UMA FUNÇÃO $f(\mathbf{x})$ CONTINUA NUM ESPAÇO S VIÁVEL, FECHADO E LIMITADO,
ENTÃO $f(\mathbf{x})$ POSSUI UM MÍNIMO GLOBAL.

Caso o teorema de Weierstrass não seja satisfeito, a existência de um ponto de mínimo global não é garantida.

2.2.2 Formulação do problema

Segundo ARORA (2004), o problema de otimização pode ser estruturado em cinco passos. Esta estruturação facilita a formulação matemática do caso a ser otimizado contribuindo para uma solução satisfatória. São eles:

1º PASSO: DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Inicialmente, deve-se definir de forma clara quais os objetivos e necessidades a serem satisfeitas pelo processo de otimização. Um problema mal formulado pode acarretar em resultados não satisfatórios.

2º PASSO: COLETA DE INFORMAÇÕES

São levantadas informações relevantes para o projeto como: custo e propriedades de materiais, limites dimensionais, performance requerida, entre outros aspectos. Provavelmente nesta etapa, grande parte das informações não estará completamente definida como as propriedades do material a ser empregado, pois poderá depender das dimensões da peça. Entretanto, deve-se adotar com alguns dados iniciais que poderão ser atualizados conforme a necessidade.

3º PASSO: DEFINIÇÃO DAS VARIÁVEIS

A fim de atender o problema proposto deve-se definir as variáveis de projeto que mais representam o caso estudado. Poucas variáveis de projeto podem não caracterizar corretamente o problema ao passo que um grande número de variáveis aumenta o tempo de processamento.

4º PASSO: DEFINIÇÃO DA FUNÇÃO OBJETIVO

Em geral, a função objetivo é resultado da formulação do problema e deve ser definida em função das variáveis de projeto.

5º PASSO: IDENTIFICAÇÃO DAS RESTRIÇÕES

A definição das restrições assim como o intervalo das variáveis de projeto deve ser cuidadosamente estudada para que o problema possa ser resolvido. Caso isto

não ocorra, deve-se reduzir o número de variáveis de projeto ou rever as restrições impostas ao problema.

Realizados os passos discutidos o problema pode ser escrito na forma padrão de otimização que é apresentada na literatura referente a otimização. Assim, o problema de otimização pode ser escrito como determinar um vetor n -dimensional $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, definido como o vetor de variáveis de projeto a fim de minimizar (ou maximizar) uma função objetivo,

$$f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad \text{Eq. 14}$$

sujeita a p restrições de igualdade,

$$h_j(\mathbf{x}) = h_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad j = 1 \text{ até } p, \quad \text{Eq. 15}$$

e a m restrições de desigualdade,

$$g_i(\mathbf{x}) = g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \quad i = 1 \text{ até } m. \quad \text{Eq. 16}$$

As restrições impostas na forma de limite sobre as variáveis de projeto são consideradas incluídas nas restrições de desigualdade.

2.2.3 Métodos de otimização do ANSYS

O *software* ANSYS possui dois métodos de otimização: o subproblema e o método de primeira ordem sendo que ambos são utilizados neste trabalho. A seguir é descrita a formulação de cada um destes métodos tendo como referência o manual do *software* ANSYS Inc. *Theory 5.7* (1994).

O método do subproblema estabelece uma relação entre a função objetivo e as variáveis de projeto determinando uma função de aproximação. Para isto, é realizada a avaliação da função objetivo em $n+2$ pontos de forma randômica. Caso o programa já tenha um número de projetos superior a $n+2$ armazenado não é realizada a geração randômica. Posteriormente são determinados os coeficientes da parábola que passa por estes pontos, através do método dos mínimos quadrados. O resultado é uma função que aproxima a função objetivo do problema. A forma mais complexa que esta aproximação pode ser adotada no *software* é a quadrática com termos cruzados, da seguinte forma:

$$\bar{f} = a_0 + \sum_i^n a_i x_i + \sum_i^n \sum_i^n b_{ij} x_i x_j \quad \text{Eq. 17}$$

sendo, \bar{f} a função aproximação e a_i, b_{ij} os coeficientes da parábola.

As restrições do problema, definidas no *software* como variáveis de estado, sofrem o mesmo tratamento da função objetivo, ou seja, também é determinada uma função que aproxima cada restrição em função das variáveis de projeto.

A técnica dos mínimos quadrados ponderados é utilizada para a determinação dos coeficientes da parábola, na forma,

$$E^2 = \sum_{j=1}^{n_d} \phi^{(k)} (f^{(k)} - \bar{f}^{(k)})^2, \quad \text{Eq. 18}$$

onde, $\phi^{(k)}$ é um peso calculado internamente pelo *software* associado ao projeto k e n_d é o número corrente de projetos.

Posteriormente, as restrições do problema são introduzidas na função objetivo através da adição de uma função penalidade nas restrições obtendo, assim, um problema sem restrições. Para isto a nova função objetivo fica,

$$F(\mathbf{x}, p_k) = \bar{f} + p_k \left[f_1 \sum_{j=1}^n X(x_j) + f_2 \sum_{j=1}^p H(h_j) + f_3 \sum_{j=1}^m G(g_j) \right]. \quad \text{Eq. 19}$$

onde, $F(\mathbf{x}, p_k)$ é a nova função objetivo com as restrições incorporadas, X, H e G são as funções penalidade, f_1, f_2, f_3 são valores introduzidos para padronização de unidades e p_k é um parâmetro de resposta do problema, valor que aumenta continuamente durante o processo de otimização, sendo $p_1 < p_2 < p_3, \text{ etc.}$

Todas as restrições utilizadas são do tipo estendido - interiores. Para o caso de variáveis de projeto, a forma da restrição próxima ao limite superior fica,

$$X(x_i) = \left\{ c_1 + c_2 / (\bar{x} - x_i) \right\} \text{ se } x_i < \bar{x} - \varepsilon(\bar{x} - \underline{x}) \text{ para } i = 1, 2, \dots, n \quad \text{Eq. 20}$$

$$X(x_i) = \left\{ c_3 + c_4 / (x_i - \bar{x}) \right\} \text{ se } x_i \geq \bar{x} - \varepsilon(\bar{x} - \underline{x}) \text{ para } i = 1, 2, \dots, n \quad \text{Eq. 21}$$

sendo c_1, c_2, c_3 e c_4 constantes que são internamente calculadas e ε é pequeno e positivo.

A forma da penalidade aplicadas as restrições é similar. Para o limite superior ela pode ser escrita na forma,

$$W(w_i) = \left\{ c_5 + c_6 / (\bar{w}_i - \underline{w}_i) \right\} \text{ se } \bar{w}_i < \bar{w}_i - \varepsilon(\bar{w}_i - \underline{w}_i) \text{ para } i = 1, 2, \dots, m_1 \quad \text{Eq. 22}$$

$$W(w_i) = \left\{ c_7 + c_8 / (\bar{w}_i - \bar{w}) \right\} \text{ se } \bar{w}_i \geq \bar{w}_i - \varepsilon(\bar{w}_i - \underline{w}_i) \text{ para } i = 1, 2, \dots, m_1 \quad \text{Eq. 23}$$

sendo c_5 , c_6 , c_7 e c_8 constantes que são internamente calculadas. Graficamente a função $W(w_i)$ fica representada na Figura 21.

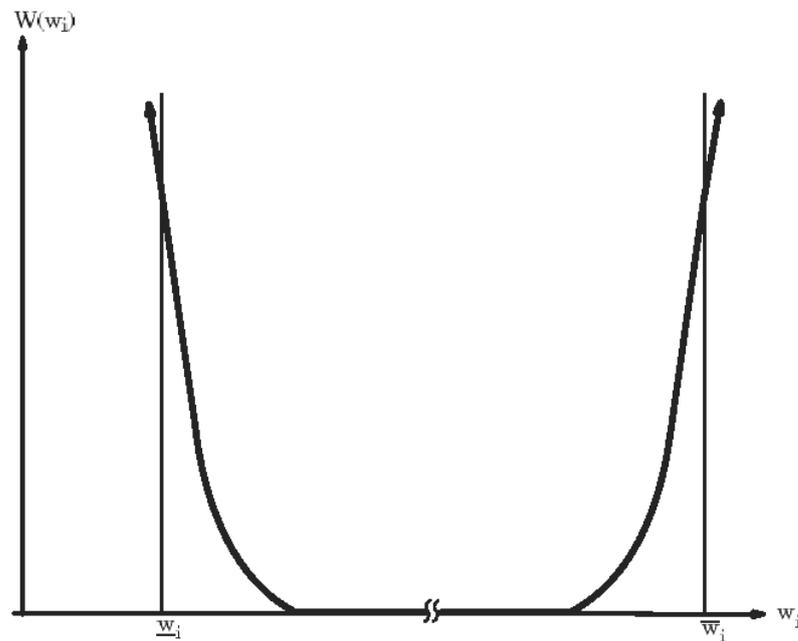


Figura 21 – Exemplo de penalidade estendida – interior aplica as restrições. Fonte: ANSYS (1994).

Feita esta conversão, é calculado o mínimo da função objetivo. Para isto é aplicada uma técnica de minimização sem restrição para a solução da equação a fim de determinar a valor da função, $\bar{F}^{(j)}$, referente a iteração j , obtendo um vetor $\tilde{x}^{(j)}$.

Atingindo a tolerância adotada, ou o número de iterações máximo, o programa pára. O critério para o término do processo de otimização é o mesmo tanto para o subproblema quanto para o método de primeira ordem e é definido como:

$$|f^k - f^{k-1}| \leq \varphi, \quad \text{Eq. 24}$$

$$|f^k - f^b| \leq \varphi, \quad \text{Eq. 25}$$

$$|x_i^k - x_i^{k-1}| \leq \zeta_i \dots (i=1, 2, 3, \dots, n), \quad \text{Eq. 26}$$

$$|x_i^k - x_i^b| \leq \zeta_i \dots (i=1, 2, 3, \dots, n), \quad \text{Eq. 27}$$

sendo φ e ζ_i os valores das tolerâncias aplicadas na função objetivas e nas variáveis de projeto, respectivamente, \mathbf{x}^b e f^b são o vetor e o valor da função objetivo no melhor projeto obtido até a corrente iteração k , respectivamente.

Caso contrário, a função de aproximação é atualizada com base no ponto de mínimo encontrado anteriormente da seguinte forma,

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(b)} + C(\tilde{\mathbf{x}}^{(k)} - \mathbf{x}^{(b)}) \quad \text{Eq. 28}$$

sendo C um valor entre 0 e 1, internamente calculado, com base no número de soluções inviáveis, então é reiniciado o processo.

A vantagem deste método é sua rapidez, visto que não utiliza o cálculo de gradientes da função, porém não garante que o mínimo encontrado é o global.

Já o método de primeira ordem, utiliza a avaliação do gradiente das variáveis de projeto no ponto para a determinação de uma direção que minimize a função objetivo, conhecida como direção de descida. Com esta direção definida é calculado o tamanho da distância que deve ser seguida naquela direção para que a redução seja máxima, tamanho este que é conhecido como passo de descida. Este método também converte o problema com restrição em um sem restrição na forma

$$F(\mathbf{x}, p_k) = \frac{f}{f_0} + \sum_{i=1}^n P_x(x_i) + p_k \left[\sum_{j=1}^{m1} P_g(g_j) + \sum_{i=1}^{m2} P_h(h_i) \right], \quad \text{Eq. 29}$$

onde, P_x , P_g e P_h são funções penalidades aplicadas as variáveis de projeto e sobre as funções restrições de desigualdade e igualdade, respectivamente.

A forma das funções de penalidade aplicadas no método de primeira ordem é

$$P_g(g_i) = \left(\frac{g_i}{g_i + \alpha_i} \right)^{2\lambda}, \quad \text{Eq. 30}$$

sendo λ um valor que varia ao longo do processo, sendo alto quando a restrição é violada e baixo quando não é; e α_i a tolerância adotada para a restrição g_i .

Durante o processo de otimização, o *software* determina o próximo ponto, \mathbf{x}^{k+1} , através da direção e do passo de descida calculados anteriormente. Assim o novo ponto na seqüência de busca do ponto ótimo é,

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \alpha_k \mathbf{d}^k, \quad \text{Eq. 31}$$

sendo, α_k o passo de descida e \mathbf{d}^k a direção de descida.

Os métodos utilizados na determinação desta direção são o método do gradiente ou máxima descida (*steepest descent*) e do gradiente conjugado. Assim, para a direção encontrada, é realizada uma pesquisa unidirecional para a determinação do passo de descida, que corresponde a distância do ponto calculado até o ponto de mínimo na direção calculada. Os métodos utilizados para a determinação do passo de descida são o método da seção áurea (ou *golden section*) e o método de aproximação quadrática. Dessa forma, cada iteração deste método corresponde a um número de subiterações para o cálculo da direção e do passo de descida, o que torna este método mais oneroso computacionalmente. A frente serão brevemente discutidos os métodos de procura da direção e do passo de descida.

2.2.3.1 Formas de cálculo da direção de descida

2.2.3.1.1 Método do gradiente

Existem muitos métodos para a determinação da direção de descida e a filosofia deles é determinar uma direção \mathbf{d} que minimize a função $f(\mathbf{x})$. O método do gradiente é o mais simples e antigo conhecido (ARORA, 2004). Baseia-se no cálculo do gradiente da função no ponto $\mathbf{x}^{(k)}$ determinado o vetor

$$\mathbf{c}^{(k)} = \mathbf{c}(\mathbf{x}^{(k)}) = \left[\frac{\partial f^{(k)}}{\partial x_1} \quad \frac{\partial f^{(k)}}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial f^{(k)}}{\partial x_n} \right]^T. \quad \text{Eq. 32}$$

Como o gradiente indica a direção de máximo crescimento da função, o método do gradiente adota como direção de descida a direção oposta do vetor \mathbf{c} , assim,

$$\mathbf{d}^{(k)} = -\mathbf{c}^{(k)}. \quad \text{Eq. 33}$$

2.2.3.1.2 Método do gradiente conjugado

Existem várias formulações para este método, porém, a que o *software* utiliza é a desenvolvida por Fletcher e Reeves no ano de 1964. Basicamente é uma variação do método do gradiente, sendo a direção de descida definida com base no gradiente função $f(\mathbf{x})$ nos pontos $\mathbf{x}^{(k)}$ e $\mathbf{x}^{(k-1)}$ (ARORA, 2004). O equacionamento da função fica,

$$\mathbf{d}^{(k)} = -\mathbf{c}^{(k)} + \beta_k \mathbf{d}^{(k-1)}, \quad \text{Eq. 34}$$

sendo que β_k é definido como uma razão entre gradientes como:

$$\beta_k = \left(\frac{|\mathbf{c}^{(k)}|}{|\mathbf{c}^{(k-1)}|} \right)^2. \quad \text{Eq. 35}$$

Dessa forma, a primeira iteração realizada pelo *software* utiliza o método do gradiente e posteriormente a novas direções são definidas utilizando o método do gradiente conjugado.

2.2.3.2 Formas de cálculo do passo de descida

2.2.3.2.1 Método de aproximação quadrática

Consiste em avaliar a função objetivo em três pontos ao longo da direção de descida. Então, interpolam-se estes pontos por uma função quadrática podendo assim ser determinado de forma analítica o ponto de mínimo. Com a determinação do ponto de mínimo, obtém-se o passo de descida.

2.2.3.2.2 Método da seção áurea

Este método é um dos mais eficientes na determinação do passo de descida. Para uma direção de descida já conhecida o método reduz, iterativamente, o intervalo de busca utilizando as propriedades da série de Fibonacci. Esta série é definida como

$$F_0 = 1, F_1 = 1, \dots, F_z = F_{z-1} + F_{z-2}, \text{ para } z = 2, 3, \dots$$

sendo que, quando z tende ao infinito,

$$\frac{F_z}{F_{z-1}} = 1,618. \quad \text{Eq. 36}$$

A Figura 22 ilustra o processo inicial de busca. Inicialmente, para $q=0$ avalia-se a função em $f(\alpha)$, sendo $\alpha = \delta$, e para $\delta > 0$ e pequeno. Então, avalia-se o valor de

$f(\delta)$ é inferior a $f(0)$, se for, toma-se um incremento $1,618\delta$, avaliando-se a função novamente. Este processo iterativo pode ser escrito como:

$$q=0; \alpha_0 = \delta$$

$$q=1; \alpha_1 = \delta + 1,618\delta = 2,618\delta = \sum_{j=0}^1 \delta(1,618)^j$$

$$q=2; \alpha_2 = 2,618\delta + 1,618(1,618\delta) = 5,236\delta = \sum_{j=0}^2 \delta(1,618)^j$$

$$q=3; \alpha_3 = 5,236\delta + 1,618^3\delta = 9,472\delta = \sum_{j=0}^3 \delta(1,618)^j$$

·
·
·

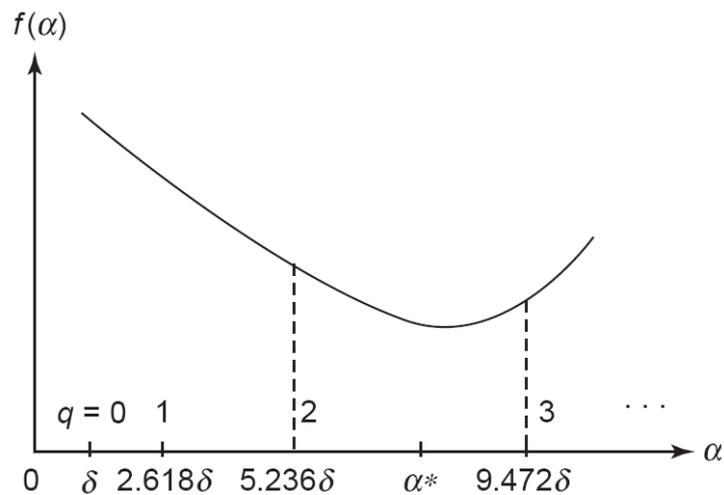


Figura 22 – Redução inicial do intervalo de busca. Fonte: ARORA (2004).

Assumindo que $f(\alpha_{q-1})$ é menor que $f(\alpha_{q-2})$ e $f(\alpha_q)$, o intervalo de localização do mínimo estaria definido. Assim, defini-se o limite superior do intervalo como

$$\alpha_u = \alpha_q = \sum_{j=0}^q \delta(1,618)^j . \quad \text{Eq. 37}$$

e o limite inferior como,

$$\alpha_l = \alpha_{q-2} = \sum_{j=0}^{q-2} \delta(1,618)^j . \quad \text{Eq. 38}$$

O comprimento do intervalo fica,

$$I = \alpha_u - \alpha_l = 2,618(1,618)^{q-1} \delta . \quad \text{Eq. 39}$$

Feito isto, inicia-se a segunda fase do método que é a redução do intervalo I . Para isto inicia-se um processo de comparação da função em determinados pontos no interior do intervalo I . A função é avaliada nos pontos α_a e α_b que estão localizados a uma distância $0,382I$ (ou $0,618I$) do fim do intervalo. O fator $0,382$ é determinado com base na Figura 23. Considerando dois pontos simetricamente localizados no intervalo, Figura 23 - (A), a distância dos mesmos da extremidade do intervalo é τI . Supondo que o ponto de mínimo esteja localizado entre α_l e α_b , assim, os novos limites do intervalo ficam α'_l e α'_u , e sendo novo intervalo $I' = \tau I$. Dessa forma é necessário avaliar um novo ponto no intervalo I' , sendo sua localização $\tau I'$. Entretanto $\tau I' = (1 - \tau)I$ que, quando resolvido, fornece como uma das soluções $0,618$. Assim, este valor é utilizado na redução do intervalo de busca.

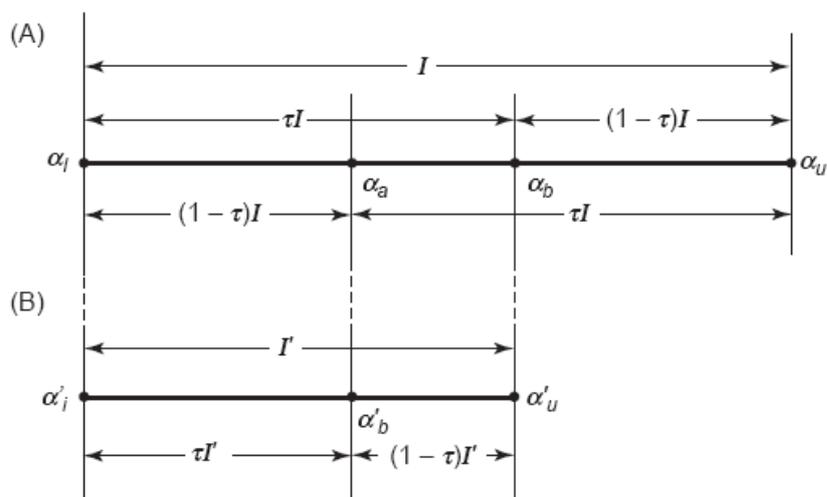


Figura 23 – Esquema da redução realizada pelo método da seção áurea. Fonte: ARORA (2004).

2.3 Método dos Elementos Finitos

Dentre os métodos numéricos largamente utilizados em análise de tensões, encontra-se o Método dos Elementos Finitos, também conhecido pela sigla FEM (*Finite Element Method*) ou FEA (*Finite Element Analysis*). Como afirma BATHE (1996), esta é a ferramenta mais genérica até o presente momento para análise estrutural, sendo utilizado desde a década de 60.

O método consiste em discretizar um problema de difícil solução em geometrias simples e de fácil solução, definidos como elementos finitos. Dessa forma, a solução final é obtida através da superposição da solução de cada elemento (ALVES FILHO, 2000).

Os passos que devem ser seguidos para a solução do problema em elemento finitos, podem ser resumidos em 3, que serão discutidos em seguida (SAAD, 2005).

1º PROCESSAMENTO – Inicialmente é gerado o modelo do problema, sendo geralmente empregado para este fim *softwares* do tipo CAD. Posteriormente o modelo pode ser importado para o *software* de elementos finitos, onde então, pode-se iniciar a discretização do modelo, definindo o tipo e o tamanho do elemento a ser utilizado, gerando a malha. Nesta fase, também são definidas as propriedades mecânica e as condições de contorno do modelo. As condições de contorno podem ser de dois tipos: Condições de contorno de Neumann ou de Dirichlet. Sendo a ordem do operador diferencial $2m$, para condições de contorno essenciais ou condições de contorno de Dirichlet: envolvem derivadas de ordem 0 a $m-1$ já as condições de contorno de Neumann envolvem derivadas de ordem m a $2m-1$;

2º PROCESSAMENTO – Feito a estruturação do problema basta resolve-lo, procedimento que é realizado inteiramente pelo *software* de elementos finitos. É montada a matriz de rigidez da estrutura através da superposição da matriz de rigidez de cada elemento sendo então montado um sistema de equações lineares juntamente com as condições de contorno. Então, o sistema é resolvido obtendo assim os parâmetros necessários, no caso de análise estrutural, são obtidos os deslocamentos de cada nó dos elementos.

3º PÓS-PROCESSAMENTO – Finalmente, pode-se realizar a análise dos resultados obtidos, que em geral são indicados de forma gráfica. Os deslocamentos obtidos podem ser convertidos em deformação e tensão, através da relação constitutiva do material, facilitando a aplicação de algum critério de falha.

2.3.1 Formulação matemática

O mecanismo fundamental do método de elementos finitos é determinar a matriz de rigidez de cada elemento e, a partir da superposição das matrizes, definir a matriz de rigidez global do modelo, que é a relação entre o carregamento aplicado e os deslocamentos de cada nó. Para mostrar aquela relação, será adotada a formulação baseada no princípio da mínima energia potencial (PMEP) que diz:

“Dentre todas as equações de deslocamentos que satisfazem a compatibilidade interna e as condições de contorno em um sistema estável, aquelas que também satisfazem as equações de equilíbrio fazem da energia potencial um mínimo. (SADD, 2005)”

A formulação baseada no PMEP é escolhida por ser mais direta, entretanto outras poderiam ser utilizadas como o Princípio dos Trabalhos Virtuais ou através das Técnicas dos Resíduos Ponderados.

Da mecânica dos sólidos a energia potencial total de um sólido elástico-linear pode escrita como (BISMARCK - NASR, 1993):

$$\pi_p = \frac{1}{2} \int_V \{\boldsymbol{\varepsilon}\}^T [C] \{\boldsymbol{\varepsilon}\} dv - \int_V \{\mathbf{u}\}^T [\mathbf{F}_b] dv - \int_{S_\sigma} \{\mathbf{u}\}^T [\mathbf{F}_s] ds, \quad \text{Eq. 40}$$

onde, $\{\boldsymbol{\varepsilon}\}$ é o vetor deformação, $[C]$ a matriz constitutiva do material, $\{\mathbf{u}\}$ o vetor deslocamento, $[\mathbf{F}_b]$ o vetor de forças de corpo, $[\mathbf{F}_s]$ vetor de forças aplicadas ao corpo, V é o volume do corpo, S é a superfície do corpo e finalmente, S_σ é a porção da superfície onde as condições de contorno de Neumann são aplicadas.

A matriz constitutiva de um material elástico-linear sólido fica escrita na forma,

$$[C] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & & & \\ \nu & 1-\nu & \nu & & & \\ \nu & \nu & 1-\nu & & & \\ & & & 1-2\nu & & \\ & & & & 1-2\nu & \\ & & & & & 1-2\nu \end{bmatrix}, \quad \text{Eq. 41}$$

sendo E o módulo de elasticidade do material e ν o coeficiente de Poisson. Simplificando a matriz constitutiva para o estado plano de tensões, obtém-se

$$[C] = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & & \\ \nu & 1 & & \\ & & 1-\nu & \\ & & & 1-\nu \end{bmatrix}. \quad \text{Eq. 42}$$

Dividindo o sólido em n elementos finitos, a Eq. 40 fica:

$$\pi_p = \sum_{e=1}^n \pi_p^e, \quad \text{Eq. 43}$$

onde, π_p^e representa a energia potencial de cada elemento e . Internamente a cada elemento, o campo de deslocamento \mathbf{u} pode ser escrito através de uma expressão como:

$$\mathbf{u} = N\mathbf{u}^e \quad \text{Eq. 44}$$

onde N são as funções de interpolação e \mathbf{u}^e o vetor de deslocamento nodal do elemento e .

A relação entre deslocamento e deformação no interior do elemento pode ser posta como:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [b]\mathbf{u}, \quad \text{Eq. 45}$$

onde $[b]$ é o operador diferencial escrito na forma:

$$[b] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & & & \\ & \frac{\partial}{\partial y} & & \\ & & \frac{\partial}{\partial z} & \\ & & & \end{bmatrix}. \quad \text{Eq. 46}$$

Substituindo a Eq. 44 em Eq. 45 tem-se,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [b]N\mathbf{u}^e = [B]\mathbf{u}^e. \quad \text{Eq. 47}$$

Substituindo a Eq. 47 e a Eq. 44 em Eq. 40 obtém-se a energia potencial no elemento como,

$$\pi_p^e = \frac{1}{2} \int_{V^e} \{\mathbf{u}^e\}^T [B]^T [C] [B] \{\mathbf{u}^e\} dv - \int_{V^e} \{\mathbf{u}^e\}^T [N]^T [\mathbf{F}_b] dv - \int_{S_\sigma} \{\mathbf{u}^e\}^T [N]^T [\mathbf{F}_s] d. \quad \text{Eq. 48}$$

Pode-se definir a matriz de rigidez do elemento como:

$$k^e = \int_{V^e} [B]^T [C] [B] dv \quad \text{Eq. 49}$$

e o vetor de carregamento do elemento:

$$\mathbf{p}^e = \int_{V^e} [N]^T [\mathbf{F}_b] dv - \int_{S_\sigma} [N]^T [\mathbf{F}_s] ds. \quad \text{Eq. 50}$$

Dessa forma, o funcional do elemento pode ser reescrito na forma matricial, como:

$$\pi^e = \frac{1}{2} \{\mathbf{u}^e\}^T [k^e] \mathbf{u}^e - \{\mathbf{u}^e\}^T \mathbf{p}^e. \quad \text{Eq. 51}$$

Com base no PMEP, BISMARCK-NASR (1993) mostra que, para um dado campo de deslocamento \mathbf{u} , que sofre uma pequena perturbação $\delta\mathbf{u}$ a variação da energia potencial do sistema é nula. Assim,

$$\delta\pi_p = 0. \quad \text{Eq. 52}$$

Aplicando o conceito da Eq. 52 na Eq. 51,

$$\delta\pi_p = \delta \sum_{e=1}^n \left[\frac{1}{2} \{\delta\mathbf{u}^e\}^T [k^e] \mathbf{u}^e - \{\delta\mathbf{u}^e\}^T \mathbf{p}^e \right] = 0. \quad \text{Eq. 53}$$

Resumidamente, a Eq. 53 pode ser escrita para um dado elemento como:

$$[k^e] \{\mathbf{u}^e\} - \{\mathbf{p}^e\} = 0, \quad \text{Eq. 54}$$

e em uma formulação global, obtém-se a contribuição de cada elemento através da soma dos valores nodais dos elementos, que pode ser escrito como,

$$[K] \{\mathbf{u}\} - \{\mathbf{p}\} = 0, \quad \text{Eq. 55}$$

onde $[K]$ é a matriz de rigidez global do sistema, $\{\mathbf{u}\}$ é o vetor de deslocamento nodais e $\{\mathbf{p}\}$ o vetor de carregamento. O sistema apresentado na Eq. 55 é singular, porém com a aplicação adequada das condições de contorno de Dirichlet, sua singularidade é removida e a sua solução fornece os deslocamentos nodais. Finalmente, de posse

dos deslocamentos, pode-se determinar as deformações do sistema e conseqüentemente determinar o estado de tensões.

2.4 Análise experimental de tensões

Existem vários métodos não destrutivos para a avaliação de tensões e deformações em estruturas e componentes mecânicos. Alguns mais largamente utilizados são: fotoelasticidade, holografia, extensometria, efeito Moiré, entre outros DALLY (1991).

A extensometria é a ferramenta mais difundida e confiável dentre as técnicas de análise experimental de tensões, possuindo grande aplicabilidade na engenharia. Isso devido a precisão de suas medidas, facilidade de manipulação, capacidade de medição de grandes deformações e monitoração de estruturas durante longos períodos (DOYLE, 2004). Nesse sentido, a seção corrente objetiva apresentar os fundamentos físicos da análise experimental de tensões por extensometria. Entre alguns inúmeros textos existentes que tratam do tema, o corrente se baseia principalmente nas referências DALLY (1991) e DOYLE (2004).

O princípio básico da técnica é centrado no fato de que a resistência de um material varia linearmente com uma deformação aplicada ao mesmo. Esta propriedade foi descoberta por Lord Kevin em 1856, mas só foi usada efetivamente na análise de tensões a partir de 1930.

Quando um dado material é tracionado, a força aplicada neste componente é proporcional a sua deformação. Suponha um fio metálico de diâmetro d_0 e comprimento L sob tração. Se a força aplicada no fio provocar um alongamento ΔL , pode-se definir a relação $\Delta L/L$ como deformação específica, sendo um parâmetro adimensional.

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}. \quad \text{Eq. 56}$$

A Figura 24 mostra a variação da seção de fio metálico sob tração, mas especificadamente uma redução de seção e aumento do comprimento. Estas alterações dimensionais afetam a resistência elétrica R do fio através da relação,

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad \text{Eq. 57}$$

sendo A a área da seção do fio e ρ a resistividade elétrica do material.

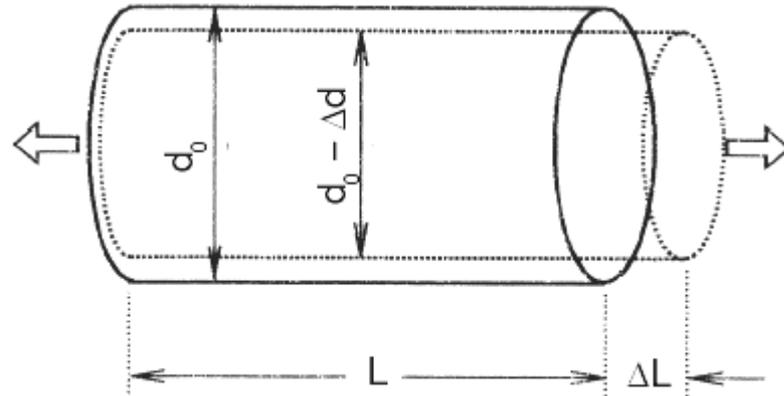


Figura 24 – Variação da seção transversal de um fio metálico sob tração.

Tomando o logaritmo da Eq. 57,

$$\ln R = \ln \left(\rho \frac{L}{A} \right),$$

$$\ln R = \ln \rho + \ln L - \ln A,$$

e diferenciando tem-se,

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta A}{A}. \quad \text{Eq. 58}$$

Supondo que o fio metálico utilizado tenha diâmetro e comprimento inicial, d_0 e L , respectivamente e que após a aplicação de uma carga de tração o diâmetro passe para d' , em virtude do efeito de Poisson, como ilustra a Figura 24, tem-se,

$$\ln A = \ln \frac{\pi d^2}{4} = \ln \frac{\pi}{4} + \ln d^2. \quad \text{Eq. 59}$$

Posteriormente, derivando a expressão apresentada na equação Eq. 59 obtêm-se a variação da área do fio do sensor. Assim:

$$\frac{\Delta A}{A} = 2 \frac{d' - d_0}{d_0} = -2\nu \frac{\Delta L}{L}. \quad \text{Eq. 60}$$

Substituindo o resultado da Eq. 60 na Eq. 58 tem-se que,

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + (2\nu + 1) \frac{\Delta L}{L}. \quad \text{Eq. 61}$$

Porém, $\Delta L/L$ é definido como deformação específica ε , logo,

$$\frac{\Delta R}{R} = (2\nu + 1) + \left(\frac{\Delta \rho}{\rho} \right) \frac{1}{\varepsilon}. \quad \text{Eq. 62}$$

Já a variação da resistividade, é proporcional com a variação volumétrica do fio metálico através de uma constante m . Pode-se escrever esta relação na forma,

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = m \frac{\Delta V}{V}. \quad \text{Eq. 63}$$

Porém a variação do volume pode ser escrita em função da variação do comprimento e da área do fio na forma,

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta A}{A} = (1 - 2\nu)\varepsilon. \quad \text{Eq. 64}$$

Substituindo as equações Eq. 64 e Eq. 63 na Eq. 62 chega-se na relação,

$$\frac{\Delta R}{R} = (1 - 2\nu)m + 1 + 2\nu. \quad \text{Eq. 65}$$

O valor de m é determinado experimentalmente e para a maioria dos materiais resistivos é aproximadamente igual a unidade. Dessa forma a relação entre resistência e deformação fica aproximadamente igual a 2, e é definida como a sensibilidade a deformação do material e é indicada pela constante K ,

$$\frac{\Delta R}{R} = K = 2,0. \quad \text{Eq. 66}$$

Para o níquel e o cobre o valor de K é 2,1 e para a platina e o tungstênio 4,0.

A utilização de extensômetros requer o emprego de um circuito elétrico capaz de detectar a sua variação de resistência. Para isto, Charles Wheatstone em 1848, criou a ponte de Wheatstone. A aplicação desta ponte na extensometria consiste em

colocar um ou mais extensômetros ligados com resistores de resistência fixa, conforme mostra esquematicamente a Figura 25, onde V_A é a tensão de alimentação da ponte e V_S o sinal de saída.

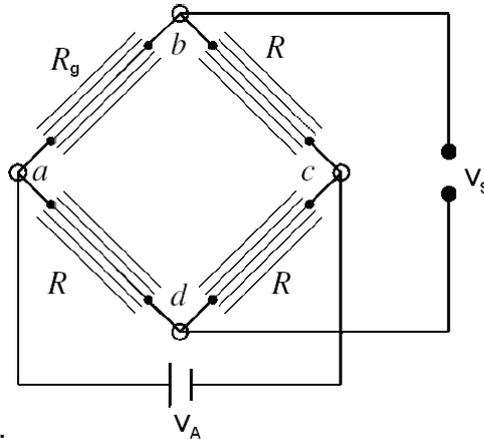


Figura 25 – Esquema de montagem da ponte de Wheatstone. Adaptado de DOYLE (2004).

A Tabela 2 mostra as possíveis configurações para a ponte de Wheatstone.

Agora é necessário relacionar a Eq. 66 com a tensão aplicada e o sinal de saída da ponte. Utilizando como referência a Figura 25 a tensão entre os pontos “ad” fica,

$$V_{ad} = \frac{R}{2R} V_A. \quad \text{Eq. 67}$$

Já entre os pontos “ab” a tensão fica,

$$V_{ab} = \frac{R + \Delta R}{2R + \Delta R} E. \quad \text{Eq. 68}$$

Fazendo a diferença entre V_{ad} e V_{ab} obtém-se o sinal de saída V_S que corresponde ao potencial entre os pontos bd, assim

$$V_S = \frac{\Delta R}{2(2R + \Delta R)} V_A. \quad \text{Eq. 69}$$

Uma vez que o $2R + \Delta R \gg \Delta R$, assim

$$V_S \cong \frac{\Delta R}{4R} V_A. \quad \text{Eq. 70}$$

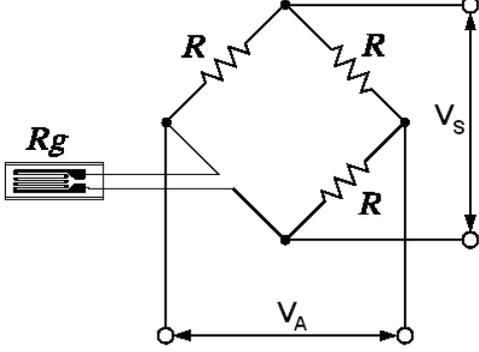
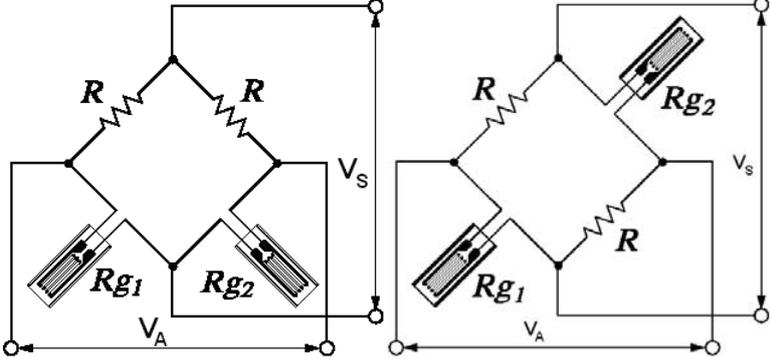
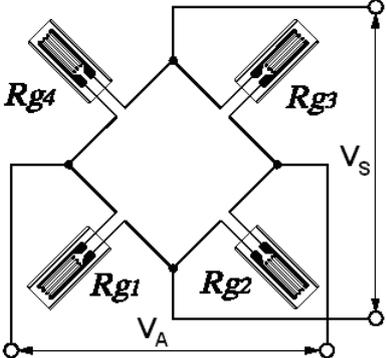
Substituindo a Eq. 66 na Eq. 70,

$$V_s \cong \frac{V_A}{4} K \varepsilon .$$

Eq. 71

Finalmente a Eq. 71 relaciona a deformação do extensômetro com o sinal de saída.

Tabela 2 – Tipos de configuração possíveis na ponte de Wheatstone. Fonte: Adaptado de KYOWA.

Tipo de ponte	Configuração da ligação
Um quarto	
Meia ponte	
Ponte completa	

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 Análise Numérica

3.1.1 Formas de alívio

Existem vários tipos de formas de alívio geométricas que podem ser aplicadas para a redução de concentração de tensão, que foram levantadas durante a revisão bibliográfica. Todas elas visam suavizar as linhas de força ao longo da peça. Assim, diante da diversidade de formas possíveis encontradas foram adotadas aquelas listadas nas Tabelas 3 e 4. Outras formas poderiam ser utilizadas, porém, em virtude dos prazos a serem cumpridos, um número maior de casos comprometeria o bom andamento do projeto. A fim de facilitar a referência a cada forma de alívio, as mesmas são organizadas e numeradas na forma de casos, como indicam as Tabelas 3 e 4.

3.1.2 Dimensões do modelo

Nesta seção serão discutidos os aspectos considerados na definição das dimensões de cada forma de alívio a ser otimizada.

As dimensões da placa com furo são definidas visando facilitar a execução da análise experimental. O primeiro detalhe observado refere-se ao diâmetro do furo da chapa. Um furo muito pequeno dificultaria a medição da deformação pelo extensômetro visto que o fenômeno de concentração de tensão é localizado. Porém um furo muito grande impactaria na confecção de corpos de provas robustos, sendo necessária uma largura muito elevada, prejudicando a fixação do corpo de prova na máquina de tração. Com relação ao comprimento da chapa, dever-se-ia adotá-lo de tal forma que a pressão da garra não afetasse de forma significativa o estado de tensões ao redor do furo. Assim, diante destes limitantes, adotaram-se as dimensões apresentadas na Figura 26.

Tabela 3 – Formas de alívio adotadas para otimização dos concentradores em chapas.

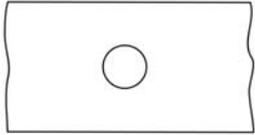
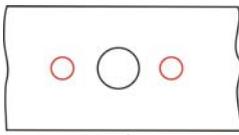
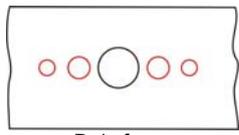
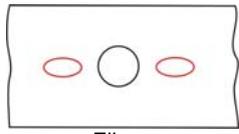
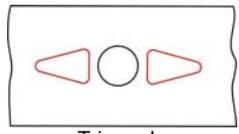
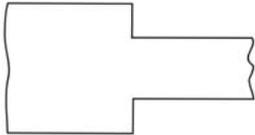
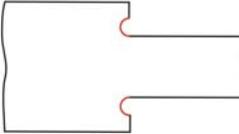
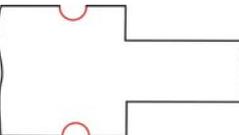
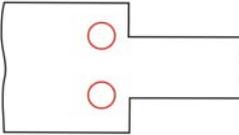
DESCRIÇÃO	CONFIGURAÇÃO	FORMA DE ALÍVIO	CARREGAMENTO	CASO
Furo central		 Um furo	Tração	1.1
			Flexão	2.1
		 Dois furos	Tração	1.2
			Flexão	2.2
		 Elipse	Tração	1.3
			Flexão	2.3
		 Triângulo	Tração	1.4
			Flexão	2.4
Rebaixo		 Raio	Tração	3.1
			Flexão	4.1
		 Circular	Tração	3.2
			Flexão	4.2
		 Furo	Tração	3.3
			Flexão	4.3

Tabela 4 – Formas de alívio adotadas para otimização dos concentradores em eixos.

DESCRIÇÃO	CONFIGURAÇÃO	FORMA DE ALÍVIO	CARREGAMENTO	CASO
Escalonamento			Flexão	5.1
			Torção	6.1
			Flexão	5.2
			Torção	6.2
Rasgo para anel elástico			Flexão	7.1
			Torção	8.1
Furo passante			Flexão	9.1
				9.2
			Torção	10.1
Rasgo de Chaveta			Flexão	11.1
				11.2
			Torção	12.1
				12.2

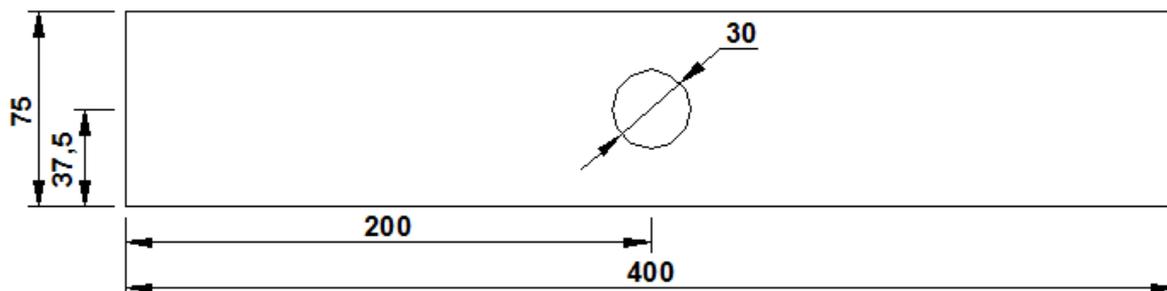


Figura 26 – Dimensões fixas da chapa sem elemento de alívio, em milímetros.

Entretanto para a realização do processo de otimização é descontado o comprimento necessário para a fixação da peça na máquina de tração visto que a porção de material sob a garra não sofre tração. Como o comprimento de cada garra na máquina é de 50 mm, o comprimento utilizado no processo de otimização é de 300 mm.

Já para o caso do rebaixo, a escolha das dimensões visou facilitar a análise numérica, buscando trabalhar com peças pequenas, sendo adotado os valores listados na Figura 27.

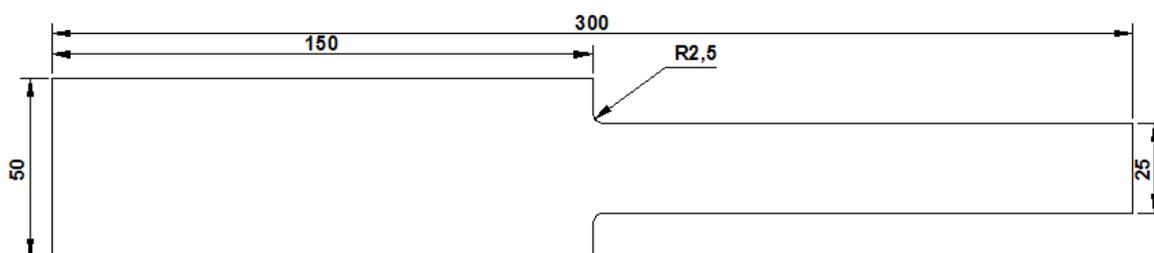


Figura 27 – Dimensões fixas do rebaixo, em milímetros.

Para o problema de concentração de tensão em eixos, inicialmente adotou-se como diâmetro para o eixo a ser otimizado 10 mm e a partir deste valor foram determinados as dimensões dos concentradores: escalonamento, anel elástico, furo passante e rasgo de chaveta.

De forma geral, os escalonamentos são produzidos para servir de base para a fixação de rolamentos. Assim, o raio de alívio na transição dos diâmetros é importante para permitir o correto assentamento deste elemento de máquina. Este raio é sugerido pelos fabricantes de rolamentos e neste trabalho adotou-se como 0,5 mm,

apresentado pela empresa NSK (2000) em seu catálogo para a instalação de um rolamento de 10 mm de diâmetro (nominal). Dessa forma, a configuração do eixo com escalonamento, analisado neste trabalho, esta apresentada na Figura 28.

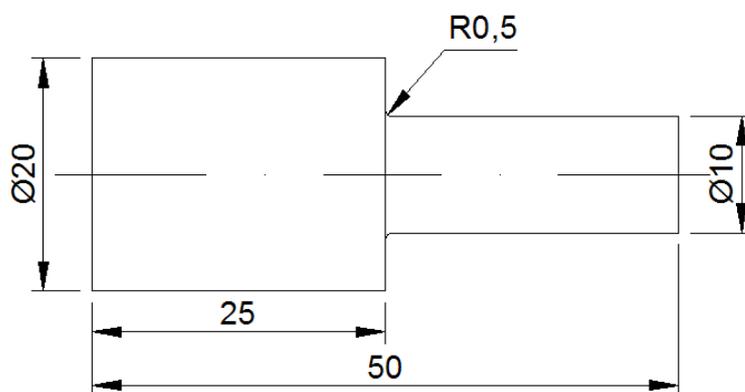


Figura 28 – Dimensões fixas do eixo com escalonamento, em milímetros.

Já as dimensões do anel elástico, furo passante e rasgo de chaveta, foram obtidos através de PROVENZA (1990), com base no diâmetro do eixo adotado. Isso pois, estes elementos possuem dimensões normalizadas. Conseqüentemente, a configuração destes concentradores pode ser observada nas Figuras 29, 30 e 31.

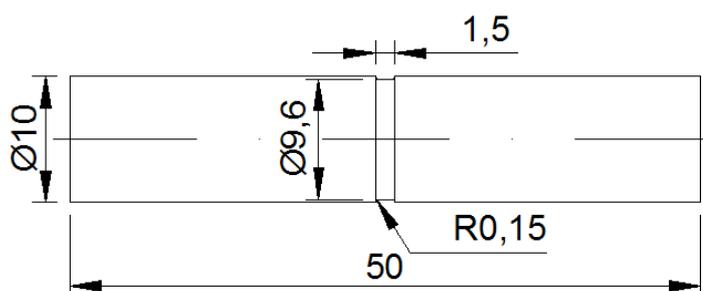


Figura 29 – Dimensões fixas do eixo com rasgo para anel elástico, em milímetros.

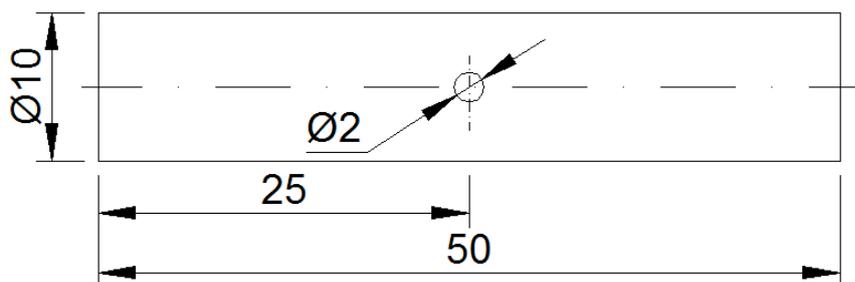


Figura 30 – Dimensões fixas do eixo com furo passante, em milímetros.

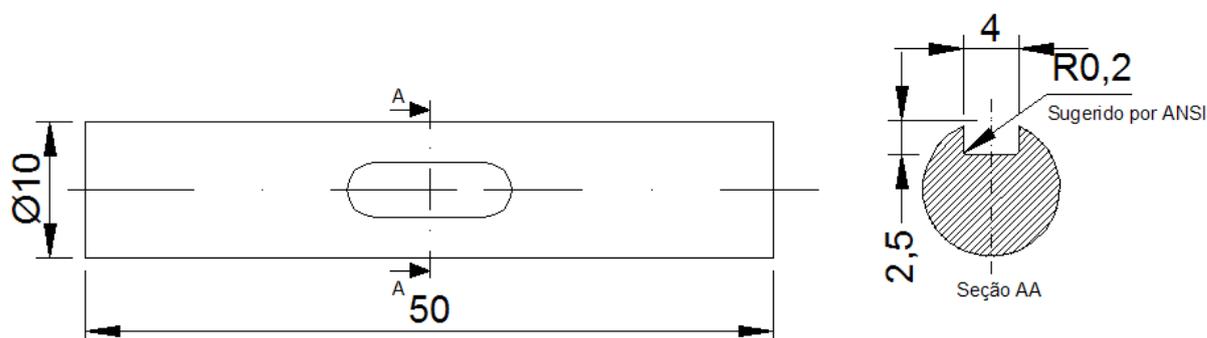


Figura 31 – Dimensões fixas do eixo com rasgo de chaveta, em milímetros.

Assim, com base nas formas de alívio apresentadas nas Tabelas 3 e 4 e nas dimensões fixas do problema discutidas anteriormente, modelou-se cada forma de alívio utilizando as próprias ferramentas disponíveis no *software* de elementos finitos sendo de grande utilidade nesta etapa a linguagem de programação APDL (ANSYS *Parametric Design Language*).

3.1.3 Redução do problema

Para a realização da análise numérica os casos de placa plana estudados são modelados parcialmente visando diminuir o tempo de processamento, isto devido às simetrias geométrica e de carregamento presentes. Dessa forma, para o caso de placa com furo é modelado apenas um quarto da placa, Figura 32, e para o caso de placa com rebaixo apenas meia placa, Figura 33.

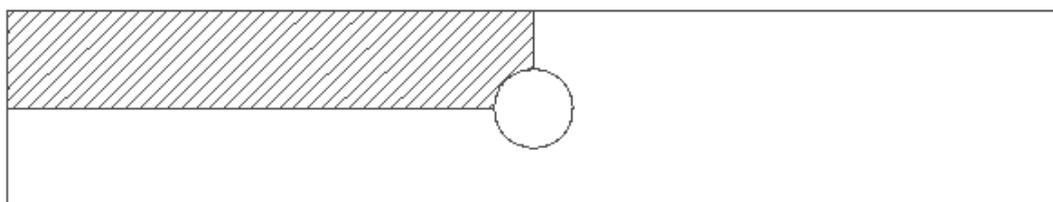


Figura 32 – Indicação da parcela do problema de placa com furo resolvida.

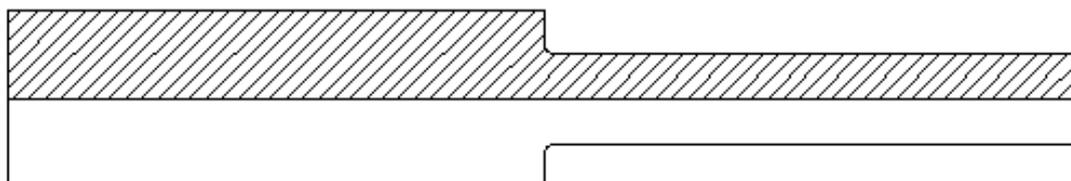


Figura 33 – Indicação da parcela do problema de placa com rebaixo resolvida.

Para os casos de torção em eixos não é possível utilizar o artifício de redução do problema devido a configuração geométrica e de carregamento, com exceção do caso de eixo com anel elástico, em que é possível modelar apenas metade do eixo como indica a Figura 34.

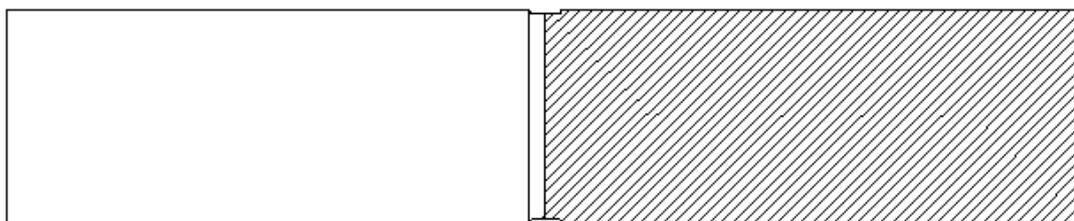


Figura 34 – Indicação da parcela do problema de eixo com anel elástico sob torção resolvida.

Porém, para o problema de eixo em flexão, é possível simular apenas uma parcela do problema, conforme indica esquematicamente a Figura 35, reduzindo o tempo de processamento.

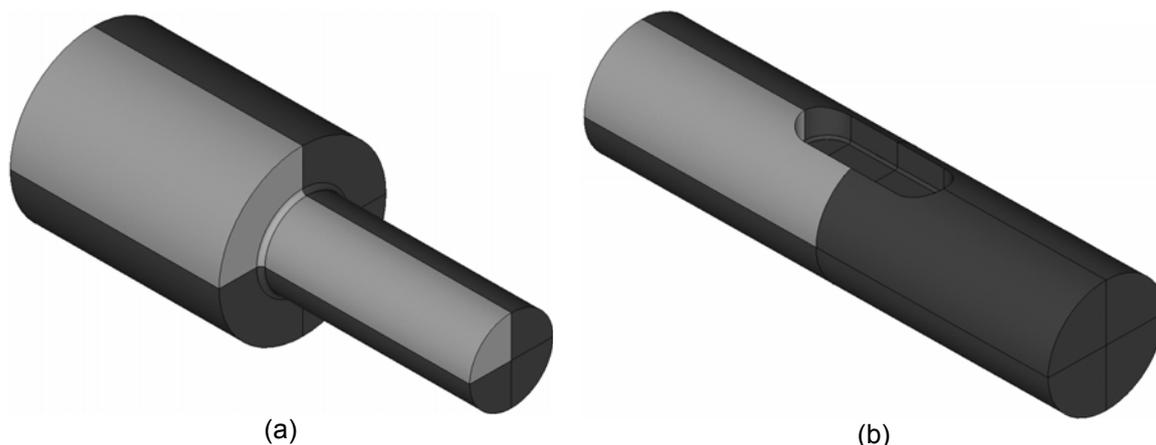


Figura 35 – Indicação da parcela do problema resolvida para eixo com rebaixo (a) e para os demais casos (b), ambos para o carregamento de flexão.

3.1.4 Escolha do elemento finito

Para os casos de placa plana, o problema pode ser aproximado para estado plano de tensões o que acarreta na possibilidade de desconsiderar a espessura da placa, reduzindo, expressivamente o tempo de processamento, se comparado com um modelo sólido. Assim, para a análise dos casos sob tração, utilizou-se o elemento quadrático quadrangular de oito nós, PLANE82, visualizado na Figura 36, que se adapta bem as geometrias retangulares utilizadas neste trabalho. Para os casos de flexão, não é possível utilizar o elemento PLANE82 visto que ele não possui o grau de liberdade de rotação. Dessa forma, é empregado o elemento de casca SHELL93, também quadrático de oito nós, apresentado na Figura 37.

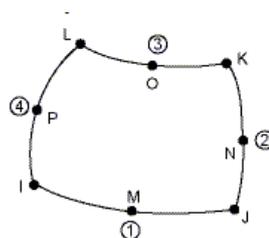


Figura 36 – Elemento plano quadrático de oito nós. Fonte: ANSYS (1994).

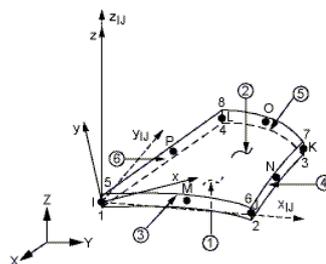


Figura 37 – Elemento de casca de quadrático de oito nós. Fonte: ANSYS (1994).

Por se tratarem de modelos sólidos, as análises dos casos de eixos em torção e flexão requerem elementos tridimensionais, o que requer um esforço computacional elevado. Assim, adotou-se o elemento sólido tetraédrico quadrático de dez nós, SOLID92, que se adapta bem a superfícies curvas, Figura 38.

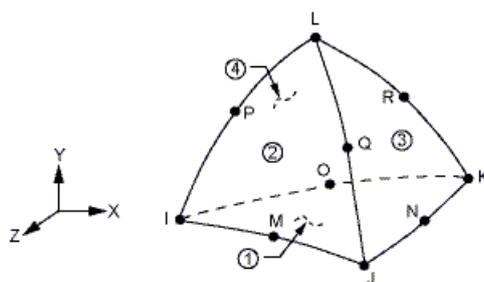


Figura 38 – Elemento sólido tetraédrico quadrático de dez nós. Fonte: ANSYS (1994).

Para a definição do tamanho do elemento a ser utilizado é realizada uma comparação dos valores de concentração de tensão fornecidos pela literatura em função do tamanho do elemento. Para o caso de placa com furo sob tração o valor do fator de concentração de tensão indicado por PILKEY (1997) para as dimensões utilizadas neste trabalho, indicada na Figura 26, é de 3,733. Com base neste valor, são realizadas várias análises numéricas para definir o tamanho do elemento que fornece-se o K_t teórico, indicado na literatura, resultando na Tabela 5. Para fins de comparação com o valor teórico da literatura definiu-se erro como:

$$erro = 1 - \frac{K_t^{Teórico}}{K_t^{FEM}}.$$

Eq. 72

Com base nos resultados obtidos na Tabela 5 é definido que o tamanho do elemento global a ser utilizado nos casos de placa com furo sob tração seria de 3 mm sendo que a borda do furo seria refinada com elemento de 1 mm.

Para os demais casos como placa com rebaixo e eixos são realizados estudos análogos ao feito para placa com furo, sempre procurando calibrar a malha a ser utilizada com o valor do K_t fornecido pela literatura. Assim, a Tabela 6 apresenta, para todos os casos, o resultado do K_t obtido numericamente para a melhor malha quando comparado com o K_t da literatura e que servirá de referência para o cálculo do valor da redução após o processo de otimização.

Para o tamanho do elemento na geometria de alívio adicionada, procurou-se adotar um valor a fim de que a malha tivesse uma transição suave para evitar erros de discretização. Dessa forma, com base no tamanho do elemento da malha definida sem a geometria de alívio definiu-se um valor adequado para a geometria de alívio, que variou de caso para caso, sendo que o aspecto da malha pode ser visto nas Tabelas 7 e 8 para os casos de placa plana e nas Tabelas 9 a 12 para eixos. O número de elementos indicados naquelas tabelas não é constante, mas varia durante o processo de otimização, em função da geometria do elemento de alívio.

3.1.5 Condições de contorno

São aplicadas condições de simetria nas linhas referentes a redução do problema. Por exemplo, para o caso de placa com furo com alívio triangular as condições de simetria são aplicadas nas linhas horizontais e na vertical, Figuras 39 e 40. As mesmas figuras indicam o ponto de aplicação da pressão e do momento. Para os casos de placa com rebaixo a condição de simetria é aplicada na linha horizontal, Figuras 41 e 42, e é aplicada pressão ou momentos nas extremidades.

Tabela 5 – Análise do tamanho do elemento no problema de placa plana com furo.

Tamanho do Elemento global (mm)	Refino na borda do furo (mm)	K_t^{FEM}	Erro (%)	Número de elementos	Número de nós
6	-	3,655	- 2,09	224	753
5	-	3,668	- 1,74	301	998
4	-	3,681	- 1,39	316	1.067
3	-	3,697	- 0,96	1.021	3.222
2	-	3,718	- 0,40	2.245	6.972
1	-	3,736	0,08	9.116	27.819
0,5	-	3,744	0,29	36.164	109.431
0,3	-	3,746	0,35	72.151	218.016
6	4	3,679	- 1,45	230	773
6	3	3,689	- 1,18	209	710
6	2	3,711	- 0,59	210	715
5	3	3,696	- 0,99	276	925
5	2	3,716	- 0,46	278	933
5	1	3,736	0,08	326	1.081
4	3	3,699	- 0,91	542	1.747
4	2	3,716	- 0,46	459	1.500
4	1	3,731	- 0,05	518	1.683
3	2	3,708	- 0,67	887	2.822
3	1	3,734	0,03	923	2.936
3	0,5	3,745	0,32	894	2.857
2	1	3,737	0,11	2.089	6.512
2	0,5	3,744	0,29	2.214	6.897
2	0,3	3,746	0,35	2.165	6.758

Obs.: $K_t^{teórico} = 3,733$. Fonte: PILKEY (1997)

Tabela 6 – Comparação entre o fator de concentração de tensão da literatura e numérico.

Configuração sem alívio	Carregamento	K_t	K_{ts}	K_t ou K_{ts} FEM	Erro (%)
Placa com furo	Tração	3,733 ⁽¹⁾	-	3,744	0,29
	Flexão	2,210 ⁽¹⁾	-	2,277	2,90
Placa com rebaixo	Tração	2,534 ⁽¹⁾	-	2,514	0,71
	Flexão	1,820 ⁽¹⁾	-	1,843	1,26
Eixo com escalonamento	Flexão	2,150 ⁽²⁾	-	2,119	1,44
	Torção	-	1,720 ⁽²⁾	1,719	0,05
Eixo com rasgo para anel elástico	Flexão	2,180 ⁽³⁾	-	2,267	3,90
	Torção	-	1,850 ⁽³⁾	1,870	1,08
Eixo com furo	Flexão	3,120 ⁽²⁾	-	3,152	1,03
	Torção	-	1,970 ⁽²⁾	1,981	0,55
Eixo com rasgo de chaveta	Flexão	2,200 ⁽²⁾	-	2,181	0,80
	Torção	-	2,680 ⁽²⁾	2,724	1,64

Fontes: (1) PILKEY (1997) (2) NORTON (2000) (3) ROTHBART (1986)

Tabela 7 – Aspecto da malha utilizada nos alívios geométricos dos casos de placa plana com furo.

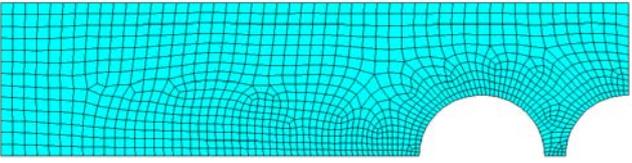
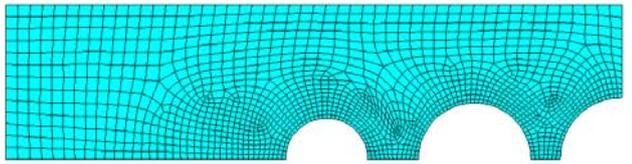
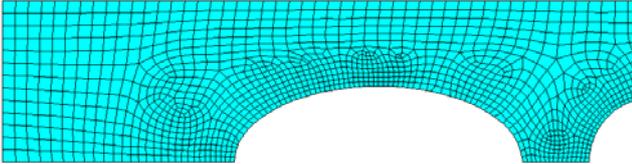
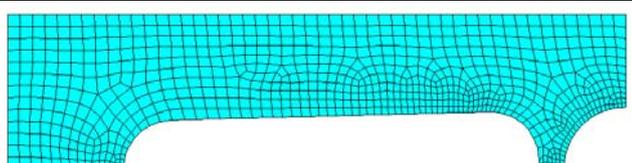
Caso	Elementos/nós	Malha
Um furo	1.051/ 3.360	
Dois furos	1.518/ 4.785	
Elipse	1.248/ 3.949	
Triângulo	767/ 2.486	

Tabela 8 – Aspecto da malha utilizada nos alívios geométricos dos casos de placa plana com rebaixo.

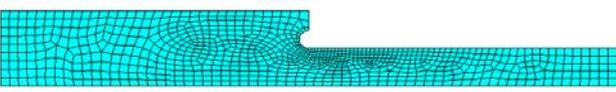
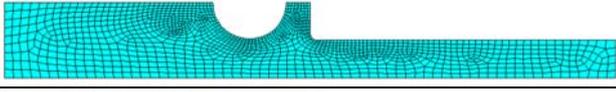
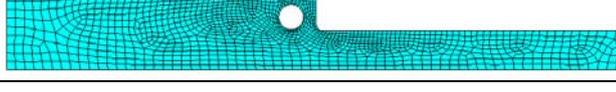
Caso	Elementos/nós	Malha
Raio	849/ 2.730	
Círculo	1.360/ 4.311	
Furo	1.268/ 4.030	

Tabela 9 – Aspecto da malha utilizada nos alívios geométricos dos casos de eixo com rasgo para anel elástico.

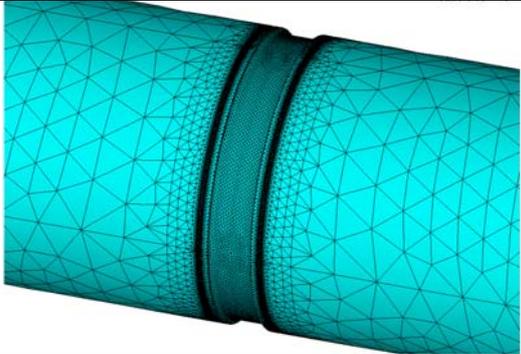
Caso	Elementos/nós	Malha
Raio	201.237/ 302.461	

Tabela 10 – Aspecto da malha utilizada nos alívios geométricos dos casos de eixo com escalonamento.

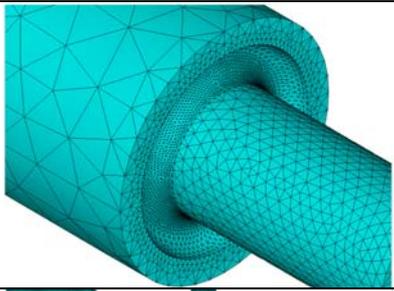
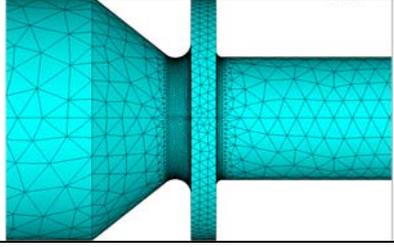
Caso	Elementos/nós	Malha
Raio	18.894/ 33.164	
Rasgo	97.004/ 142.871	

Tabela 11 – Aspecto da malha utilizada nos alívios geométricos dos casos de eixo com furo passante.

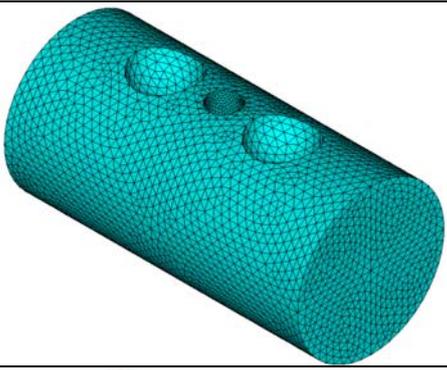
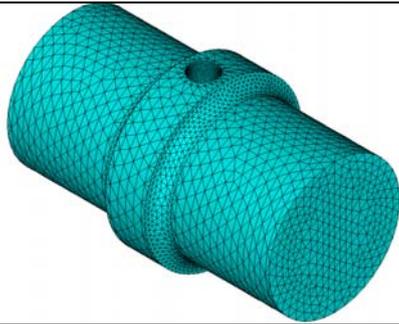
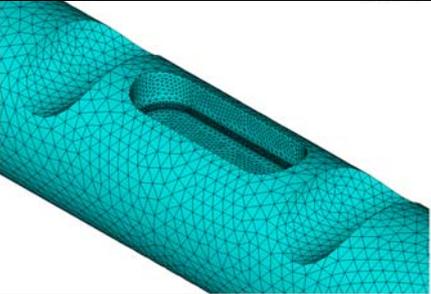
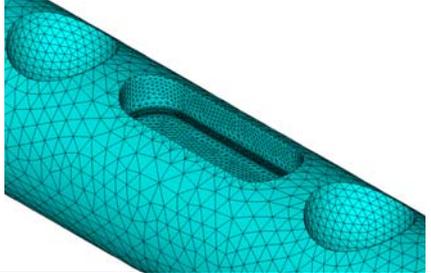
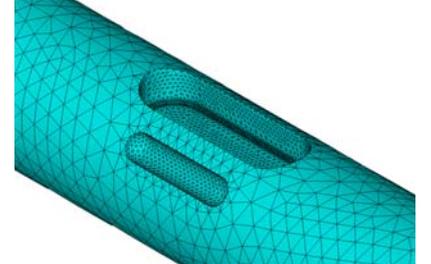
Caso	Elementos/nós	Malha
Esfera	52.887/ 81.556	
Rasgo transversal	62.162/ 94.182	
Elevação do furo	75.641/ 106.808	

Tabela 12 – Aspecto da malha utilizada nos alívios geométricos dos casos de eixo com rasgo de chaveta.

Caso	Elementos/nós	Malha
Rasgo transversal	32.830/ 95.690	
Esfera	45.113/ 72.086	
Rasgo transversal	80.431/ 117.785	
Elevação do rasgo de chaveta	98.420/ 131.234	

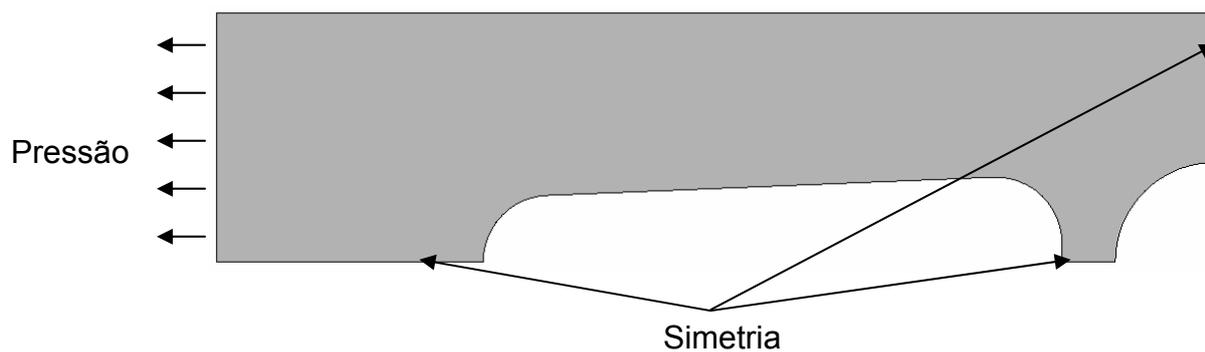


Figura 39 – Exemplo de aplicação das condições de contorno em placa com furo sob tração.

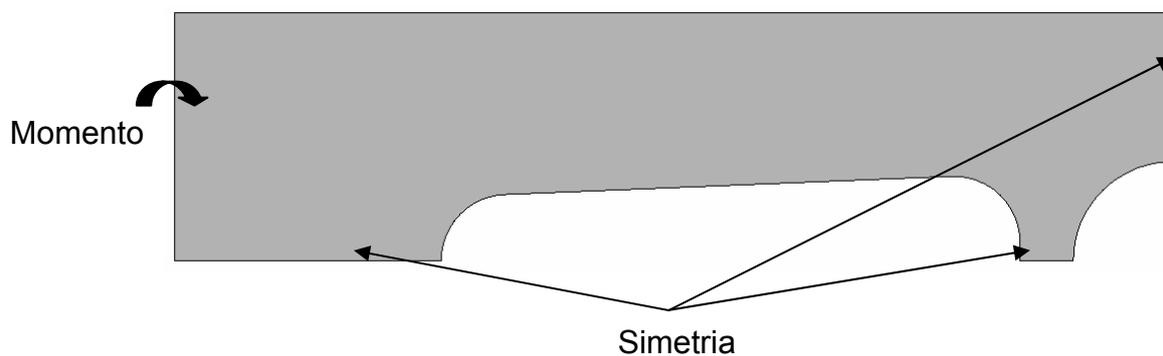


Figura 40 – Exemplo de aplicação das condições de contorno em placa com furo sob flexão.

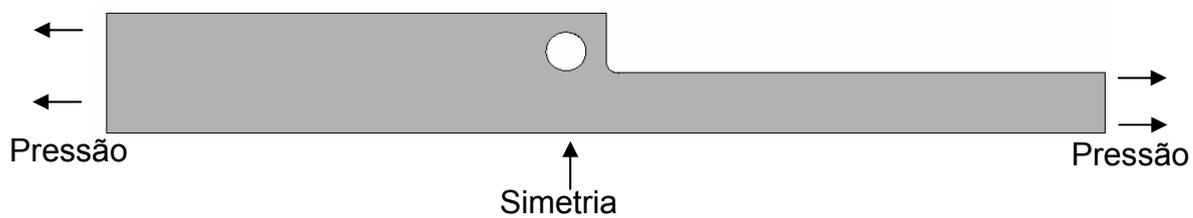


Figura 41 – Exemplo de aplicação das condições de contorno em placa com rebaixo sob tração.

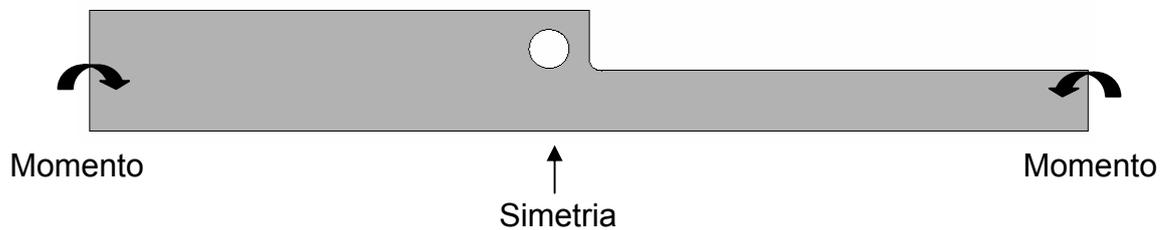


Figura 42 – Exemplo de aplicação das condições de contorno em placa com rebaixo sob flexão.

Para o problema de eixo sob torção pura, aplicou-se o torque nas extremidades do modelo, como exemplifica a Figura 43. Porém para o caso de eixo com rasgo para anel elástico, em torção, aplica-se um torque em uma extremidade do eixo e na outro uma condição de engastamento, Figura 44. Esta forma de modelamento não é possível nos outros casos de torção pois ocorre o problema de concentração de tensão numérica na área referente a seção de redução do problema.

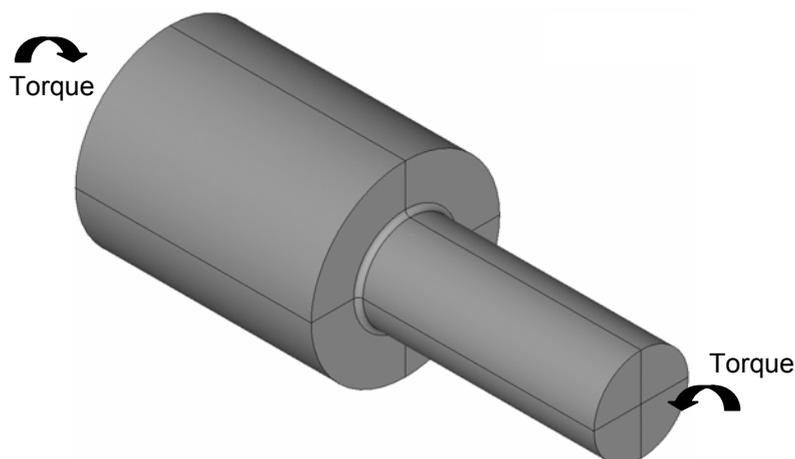


Figura 43 – Exemplo de aplicação das condições de contorno do eixo sob torção.

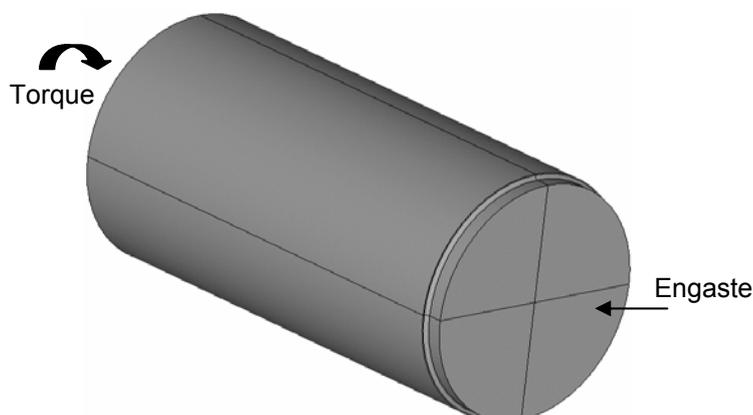


Figura 44 – Condições de contorno do eixo com rasgo para anel elástico sob torção.

Para os casos de eixo sob flexão pura, aplica-se momento e condições de simetria em um oitavo do eixo, como mostra a Figura 45. Porém, devida a simetria em apenas um quarto do modelo no caso de eixo com rebaixo, as condições de contorno ficam como a Figura 46.

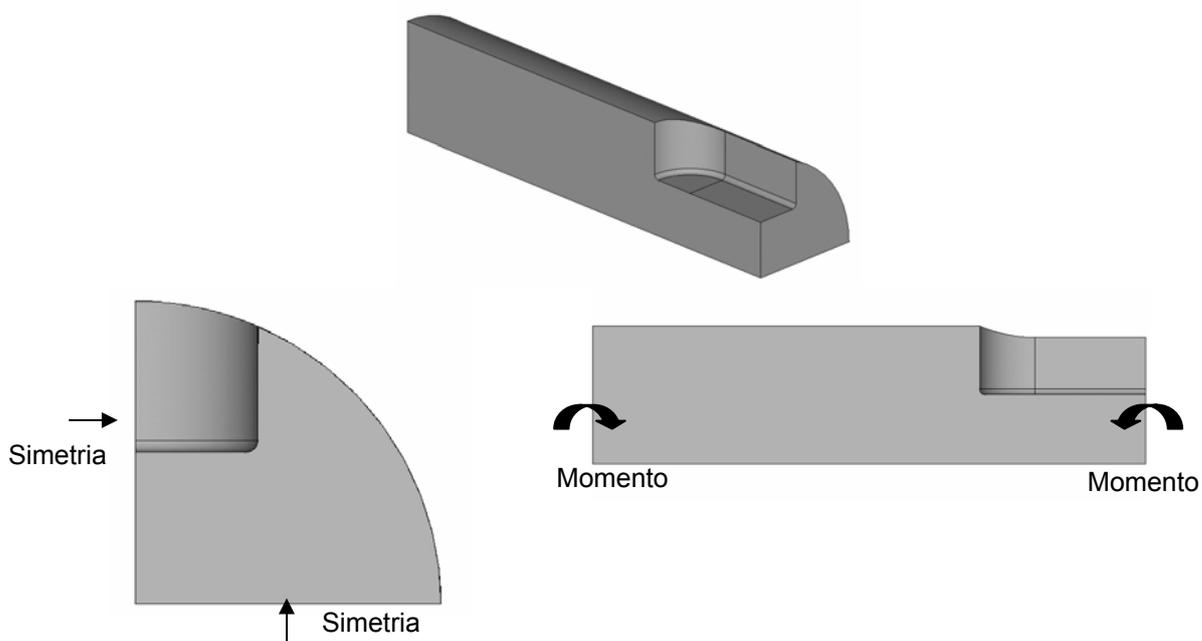


Figura 45 – Exemplo de aplicação das condições de contorno do eixo sob flexão, exceto para eixo com rebaixo.

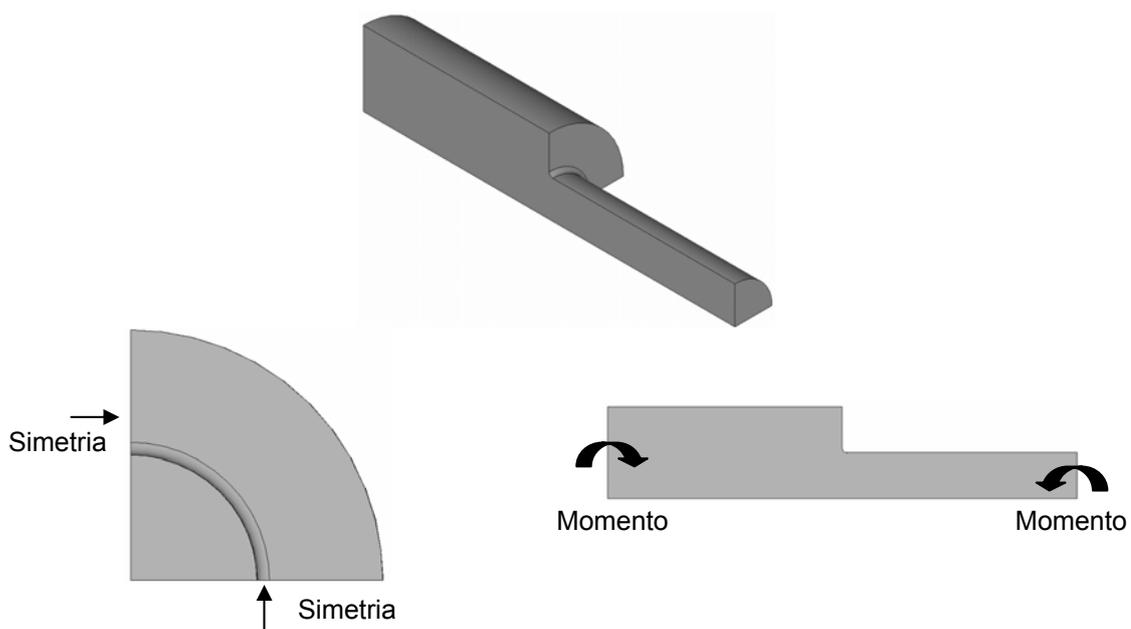


Figura 46 – Exemplo de aplicação das condições de contorno do eixo sob flexão.

Para o problema de placa plana, o valor da pressão aplicada nas análises de tração é 1,0 MPa e nos casos de flexão o momento aplicado é 0,2 Nm. Já para os eixos, aplicou-se um torque de 0,196 Nm para a análise de torção e um momento de 0,0982 Nm nas de flexão. Estes valores foram calculados com base nas equações da resistência dos materiais e com o intuito de que a tensão nominal do modelo fosse de

1,0 MPa. Com isso, o valor da tensão máxima é igual ao K_t ou K_{ts} , facilitando a visualização gráfica.

3.1.6 Parâmetros de otimização

3.1.6.1 Metodologia de otimização

A metodologia adotada para solução do problema baseou-se na aplicação dos métodos e ferramentas de otimização do *software* ANSYS, porém, variando o vetor inicial de projeto, desde que esteja dentro de uma região viável, a fim tentar contornar a presença de mínimos locais na função objetivo.

Para cada processo de análise dos casos de placa plana, é tomado como ponto inicial um vértice do hipercubo n-dimensional definido pelos limites simples sobre as variáveis de projeto. A região viável ainda é dividida em três partes iguais sendo assim, definido outro hipercubo além do ponto médio da região. Dessa forma, o número total de casos analisados é dado por $2 \times (2^n) + 1$. Então, cada caso de otimização é executado primeiramente utilizando o método do subproblema, por se tratar de um método rápido, executando assim uma aproximação inicial do problema. Posteriormente, com base no valor obtido, executou-se o método de primeira ordem, a fim de refinar a solução fornecida pelo subproblema. Finalmente, de todas as análises realizadas tomou-se como ponto ótimo do problema aquele que fornece o menor K_t .

A metodologia descrita anteriormente possui a vantagem de iniciar o processo de otimização de vários pontos dentro da região de busca, aumentando as chances de que o resultado ótimo obtido ao final de todas as análises esteja próximo do mínimo global. Este tipo de estratégia é possível de se aplicar em casos em que o cálculo da função objetivo é rápido, o que geralmente não ocorre em modelos numéricos que utilizam elementos sólidos, como nos eixos que serão estudados. Para os eixos o tempo médio do processo de otimização fica em torno de 48 horas sendo então inviável realizar um número de análises semelhante ao problema de placa plana. Dessa forma, para os eixos será feito um ajuste na metodologia fim de reduzir o número de análises sem perder significativamente a acurácia dos resultados.

Assim, para eixos em torção e flexão pura, inicialmente realizou-se uma varredura no espaço de busca utilizando a ferramenta de otimização do *software* de elementos finitos denominada de *sweep*. Com esta ferramenta, calculou-se o valor da função objetivo nos vértices do hipercubo n-dimensional definido pelos limites simples sobre as variáveis de projeto além do ponto médio de cada variável. Com estes dados, executa-se o subproblema, que os utiliza para a determinação de uma função de aproximação que passa pelos mesmos. Com o ponto de mínimo calculado com base naquela função, o subproblema já inicia o processo de otimização com um ponto inicial melhor. Caso isto não seja feito, o subproblema iria realizar, randomicamente, a avaliação da função objetivo a fim de calcular uma superfície e assim iniciar o processo de otimização. Posteriormente é executado o método de primeira ordem. Assim, o processo de otimização para o problema de eixos, é realizado apenas uma vez, entretanto, iniciando de um ponto melhor posicionado.

3.1.6.2 Tolerância

O valor da tolerância no processo de otimização influi diretamente no tempo de processamento e na qualidade do resultado final. Então, visando obter resultados adequados, porém sem prejudicar o tempo de processamento, adotou-se para dois métodos de otimização o valor de 0,001. Este valor é aplicado tanto na função objetivo quanto nas variáveis de projeto.

3.1.6.3 Função objetivo

A escolha da função objetivo a ser otimizada baseou-se na equação Eq. 1 que define o problema. Esta equação mostra que a redução da tensão máxima do componente reflete na redução do K_t . Dessa forma, a função objetivo para os casos de tração e flexão é a tensão máxima de von Mises. Já para o problema de torção é a máxima tensão cisalhante de Tresca.

3.1.6.4 Variáveis de projeto e restrições

3.1.6.4.1 Placa plana com furo

3.1.6.4.1.1 Um furo de alívio

As variáveis de projeto e as restrições necessárias variaram para cada caso. Para o de um furo de alívio as variáveis de projeto foram D e L , Figura 47. Neste caso a restrição imposta é de que a parede mínima de material entre o furo central e o furo de alívio é no mínimo 5 mm, a fim de viabilizar a fabricação.

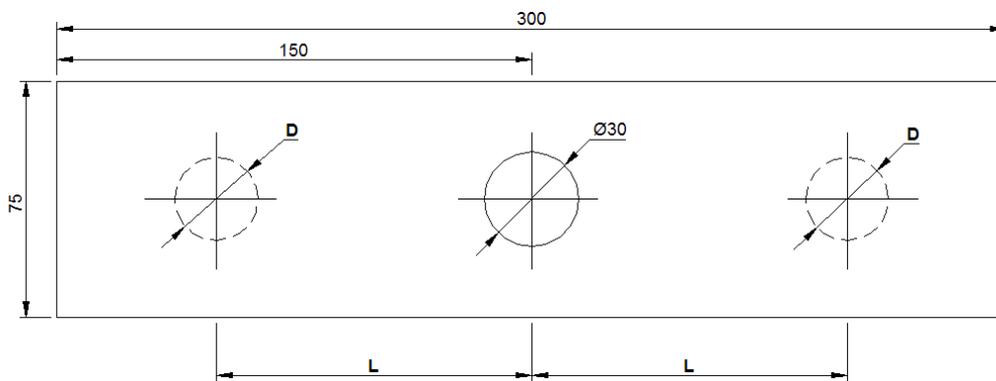


Figura 47 – Parâmetros D e L , utilizados como variáveis de projeto. Dimensões em milímetros.

Escrevendo o problema padrão de otimização para o caso de um furo de alívio tem-se:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Função objetivo: } f(\mathbf{x}) = \sigma_{\max} \\ \text{Restrições: } \begin{cases} g_1(\mathbf{x}) = D \geq 1, & g_2(\mathbf{x}) = D \leq 30, \\ g_3(\mathbf{x}) = L \geq 31, & g_4(\mathbf{x}) = L \leq 130, \\ g_5(\mathbf{x}) = L - \left(\frac{D + D_{\text{fixo}}}{2} \right) \geq 5. \end{cases} \end{array} \right\}$$

sendo D_{fixo} igual a 30 mm.

3.1.6.4.1.2 Dois furos de alívio

Para dois furos de alívio, as variáveis de projeto são os diâmetros D_1 e D_2 e suas posições L_1 e L_2 , Figura 48. Neste caso, também se adota que a parede mínima de material entre os furos é no mínimo 5 mm.

Escrevendo o problema padrão de otimização para o caso com dois furos de alívio tem-se:

$$\begin{array}{l} \text{Função objetivo: } f(\mathbf{x}) = \sigma_{\max} \\ \text{Restrições: } \begin{cases} g_1(\mathbf{x}) = D1 \geq 1, & g_2(\mathbf{x}) = D1 \leq 30, \\ g_3(\mathbf{x}) = D2 \geq 1, & g_4(\mathbf{x}) = D2 \leq 30, \\ g_5(\mathbf{x}) = L1 \geq 31, & g_6(\mathbf{x}) = L1 \leq 65, \\ g_7(\mathbf{x}) = L2 \geq 31, & g_8(\mathbf{x}) = L2 \leq 65, \\ g_9(\mathbf{x}) = L1 - \left(\frac{D1 + D_{\text{fixo}}}{2} \right) \geq 5, & g_{10}(\mathbf{x}) = L2 - \left(\frac{D1 + D2}{2} \right) \geq 5. \end{cases} \end{array}$$

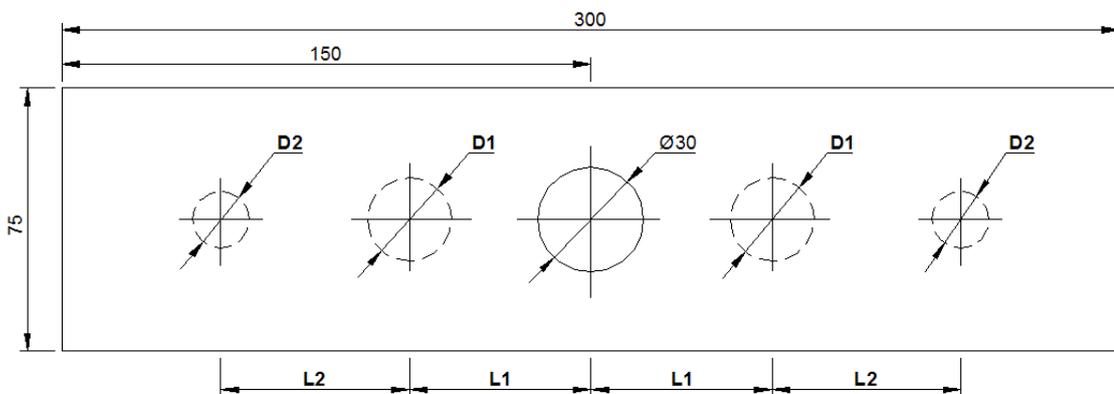


Figura 48 – Parâmetros D1, D2, L1 e L2, utilizados como variáveis de projeto. Dimensões em milímetros.

3.1.6.4.1.3 Alívio elíptico

Já no caso com alívio elíptico as variáveis de projeto foram às dimensões da elipse A e B, e sua posição L, Figura 49. Com relação as restrições, a distância do furo central até a extremidade mais distante da elipse deve ser inferior a 130 mm. Esta nova restrição foi adotada para que a elipse mantivesse uma distância de no mínimo 20 mm das garras da máquina de tração durante a análise experimental. Neste problema não é necessário impor uma restrição na espessura da parede de material entre a elipse e o furo central pois, a variável de projeto L possui valor mínimo de 20 mm, que já considera explicitamente a restrição de 5 mm de espessura.

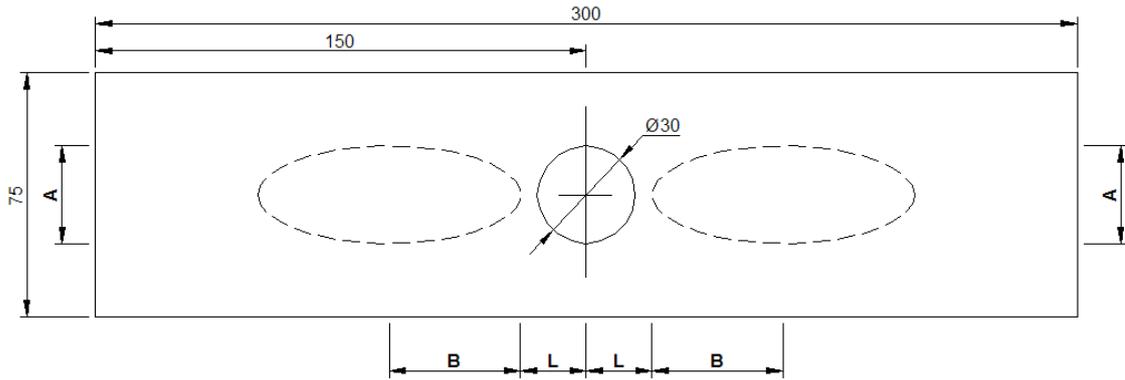


Figura 49 – Parâmetros A, B e L, utilizados como variáveis de projeto. Dimensões em milímetros.

Escrevendo o problema padrão de otimização para o caso com alívio elíptico tem-se:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Função objetivo: } f(\mathbf{x}) = \sigma_{\max} \\ \text{Restrições: } \left\{ \begin{array}{ll} g_1(\mathbf{x}) = A \geq 1, & g_2(\mathbf{x}) = A \leq 20, \\ g_3(\mathbf{x}) = B \geq 1, & g_4(\mathbf{x}) = B \leq 45, \\ g_5(\mathbf{x}) = L \geq 20, & g_6(\mathbf{x}) = L \leq 40, \\ g_7(\mathbf{x}) = L - 2B \leq 30. \end{array} \right. \end{array} \right\}$$

3.1.6.4.1.4 Alívio triangular

Para o caso de alívio triangular, as variáveis de projeto adotadas são as posições L1 e L2, além do diâmetro D e da altura H, Figura 50. Novamente é adotada uma restrição de parede mínima de 5 mm entre o furo e o elemento de alívio além de limitar em 130 mm de distância a extremidade mais distante do triângulo a partir do furo central, similar ao empregado no alívio elíptico.

Escrevendo o problema padrão de otimização para o caso com alívio triangular tem-se:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Função objetivo: } f(\mathbf{x}) = \sigma_{\max} \\ \text{Restrições: } \left\{ \begin{array}{ll} g_1(\mathbf{x}) = D \geq 1, & g_2(\mathbf{x}) = D \leq 45, \\ g_3(\mathbf{x}) = L1 \geq 20, & g_4(\mathbf{x}) = L1 \leq 50, \\ g_5(\mathbf{x}) = L2 \geq 60, & g_6(\mathbf{x}) = L2 \leq 129,5, \\ g_7(\mathbf{x}) = H \geq 1, & g_8(\mathbf{x}) = H \leq 30, \\ g_9(\mathbf{x}) = L1 - \left(\frac{D + D_{\text{fixo}}}{2} \right) \geq 5, & g_{10}(\mathbf{x}) = L2 + \frac{D}{2} \leq 130. \end{array} \right. \end{array} \right\}$$

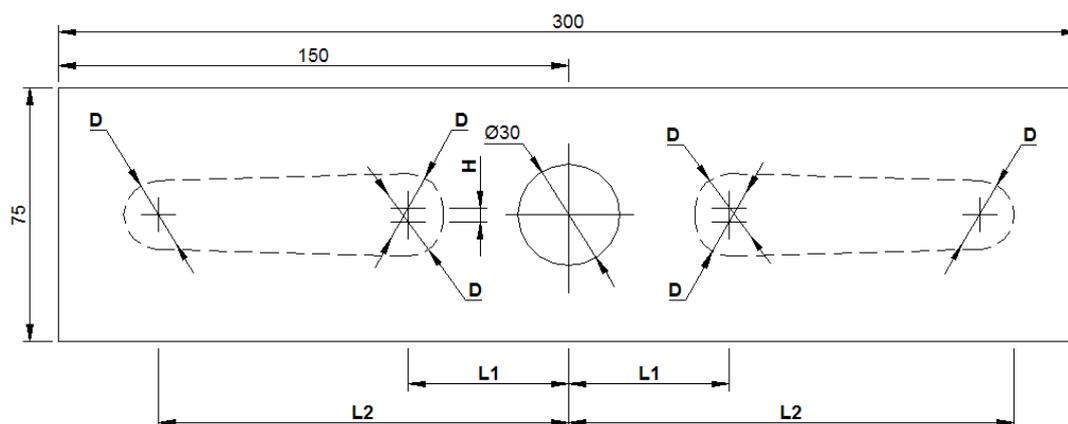


Figura 50 – Parâmetros L1, L2, A e B utilizados como variáveis de projeto. Dimensões em milímetros.

3.1.6.4.2 Placa plana rebaixo

3.1.6.4.2.1 Alívio com raio

Tratando agora dos casos de placa com rebaixo, para a forma de alívio com raio, tem-se uma variável de projeto, sendo o diâmetro D indicado na Figura 51. Para este caso o problema padrão de otimização pode ser escrito na forma:

$$\begin{cases} \text{Função objetivo: } f(\mathbf{x}) = \sigma_{\max} \\ \text{Restrições: } \{ g_1(\mathbf{x}) = D \geq 1, \quad g_2(\mathbf{x}) = D \leq 7,5. \end{cases}$$

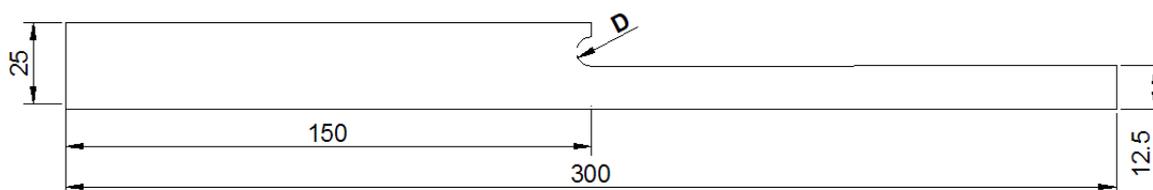


Figura 51 – Parâmetro D utilizado como variáveis de projeto. Dimensões em milímetros.

3.1.6.4.2.2 Alívio circular

Para o alívio circular existem duas variáveis de projeto, o diâmetro do furo D e sua posição X, em relação ao rebaixo, Figura 52. Além disso, adotou-se uma restrição de 5 mm para o comprimento do ressalto. O problema padrão de otimização fica:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Função objetivo: } f(\mathbf{x}) = \sigma_{\max} \\ \text{Restrições: } \begin{cases} g_1(\mathbf{x}) = D \geq 1, & g_2(\mathbf{x}) = D \leq 40, \\ g_3(\mathbf{x}) = X \geq 5,5, & g_4(\mathbf{x}) = X \leq 70, \\ g_5(\mathbf{x}) = X - \frac{D}{2} \geq 5. \end{cases} \end{array} \right\}$$

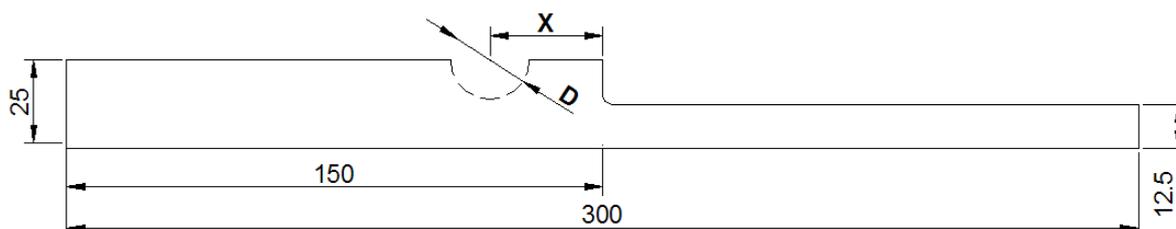


Figura 52 – Parâmetros D e X utilizados como variáveis de projeto. Dimensões em milímetros.

3.1.6.4.2.3 Alívio com furo

Três variáveis de projeto são utilizadas para o problema de alívio de chapa com rebaixo e com um furo de alívio. São o diâmetro D do furo e sua posição X e Y, como mostra a Figura 53. A restrição neste caso é de 5 mm imposta a parede do furo com relação ao ressalto. O problema padrão de otimização pode ser escrito como:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Função objetivo: } f(\mathbf{x}) = \sigma_{\max} \\ \text{Restrições: } \begin{cases} g_1(\mathbf{x}) = D \geq 1, & g_2(\mathbf{x}) = D \leq 20, \\ g_3(\mathbf{x}) = X \geq 5,5, & g_4(\mathbf{x}) = X \leq 70, \\ g_5(\mathbf{x}) = Y \geq 5,5, & g_6(\mathbf{x}) = Y \leq 12,5, \\ g_7(\mathbf{x}) = X - \frac{D}{2} \geq 5, & g_8(\mathbf{x}) = Y - \frac{D}{2} \geq 5. \end{cases} \end{array} \right\}$$

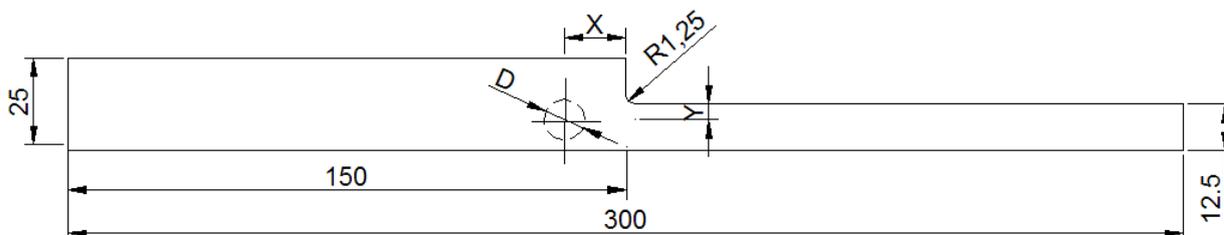


Figura 53 – Parâmetros D, X e Y utilizados como variáveis de projeto. Dimensões em milímetros.

3.1.6.4.3 Eixo com escalonamento

3.1.6.4.3.1 Alívio com raio

Considerando os casos de eixos, apresenta-se a primeira forma de alívio adotada para o caso de alívio com raio em eixo com escalonamento. Neste caso a variável de projeto é o diâmetro D apresentado na Figura 54, e o problema padrão de otimização pode ser escrito como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Função objetivo: } f(\mathbf{x}) = \sigma_{\max} \\ \text{Restrições: } \{ g_1(\mathbf{x}) = D \geq 1, \quad g_2(\mathbf{x}) = D \leq 3. \end{array} \right.$$

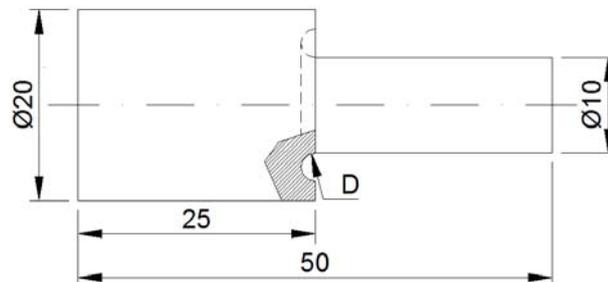


Figura 54 – Parâmetro D utilizado como variável de projeto. Dimensões em milímetros.

3.1.6.4.3.2 Alívio com rasgo

Outra forma de alívio implementada no caso de eixo com escalonamento é o rasgo, que possui duas variáveis de projeto, conforme a Figura 55 e a forma padrão de otimização como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Função objetivo: } f(\mathbf{x}) = \sigma_{\max} \\ \text{Restrições: } \left\{ \begin{array}{l} g_1(\mathbf{x}) = D \geq 1, \quad g_2(\mathbf{x}) = D \leq 5, \\ g_3(\mathbf{x}) = Y \geq 1, \quad g_4(\mathbf{x}) = Y \leq 5. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

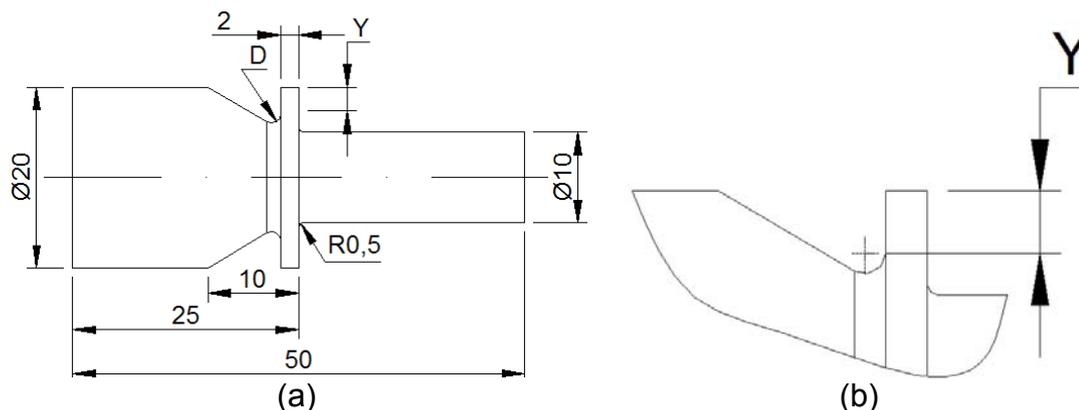


Figura 55 – Parâmetros D e Y utilizados como variáveis de projeto (a). Detalhe para posição do parâmetro Y (b). Dimensões em milímetros.

3.1.6.4.4 Eixo com rasgo para anel elástico

3.1.6.4.4.1 Alívio com raio

A forma de alívio com raio possui duas variáveis de projeto D e X indicadas na Figura 56, que é proposta por SHIGLEY (1986). O problema padrão de otimização fica:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Função objetivo: } f(\mathbf{x}) = \sigma_{\max} \\ \text{Restrições: } \begin{cases} g_1(\mathbf{x}) = D \geq 0,1, & g_2(\mathbf{x}) = D \leq 1, \\ g_3(\mathbf{x}) = X \geq 0,1, & g_4(\mathbf{x}) = X \leq 1. \end{cases} \end{array} \right.$$

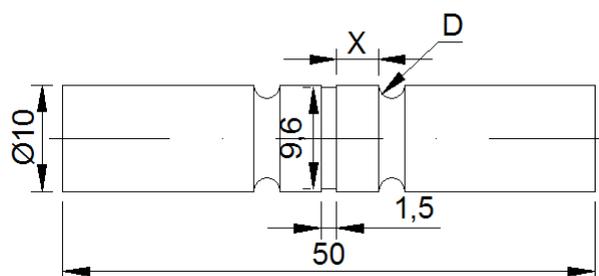


Figura 56 – Parâmetros D e X utilizados como variáveis de projeto. Dimensões em milímetros.

3.1.6.4.5 Eixo com furo passante

3.1.6.4.5.1 Alívio com esfera

Para o alívio de concentração de tensão em furo passante sob flexão, são utilizadas duas formas de alívio. Uma delas é a esfera que possui duas variáveis de projeto, Figura 57, com problema padrão de otimização na forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Função objetivo: } f(\mathbf{x}) = \sigma_{\max} \\ \text{Restrições: } \begin{cases} g_1(\mathbf{x}) = D \geq 1, & g_2(\mathbf{x}) = D \leq 6, \\ g_3(\mathbf{x}) = X \geq 1, & g_4(\mathbf{x}) = X \leq 5. \end{cases} \end{array} \right.$$

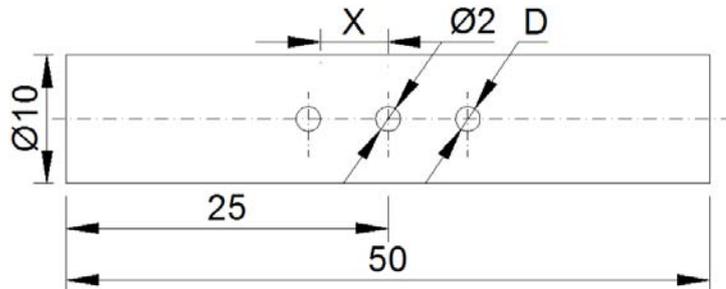


Figura 57 – Parâmetros D e X utilizado como variável de projeto. Dimensões em milímetros.

3.1.6.4.5.2 Alívio com rasgo transversal

A forma de alívio com rasgo transversal aplicada ao carregamento de flexão, Figura 58, possui problema padrão de otimização igual ao do caso com alívio com esfera.

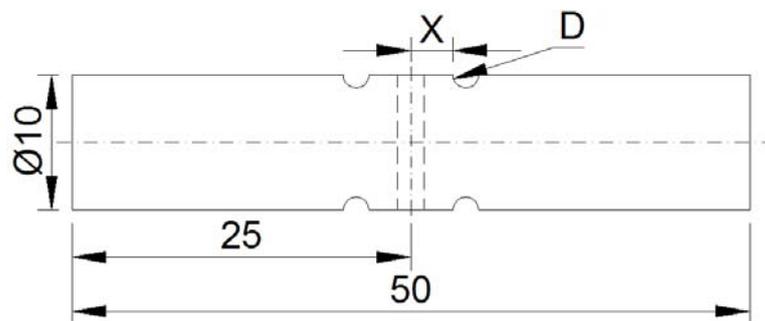


Figura 58 – Parâmetros D e X utilizado como variável de projeto. Dimensões em milímetros.

3.1.6.4.5.3 Alívio com elevação

A forma de alívio aplicada ao problema de torção em furo passante é a sugerida por SHIGLEY (1986) em que é feita a elevação do furo, Figura 59. Com uma variável de projeto o problema de otimização é escrito como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Função objetivo: } f(\mathbf{x}) = \sigma_{\max} \\ \text{Restrições: } \begin{cases} g_1(\mathbf{x}) = H \geq 0,1, & g_2(\mathbf{x}) = H \leq 1. \end{cases} \end{array} \right.$$

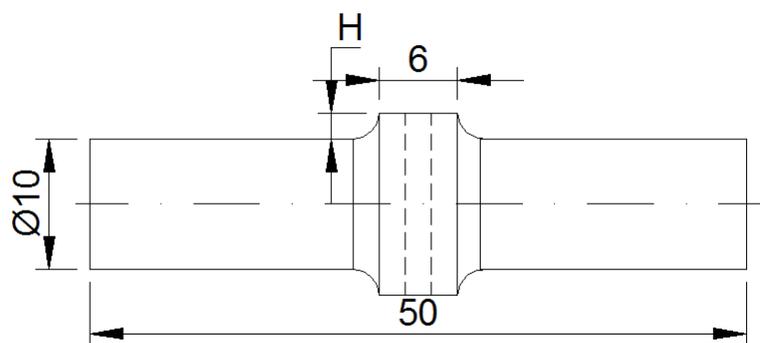


Figura 59 – Parâmetro H utilizado como variável de projeto. Dimensões em milímetros.

3.1.6.4.6 Eixo com rasgo de chaveta

3.1.6.4.6.1 Alívio com elevação

Nos casos de rasgo de chaveta, a primeira forma de alívio empregada para o caso de torção, é a elevação do rasgo de chaveta sugerido por DEUTSCHMAN (1975), como mostra a Figura 60. Dessa forma, o problema fica com uma variável de projeto e pode ser escrito como:

$$\begin{cases} \text{Função objetivo: } f(\mathbf{x}) = \sigma_{\max} \\ \text{Restrições: } \{ g_1(\mathbf{x}) = H \geq 1, \quad g_2(\mathbf{x}) = H \leq 3. \end{cases}$$

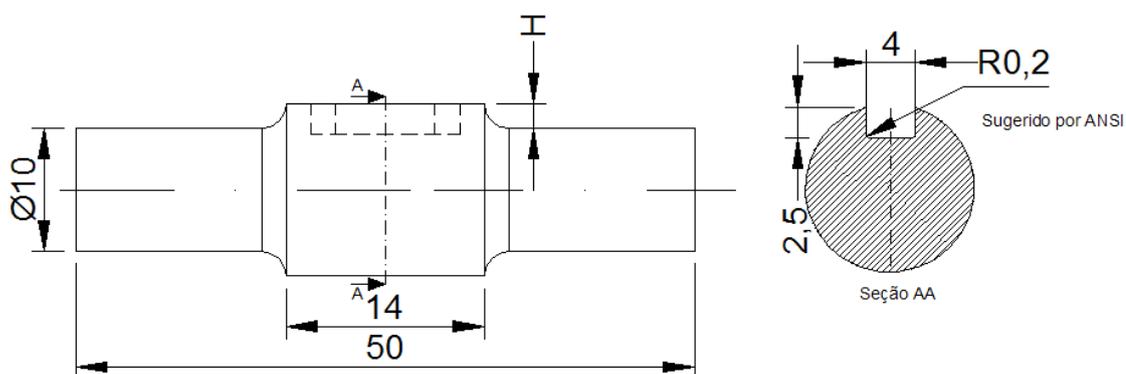


Figura 60 – Parâmetro H utilizado como variável de projeto. Dimensões em milímetros.

3.1.6.4.6.2 Alívio com rasgo lateral

A segunda forma adotada para o alívio de tensão em rasgo de chaveta sob torção é o rasgo lateral como mostra esquematicamente a Figura 61, com duas variáveis de projeto, D e L, e seu problema padrão de otimização:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Função objetivo: } f(\mathbf{x}) = \sigma_{\max} \\ \text{Restrições: } \begin{cases} g_1(\mathbf{x}) = D \geq 1, & g_2(\mathbf{x}) = D \leq 3, \\ g_3(\mathbf{x}) = L \geq 4, & g_4(\mathbf{x}) = L \leq 12. \end{cases} \end{array} \right.$$

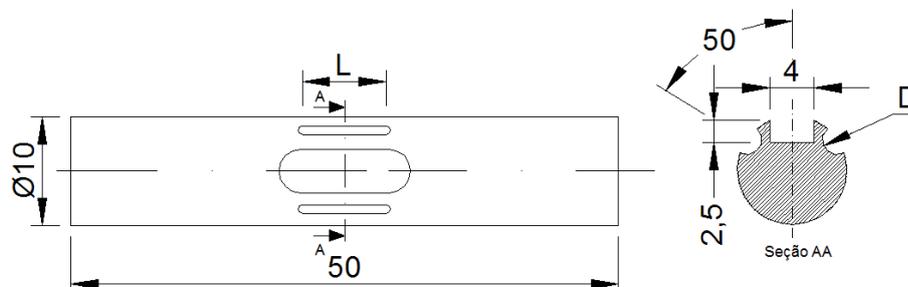


Figura 61 – Parâmetros D e L utilizados como variáveis de projeto. Dimensões em milímetros.

3.1.6.4.6.3 Alívio com esfera

Para alívio com esfera aplicado ao carregamento de flexão, como indica a Figura 62, o problema padrão de otimização fica semelhante ao do item 3.1.6.4.5.1.

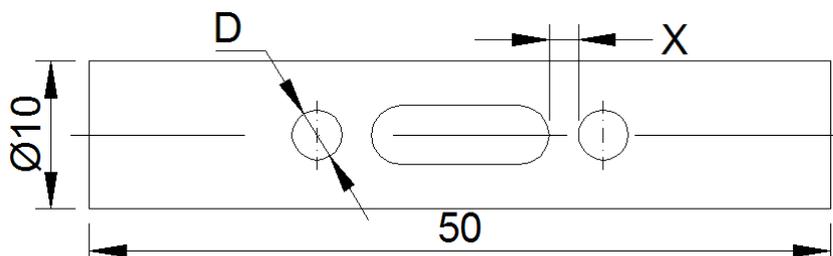


Figura 62 – Parâmetros D e X utilizados como variáveis de projeto. Dimensões em milímetros.

3.1.6.4.6.4 Alívio com rasgo transversal

Finalmente, na última forma de alívio em rasgo de chaveta sob flexão, o rasgo transversal, também são utilizadas duas variáveis de projeto, Figura 63. O problema padrão de otimização igual ao do item 3.1.6.4.5.1.

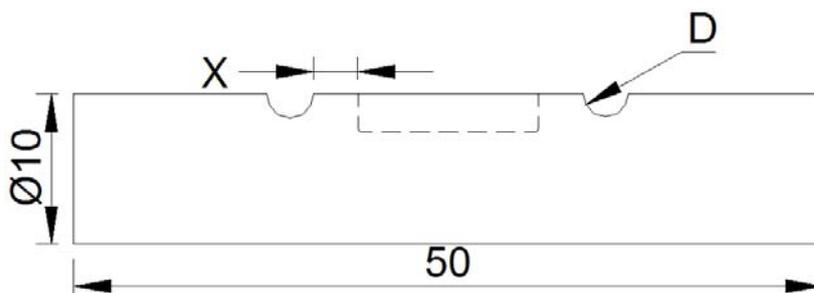


Figura 63 – Parâmetros De X utilizados como variáveis de projeto. Dimensões em milímetros.

3.2 Análise Experimental de Tensões

3.2.1 Confeção dos corpos de provas

Com base no melhor vetor ótimo obtido de cada caso durante a análise numérica, que será apresentado no Capítulo 4, são confeccionados os corpos de prova previstos para a análise experimental, o Apêndice S mostra os desenhos técnicos dos mesmos. São fabricados pelo processo de corte a laser em chapas de aço SAE 1020 com 4 mm de espessura, como mostra a Figura 64. São produzidas 3 amostras de cada forma de alívio otimizada além de 3 chapas sem elemento de alívio. A quantidade de corpos de prova confeccionados é especificada a fim de se poder identificar possíveis discrepâncias de resultados durante os ensaios e também considerando restrições orçamentárias do projeto, principalmente no que tange a quantidade de extensômetros a serem utilizados.

Vale ressaltar que se especificou nos desenhos de fabricação, que a posição de corte dos corpos de prova seria paralelamente a direção de laminação da chapa a fim de evitar variação em suas propriedades mecânicas. A tolerância de fabricação adotada é de 0,05 mm valor de uso corrente pelas empresas que trabalham com o corte a laser e que foi sugerido pela empresa Comp Laser, localizada na cidade de Pinhais, parceira deste projeto.



Figura 64 – Um terço dos corpos de prova fabricados para a análise experimental de tensões.

3.2.2 Verificação dimensional

A fim de verificar se os corpos de prova estavam dentro das tolerâncias especificadas nos desenhos de fabricação, é realizada a avaliação de suas dimensões em máquina de medir por coordenada do Laboratório de Metrologia do Departamento Acadêmico de Mecânica (DAMEC) da UTFPR, conforme mostra a Figura 65

Os corpos de provas foram fixados na base da mesa com hastes e parafusos, como mostra a Figura 66, e com o auxílio do *software* da máquina, UMESS_W v1, são avaliadas as dimensões especificadas nos desenhos técnicos. Basicamente o processo de medição consistiu na definição de um dos cantos do corpo de prova como referência (zero peça), posteriormente, com a ajuda do apalpador da máquina são avaliadas as dimensões.

Praticamente todos os corpos de provas tiveram dimensões além do permitido pela tolerância de fabricação que é de 0,05 mm. Em geral, este problema ocorreu de forma mais contundente nas cotas de posição dos furos e raios. As dimensões obtidas no ensaio podem ser observadas no Apêndice O.



Figura 65 – Aspecto geral da máquina de medir por coordenada.

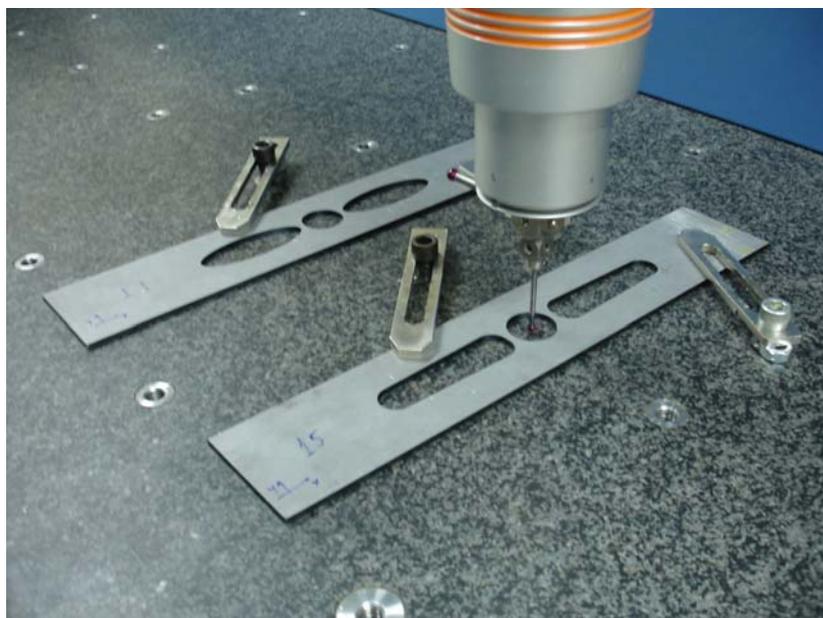


Figura 66 – Corpos de prova durante avaliação de suas dimensões.

3.2.3 Extensometria

Para a análise experimental, utilizou-se como sistema de aquisição de dados o Lynx, de fabricação nacional com 16 canais, mostrado na Figura 67. Este sistema

utiliza o *software* Lynx AqDados para a aquisição do sinal do extensômetro, sendo que os dados obtidos são tratados no *software* Lynx AqDAnalysis.



Figura 67 – Sistema de aquisição utilizado Lynx.

3.2.3.1 Especificação de material

São adquiridos 40 extensômetros da empresa Excel. São extensômetros unidirecionais com base em poliamida com dimensões 1,57 x 3,81 mm, código PA-062AB-120L, com K igual a 2,09. O critério de escolha fundamental deste extensômetro é devido ao seu tamanho reduzido, pois, o fenômeno de concentração de tensão é muito localizado sendo necessário utilizar extensômetros compatíveis.

Além dos extensômetros, são especificados os terminais que realizam a ligação entre o cabo que conduz o sinal para a placa de aquisição e o extensômetro. Escolheu-se o terminal T-100 de dimensões 2,54 mm x 6,35 mm, por ser de tamanho adequado para a realização da soldagem.

Para a colagem dos extensômetros utilizou-se o adesivo ester de cianoacrilato que apresenta grande facilidade na utilização. Ele possui tempo de colagem em torno de 2 minutos e cura de 15 minutos. Os tempos indicados são válidos para uma temperatura de 20 °C e são menores para uma temperatura maior que 20 °C. O tipo de adesivo utilizado é adequado para ensaios de curta duração, em geral menores do que sete dias, pois absorve muita umidade ao longo do tempo prejudicando as medições HBM (1984).

3.2.3.2 Preparação dos corpos de provas

Em linhas gerais, os procedimentos para preparação de superfícies e colagem de extensômetros são semelhantes entre os fabricantes. A própria norma ASTM E1237, que trata sobre colagem de extensômetros, recomenda seguir as orientações dos fabricantes para a instalação dos transdutores. Dessa forma, adotou-se como metodologia para a preparação dos corpos de provas as orientações apresentadas pela empresa HBM no seu manual “*Practical hints for the application of strain gauges*”. São eles:

1º PASSO – A preparação adequada da superfície onde se pretende colar o extensômetro é essencial para que o mesmo funcione adequadamente. A superfície de colagem não deve apresentar sujeira ou ser polida, podendo prejudicar a colagem. Assim, deve-se eliminar da área de colagem óxidos, tintas, rebarbas e regularizar a superfície no caso de materiais porosos. Para isso, a superfície interna do furo central, além das áreas próximas ao mesmo, são lixadas progressivamente com lixas de granulometria 80, 100 e 150. Feito isto, a área lixada é limpa com algodão e álcool isopropílico até que o algodão utilizado na limpeza não mais apresentasse sinais de óxidos oriundos do processo de lixamento. A Figura 68 mostra as regiões lixadas dos corpos de provas.

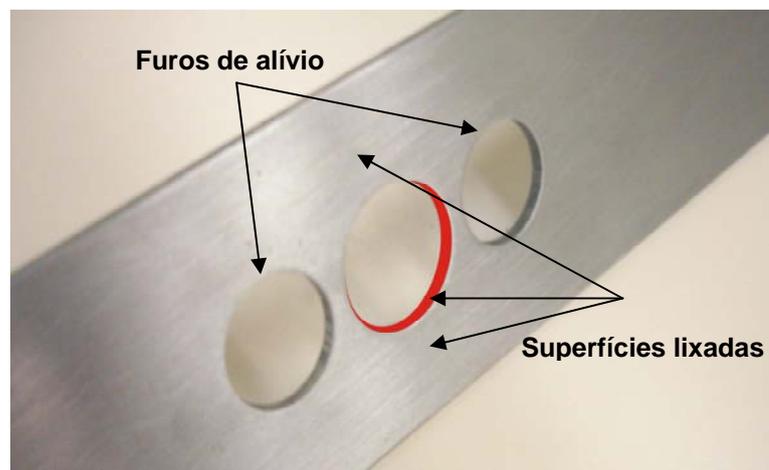


Figura 68 – Indicação das superfícies lixadas dos corpos de provas: Região interna do furo central e as laterais da chapa.

2º PASSO – O ponto adotado para a colagem dos extensômetros é a parte interna do furo central, paralelo ao lado maior da peça. A escolha deste ponto se deve aos resultados obtidos numericamente que indicam que a tensão nas bordas do furo

central é a máxima do corpo de prova, mesmo depois da colocação dos elementos de alívio. Além disso, colando o extensômetro dentro do furo o gradiente de deformação medido tende a se aproximar mais do valor numérico do que se o extensômetro estivesse colocado na borda externa do furo, onde o gradiente de deformação medido seria menor. Para cada corpo de prova são colados dois extensômetros no interior do furo central, a fim de se obter um valor médio da deformação. A Figura 69 mostra um dos extensômetros colados e o local de instalação do segundo, ambos posicionados em bordas diametralmente opostas do furo central.

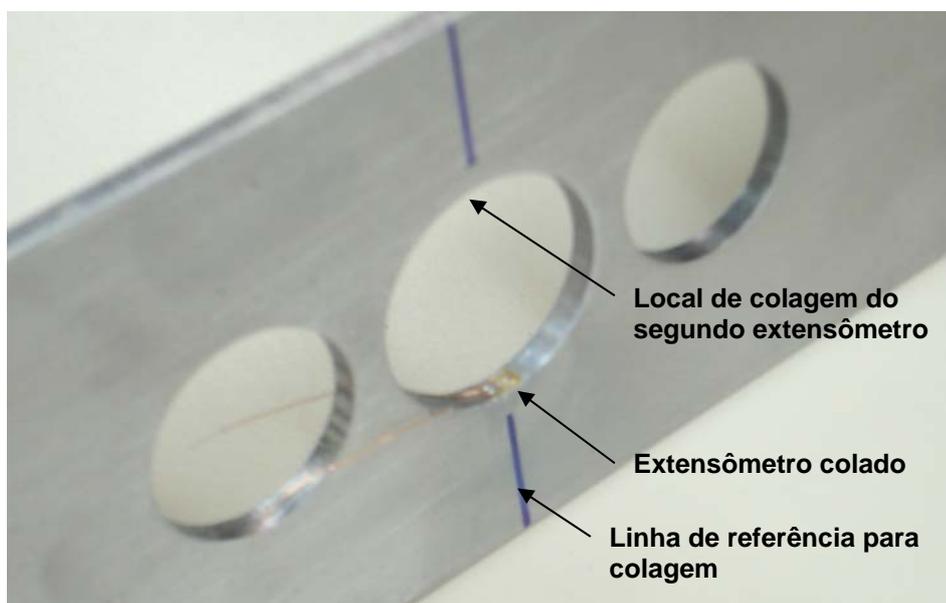


Figura 69 – Indicação das posições de colagem dos extensômetros.

Então, é aplicada cola na superfície interna do furo e na face posterior do extensômetro, sendo então colado o sensor na peça. Para que a colagem seja adequada, é necessária a aplicação de pressão sobre o extensômetro a fim de que ocorra o processo de polimerização da cola, e para o ester de cianoacrilato, esta deve ser igual a 1 Kgf/cm^2 . Para a aplicação desta pressão, a referência utilizada recomenda a utilização da pressão realizada pelo polegar de uma pessoa, o que foi realizado.

Um problema bastante crítico durante a colagem é garantir que o extensômetros permaneçam paralelos ao lado maior da peça, devido as dimensões reduzidas do sensor e os erros fornecidos pelo processo manual. Este problema, não foi resolvido,

mas sim minimizado, através da colocação de linhas de referência indicando a posição do furo mais próxima da borda do corpo de prova, Figura 69.

Finalmente, para verificar se o processo de colagem foi, em princípio, adequado, avaliou-se a resistência entre a base de poliamida do extensômetro e a peça utilizando um multímetro digital. Este valor fica em torno de 100 M Ω , quando o sensor apresenta uma boa aderência.

3º PASSO – Realizada a colagem iniciou-se o processo de soldagem do cabo de condução do sinal para a placa de aquisição, para isto, é colado o terminal de soldagem em posição conveniente a fim de facilitar a soldagem. Posteriormente, soldou-se o terminal utilizando ferro de solda comum e estanho como material de preenchimento, como mostra a Figura 70. Feita a soldagem, é realizada a avaliação da resistência do extensômetro através de um multímetro digital. Isto é necessário, devido ao porte de calor que este processo introduz no sistema, podendo danificar o sensor. Então, o valor da resistência medida deve ficar em torno de 120 Ω para um extensômetro soldado corretamente.

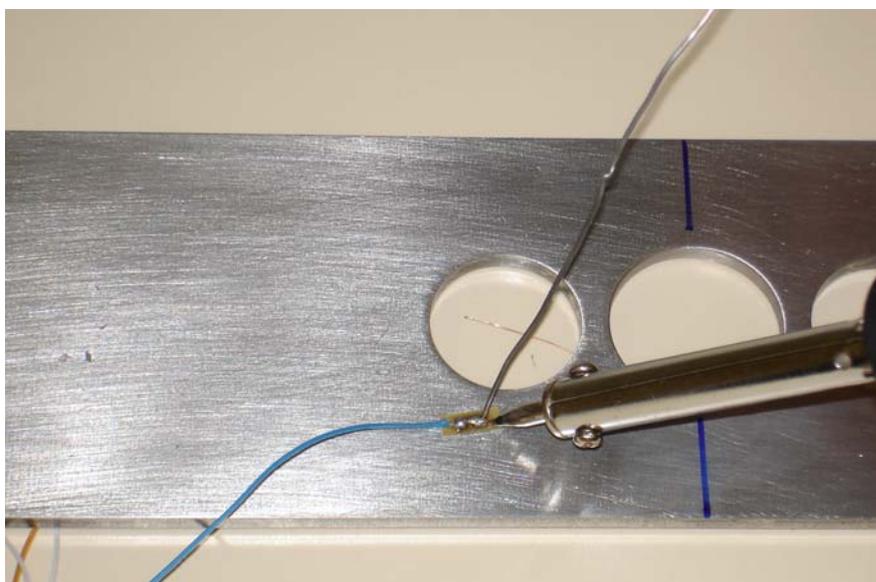


Figura 70 – Terminal de ligação, fios de condução de sinal e do extensômetro sendo soldado.

Terminada a soldagem, aguardou-se o tempo de 30 minutos para que a cola dos extensômetros sofresse o processo de cura, que consiste no alívio das tensões causadas pela pressão aplicada. Feito isto, o corpo de prova está pronto para o

ensaio e a Figura 71 mostra uma parcela dos corpos de provas prontos para o ensaio de tração.

O tipo de ligação utilizada neste trabalho é o um quarto de ponte para cada extensômetro e é adotado a fim de se ter maior controle dos dados de cada extensômetro, o que não ocorre em ligações do tipo meia ponte e ponte completa.

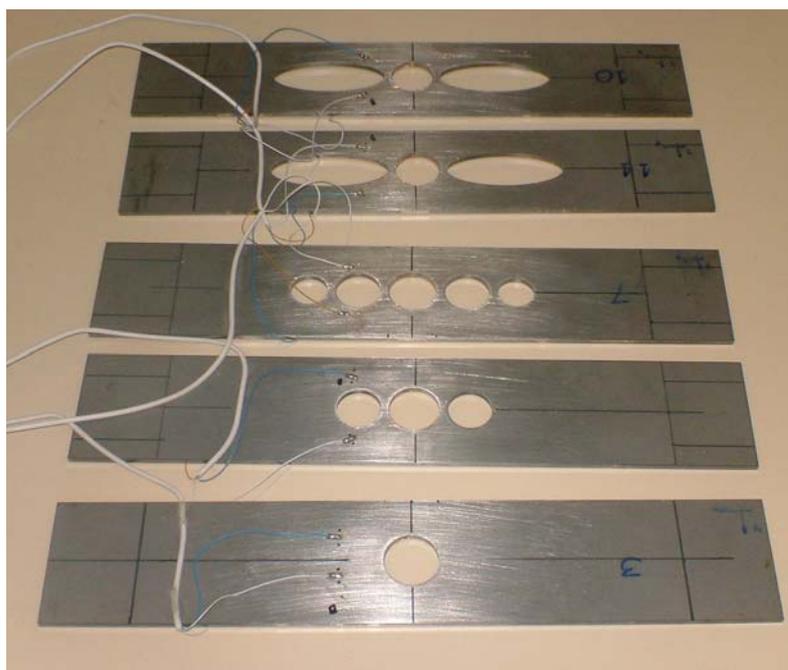


Figura 71 – Parcela dos corpos de prova preparados para análise experimental.

3.2.3.3 Parâmetros do ensaio

Para a realização do ensaio de tração, empregou-se a máquina de tração disponível no Laboratório Integrado de Materiais do DAMEC da UTFPR, sendo uma MTS 880 com célula de carga para 10.000 Kgf, como mostra a Figura 72. O carregamento utilizado para verificar os resultados numéricos obtidos está apresentado na Figura 73. É aplicada uma carga de 100 Kgf (981 N) e medido a deformação na superfície interna do furo. Para que o carregamento aplicado fosse lento, utilizou-se uma taxa de carregamento de 1Kgf/s até que o patamar de 100 Kgf fosse atendido. A carga máxima é aplicada durante 1 minuto sendo então descarregada a uma taxa também de 1 Kgf/s.



Figura 72 – Máquina de tração utilizada na análise experimental.

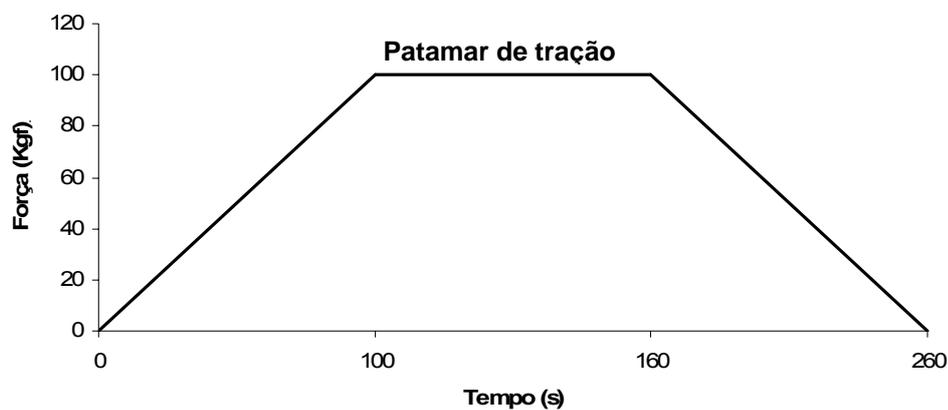


Figura 73 – Carregamento em função do tempo utilizado na análise experimental.

Um aspecto importante durante a fixação dos corpos de prova na máquina de tração refere-se ao alinhamento na máquina. Caso a peça não fique corretamente alinhada, uma parcela da força de tração poderá ser decomposta gerando componentes fora do eixo vertical prejudicando as medições. Para minimizar este

problema, utilizou-se novamente do artifício da colocação de linhas de referência nos corpos de prova auxiliando o alinhamento na máquina. Dessa forma, a linha de centro traçada na peça é alinhada com as garras da máquina como mostra a Figura 74. Além disso, utilizou-se um paquímetro para a medição da parcela da chapa que permanece fora da garra, que deve ser igual a 15 mm em ambos os lados da chapa.

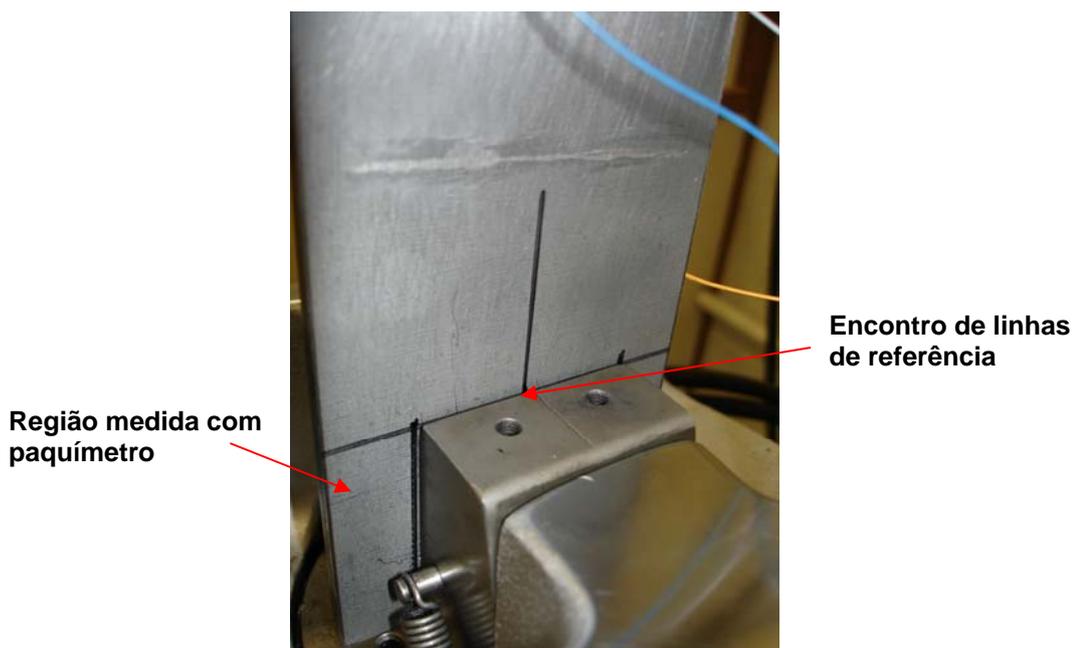


Figura 74 – Detalhe do alinhamento do corpo de prova na máquina de tração.

Feito o alinhamento na máquina, foram ligados os fios dos cabos de condução do sinal na placa de aquisição, como mostra a Figura 75. Finalmente, realizou-se o ensaio, como indicado na Figura 76, sendo que os resultados serão apresentados no Capítulo 4.



Figura 75 – Ligação dos cabos na placa de aquisição.



Figura 76 – Corpo de prova durante ensaio de tração.

4 RESULTADOS OBTIDOS

4.1 Resultados Numéricos

4.1.1 Placa plana com furo e com rebaixo

Os Apêndices B a E mostram todos os resultados obtidos durante as análises de cada caso de otimização para placa plana com furo e rebaixo.

Para os casos de placa plana, a definição do ponto ótimo para cada forma de alívio é definida baseado no mínimo valor do K_t obtido de todos os casos otimizados pois são executadas várias análises iniciando de vetores de projeto inicial diferentes. Assim, as Tabelas 13 a 16 mostram a melhor configuração do K_t para os casos de tração e flexão em placa plana.

Para alguns casos é gerada uma aproximação da função objetivo a fim de verificar se o ponto de mínimo encontrado estaria coerente. Assim, a Figura 77 indica a função objetivo para o caso de placa plana com furo e um furo de alívio sob tração. Pode-se observar para este caso, que o K_t ótimo obtido de 2,958 esta próximo do mínimo global da função. O mesmo ocorre para o caso de placa com rebaixo e alívio circular onde o K_t obtido de 1,775 fica próximo do mínimo da função objetivo indicada na Figura 78.

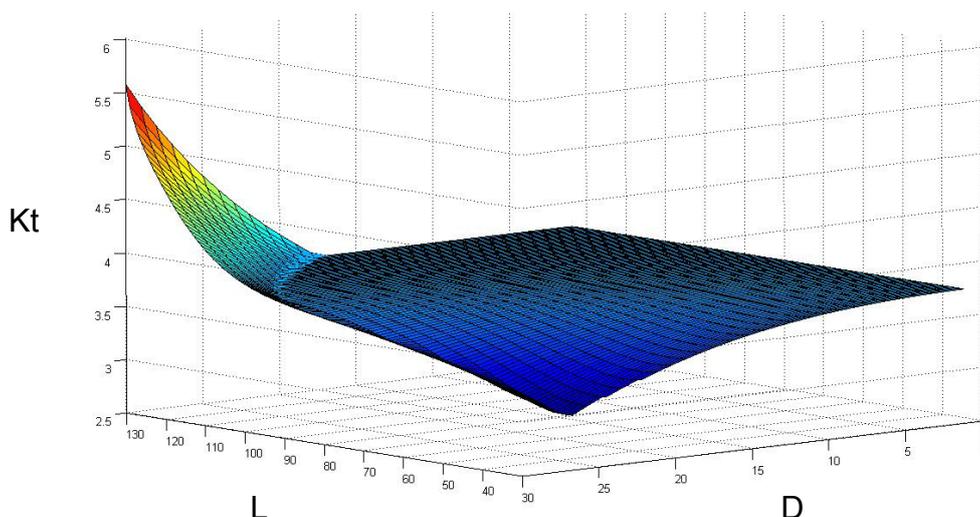


Figura 77 – Aspecto da função objetivo para o caso de placa com furo e um furo de alívio, sob tração.

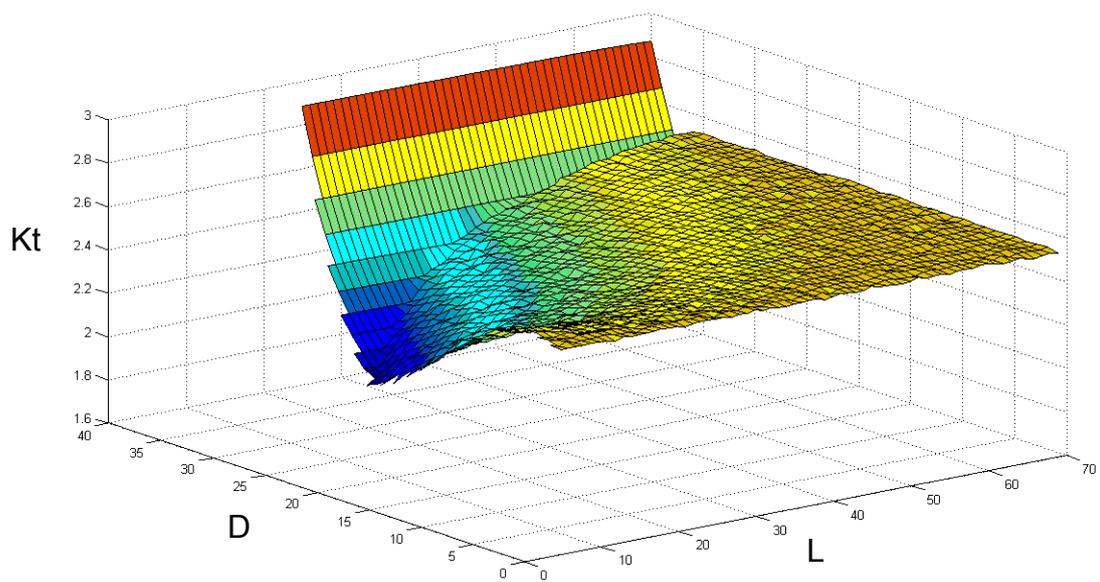


Figura 78 – Aspecto da função objetivo para o caso de placa com rebaixo e alívio circular, sob tração.

Tabela 13 – Resultados ótimos obtidos para placa com furo, sob tração.

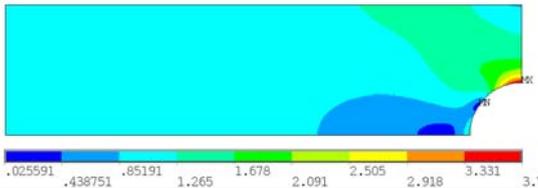
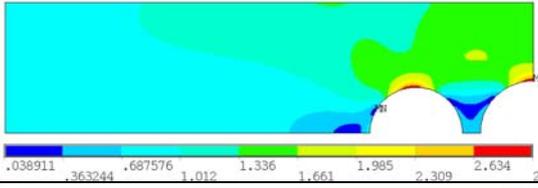
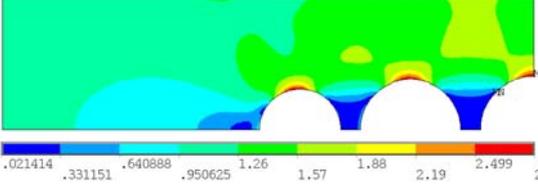
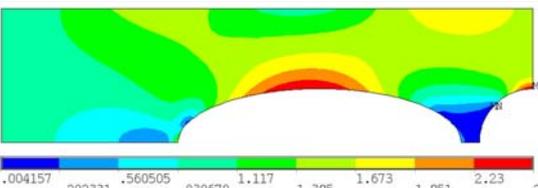
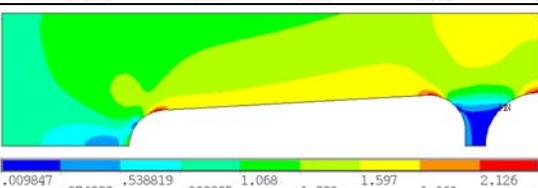
Alívio	Redução	Vetor ótimo (mm)		K_t	Estado de tensões de von Mises (MPa)
Nenhum	-	-	-	3,744	
Um furo (Caso 1.1)	21%	D	26,299	2,958	
		L	33,246		
Dois furos (Caso 1.2)	25%	D1	28,340	2,809	
		D2	22,985		
		L1	34,775		
		L2	31,138		
Elipse (Caso 1.3)	33%	L	20,097	2,508	
		A	15,034		
		B	40,043		
Triângulo (Caso 1.4)	36%	D	20,319	2,390	
		H	4,189		
		L1	30,712		
		L2	104,260		

Tabela 14 – Resultados ótimos obtidos para placa com furo, sob flexão.

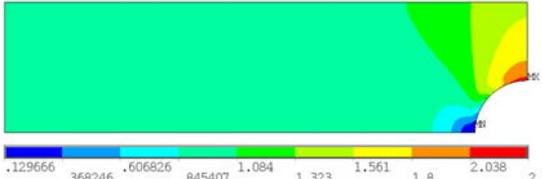
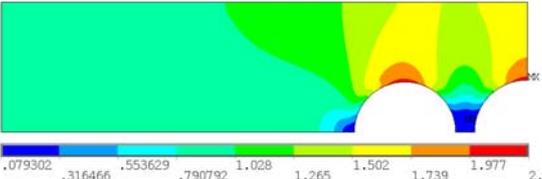
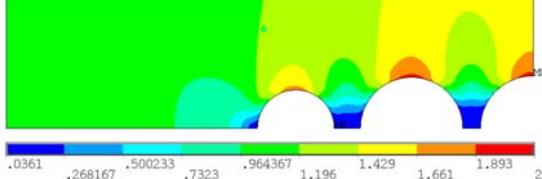
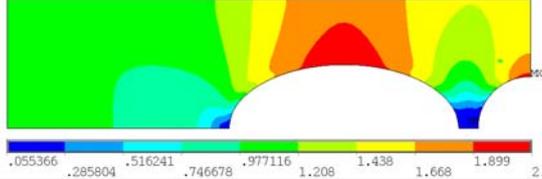
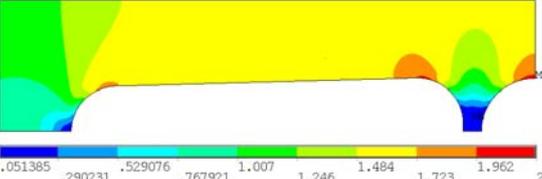
Alívio	Redução	Vetor ótimo (mm)		K_t	Estado de tensões de von Mises (MPa)
Nenhum	-	-	-	2,277	
Um furo (Caso 2.1)	3%	D	28,892	2,214	
		L	34,838		
Dois furos (Caso 2.2)	6%	D1	29,152	2,125	
		D2	21,870		
		L1	34,592		
		L2	32,964		
Elipse (Caso 2.3)	6%	L	20,478	2,129	
		A	18,968		
		B	32,968		
Triângulo (Caso 2.4)	12%	D	25,592	2,002	
		H	2,295		
		L1	32,864		
		L2	116,94		

Tabela 15 – Resultados ótimos obtidos para placa com rebaixo, sob tração.

Alívio	Redução	Vetor ótimo (mm)		K_t	Estado de tensões de von Mises (MPa)
Nenhum	-	-	-	2,514	
Raio (Caso 3.1)	14%	D	7,500	2,165	
Circular (Caso 3.2)	29%	D	29,620	1,775	
		X	19,983		
Furo (Caso 3.3)	17%	D	8,754	2,087	
		X	9,388		
		Y	9,379		

Tabela 16 – Resultados ótimos obtidos para placa com rebaixo, sob flexão.

Alívio	Redução	Vetor ótimo (mm)		K_t	Estado de tensões de von Mises (MPa)
Nenhum	-	-	-	1,843	
Raio (Caso 4.1)	13%	D	7,500	1,605	
Circular (Caso 4.2)	15%	D	26,134	1,559	
		X	18,089		
Furo (Caso 4.3)	6%	D	9,441	1,733	
		X	9,801		
		Y	10,138		

4.1.2 Eixo com escalonamento

Os Apêndices F e G mostram os resultados obtidos para as duas formas de alívio analisadas. Como para os casos de eixos é executado apenas um processo de otimização, as Tabelas 17 e 18 mostram o aspecto do estado de tensão no ponto ótimo obtido.

Tabela 17 – Resultados ótimos obtidos para eixo com escalonamento, sob flexão.

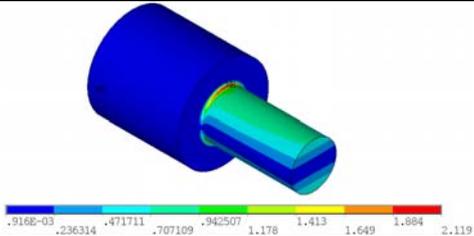
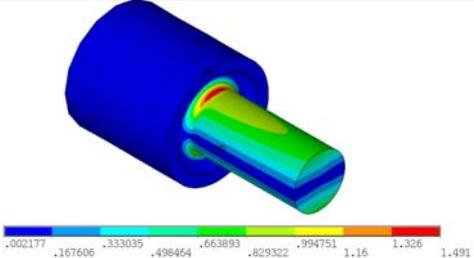
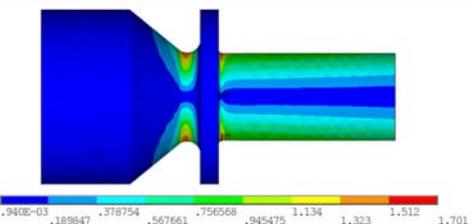
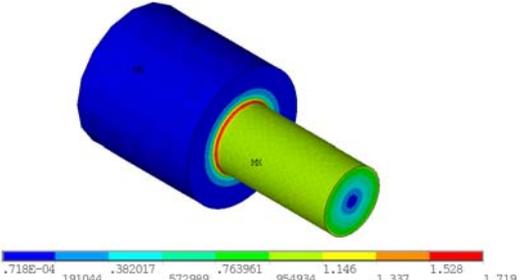
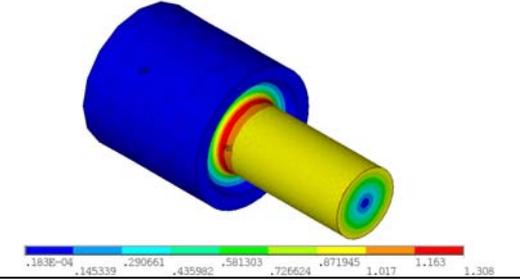
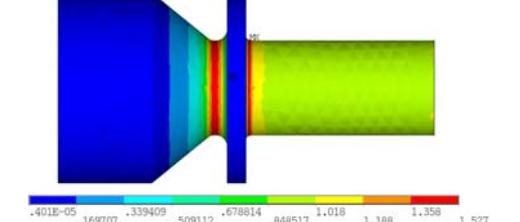
Alívio	Redução	Vetor ótimo (mm)		K_t	Estado de tensões de von Mises (MPa)
Nenhum	-	-	-	2,119	
Raio (Caso 5.1)	30%	D	3,00	1,491	
Rasgo (Caso 5.2)	20%	D	3,062	1,701	
		Y	3,394		

Tabela 18 – Resultados ótimos obtidos para eixo com escalonamento, sob torção.

Alívio	Redução	Vetor ótimo (mm)		K_{ts}	Tensão cisalhante máxima (MPa)
Nenhum	-	-	-	1,719	
Raio (Caso 6.1)	24%	R	3,000	1,308	
Rasgo (Caso 6.2)	11%	D	2,552	1,527	
		Y	3,769		

4.1.3 Eixo com rasgo para anel elástico

Os Apêndices H e I mostram os resultados obtidos para a forma de alívio com raio assim como as Tabelas 19 e 20 representam o ponto ótimo para aquela forma de alívio.

4.1.4 Eixo com furo passante

Para o caso de furo passante os Apêndices J e L e as Tabelas 21 e 22 mostram os resultados obtidos.

Tabela 19 – Resultados ótimos obtidos para eixo com rasgo para anel elástico, sob flexão.

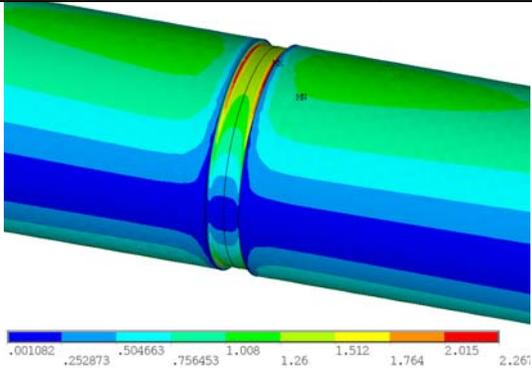
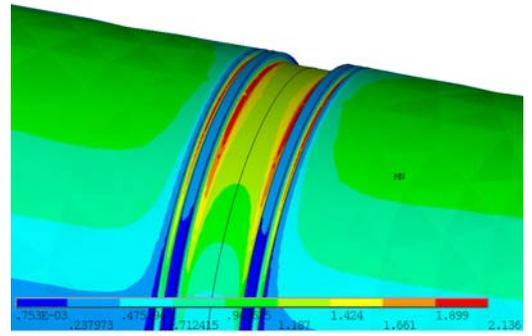
Alívio	Redução	Vetor ótimo (mm)		K_t	Estado de tensões de von Mises (MPa)
Nenhum	-	-	-	2,267	
Raio (Caso 7.1)	6%	D	0,208	2,136	
		X	0,200		

Tabela 20 – Resultados ótimos obtidos para eixo com rasgo para anel elástico, sob torção.

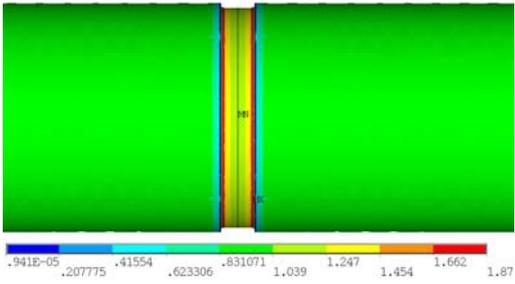
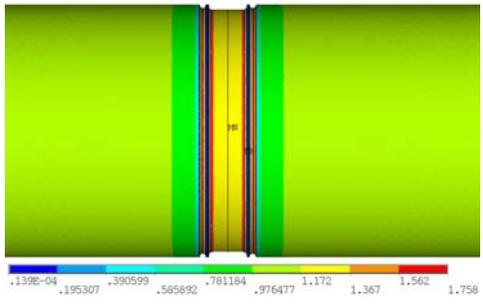
Alívio	Redução	Vetor ótimo (mm)		K_{ts}	Tensão cisalhante máxima (MPa)
Nenhum	-	-	-	1,870	
Raio (Caso 8.1)	6%	D	0,252	1,758	
		X	0,102		

Tabela 21 – Resultados ótimos obtidos para eixo com furo passante, sob flexão.

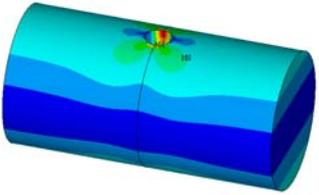
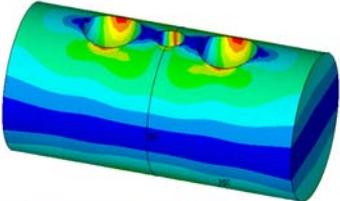
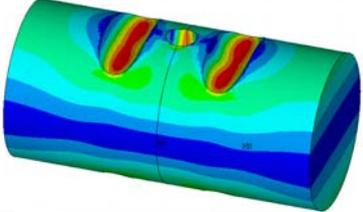
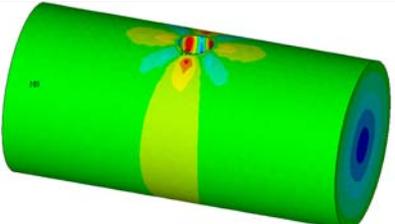
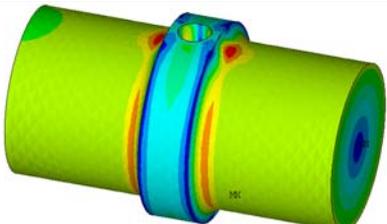
Alívio	Redução	Vetor ótimo (mm)		K_t	Estado de tensões de von Mises (MPa)
Nenhum	-	-	-	3,152	
Esfera (Caso 9.1)	21%	D	4,321	2,487	
		X	2,000		
Rasgo transversal (Caso 9.2)	25%	D	2,786	2,350	
		X	1,008		

Tabela 22 – Resultados ótimos obtidos para eixo com furo passante, sob torção.

Alívio	Redução	Vetor ótimo (mm)		K_{ts}	Tensão cisalhante máxima (MPa)
Nenhum	-	-	-	1,981	
Elevação (Caso 10.1)	15%	H	1,000	1,685	

4.1.5 Eixo com rasgo de chaveta

Finalmente, os Apêndices M e N mostram os resultados obtidos durante as análises para o caso de rasgo de chaveta e as Tabelas 23 e 24 ilustram o estado de tensões na configuração otimizada.

Tabela 23 – Resultados ótimos obtidos para eixo com rasgo de chaveta, sob flexão.

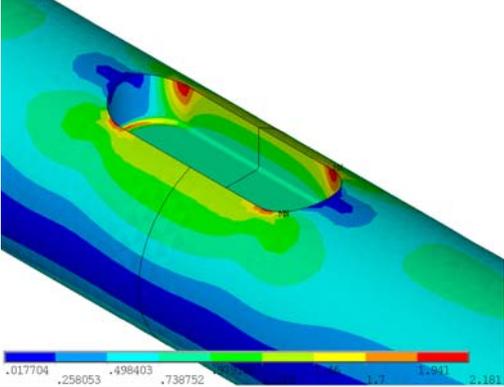
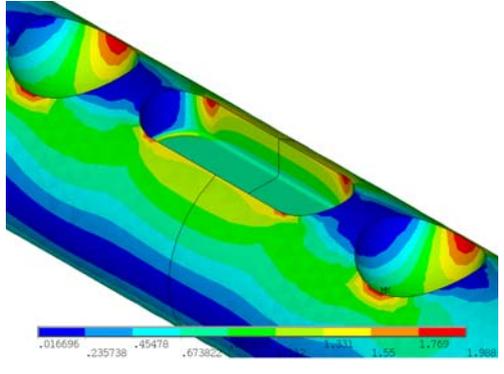
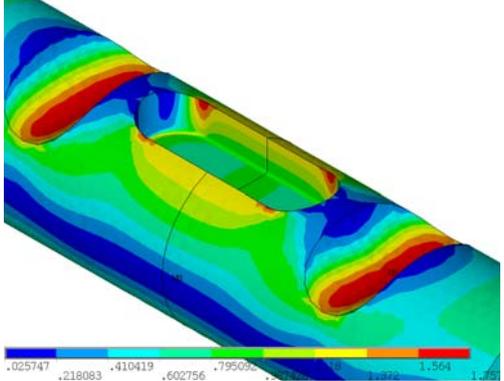
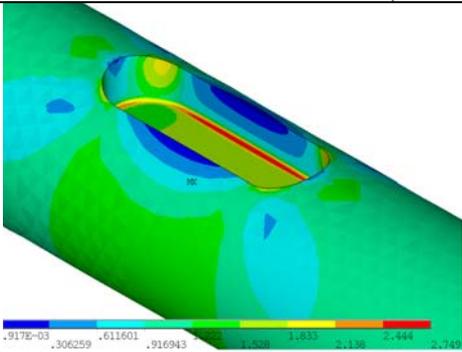
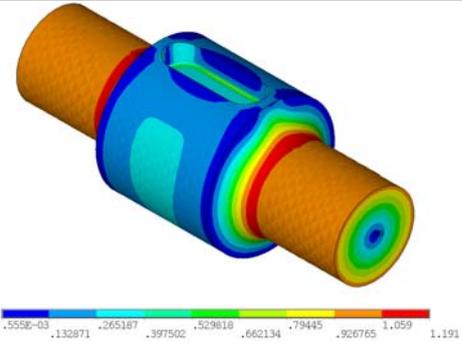
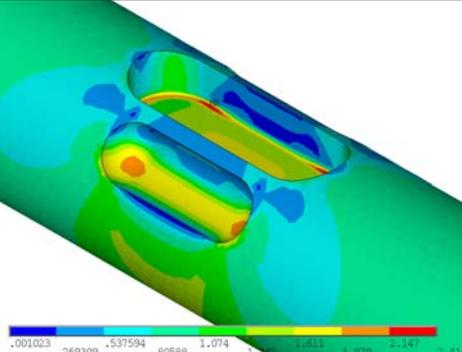
Alívio	Redução	Vetor ótimo (mm)		K_t	Estado de tensões de von Mises (MPa)
Nenhum	-	-	-	2,181	
Esfera (Caso 11.1)	9%	D	5,993	1,988	
		X	2,004		
Rasgo transversal (Caso 11.2)	19%	D	4,882	1,757	
		X	1,516		

Tabela 24 – Resultados ótimos obtidos para eixo com rasgo de chaveta, sob torção.

Alívio	Redução	Vetor ótimo (mm)		K_{ts}	Tensão cisalhante máxima (MPa)
Nenhum	-	-	-	2,749	
Elevação (Caso 12.1)	57%	H	3,000	1,191	
Rasgo lateral (Caso 12.2)	12%	D	3,000	2,416	
		L	5,759		

4.2 Resultados Experimentais

A seguir serão apresentados os resultados experimentais obtidos em cada corpo de prova avaliado. Como já abordado no Capítulo 2, são utilizados dois extensômetros por corpo de prova, colados na borda interna do furo central. Por se tratar de uma análise estática, o valor da deformação apresentada pelos extensômetros tende a ser constante, apesar da presença de pequenas oscilações, geradas por vários fatores, por exemplo, vibração da máquina de tração. Dessa forma, a fim de melhor obter o valor da deformação fornecida pelo sensor é realizado o cálculo da média dos valores de deformação coletados no patamar de tração, que são os pontos adquiridos pelo sistema de aquisição de dados referentes ao período

de tempo em que a carga de tração permanece constante em 100 Kgf e pode ser observado na Figura 73. Além da média é calculado o desvio padrão da amostra. Para a realização destes cálculos é utilizado o *software* Lynx AqDAnalysis que apresentam grande facilidade na manipulação e no tratamento de dados obtidos neste trabalho.

As Tabelas 25 a 29 apresentam os resultados obtidos na análise experimental e o Apêndice P mostra o comportamento de cada extensômetro ao longo do tempo. Para um melhor entendimento das informações contidas naquelas Tabelas 25 a 29, será discutida sua legenda.

a) Deformação média no patamar de tração

Média dos valores de deformação coletados no patamar de tração apresentada em micrometro por metro ($\mu\text{m}/\text{m}$), para cada extensômetro. O número de pontos utilizados neste cálculo é de 1800.

b) Desvio padrão

Desvio padrão da amostra de pontos coletados no patamar de tração.

c) Tensão na borda do furo

Para a determinação do K_t experimental, é necessário obter o valor da tensão na borda do furo, que corresponde a tensão máxima na placa. Assim, realizou-se o produto da deformação média no patamar de tração com o módulo de elasticidade do material do corpo de prova (SAE 1020) cujo valor é de 207 GPa, segundo CALLISTER (1994).

d) K_t Extensometria

Calculado a tensão máxima na borda do furo determinou-se o valor do fator de concentração de tensão acusado por cada extensômetro. Para isto, utilizando a Eq. 1, dividiu-se a tensão máxima pela tensão nominal da placa. Sendo que a tensão nominal pode ser obtida pela razão da força aplica (100 Kgf ou 981 N) pela a área da seção transversal sem furo (300 mm^2), resultando em 3,27 MPa.

e) K_t Extensometria Médio

Média entre os dois K_t calculados para cada extensômetro de um dado corpo de prova.

f) K_t Metrologia

Devido ao grande número de dimensões fora da tolerância de fabricação especificada é necessário verificar se as variações dimensionais encontradas afetaram os resultados experimentais. Isto é necessário pois a forma do elemento de alívio pode alterar substancialmente o fluxo das linhas de força pelo corpo de prova não produzindo a redução do K_t obtida no processo de otimização. Dessa forma tomaram-se as dimensões medidas na máquina de medir por coordenada, apresentadas no Apêndice O, e confeccionou-se um modelo plano (sem espessura). Neste caso é necessário modelar toda a placa, devido a não simetria do modelo em virtude da dispersão das cotas. Aplicou-se um carregamento de tração de 1,0 MPa, da mesma forma como realizado o processo de otimização, e avaliou-se o valor do K_t , resultando na Tabela 30. Com isto procurou-se comparar o valor do K_t obtido nesta análise numérica, K_t Metrologia, com os valores otimizados e experimentais.

g) Erro Metrologia

Para comparar o K_t de Metrologia com o K_t da análise experimental, defini-se Erro Metrologia como,

$$\text{Erro Metrologia} = 100 \times \left(1 - \frac{K_t \text{ Metrologia}}{K_t \text{ Extensometria Médio}} \right). \quad \text{Eq. 73}$$

h) Erro Extensometria

Para comparar o K_t de Extensometria Médio com o K_t Otimizado, defini-se Erro Extensometria como,

$$\text{Erro Extensometria} = 100 \times \left(1 - \frac{K_t \text{ Otimizado}}{K_t \text{ Extensometria Médio}} \right). \quad \text{Eq. 74}$$

Tabela 25 – Dados referentes a análise experimental dos corpos de provas sem furo de alívio.

Corpo de prova	1		2		3	
Extensômetro	1	2	3	4	5	6
Deformação média no patamar de tração ($\mu\text{m/m}$)	59,16	57,89	58,89	58,54	59,87	56,85
Desvio padrão	0,44	0,40	0,63	0,52	0,50	0,45
Tensão na borda do furo (MPa)	12,246	11,983	12,190	12,118	12,393	11,767
Kt Extensometria	3,799	3,717	3,782	3,759	3,844	3,651
Kt Extensometria Médio	3,758		3,771		3,748	
Kt Metrologia	3,735		3,740		3,745	
Kt Otimizado	3,744					
Erro Extensometria (%)	0,37		0,72		0,11	
Erro Metrologia* (%)	0,61		0,82		0,08	

* Cálculo feito com o valor do K_t numérico sem alívio.

Tabela 26 – Dados referentes a análise experimental dos corpos de provas com um furo de alívio.

Corpo de prova	4		5		6	
Extensômetro	1	2	3	4	5	6
Deformação média no patamar de tração ($\mu\text{m/m}$)	44,38	46,01	45,79	44,42	46,58	46,25
Desvio padrão	0,42	0,60	0,55	0,49	1,11	0,58
Tensão na borda do furo (MPa)	9,187	9,524	9,478	9,194	9,642	9,574
Kt Extensometria	2,850	2,955	2,940	2,852	2,991	2,970
Kt Extensometria Médio	2,903		2,896		2,981	
Kt Metrologia	2,958		2,959		2,951	
Kt Otimizado	2,958					
Erro Extensometria (%)	- 1,86		- 2,10		0,78	
Erro Metrologia (%)	- 1,89		- 2,17		1,01	

Tabela 27 – Dados referentes a análise experimental dos corpos de provas com dois furos de alívio.

Corpo de prova	7		8		9	
Extensômetro	1	2	3	4	5	6
Deformação média no patamar de tração ($\mu\text{m/m}$)	45,40	45,45	48,20	48,74	44,99	49,46
Desvio padrão	0,39	0,43	0,89	0,84	0,39	0,44
Tensão na borda do furo (MPa)	9,398	9,408	9,977	10,089	9,312	10,238
Kt Extensometria	2,915	2,919	3,095	3,130	2,889	3,176
Kt Extensometria Médio	2,917		3,112		3,032	
Kt Metrologia	2,800		2,808		2,798	
Kt Otimizado	2,809					
Erro Extensometria (%)	3,84		9,74		7,35	
Erro Metrologia (%)	4,01		9,76		7,71	

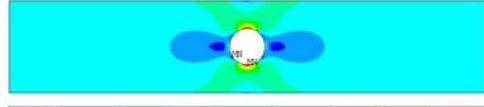
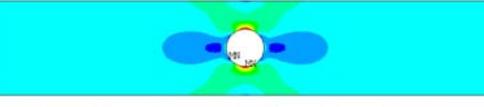
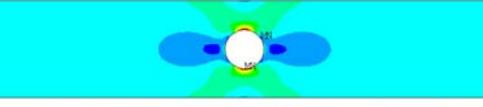
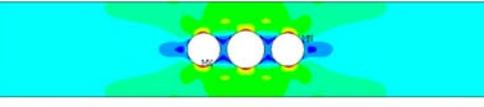
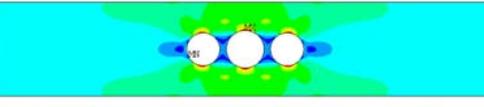
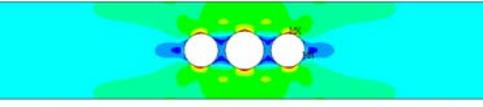
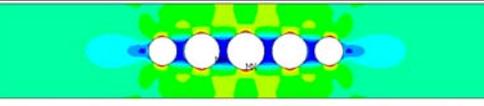
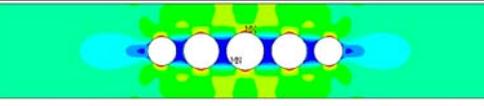
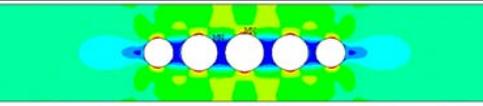
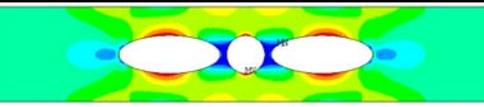
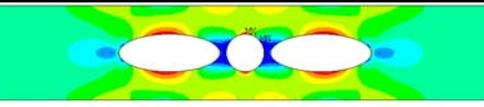
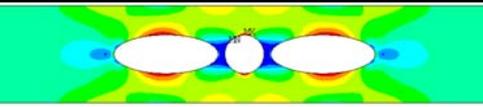
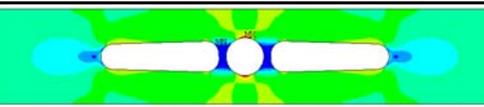
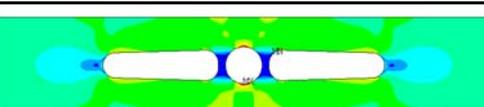
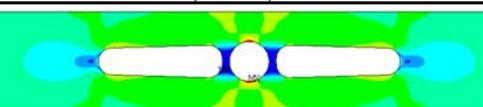
Tabela 28 – Dados referentes a análise experimental dos corpos de provas com alívio elíptico.

Corpo de prova	10		11		12	
	1	2	3	4	5	6
Extensômetro						
Deformação média no patamar de tração ($\mu\text{m/m}$)	32,44	31,00	40,62	38,08	41,13	38,91
Desvio padrão	0,61	0,84	0,37	0,47	0,45	0,48
Tensão na borda do furo (MPa)	6,715	6,417	8,408	7,883	8,514	8,054
Kt Extensometria	2,083	1,990	2,608	2,445	2,641	2,499
Kt Extensometria Médio	2,037		2,527		2,570	
Kt Metrologia	2,535		2,523		2,523	
Kt Otimizado	2,508					
Erro Extensometria (%)	- 23,12		0,75		2,47	
Erro Metrologia (%)	- 24,44		0,16		1,83	

Tabela 29 – Dados referentes a análise experimental dos corpos de provas com alívio triangular.

Corpo de prova	13		14		15	
	1	2	3	4	5	6
Extensômetro						
Deformação média no patamar de tração ($\mu\text{m/m}$)	43,79	40,04	42,71	44,38	42,01	43,12
Desvio padrão	0,68	0,54	0,28	0,43	0,48	0,43
Tensão na borda do furo (MPa)	9,064	8,288	8,841	9,187	8,696	8,926
Kt Extensometria	2,812	2,571	2,742	2,850	2,698	2,769
Kt Extensometria Médio	2,692		2,796		2,733	
Kt Metrologia	2,813		2,793		2,833	
Kt Otimizado	2,390					
Erro Extensometria (%)	11,22		14,52		12,55	
Erro Metrologia (%)	- 4,45		1,07		- 3,66	

Tabela 30 – Análise numérica do modelo produzido de acordo com dimensões do ensaio de metrologia.

K_t Otimizado	Estado de tensão de von Mises (MPa)		
3,744	 <p data-bbox="376 432 860 472">.078888 .485177 .891466 1.298 1.704 2.11 2.517 2.923 3.329 3.735</p> <p data-bbox="524 472 734 496">Corpo de prova 01</p>	 <p data-bbox="958 432 1442 472">.081618 .48806 .894501 1.301 1.707 2.114 2.52 2.927 3.333 3.74</p> <p data-bbox="1106 472 1317 496">Corpo de prova 02</p>	 <p data-bbox="1541 432 2024 472">.082591 .489572 .896554 1.304 1.711 2.117 2.524 2.931 3.338 3.745</p> <p data-bbox="1688 472 1899 496">Corpo de prova 03</p>
2,958	 <p data-bbox="376 619 860 659">.038045 .362499 .686954 1.011 1.336 1.66 1.985 2.309 2.634 2.958</p> <p data-bbox="524 659 734 683">Corpo de prova 04</p>	 <p data-bbox="958 619 1442 659">.03495 .359846 .684743 1.01 1.335 1.659 1.984 2.309 2.634 2.959</p> <p data-bbox="1106 659 1317 683">Corpo de prova 05</p>	 <p data-bbox="1541 619 2024 659">.034966 .358968 .68297 1.007 1.331 1.655 1.979 2.303 2.627 2.951</p> <p data-bbox="1688 659 1899 683">Corpo de prova 06</p>
2,809	 <p data-bbox="376 805 860 845">.006952 .31733 .627708 .938086 1.248 1.559 1.869 2.18 2.49 2.8</p> <p data-bbox="524 845 734 869">Corpo de prova 07</p>	 <p data-bbox="958 805 1442 845">.021543 .331138 .640733 .950328 1.26 1.57 1.879 2.189 2.498 2.808</p> <p data-bbox="1106 845 1317 869">Corpo de prova 08</p>	 <p data-bbox="1541 805 2024 845">.008763 .318676 .628588 .938501 1.248 1.558 1.868 2.178 2.488 2.798</p> <p data-bbox="1688 845 1899 869">Corpo de prova 09</p>
2,508	 <p data-bbox="376 992 860 1032">.002781 .284102 .565423 .846743 1.128 1.409 1.691 1.972 2.253 2.535</p> <p data-bbox="524 1032 734 1056">Corpo de prova 10</p>	 <p data-bbox="958 992 1442 1032">.003455 .283424 .563393 .843362 1.123 1.403 1.683 1.963 2.243 2.523</p> <p data-bbox="1106 1032 1317 1056">Corpo de prova 11</p>	 <p data-bbox="1541 992 2024 1032">.003301 .283283 .563265 .843247 1.123 1.403 1.683 1.963 2.243 2.523</p> <p data-bbox="1688 1032 1899 1056">Corpo de prova 12</p>
2,39	 <p data-bbox="376 1179 860 1219">.009451 .320972 .632494 .944016 1.256 1.567 1.879 2.19 2.502 2.813</p> <p data-bbox="524 1219 734 1243">Corpo de prova 13</p>	 <p data-bbox="958 1179 1442 1219">.017789 .326136 .634483 .942831 1.251 1.56 1.868 2.176 2.485 2.793</p> <p data-bbox="1106 1219 1317 1243">Corpo de prova 14</p>	 <p data-bbox="1541 1179 2024 1219">.009459 .323133 .636807 .950481 1.264 1.578 1.892 2.205 2.519 2.831</p> <p data-bbox="1688 1219 1899 1243">Corpo de prova 15</p>

4.3 Discussão dos Resultados

Para os casos de placa plana, verificou-se que as formas de alívio adotadas procuram suavizar as linhas de forças no furo central, obtendo-se reduções de até 36% no valor do fator de concentração de tensão, melhorando o projeto inicial. Para estes casos o alívio para o carregamento de tração é mais expressivo quando confrontado com o carregamento de flexão. De forma semelhante para os eixos, verificou-se que as formas adotadas suavizam as linhas de força em torno do elemento concentrador, comprovando as informações apresentadas na literatura.

Para os casos de placa plana, em que se executou um número maior de análises de otimização, verificou-se uma dispersão do ponto ótimo fornecido pelo *software*. Isto se deve a presença de erros numéricos e, principalmente, devido a forma da função objetivo de cada problema, que, aliada a tolerância dotada ao processo de otimização, contribui para que a análise convirja para um ponto de mínimo local e não o de mínimo global. Entretanto, todas as análises realizadas forneceram projetos melhores que o vetor de projeto inicial.

Outro aspecto interessante a comentar está ligado ao custo de fabricação das peças após a otimização. Como elas necessitam de mais operações para a adição do elemento de alívio, acabam por se tornarem peças mais caras, porém mais confiáveis. Isto pode ser comprovado durante a fabricação dos corpos de provas. O corte a laser da chapa somente com furo central é em torno de 11 reais, já para a chapa com alívio triangular é de 25 reais. Cabe ao projetista definir o que mais se adequa às suas necessidades.

Dentre algumas alternativas implementadas para o caso de eixos, algumas se destacam negativamente do ponto de vista de projeto, como a elevação do furo passante e do rasgo de chaveta aplicadas no carregamento de torção. Apesar de aquelas formas reduzirem o fator de concentração de tensão, não são boas alternativas pois, necessitam de um eixo de maior diâmetro para a usinagem encarecendo o produto, além de afetar os modos de vibrar do eixo devido ao acréscimo de massa.

Para o alívio de tensão no caso de rasgo para anel elástico, é necessário aproximar demasiadamente o elemento de alívio no concentrador, para que ocorra alguma redução no K_t , tanto em flexão quanto em torção. Isto devido a pequena dimensão do rasgo. Dessa forma, o raio de alívio que é utilizado como elemento de alívio, convergiu para uma posição da ordem de 0,2 mm do rasgo. Esta distância não é viável para produção pois, a própria vibração da ferramenta de usinagem poderia quebrar esta parede de material entre o rasgo e o elemento de alívio ou até mesmo a pressão exercida pelo anel elástico. Porém, para uma distância de parede maior, 1 mm por exemplo, não ocorre redução no fator de concentração de tensão. Dessa forma, para o rasgo de anel elástico estudado o alívio geométrico de tensão não é viável do ponto de vista de fabricação.

De forma geral, os resultados numéricos são comprovados pelo ensaio experimental, visto que, os valores do Erro Extensometria ficaram em média em torno de 5%, que é pequeno para um ensaio experimental, correspondendo de forma satisfatória para a validação dos resultados numéricos como resume a Tabela 31.

Tabela 31 – Compilação final do resultado experimental.

Alívio	K_t Otimizado	K_t Extensometria Médio	K_t Metrologia Médio
Nenhum	3,744 ¹	3,759	3,740
Um furo	2,958	2,926	2,956
Dois furos	2,809	3,020	2,802
Elíptico	2,508	2,548 ²	2,523
Triangular	2,390	2,740	2,813
¹ Valor não otimizado. Refere-se ao K_t numérico sem alívio. ² O corpo de prova 10 foi desprezado nos cálculos devido seu resultado discrepante.			

Porém, alguns resultados não foram satisfatórios. Para o caso do corpo de prova 10 (alívio elíptico) o Erro Extensometria é de 23%, denotando uma provável colagem

deficiente dos extensômetros. Isso, pois, para os demais corpos de prova com alívio elíptico, os valores do Erro Extensometria são inferiores a 3%.

Em geral, as diferenças encontradas entre os resultados numéricos e o experimental, são consequência de uma série de fatores, que podem ser listados em:

1. Colagem deficiente do extensômetro;
2. Erro na posição do extensômetro;
3. Mau alinhamento da peça na máquina de tração.
4. Variações nas propriedades mecânicas do corpo de prova; entre outros.

Outro aspecto importante observado com relação à análise experimental refere-se ao impacto das dimensões da chapa nas deformações medidas pelos extensômetros. Esta influência é mais expressiva no caso de placa plana com alívio triangular em que o Erro Extensometria é muito grande, fruto da grande dispersão K_t otimizado sobre o real obtido, e o Erro Metrologia é pequeno. Para os demais casos o dimensional não afetou significativamente o K_t de otimização. A influência das dimensões é mais significativa no caso de alívio triangular, devido aos erros nas cotas de posição dos raios o que prejudica o escoamento das linhas de força ao longo do corpo de prova, alterando o valor do K_t .

5 CONCLUSÕES

Observa-se que os métodos utilizados possuem dificuldade em convergir para um ponto de mínimo global, mostrando que eles não são robustos. Dessa forma é necessário, sempre que possível, variar o vetor inicial de projeto para melhor acompanhar o comportamento da função objetivo. Porém, para casos onde a avaliação da função objetivo requer um esforço computacional elevado a utilização da função *sweep* mostrou-se conveniente reduzindo o tempo de processamento do processo de otimização, convergindo para resultados coerentes.

Assim, os resultados obtidos em todos os casos estudados, muito embora sejam pontos de mínimo, podem não ser pontos de mínimo global. Eles podem estar na vizinhança deste ponto de mínimo global ou até mesmo distante dele, isto ocorre devido aos erros numéricos que o processo insere além da influência da tolerância adotada. Porém, todos os vetores ótimos obtidos fornecem um projeto viável e melhor que o inicial, melhorando o projeto inicial proposto. Dessa forma, percebe-se a grande aplicabilidade das técnicas de otimização que podem fornecer parâmetros para projetos ótimos sem grande dependência da experiência do projetista. Apesar do grande número de casos estudados, os mesmos somente apresentam a aplicabilidade das técnicas de otimização, especialmente as do *software* ANSYS, no alívio de tensões. Cabe ao projetista, definir a melhor forma de alívio para seu problema e os parâmetros necessários para o processo de otimização.

Durante a análise experimental observou-se a importância dos procedimentos de instalação dos extensômetros nos corpos de prova. Alguns resultados experimentais ficaram prejudicados pela falta de experiência na colagem e soldagem dos extensômetros concorrendo para uma avaliação equivocada das deformações. Por outro lado, a extensometria apresenta excelentes resultados quando estes procedimentos são corretamente observados, servindo de maneira adequada aos propósitos deste trabalho.

Portanto, pode-se notar que a integração de técnicas de otimização matemática e de métodos numéricos para solução de problemas da mecânica estrutural (no corrente trabalho, o Método dos Elementos Finitos) se mostrou eficiente como uma ferramenta para redução de fatores de concentração de tensões. Assim, a

metodologia utilizada apresenta-se como uma opção satisfatória para a busca de projetos ótimos, podendo ser utilizada tanto no âmbito acadêmico quanto industrial.

REFERÊNCIAS

- ANSYS. **Theory reference 5.7**. Houston, USA: ANSYS Inc., 1994.
- ARORA, Jasbir S.. **Introduction to Optimum Design**. 2^a ed. New York: Elsevier Academic Press, 2004.
- ALVES FILHO, Avelino. **Elementos Finitos: A Base da Tecnologia CAE**. São Paulo: Érica, 2000.
- BATHE, Klaus-Jürgen. **Finite element procedures**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1996.
- BISMARCK-NASR, Maher N.. **Finite Elements in Applied Mechanics**. São Paulo: ITA, 1993.
- CALLISTER, William. D.. **Materials science and engineering: an introduction**, 3^a ed., Ed. John Wiley & Sons Inc., 1994.
- CHONG, Edwin; STANISLAW, Zak. **An Introduction to Optimization**. 2^a ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001.
- DALLY, James; RILEY, William. **Experimental Stress Analysis**. 3^a ed. Singapore: McGraw-Hill Book Co, 1991.
- DEUTSCHMAN, Aaron D.; MICHELS, Walter J.; WILSON, Charles E.. **Machine design: theory and practice**. New York: Macmillan, 1975.
- DOYLE, James. **Modern Experimental Stress Analysis**. 1^a ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2004.
- DUBBEL, Heinrich. **Manual do engenheiro mecânico**. São Paulo: Hemus, 1979. V2.
- GENTIL, Vicente. **Corrosão**. 4^a ed. Rio de Janeiro: LTC, 2003.
- HBM. **Practical Hints for the Application of Strain Gauges**. 3^a ed. 1984.
- HIBBELER, Russell. C. **Resistência dos Materiais**. 1^a ed. Rio de Janeiro: LTC, 2000.
- KYOWA. **Catálogo de produtos**. Disponível em: <http://www.kyowa-ei.co.jp/english/index_e.htm>. Acesso em: 20 de abril de 2007.

NORTON, Robert L. **Projeto de Máquinas: Uma Abordagem Integrada**. 2^a ed. Porto Alegre: Bookman, 2004.

NSK DO BRASIL INDÚSTRIA E COMÉRCIO DE ROLAMENTOS LTDA. **NSK catálogo de rolamentos**. São Paulo: NSK, 2000.

MARSHEK, Kurt M.. **Design of machine and structural parts**. New York: J. Wiley, 1987.

PILKEY, Walter D. **Peterson's Stress Concentration Factors**. 2^a ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1997.

PROVENZA, Francesco. **Projetista de máquinas**. São Paulo: F. Provenza, 1990.

ROTHBART, Harold A.. **Mechanical design and systems handbook**. 2^a ed. New York: McGraw-Hill, 1986.

SADD, Martin H.. **Elasticity: Theory, Applications, and Numerics**. Butterworth–Heinemann Publication. EUA, 2005.

SHIGLEY, Joseph E.; MISCHKE, Charles R.. **Standard handbook of machine design**. New York: McGraw-Hill, 1986.

TIMOSHENKO, Stephen. **Resistência dos Materiais**. 3^a ed. Rio de Janeiro: LTC, 1976. Volume II.

YOUNG, Warren C.; BUDYNAS, Richard G. **Roark's Formulas for Stress and Strain**. 7^a ed. McGraw-Hill, 2002.

ZAHAVI, Eliahu. **Fatigue Design: Life Expectancy of Machine Parts**. 1^a ed. Boca Raton: CRC, 1996.

ZIENKIEWICZ, Olgierd C.; TAYLOR, R L.. **The Finite Element Method**. 5^a ed. New Youk: Butterworth-Heinemann, 2000. Volume I.

APÊNDICE A – Custo da análise experimental

A fim de auxiliar o planejamento de possíveis trabalhos na área de extensometria, é apresentada na Tabela A1 um levantamento de custos do presente trabalho.

Tabela A1 – Levantamento dos custos da análise experimental.

Item	Quantidade	Unidade	Custo unitário (R\$)	Custo total (R\$)
Material para os corpos de provas: SAE 1020 laminado a quente	12	Kg	6,00	72,00
Corte a laser	15	Uni	26,60 (médio)	400,00
Extensômetros: Excel - PA-062AB-120L	40	Uni	10,00	400,00
Terminais de soldagem: Excel - T-100	70	Uni	0,35	24,50
Lixas 80, 100, 150	15	Uni	1,50	22,50
Estanho	03	m	0,50	1,50
Algodão	01	caixa	1,80	1,80
Álcool isopropílico	01	frasco	2,00	2,00
Cabos de condução do sinal (com 4 fios)	30	m	1,5	45,00
Máquina de tração	30	H	20,00	600,00
Máquina de medir por coordenada	5	H	30,00	150,00
Equipamento de extensometria	50	H	20,00	1000,00
TOTAL	-	-	-	2.719,30

APÊNDICE B – PLACA COM FURO SOB TRAÇÃO

Caso 1.1) Um furo de alívio

Caso: PLACA COM FURO – ALÍVIO COM UM FURO – TRAÇÃO **Data:** 23/03/07

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo	Restrições					
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima da placa.	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem	
D	1	30	0,001	0,001		S	5	-	0,001	0,001	
L	31	130	0,001	0,001							
					Tolerância						
					Sub Problema	1ª Ordem					
					0,001	0,001					

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

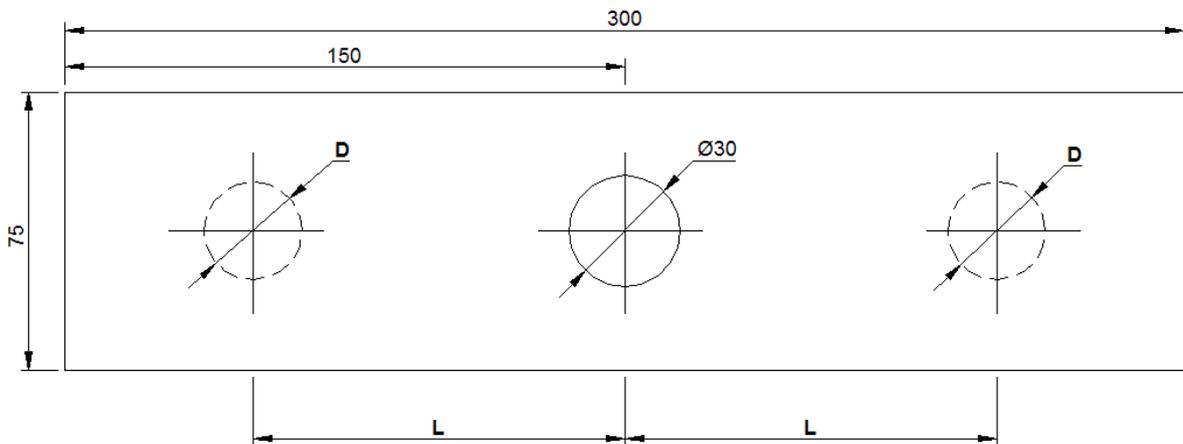


Tabela B1 – Resultados para o problema de placa plana com furo central e um furo de alívio, sob tração.

Vetor inicial (mm)		$K_t^{FEM}_{SP}$	$K_t^{FEM}_{10}$	Vetor ótimo (mm)			Iterações	
D	L			D	L	S	Subproblema	1ª Ordem
1	31	3,278	2,960	26,259	33,587	5,457	11	35
1	130	2,965	2,965	26,193	33,917	5,821	11	8
30	35	3,014	2,960	26,262	33,548	5,417	14	35
30	130	2,958	2,958	26,299	33,246	5,097	31	5
8,25	55,75	3,272	2,961	26,253	33,611	5,484	10	25
8,25	105,25	2,965	2,965	26,372	33,321	5,134	20	13
22,75	55,75	2,972	2,972	27,123	33,109	5,058	19	9
22,75	105,25	2,983	2,960	26,263	33,611	5,389	12	42
15,5	80,5	3,272	2,961	26,253	33,611	5,485	10	22

Caso 1.2) Dois furos de alívio

Caso: PLACA COM FURO – ALÍVIO COM DOIS FUROS – TRAÇÃO

Data: 23/03/07

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo	Restrições				
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima da placa.	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância	
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem
D1	1	30	0,001	0,001	Tolerância	S1	5	-	0,001	0,001
D2	1	30	0,001	0,001		S2	5	-	0,001	0,001
L1	31	65	0,001	0,001	Sub Problema					
L2	31	65	0,001	0,001	1ª Ordem					

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

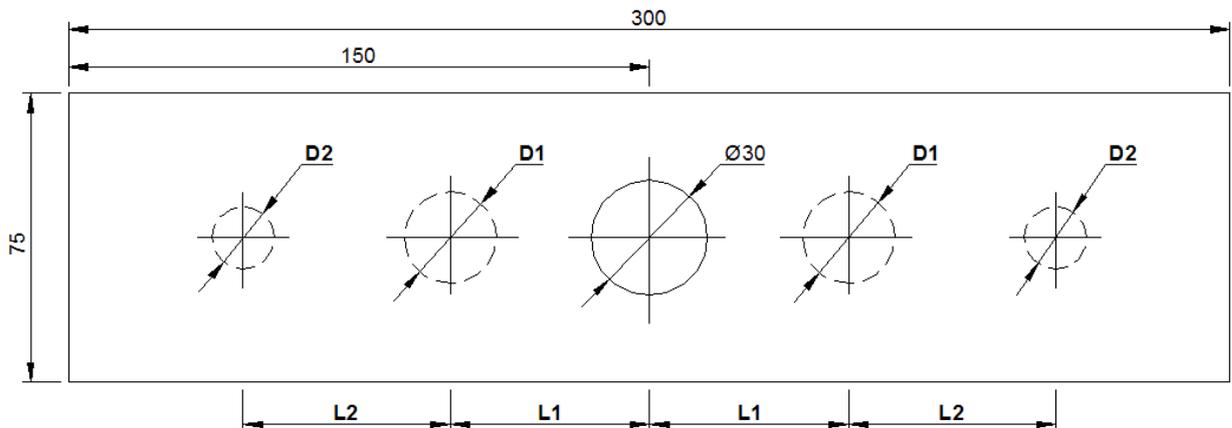


Tabela B2 – Resultados para o problema de placa plana com furo central e dois furos de alívio, sob tração.

Vetor inicial (mm)				K_{SP}^{FEM}	K_{IO}^{FEM}	Vetor ótimo (mm)						Iterações	
D1	D2	L1	L2			D1	D2	L1	L2	S1	S2	Subproblema	1ª Ordem
1	1	31	31	2,971	2,946	26,614	10,784	35,650	31,085	7,343	12,386	36	20
1	1	65	65	2,980	2,940	26,721	12,192	34,523	49,430	6,150	29,980	27	3
1	1	31	65	2,958	2,910	27,020	16,687	34,451	31,056	5,950	10,201	26	8
1	1	65	31	2,854	2,820	28,211	22,834	34,480	31,540	5,370	6,010	34	26
30	30	35	35	3,013	2,960	26,332	8,3751	34,380	63,301	6,220	45,953	24	44
30	30	65	65	2,912	2,900	27,223	16,413	34,694	31,174	6,081	9,362	28	6
30	30	35	65	2,983	2,890	27,553	18,901	34,372	48,011	5,590	24,783	24	26
30	30	65	35	2,884	2,828	28,190	21,361	34,122	35,536	5,030	10,762	33	11
1	30	31	35	2,863	2,814	28,322	22,812	34,706	32,086	5,544	6,519	28	30
1	30	65	65	2,983	2,871	27,830	20,352	34,487	42,82	5,57	18,73	71	45
1	30	31	65	2,968	2,873	28,587	23,013	38,692	35,652	9,401	9,863	41	18
1	30	65	35	3,088	3,040	26,183	8,840	41,391	53,815	13,301	36,305	24	6
30	1	35	31	2,839	2,809	28,340	22,985	34,775	31,138	5,605	5,476	35	13
30	1	65	65	2,884	2,880	27,534	18,282	33,782	45,414	5,021	22,501	59	15
30	1	35	65	2,956	2,920	26,932	13,311	34,863	40,812	6,400	20,691	26	39
30	1	65	31	2,842	2,840	28,301	21,643	34,172	38,936	5,010	13,973	43	12
8,25	8,25	39,5	39,5	3,135	3,080	26,221	10,380	44,560	62,267	16,452	43,96	15	11
8,25	8,25	56,5	56,5	3,025	2,870	27,763	19,134	34,210	40,963	5,322	17,512	23	15
8,25	8,25	39,5	56,5	2,923	2,901	27,238	15,870	34,085	41,687	5,466	20,133	35	69
8,25	8,25	56,5	39,5	2,936	2,917	26,882	14,044	33,461	31,135	5,020	10,672	28	3
22,75	22,75	39,5	39,5	2,999	2,968	26,157	1,069	33,987	31,132	5,908	17,519	34	2
22,75	22,75	56,5	56,5	2,869	2,852	27,799	20,511	34,565	31,565	5,665	6,870	23	11
22,75	22,75	39,5	56,5	2,912	2,882	27,526	17,952	34,208	39,239	5,444	16,500	24	13
22,75	22,75	56,5	39,5	2,864	2,864	27,716	18,566	33,969	36,556	5,111	13,415	24	14
8,25	22,75	39,5	39,5	3,031	2,964	26,576	11,330	36,927	45,315	8,639	26,363	30	32
8,25	22,75	56,5	56,5	2,974	2,850	28,117	21,153	35,162	37,263	6,104	12,628	24	23
8,25	22,75	39,5	56,5	2,889	2,888	27,989	21,038	37,569	31,341	8,575	6,828	41	8
8,25	22,75	56,5	39,5	3,013	2,947	26,715	14,112	35,320	50,408	6,962	29,994	14	15
22,75	8,25	39,5	39,5	3,085	2,932	26,872	15,617	33,989	57,811	5,553	36,567	27	5
22,75	8,25	56,5	56,5	2,968	2,943	26,573	9,279	33,686	49,356	5,399	31,430	24	7
22,75	8,25	39,5	56,5	3,160	2,869	27,714	18,638	34,103	39,267	5,246	16,091	12	12
22,75	8,25	56,5	39,5	2,946	2,909	27,082	14,087	33,867	40,708	5,327	20,123	28	30
15,5	15,5	48	48	2,912	2,898	27,458	18,309	34,788	47,164	6,059	24,730	29	5

Caso 1.3) Alívio elíptico

Caso: PLACA COM FURO – ALÍVIO COM ELIPSE – TRAÇÃO

Data: 21/04/07

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo	Restrições					
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância			Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		
			Sub Problema	1ª Ordem	Sub Problema				1ª Ordem		
L	20	40	0,001	0,001	Redução da tensão máxima da placa.	S	-	130	0,001	0,001	
A	1	20	0,001	0,001							
B	1	45	0,001	0,001							
					Tolerância						
					Sub Problema	1ª Ordem					
					0,001	0,001					

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

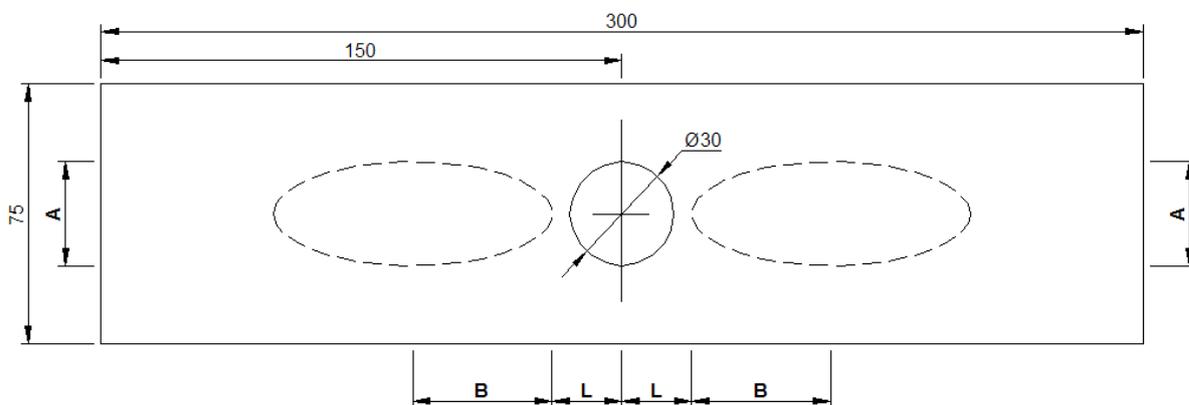


Tabela B7 – Resultados para o problema de placa plana com furo central e alívio elíptico, sob tração.

Vetor inicial (mm)			$K_t^{FEM}_{SP}$	$K_t^{FEM}_{10}$	Vetor ótimo (mm)				Iterações	
L	A	B			L	A	B	S	Subproblema	1ª Ordem
20	1	1	2,770	2,711	20,438	14,207	20,991	62,420	18	16
20	1	45	2,748	2,536	22,464	15,128	41,345	105,15	25	11
20	20	1	2,592	2,508	20,097	15,034	40,043	100,18	34	12
20	20	45	2,874	2,665	24,754	14,881	28,331	81,416	19	24
40	1	1	2,729	2,538	21,690	15,054	39,992	101,67	25	3
40	1	45	2,780	2,674	24,795	14,823	27,463	79,721	21	70
40	20	1	2,677	2,540	22,465	15,136	40,602	103,67	23	20
40	20	45	2,753	2,515	21,143	15,076	41,640	104,42	18	17
25	5,75	12	2,785	2,614	20,013	14,588	26,479	72,971	26	30
25	5,75	34	2,877	2,672	24,133	14,742	26,661	77,455	25	4
25	15,25	12	2,934	2,662	24,237	14,806	28,316	80,869	19	6
25	15,25	34	2,512	2,509	20,045	15,029	39,620	99,284	37	8
35	5,75	12	2,783	2,618	22,815	14,859	29,807	82,429	24	88
35	5,75	34	2,534	2,515	20,053	14,939	42,058	104,17	35	5
35	15,25	12	2,898	2,623	20,551	14,555	26,883	74,317	20	47
35	15,25	34	2,539	2,530	20,703	15,025	37,478	95,568	37	21
30	10,5	23	2,746	2,647	25,107	15,019	30,757	86,622	47	6

Caso 1.4) Alívio triangular

Caso: PLACA COM FURO – ALÍVIO TRIANGULAR – TRAÇÃO

Data: 10/04/07

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo	Restrições				
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima da placa.	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância	
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem
L1	20,5	50	0,001	0,001	Tolerância	S		130	0,001	0,001
L2	60	129,5	0,001	0,001						
H	1	30	0,001	0,001	Sub Problema	1ª Ordem				
D	1	30	0,001	0,001	0,001	0,001				

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

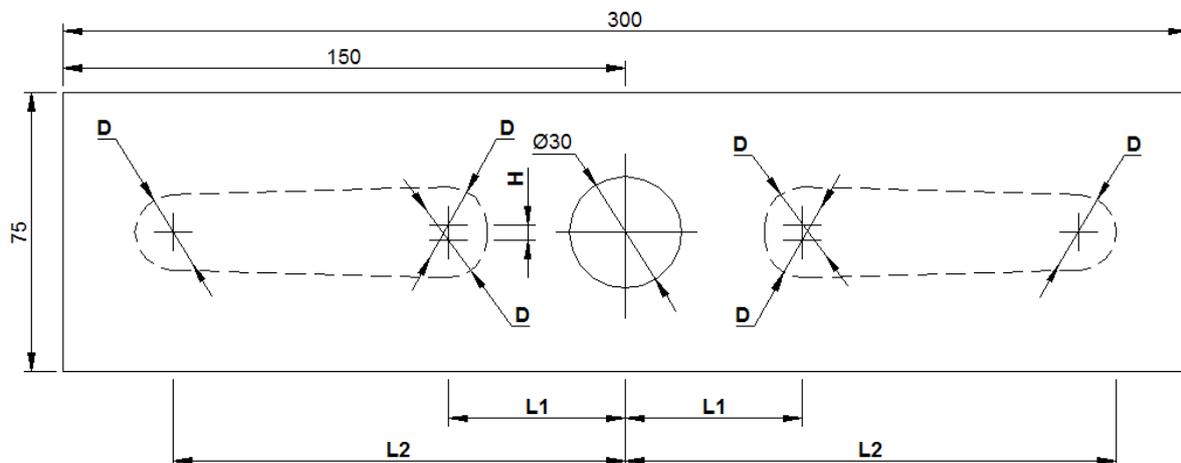


Tabela B8 – Resultados para o problema de placa plana com furo central e alívio triangular, sob tração.

Vetor inicial (mm)				K_{SP}^{FEM}	K_{10}^{FEM}	Vetor ótimo (mm)						Iterações	
L1	L2	D	H			L1	L2	D	H	S1	S2	Subproblema	1ª Ordem
20,5	60	1	1	2,661	2,573	33,371	62,836	23,999	2,181	6,371	74,846	9	6
35	60	30	20	2,687	2,441	32,084	79,926	23,675	2,604	5,246	91,764	22	98
20,5	60	1	20	2,849	2,602	37,821	100,19	19,776	4,342	12,933	110,08	21	7
35	60	30	1	2,600	2,409	32,214	91,596	22,950	2,999	5,739	103,070	28	11
50	129,5	1	1	2,404	2,392	31,485	99,338	21,757	3,547	5,606	110,22	39	3
50	115	30	20	2,641	2,472	32,851	76,334	23,926	2,429	5,888	88,297	22	34
50	129,5	1	20	2,640	2,407	31,804	90,772	22,935	2,995	5,336	102,24	20	47
50	115	30	1	2,608	2,438	32,870	84,298	23,576	2,688	6,082	96,086	27	10
20,5	129,5	1	1	2,615	2,461	33,266	80,244	23,918	2,488	6,307	92,203	28	10
35	115	30	20	2,540	2,451	32,075	81,441	26,650	2,533	5,250	93,266	43	19
20,5	129,5	1	20	2,641	2,442	32,079	83,506	23,757	2,544	5,201	95,384	19	24
35	115	30	1	2,713	2,594	40,774	89,194	26,121	1,962	12,713	102,250	24	2
50	60	1	1	2,642	2,401	31,307	93,835	22,177	3,367	5,219	104,920	20	103
50	60	30	20	2,630	2,460	33,605	81,967	23,833	2,532	6,688	93,884	28	11
50	60	1	20	2,691	2,625	35,638	74,082	26,957	1,813	7,160	87,560	28	2
50	60	30	1	2,625	2,424	32,470	89,762	23,009	2,955	5,965	101,270	23	4
27,875	77,375	8,25	5,75	2,527	2,413	31,716	94,903	22,561	3,091	5,435	106,183	58	28
31,375	77,375	22,75	15,25	2,664	2,452	34,283	87,830	23,785	2,622	7,391	99,723	19	13
27,875	77,375	8,25	15,25	2,642	2,456	33,754	86,970	23,306	2,797	7,100	98,623	20	12
31,375	77,375	22,75	5,75	2,636	2,446	33,125	87,195	23,835	2,608	6,207	99,113	23	4
42,625	112,125	8,25	5,75	2,749	2,483	36,006	97,149	23,737	2,525	9,137	109,020	8	5
42,625	112,125	22,75	15,25	2,661	2,463	36,129	92,916	23,801	2,643	9,268	104,820	43	48
42,625	112,125	8,25	15,25	2,651	2,471	33,086	80,868	23,685	2,522	6,243	92,710	20	29
42,625	112,125	22,75	5,75	2,459	2,414	31,937	88,010	23,142	2,906	5,367	99,580	39	46
27,875	112,125	8,25	5,75	2,611	2,474	35,868	90,711	23,758	2,622	8,988	102,590	34	34
31,375	112,125	22,75	15,25	2,658	2,526	33,718	72,092	24,916	2,118	6,259	84,551	24	2
27,875	112,125	8,25	15,25	2,645	2,432	32,719	87,097	23,462	2,765	5,988	98,828	24	23
31,375	112,125	22,75	5,75	2,500	2,426	31,547	93,285	21,844	3,470	5,625	104,207	29	3
42,625	77,375	8,25	5,75	2,400	2,390	30,712	104,260	20,319	4,189	5,553	114,420	43	10
42,625	77,375	22,75	15,25	2,659	2,485	32,294	72,900	24,072	2,278	5,258	84,936	16	20
42,625	77,375	8,25	15,25	2,392	2,392	31,246	96,119	22,438	3,281	5,027	107,340	50	6
42,625	77,375	22,75	5,75	2,639	2,515	33,454	74,329	24,842	2,230	6,033	86,750	22	5
35,25	94,75	15,5	10,5	2,624	2,406	32,154	95,900	22,377	3,252	5,966	107,170	21	46

APÊNDICE C – PLACA COM FURO SOB FLEXÃO

Caso 2.1) Um furo de alívio

Caso: PLACA COM FURO – ALÍVIO COM UM FURO – FLEXÃO

Data: 23/03/07

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo	Restrições					
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima da placa.	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem	
D2	1	30	0,001	0,001		S	5	-	0,001	0,001	
L2	31	130	0,001	0,001							
					Tolerância						
					Sub Problema	1ª Ordem					
					0,001	0,001					

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

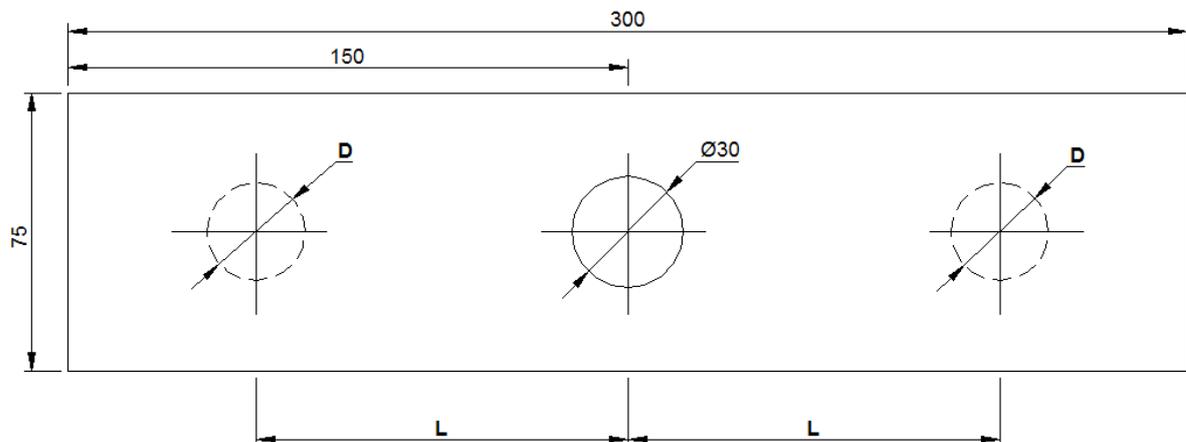


Tabela C1 – Resultados para o problema de placa plana com furo central e um furo de alívio, sob flexão.

Vetor inicial		$K_t^{FEM}_{SP}$	$K_t^{FEM}_{10}$	Vetor ótimo			Iterações	
D	L			D	L	S	Subproblema	1ª Ordem
1	31	2,276	2,276	21,447	65,570	39,847	4	1
1	130	2,276	2,275	21,447	65,570	39,847	5	1
30	35	2,238	2,214	28,892	34,838	5,392	5	14
30	130	2,276	2,265	22,543	66,831	33,143	7	2
8,25	55,75	2,276	2,275	21,447	65,570	39,847	5	1
8,25	105,25	2,217	2,217	34,691	28,032	5,675	15	2
22,75	55,75	2,216	2,216	27,639	33,937	5,118	13	9
22,75	105,25	2,243	2,242	21,123	33,598	8,036	10	1
15,5	80,5	2,246	2,246	18,699	31,916	7,566	10	1

Caso 2.2) Dois furos de alívio

Caso: PLACA COM FURO – ALÍVIO COM DOIS FUROS – FLEXÃO

Data: 23/03/07

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo	Restrições				
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima da placa.	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância	
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem
D2	1	30	0,001	0,001	Tolerância	S1	5	-	0,001	0,001
D3	1	30	0,001	0,001		S2	5	-	0,001	0,001
L2	31	65	0,001	0,001	Sub Problema	1ª Ordem				
L3	31	65	0,001	0,001	0,001	0,001				

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

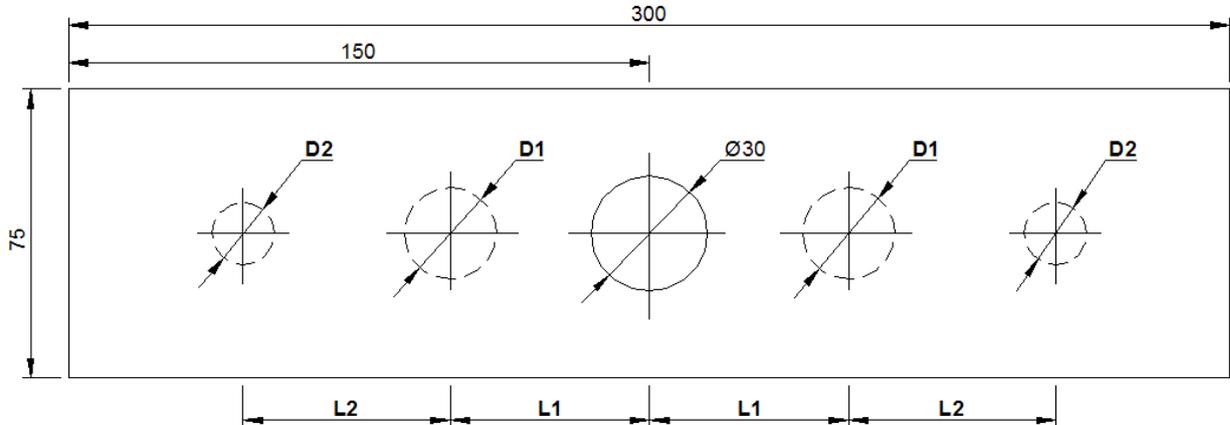


Tabela C2 – Resultados para o problema de placa plana com furo central e dois furos de alívio, sob flexão.

Vetor inicial				K_{SP}^{FEM}	K_{10}^{FEM}	Vetor ótimo						Iterações	
D1	D2	L1	L2			D1	D2	L1	L2	S1	S2	Subproblema	1ª Ordem
1	1	31	31	2,133	2,133	26,313	28,652	33,380	33,464	5,224	5,981	10	6
1	1	65	65	2,133	2,130	27,319	20,548	34,080	63,370	5,420	39,436	12	6
1	1	31	65	2,146	2,134	25,505	25,314	33,496	56,829	5,743	31,419	13	10
1	1	65	31	2,144	2,144	22,100	6,725	31,274	59,013	5,224	44,600	15	4
30	30	35	35	2,126	2,126	28,704	17,580	34,646	37,802	5,293	14,660	15	7
30	30	65	65	2,127	2,127	28,252	27,476	34,186	39,905	5,061	12,066	19	6
30	30	35	65	2,137	2,134	26,358	25,488	33,669	39,963	5,490	14,040	11	6
30	30	65	35	2,131	2,131	26,728	19,273	33,380	31,082	5,016	8,081	13	3
1	30	31	35	2,132	2,130	27,599	14,990	34,197	31,718	5,397	10,424	14	7
1	30	65	65	2,125	2,125	28,594	7,185	34,302	31,509	5,004	13,619	21	6
1	30	31	65	2,125	2,125	28,594	7,185	34,302	31,509	5,004	13,619	21	6
1	30	65	35	2,132	2,132	26,973	20,459	34,000	63,238	5,513	39,522	12	5
30	1	35	31	2,132	2,132	26,973	20,459	34,000	63,238	5,513	39,522	12	5
30	1	65	65	2,132	2,132	26,973	20,459	34,000	63,238	5,513	39,522	12	5
30	1	35	65	2,132	2,132	26,973	20,459	34,000	63,238	5,513	39,522	12	5
30	1	65	31	2,138	2,137	25,649	24,756	33,770	40,051	5,945	14,849	8	1
8,25	8,25	39,5	39,5	2,133	2,133	26,313	28,652	33,380	33,464	5,224	5,981	10	8
8,25	8,25	56,5	56,5	2,131	2,131	26,652	16,301	33,380	31,123	5,054	9,646	13	6
8,25	8,25	39,5	56,5	2,131	2,131	26,652	16,301	33,380	31,123	5,054	9,646	13	6
8,25	8,25	56,5	39,5	2,131	2,131	26,652	16,301	33,380	31,123	5,054	9,646	13	6
22,75	22,75	39,5	39,5	2,129	2,128	29,146	21,548	35,383	31,710	5,810	6,363	13	6
22,75	22,75	56,5	56,5	2,126	2,126	28,846	22,572	34,736	33,026	5,312	7,317	21	6
22,75	22,75	39,5	56,5	2,133	2,133	26,313	28,652	33,380	33,464	5,224	5,981	10	6
22,75	22,75	56,5	39,5	2,137	2,133	26,323	18,559	33,550	31,885	5,389	9,447	10	8
8,25	22,75	39,5	39,5	2,126	2,126	28,784	28,262	34,493	34,367	5,101	5,844	13	6
8,25	22,75	56,5	56,5	2,128	2,128	27,765	16,346	33,963	44,712	5,081	22,656	14	6
8,25	22,75	39,5	56,5	2,131	2,131	26,725	17,966	33,380	31,084	5,017	8,738	14	6
8,25	22,75	56,5	39,5	2,132	2,132	26,424	20,767	33,380	33,561	5,168	9,966	17	5
22,75	8,25	39,5	39,5	2,129	2,128	29,146	21,548	35,383	31,710	5,810	6,363	12	1
22,75	8,25	56,5	56,5	2,153	2,146	22,266	11,094	32,352	34,833	6,219	18,154	8	6
22,75	8,25	39,5	56,5	2,125	2,125	29,152	21,870	34,592	32,964	5,016	7,453	18	6
22,75	8,25	56,5	39,5	2,127	2,127	29,053	17,514	34,945	37,341	5,418	14,058	19	9
15,5	15,5	48	48	2,137	2,130	27,592	18,945	34,193	31,655	5,397	8,386	9	14

Caso 2.3) Alívio elíptico

Caso: PLACA COM FURO – ALÍVIO COM ELIPSE – FLEXÃO

Data: 21/04/07

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo	Restrições				
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima da placa.	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância	
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem
L	20	40	0,001	0,001	Tolerância Sub Problema 1ª Ordem 0,001 0,001	S	-	130	0,001	0,001
A	1	20	0,001	0,001						
B	1	45	0,001	0,001						

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

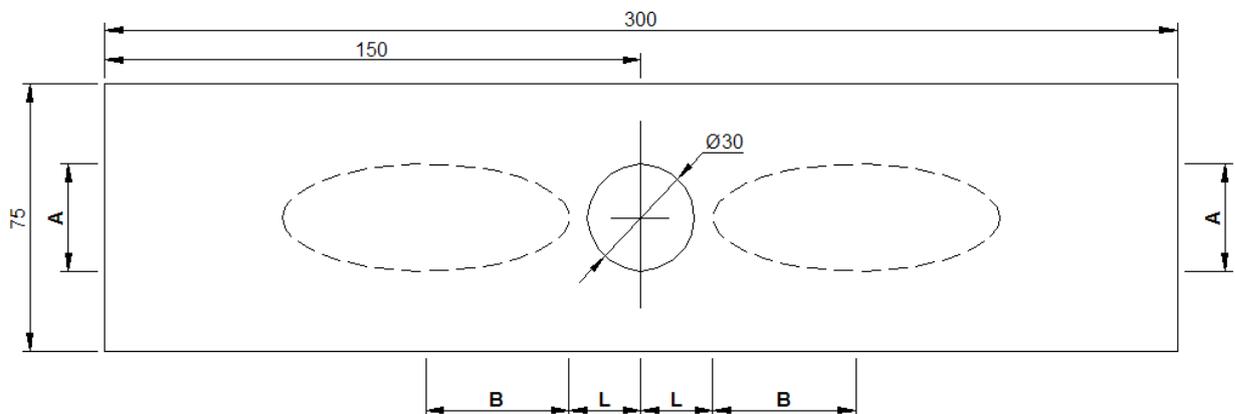


Tabela C3 – Resultados para o problema de placa plana com furo central e alívio elíptico, sob flexão

Vetor inicial (mm)			$K_t^{FEM}_{SP}$	$K_t^{FEM}_{10}$	Vetor ótimo (mm)				Iterações	
L	A	B			L	A	B	S	Subproblema	1ª Ordem
20	1	1	2,139	2,138	21,717	19,152	40,023	101,76	20	1
20	1	45	2,137	2,137	21,547	19,173	40,422	102,39	17	1
20	20	1	2,134	2,133	21,303	18,734	34,345	89,994	27	5
20	20	45	2,147	2,147	26,388	16,346	19,244	64,876	22	1
40	1	1	2,145	2,131	22,419	17,190	22,181	66,781	9	15
40	1	45	2,135	2,135	20,314	17,464	35,728	90,869	1	19
40	20	1	2,138	2,135	21,198	19,155	40,232	101,66	23	4
40	20	45	2,137	2,137	21,547	19,173	40,422	102,39	15	1
25	5,75	12	2,130	2,129	20,477	18,448	33,376	87,230	19	1
25	5,75	34	2,137	2,137	21,548	19,173	40,423	102,39	23	1
25	15,25	12	2,154	2,131	22,419	17,190	22,181	66,781	9	15
25	15,25	34	2,154	2,132	22,181	17,190	22,181	66,781	15	15
35	5,75	12	2,129	2,129	20,478	18,460	32,968	86,413	24	1
35	5,75	34	2,129	2,129	20,066	17,996	32,991	86,047	14	1
35	15,25	12	2,154	2,132	22,419	17,190	22,181	66,781	9	15
35	15,25	34	2,154	2,131	22,419	17,190	22,181	66,781	9	15
30	10,5	23	2,137	2,137	21,547	19,173	40,422	102,39	15	1

Caso 2.4) Alívio triangular

Caso: PLACA COM FURO – ALÍVIO TRIANGULAR – FLEXÃO

Data: 10/04/07

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo		Restrições				
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima da placa.	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem	
L1	20,5	50	0,001	0,001		S		130	0,001	0,001	
L2	60	129,5	0,001	0,001							
H	1	30	0,001	0,001	Tolerância						
D	1	30	0,001	0,001	Sub Problema	1ª Ordem					
					0,001	0,001					

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

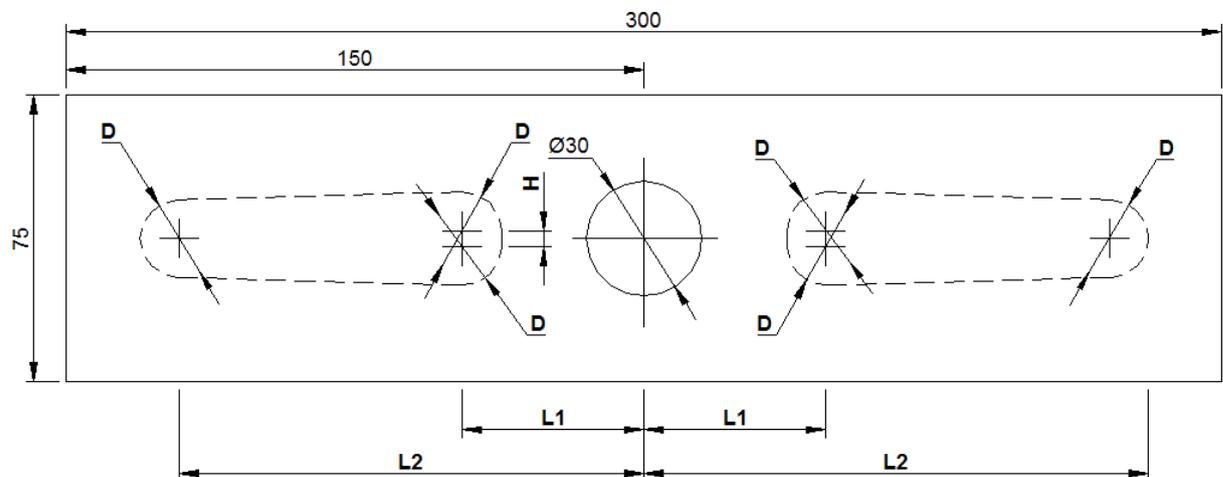


Tabela C4 – Resultados para o problema de placa plana com furo central e alívio triangular, sob flexão.

Vetor inicial (mm)				K_{SP}^{FEM}	K_{10}^{FEM}	Vetor ótimo (mm)						Iterações	
L2	L3	D2	H2			L2	L3	D2	H2	S1	S2	Subproblema	1ª Ordem
20,5	60	1	1	2,200	2,200	32,864	116,94	25,592	2,3918	5,069	129,740	22	2
35	60	30	20	2,226	2,205	34,626	100,70	26,783	2,080	6,234	114,09	10	4
20,5	60	1	20	2,226	2,205	34,626	100,70	26,783	2,080	6,234	114,09	10	4
35	60	30	1	2,257	2,206	34,626	100,70	26,783	2,080	6,235	114,09	10	4
50	129,5	1	1	2,217	2,201	32,840	105,79	24,625	2,859	5,527	118,10	20	6
50	115	30	20	2,202	2,202	31,867	72,678	23,374	2,961	5,180	84,364	24	3
50	129,5	1	20	2,266	2,206	34,626	100,70	26,783	2,080	6,235	114,09	13	4
50	115	30	1	2,200	2,200	32,864	116,94	25,592	2,312	5,068	129,74	26	2
20,5	129,5	1	1	2,201	2,200	33,061	116,50	25,592	2,387	5,265	129,29	22	4
35	115	30	20	2,201	2,200	33,061	116,50	25,592	2,387	5,265	129,29	22	4
20,5	129,5	1	20	2,201	2,200	33,061	116,50	25,592	2,387	5,265	129,29	22	4
35	115	30	1	2,200	2,200	35,000	130,00	30,000	1,000	5,000	130,00	18	2
50	60	1	1	2,221	2,204	32,398	62,922	23,632	2,921	5,583	74,738	21	7
50	60	30	20	2,211	2,203	32,697	103,57	23,636	3,178	5,879	115,39	30	6
50	60	1	20	2,226	2,205	34,626	100,70	26,783	2,080	6,234	114,09	13	4
50	60	30	1	2,200	2,200	32,864	116,94	25,592	2,295	5,068	129,74	19	2
27,875	77,375	8,25	5,75	2,200	2,200	32,864	116,94	25,592	2,295	5,068	129,74	19	2
31,375	77,375	22,75	15,25	2,200	2,200	32,864	116,94	25,592	2,295	5,068	129,74	19	2
27,875	77,375	8,25	15,25	2,200	2,200	32,864	116,94	25,592	2,295	5,068	129,74	19	2
31,375	77,375	22,75	5,75	2,210	2,210	31,142	118,05	22,257	2,325	5,013	129,18	21	2
42,625	112,125	8,25	5,75	2,199	2,199	32,817	117,08	25,592	2,395	5,027	129,88	20	2
42,625	112,125	22,75	15,25	2,211	2,202	33,578	72,727	26,056	2,214	5,550	85,755	17	5
42,625	112,125	8,25	15,25	2,200	2,200	32,858	116,89	25,593	2,365	5,061	129,69	32	2
42,625	112,125	22,75	5,75	2,202	2,202	35,094	60,966	29,619	1,034	5,284	75,775	17	2
27,875	112,125	8,25	5,75	2,202	2,202	35,094	60,966	29,619	1,034	5,284	75,775	17	2
31,375	112,125	22,75	15,25	2,202	2,202	35,094	60,966	29,619	1,034	5,284	75,775	17	2
27,875	112,125	8,25	15,25	2,202	2,202	35,094	60,966	29,619	1,034	5,284	75,775	17	2
31,375	112,125	22,75	5,75	2,202	2,202	35,094	60,966	29,619	1,034	5,284	75,775	17	2
42,625	77,375	8,25	5,75	2,208	2,208	32,865	116,89	25,597	1,441	5,066	129,69	22	2
42,625	77,375	22,75	15,25	2,212	2,202	33,551	101,00	25,745	2,451	5,679	113,87	17	5
42,625	77,375	8,25	15,25	2,227	2,206	34,626	100,70	26,783	2,080	6,235	114,09	12	4
42,625	77,375	22,75	5,75	2,226	2,205	34,626	100,70	26,783	2,080	6,234	114,09	12	4
35,25	94,75	15,5	10,5	2,212	2,205	32,244	60,172	23,211	2,888	5,638	71,777	22	6

APÊNDICE D – Placa com rebaixo sob tração

Caso 3.1) Alívio com raio

Caso: REBAIXO – ALÍVIO COM RAIOS – TRAÇÃO	Data: 13/05/07
--	-----------------------

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto				Função objetivo	Restrições					
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		
			Sub Problema	1ª Ordem				Sub Problema	1ª Ordem	
D	1	7,5	0,001	0,001	Redução da tensão máxima da placa.	Nenhuma				
				Tolerância						
				Sub Problema		1ª Ordem				
				0,001	0,001					

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

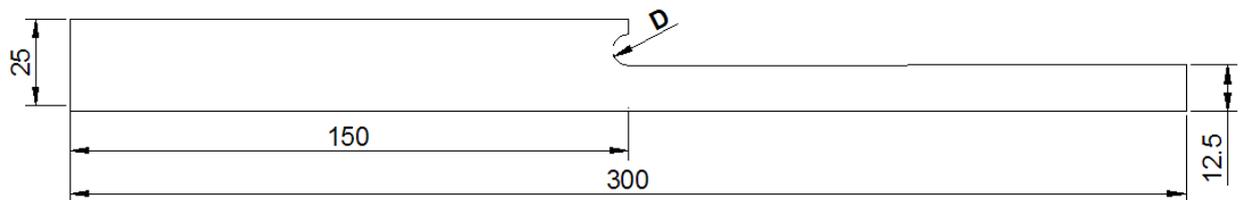


Tabela D1 – Resultados para o problema de placa plana com rebaixo e raio de alívio, sob tração.

Vetor inicial	$K_t^{FEM}_{SP}$	$K_t^{FEM}_{10}$	Vetor ótimo	Iterações	
				D	Subproblem
D			D		
1	2,167	2,167	7,484	9	7
7,5	2,165	2,165	7,500	5	1
3,16	2,167	2,167	7,485	9	1
5,33	2,167	2,166	7,483	8	3
4,5	2,166	2,166	7,483	8	3

Caso 3.2) Alívio circular

Caso: REBAIXO – ALÍVIO CIRCULAR – TRAÇÃO	Data: 13/05/07
---	-----------------------

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo	Restrições				
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima da placa.	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância	
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem
D	1	40	0,001	0,001	Tolerância	S	5	-	0,001	0,001
X	5,5	70	0,001	0,001		Sub Problema				
					1ª					
					Ordem					
					0,001					
					0,001					

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

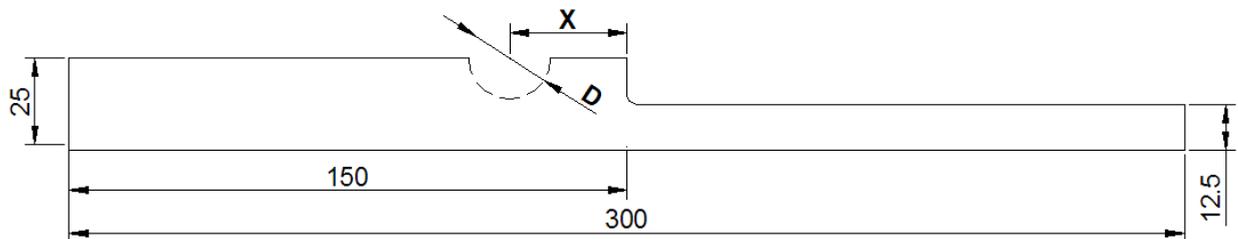


Tabela D2 – Resultados para o problema de placa plana com rebaixo e alívio circular, sob tração.

Vetor inicial		$K_t^{FEM}_{SP}$	$K_t^{FEM}_{10}$	Vetor ótimo			Iterações	
D	X			D	X	S	Subproblema	1ª Ordem
1	5,5	1,834	1,825	27,321	18,672	5,001	21	15
40	70	2,236	1,779	29,544	19,955	5,183	12	32
1	70	1,783	1,775	29,620	19,983	5,172	43	19
40	25	1,965	1,778	29,310	19,692	5,037	10	80
10,75	21,63	1,795	1,786	28,543	19,589	5,317	18	27
30,25	53,88	2,140	1,776	29,645	19,982	5,159	15	35
10,75	53,88	1,772	1,775	29,401	19,742	5,041	15	35
30,25	21,63	1,825	1,786	29,566	19,951	5,167	7	30
20,5	37,75	1,771	1,777	29,415	19,779	5,072	41	41

Caso 3.3) Alívio com furo

Caso: REBAIXO – ALÍVIO COM UM FURO – TRACAO

Data: 13/05/07

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo	Restrições				
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima da placa.	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância	
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem
D	1	15	0,001	0,001	Tolerância	S1	5	-	0,001	0,001
X	5,5	50	0,001	0,001		S2	5	-	0,001	0,001
Y	5,5	12,5	0,001	0,001	Sub Problema					
					1ª Ordem					
					0,001					
					0,001					

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

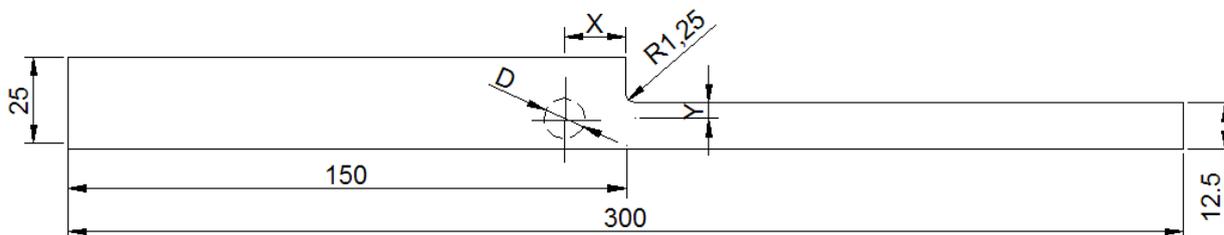


Tabela D3 – Resultados para o problema de placa plana com rebaixo e furo de alívio, sob tração.

Vetor inicial (mm)			$K_t^{FEM}_{SP}$	$K_t^{FEM}_{10}$	Vetor ótimo (mm)					Iterações	
D	X	Y			D	X	Y	S1	S2	Subproblema	1ª Ordem
1	5,5	5,5	2,194	2,067	8,252	9,413	9,286	5,287	5,160	11	46
1	50	12,5	2,488	2,486	7,927	40,476	10,173	36,513	6,209	14	10
1	5,5	12,5	2,159	2,098	8,515	9,276	9,325	5,018	5,068	17	16
1	50	5,5	2,495	2,489	1,757	47,041	11,576	46,163	10,697	11	7
15	12,5	12,5	2,208	2,126	7,986	9,100	9,035	5,107	5,041	16	28
15	50	12,5	2,110	2,100	8,564	9,342	9,364	5,060	5,082	20	37
4,5	16,63	7,25	2,173	2,136	8,846	9,665	9,969	5,242	5,546	16	7
4,5	38,88	10,75	2,239	2,087	8,754	9,388	9,379	5,011	5,003	15	33
4,5	16,63	10,75	2,406	2,406	3,879	7,201	6,998	5,269	5,059	12	12
4,5	38,88	7,25	2,489	2,485	1,554	13,459	6,159	12,682	5,383	10	13
11,5	16,63	10,75	2,113	2,113	8,101	9,054	9,054	5,003	5,004	23	18
11,5	38,88	10,75	2,491	2,489	7,783	48,235	9,778	44,344	5,886	8	5
8	27,75	9	2,123	2,111	8,853	9,528	9,695	5,101	5,268	19	10

APÊNDICE E – Placa com rebaixo sob flexão

Caso 4.1) Alívio com raio

Caso: REBAIXO – ALÍVIO COM RAIO – FLEXÃO	Data: 13/05/07
---	-----------------------

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo	Restrições					
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima da placa.	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem	
D	1	7,5	0,001	0,001		Nenhuma					
					Tolerância						
					Sub Problema	1ª Ordem					
					0,001	0,001					

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

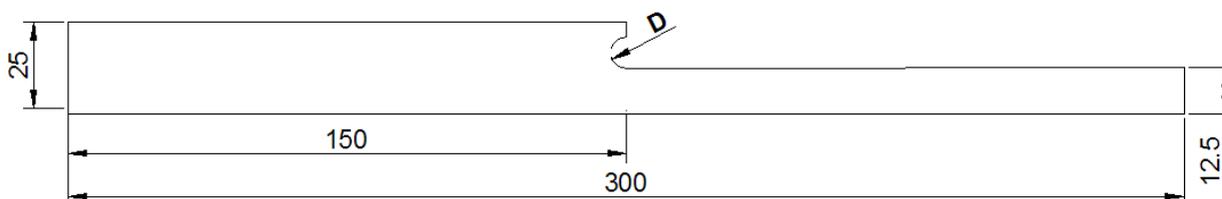


Tabela E1 – Resultados para o problema de placa plana com rebaixo e raio de alívio, sob flexão.

Vetor inicial	$K_t^{FEM}_{SP}$	$K_t^{FEM}_{10}$	Vetor ótimo	Iterações	
				D	Subproblem
D			D		
1	1,629	1,629	7,253	6	3
7,5	1,605	1,605	7,500	5	2
3,16	1,629	1,629	7,253	6	3
5,33	1,629	1,629	7,253	6	5
4,25	1,629	1,629	7,253	6	3

Caso 4.2) Alívio circular

Caso: REBAIXO – ALÍVIO CIRCULAR – FLEXÃO	Data: 13/05/07
---	-----------------------

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo	Restrições					
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima da placa.	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem	
D	1	40	0,001	0,001		S	5	-	0,001	0,001	
X	5,5	70	0,001	0,001							
					Tolerância						
					Sub Problema	1ª Ordem					
					0,001	0,001					

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

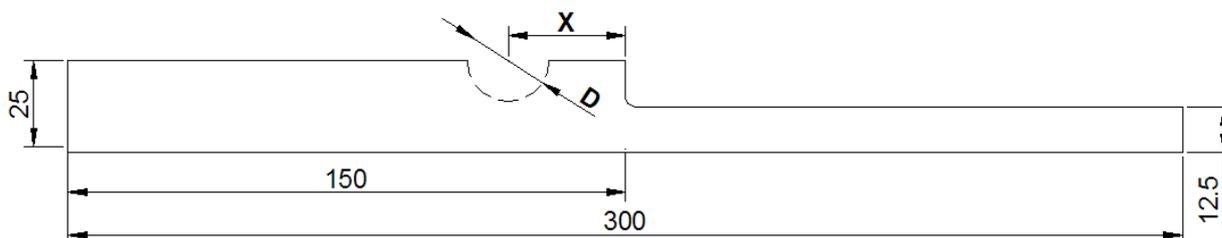


Tabela E2 – Resultados para o problema de placa plana com rebaixo e alívio circular, sob flexão.

Vetor inicial		K_{SP}^{FEM}	K_{10}^{FEM}	Vetor ótimo			Iterações	
D	X			D	X	S	Subproblema	1ª Ordem
1	5,5	1,628	1,559	26,134	18,089	5,022	41	44
40	70	1,847	1,834	15,700	50,674	42,824	5	16
1	70	1,714	1,645	21,730	16,103	5,234	15	107
40	25	1,847	1,834	15,700	50,674	42,824	5	16
10,75	21,63	1,725	1,705	21,488	15,791	5,047	10	22
30,25	53,88	1,841	1,841	30,250	53,880	38,755	11	4
10,75	53,88	1,652	1,596	25,175	18,398	5,811	20	126
30,25	21,63	1,702	1,615	26,526	16,851	5,031	12	4
20,5	37,75	1,848	1,834	15,700	50,674	42,824	5	16

Caso 4.3) Alívio com furo

Caso: REBAIXO – ALÍVIO COM UM FURO – FLEXÃO

Data: 13/05/07

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo		Restrições				
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima da placa.	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem	
D	1	20	0,001	0,001	Tolerância	S1	5	-	0,001	0,001	
X	5,5	50	0,001	0,001		S2	5	-	0,001	0,001	
Y	5,5	12,5	0,001	0,001	Sub Problema						
					1ª Ordem						
					0,001						
					0,001						

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

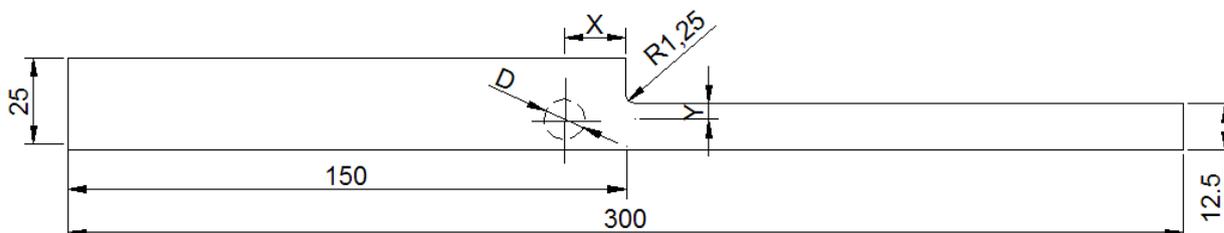


Tabela E3 – Resultados para o problema de placa plana com rebaixo e furo de alívio, sob flexão.

Vetor inicial (mm)			$K_{t_{SP}}^{FEM}$	$K_{t_{10}}^{FEM}$	Vetor ótimo (mm)					Iterações	
D	X	Y			D	X	Y	S1	S2	Subproblema	1ª Ordem
1	5,5	5,5	1,806	1,806	13,709	49,987	12,500	43,133	5,645	9	3
1	50	12,5	1,847	1,847	4,500	38,880	7,250	36,630	5,000	7	1
1	5,5	12,5	1,848	1,848	3,050	49,777	11,455	48,252	9,930	6	1
1	50	5,5	1,848	1,848	11,201	49,929	10,846	44,329	5,246	6	2
15	12,5	12,5	1,848	1,848	5,489	40,674	10,388	37,930	7,643	8	2
15	50	12,5	1,849	1,848	13,709	49,987	12,500	43,133	5,645	6	7
4,5	16,63	7,25	1,842	1,829	2,163	8,604	11,247	7,523	10,165	6	6
4,5	38,88	10,75	1,848	1,848	5,488	40,691	10,031	37,947	7,287	7	6
4,5	16,63	10,75	1,850	1,848	3,173	42,364	10,246	40,777	8,659	7	3
4,5	38,88	7,25	1,846	1,846	4,500	38,880	7,250	36,630	5,000	7	2
11,5	16,63	10,75	1,756	1,733	9,441	9,801	10,138	5,080	5,417	10	29
11,5	38,88	10,75	1,848	1,847	9,562	36,898	10,432	32,117	5,561	10	8
8	27,75	9	1,848	1,848	5,488	40,691	10,031	37,947	7,287	7	5

APÊNDICE F – Eixo com escalonamento sob flexão

Caso 5.1) Alívio com raio

Caso: EIXO ESCALONADO – ALÍVIO COM RAIOS – FLEXÃO	Data: 13/10/07
--	-----------------------

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo	Restrições					
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima de von Mises.	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem	
D	1	3	0,001	0,001		Nenhuma					
					Tolerância						
					Sub Problema	1ª Ordem					
					0,001	0,001					

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

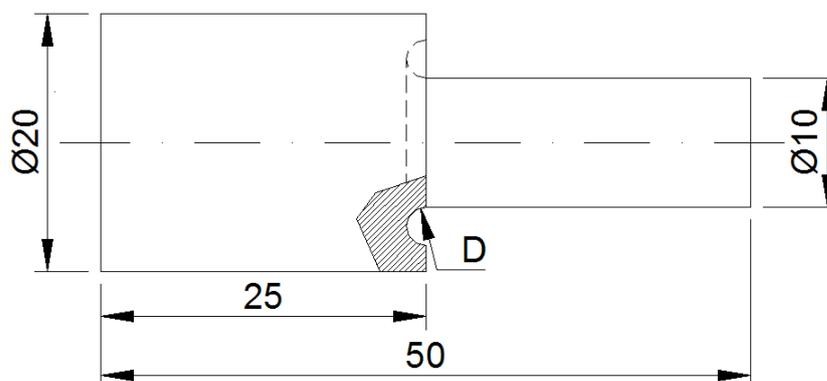


Tabela F1 – Resultado para o problema de eixo com escalonamento e alívio com raio, sob flexão.

$K_t^{FEM}_{SP}$	$K_t^{FEM}_{10}$	Vetor ótimo	Iterações		
		D	Sweep	Subproblema	1ª Ordem
1,589	1,491	3,00	3	5	2

Caso 5.2) Alívio com rasgo

Caso: EIXO ESCALONADO – ALÍVIO COM RASGO – FLEXÃO	Data: 01/10/07
--	-----------------------

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo	Restrições						
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima de von Mises.	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância			
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem		
D	1	3	0,001	0,001		Nenhuma						
						Tolerância						
						Sub Problema	1ª Ordem					
					0,001	0,001						

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

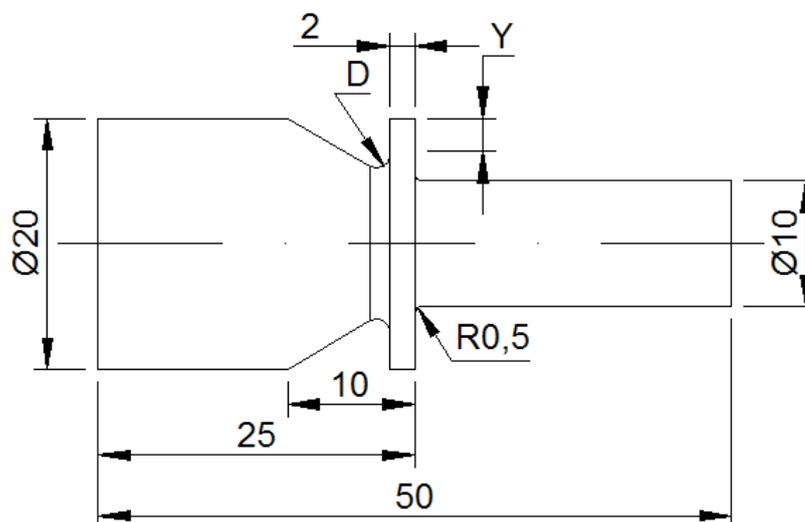


Tabela F2 – Resultado para o problema de eixo com escalonamento e alívio com rasgo sob flexão.

K_{SP}^{FEM}	K_{10}^{FEM}	Vetor ótimo		Iterações		
		D	Y	Sweep	Subproblema	1ª Ordem
1,751	1,701	3,062	3,394	9	35	12

APÊNDICE G – Eixo com escalonamento sob torção

Caso 6.1) Alívio com raio

Caso: EIXO ESCALONADO – ALÍVIO COM RAIOS – TORÇÃO	Data: 17/10/07
--	-----------------------

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo	Restrições				
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima cisalhante.	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância	
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem
D	1	3	0,001	0,001		Nenhuma				
Tolerância										
Sub Problema	1ª Ordem	0,001	0,001							

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

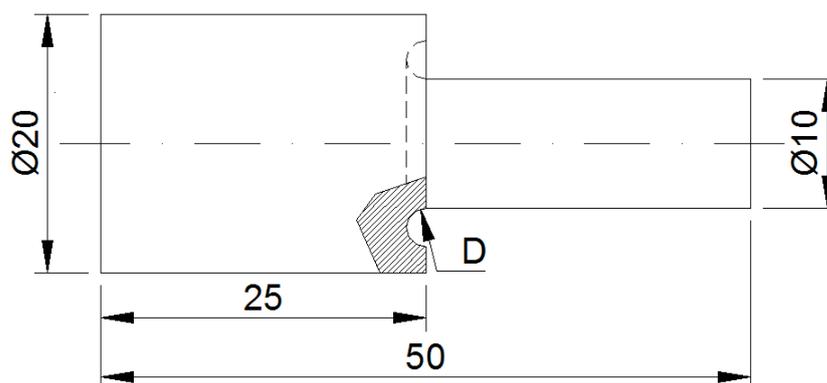


Tabela G1 – Resultado para o problema de eixo com escalonamento e alívio com raio, sob torção.

$K_{t_{SP}}^{FEM}$	$K_{t_{10}}^{FEM}$	Vetor ótimo	Iterações		
		D	Sweep	Subproblema	1ª Ordem
1,435	1,308	3,00	3	5	3

Caso 6.2) Alívio com rasgo

Caso: EIXO ESCALONADO – ALÍVIO COM RASGO – FLEXÃO	Data: 01/10/07
--	-----------------------

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo	Restrições					
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima de von Mises.	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem	
D	1	3	0,001	0,001		Nenhuma					
					Tolerância						
					Sub Problema	1ª Ordem					
					0,001	0,001					

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

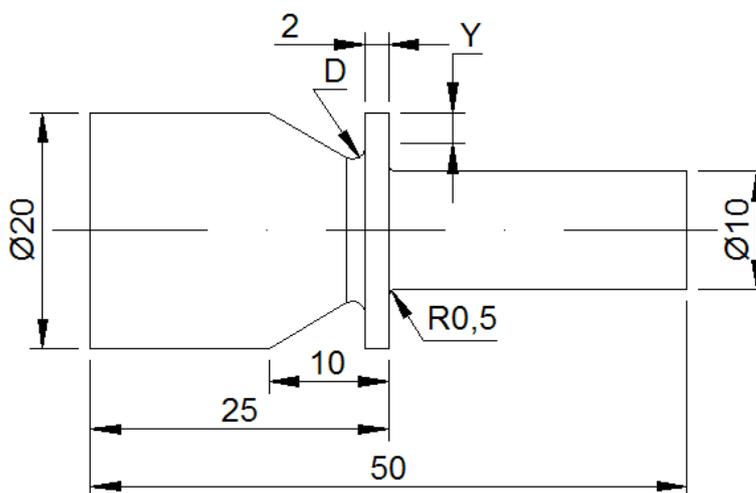


Tabela G2 – Resultado para o problema de eixo com escalonamento e alívio com rasgo sob torção.

K_{SP}^{FEM}	K_{10}^{FEM}	Vetor ótimo		Iterações		
		D	Y	Sweep	Subproblema	1ª Ordem
1,678	1,527	2,552	3,769	9	14	9

APÊNDICE H – Eixo com rasgo para anel elástico sob flexão

Caso 7.1) Alívio com raio

Caso: EIXO COM ANEL ELÁSTICO – ALÍVIO COM RAIOS – FLEXÃO **Data:** 08/10/07

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto				Função objetivo	Restrições					
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima de von Mises.	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância	
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem
D	0,1	1	0,001	0,001	Tolerância	Nenhuma				
X	0,1	1	0,001	0,001						
					Sub Problema					
					1ª Ordem					
					0,001					
					0,001					

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

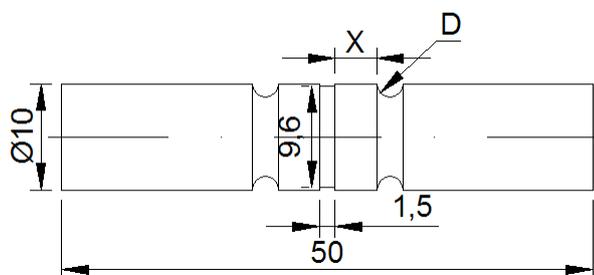


Tabela H1 – Resultado para o problema de eixo com rasgo para anel elástico e alívio com raio sob flexão.

K_{SP}^{FEM}	K_{10}^{FEM}	Vetor ótimo		Iterações		
		D	X	Sweep	Subproblema	1ª Ordem
2,140	2,136	0,208	0,200	9	5	2

APÊNDICE I – Eixo com rasgo para anel elástico sob torção

Caso 8.1) Alívio com raio

Caso: EIXO COM ANEL ELÁSTICO – ALÍVIO COM RAIO – TORÇÃO **Data:** 08/10/07

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto				Função objetivo		Restrições				
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão cisalhante máxima	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância	
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem
D	0,1	1	0,001	0,001	Tolerância	Nenhuma				
X	0,1	1	0,001	0,001						
				Sub Problema	1ª Ordem					
				0,001	0,001					

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

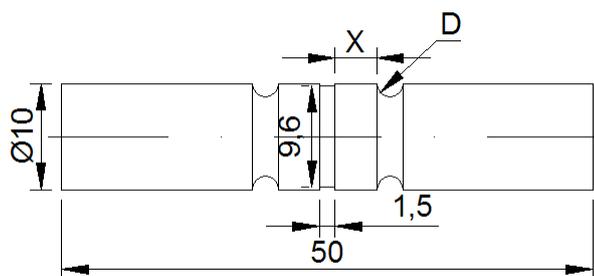


Tabela I1 – Resultado para o problema de eixo com rasgo para anel elástico e alívio com raio sob torção.

K_{SP}^{FEM}	K_{10}^{FEM}	Vetor ótimo		Iterações		
		D	X	Sweep	Subproblema	1ª Ordem
1,823	1,758	0,252	0,102	9	11	4

APÊNDICE J – Eixo com furo passante sob flexão

Caso 9.1) Alívio com esfera

Caso: EIXO COM FURO – ALÍVIO COM ESFERA – FLEXÃO	Data: 01/09/07
---	-----------------------

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto				Função objetivo	Restrições					
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima de von Mises	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância	
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem
D	1	6	0,001	0,001	Tolerância	Nenhuma				
X	1	5	0,001	0,001						
					Sub Problema					
					1ª Ordem					
					0,001					
					0,001					

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

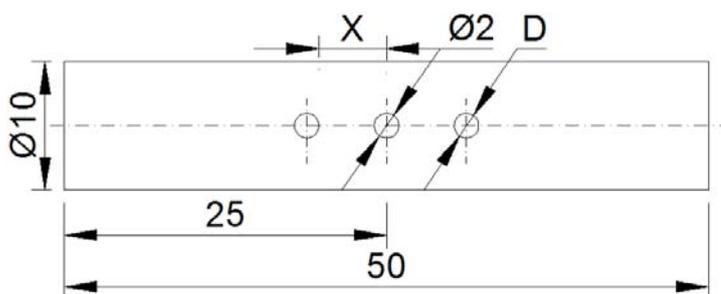


Tabela J1 – Resultado para o problema de eixo com furo passante e alívio com esfera sob flexão.

$K_t^{FEM}_{SP}$	$K_t^{FEM}_{10}$	Vetor ótimo		Iterações		
		D	X	Sweep	Subproblema	1ª Ordem
2,432	2,211	4,321	2,000	9	8	12

Caso 9.2) Alívio com rasgo transversal

Caso: EIXO COM FURO – ALÍVIO COM RASGO TRANS. – FLEXÃO	Data: 01/09/07
---	-----------------------

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo	Restrições				
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima de von Mises	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância	
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem
D	1	6	0,001	0,001	Tolerância	Nenhuma				
X	1	5	0,001	0,001		Sub Problema	1ª Ordem	0,001	0,001	

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

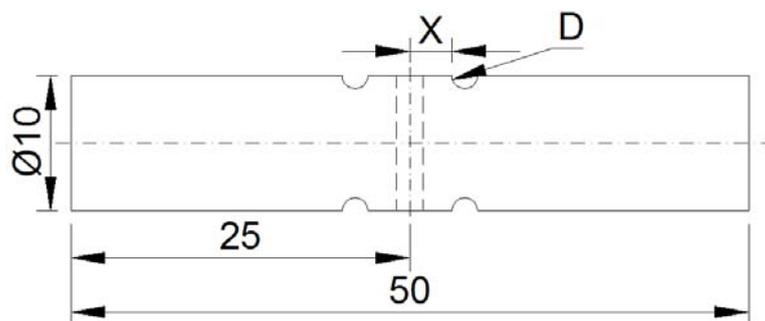


Tabela J2 – Resultado para o problema de eixo com furo passante e alívio com rasgo transversal sob flexão.

K_{SP}^{FEM}	K_{10}^{FEM}	Vetor ótimo		Iterações		
		D	X	Sweep	Subproblema	1ª Ordem
2,437	2,350	2,786	1,008	9	10	7

APÊNDICE L – Eixo com furo passante sob torção

Caso 10.1) Alívio com elevação

Caso: EIXO COM FURO – ALÍVIO COM ELEVAÇÃO – TORÇÃO	Data: 01/09/07
---	-----------------------

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo	Restrições						
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão cisalhante máxima	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância			
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem		
D	0,1	1	0,001	0,001		Nenhuma						
						Tolerância						
						Sub Problema	1ª Ordem					
					0,001	0,001						

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

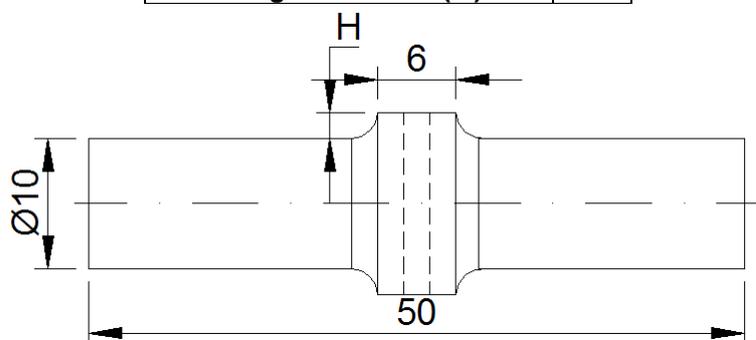


Tabela L1 – Resultado para o problema de eixo com furo passante e alívio com elevação sob torção.

K_{SP}^{FEM}	K_{10}^{FEM}	Vetor ótimo	Iterações		
		H	Sweep	Subproblema	1ª Ordem
1,685	1,685	1,000	3	4	1

APÊNDICE M – Eixo com rasgo de chaveta sob flexão

Caso 11.1) Alívio com esfera

Caso: EIXO CHAVETA – ALÍVIO COM ESFERA – FLEXAO	Data: 27/09/07
--	-----------------------

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo	Restrições					
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima de von Mises.	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem	
D	1	6	0,001	0,001		Nenhuma					
X	1	5	0,001	0,001							
					Tolerância						
					Sub Problema	1ª Ordem					
					0,001	0,001					

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

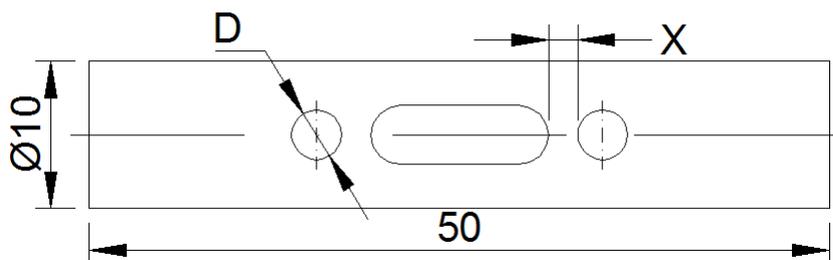


Tabela M1 – Resultado para o problema de eixo com rasgo de chaveta e alívio com esfera, sob flexão.

$K_t^{FEM}_{SP}$	$K_t^{FEM}_{10}$	Vetor ótimo		Iterações		
		D	X	Sweep	Subproblema	1ª Ordem
2,056	1,988	5,992	2,004	9	10	5

Caso 11.2) Alívio com rasgo

Caso: EIXO CHAVETA – ALÍVIO COM RASGO – FLEXAO

Data: 27/09/07

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo	Restrições					
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima de von Mises.	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem	
D	1	6	0,001	0,001		Nenhuma					
X	1	5	0,001	0,001							
					Tolerância						
					Sub Problema	1ª Ordem					
					0,001	0,001					

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

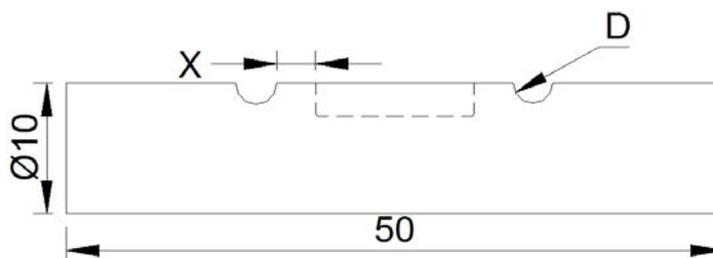


Tabela M2 – Resultado para o problema de eixo com rasgo de chaveta e alívio com rasgo, sob flexão.

$K_{t_{SP}}^{FEM}$	$K_{t_{10}}^{FEM}$	Vetor ótimo		Iterações		
		D	X	Sweep	Subproblema	1ª Ordem
1,859	1,757	4,882	1,516	9	9	10

APÊNDICE N – Eixo com rasgo de chaveta sob torção

Caso 12.1) Alívio com elevação

Caso: EIXO CHAVETA – ALÍVIO COM ELEVAÇÃO – TORÇÃO **Data:** 24/09/07

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo	Restrições						
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima cisalhante.	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância			
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem		
H	1	3	0,001	0,001		Nenhuma						
						Tolerância						
						Sub Problema	1ª Ordem					
					0,001	0,001						

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

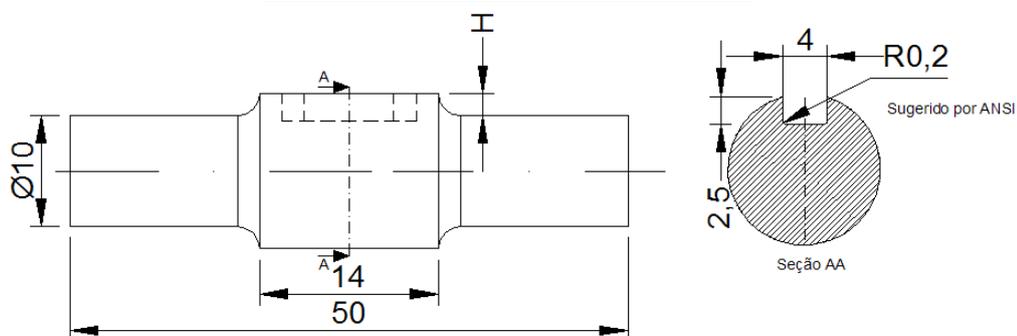


Tabela N1 – Resultado para o problema de eixo com rasgo de chaveta e alívio com elevação, sob torção.

$K_t^{FEM}_{SP}$	$K_t^{FEM}_{10}$	Vetor ótimo	Iterações		
		D	Sweep	Subproblema	1ª Ordem
1,191	1,191	3,00	3	8	3

Caso 12.1) Alívio com rasgo

Caso: EIXO CHAVETA – ALÍVIO COM RASGO – TORÇÃO	Data: 30/09/07
---	-----------------------

PARÂMETROS DE OTIMIZAÇÃO

Variáveis de projeto					Função objetivo	Restrições					
Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		Redução da tensão máxima cisalhante.	Var	Limite Inf.	Limite Sup.	Tolerância		
			Sub Problema	1ª Ordem					Sub Problema	1ª Ordem	
D	1	3	0,001	0,001	Tolerância	Nenhuma					
L	4	12	0,001	0,001		Sub Problema	1ª Ordem				
					0,001	0,001					

PARÂMETROS DO SUBPROBLEMA

Número máximo de iterações	300
Número máximo de projetos inviáveis	7
Aproximação da função objetivo	Quadrática + X-term
Aproximação da variável de estado	Quadrática + X-term
Cálculo da função peso	Pesos compostos

PARÂMETROS DO 1ª ORDEM

Número máximo de iterações	100
Porcentagem do size (%)	10
Porcentagem do delta (%)	1

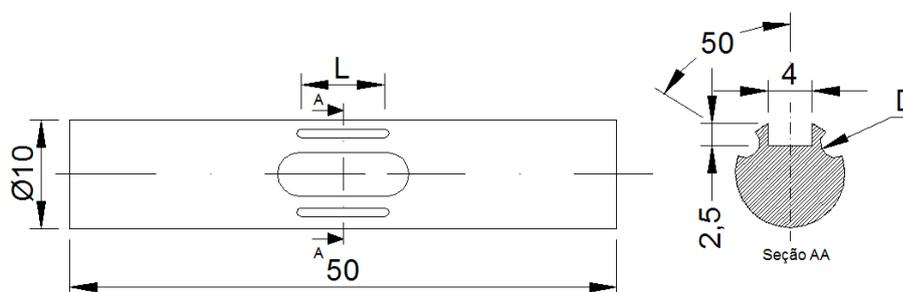


Tabela G2 – Resultado para o problema de eixo com rasgo de chaveta e alívio com rasgo sob torção.

K_{SP}^{FEM}	K_{10}^{FEM}	Vetor ótimo		Iterações		
		D	L	Sweep	Subproblema	1ª Ordem
2,516	2,416	3,000	5,759	9	21	11

APÊNDICE O – Resultados da avaliação dimensional

As Tabelas O1 a O5 visam apresentar as dimensões avaliadas no ensaio de metrologia dos corpos de provas utilizados neste trabalho. As dimensões estão em milímetros e aquelas destacadas em negrito encontram-se fora da tolerância especificada no desenho de fabricação.

1) Corpo de prova sem elemento de alívio

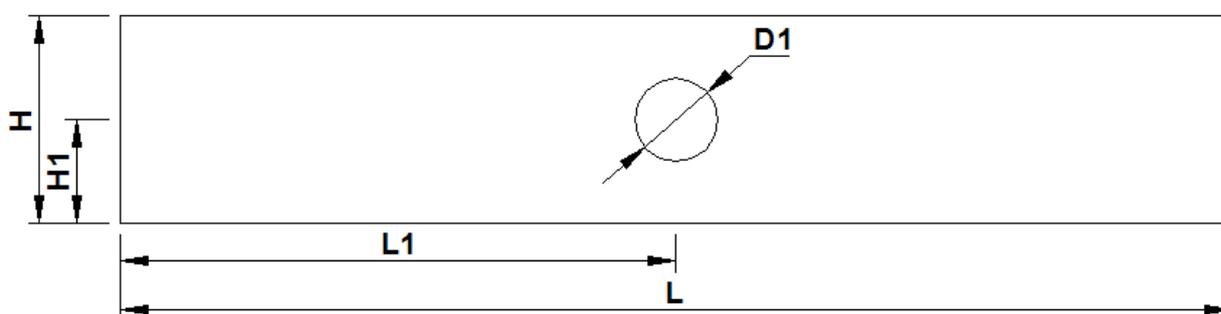


Tabela O1 – Dimensões obtidas dos corpos de provas sem elemento de alívio.

Dimensões	Corpo de prova			Limite das dimensões		
	01	02	03	Nominal	Superior	Inferior
H	74,985	74,953	74,897	75,000	75,050	74,950
H1	37,508	37,466	37,401	37,500	37,550	37,450
L	400,013	399,960	399,951	400,000	400,050	399,950
D1	29,908	29,967	29,997	30,000	30,050	29,950
L1	200,029	199,971	199,969	200,000	200,050	199,950
Obs.: Dimensões em negrito estão fora da tolerância.						

2) Corpo de prova com um furo de alívio

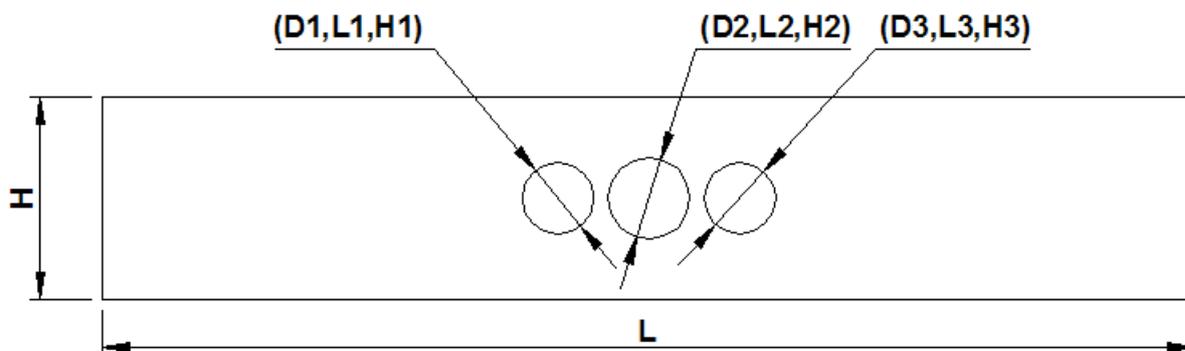


Tabela O2 – Dimensões obtidas dos corpos de provas com um furo de alívio.

Dimensões	Corpo de prova			Limite das dimensões		
	04	05	06	Nominal	Superior	Inferior
H	74,903	74,956	75,024	75,000	75,050	74,950
H1	37,452	37,425	37,517	37,500	37,550	37,450
H2	37,492	37,464	37,524	37,500	37,550	37,450
H3	37,465	37,454	37,521	37,500	37,550	37,450
L	399,879	399,892	400,010	400,000	400,050	399,950
L1	166,673	166,688	166,773	166,750	166,800	166,700
L2	199,922	199,938	200,034	200,000	200,050	199,950
L3	233,172	233,177	233,254	233,250	233,300	233,200
D1	26,325	26,243	26,234	26,300	26,350	26,250
D2	29,994	29,991	29,916	30,000	30,050	29,950
D3	26,325	26,318	26,230	26,300	26,350	26,250

Obs.: Dimensões em negrito estão fora da tolerância.

3) Corpo de prova com dois furos de alívio

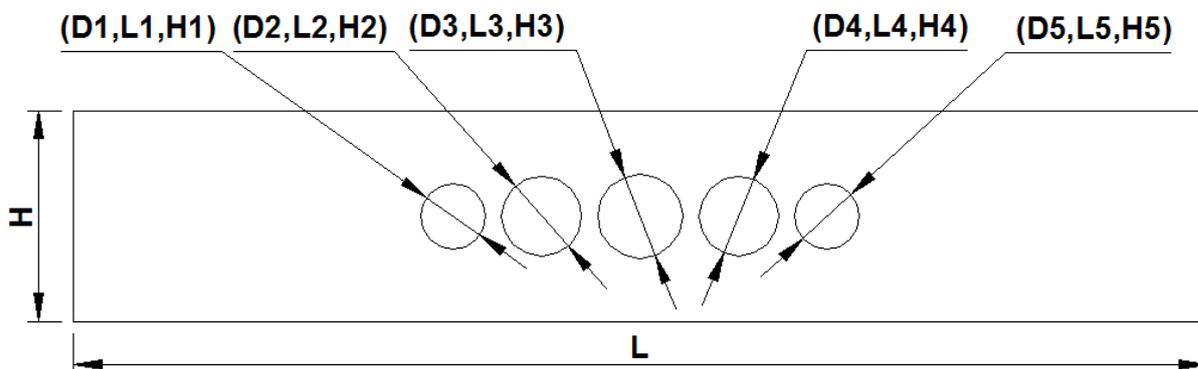


Tabela O3 – Dimensões obtidas dos corpos de provas com dois furos de alívio.

Dimensões	Corpo de prova			Limite das dimensões		
	07	08	09	Nominal	Superior	Inferior
H	74,972	74,895	75,064	75,000	75,050	74,950
H1	37,474	37,434	37,535	37,500	37,550	37,450
H2	37,474	37,431	37,538	37,500	37,550	37,450
H3	37,457	37,431	37,544	37,500	37,550	37,450
H4	37,475	37,419	37,544	37,500	37,550	37,450
H5	37,479	37,429	37,545	37,500	37,550	37,450
L	399,991	399,839	399,978	400,000	400,050	399,950
L1	134,099	134,028	134,099	134,080	134,130	134,030
L2	165,209	165,141	165,236	165,220	165,270	165,170
L3	199,980	199,911	200,025	200,000	200,050	199,950
L4	234,763	234,702	234,790	234,780	234,830	234,730
L5	265,911	265,841	265,914	265,920	265,970	265,870
D1	22,910	23,022	22,937	22,980	23,030	22,930
D2	28,248	28,395	28,274	28,340	28,390	28,290
D3	29,908	30,044	29,913	30,000	30,050	29,950
D4	28,253	28,344	28,262	28,340	28,390	28,290
D5	22,912	22,993	22,929	22,980	23,030	22,930

Obs.: Dimensões em negrito estão fora da tolerância.

4) Corpo de prova com alívio elíptico

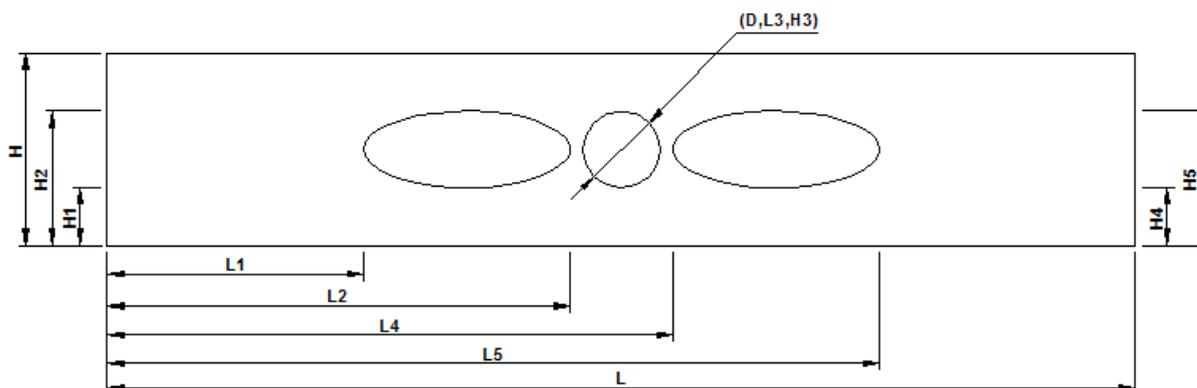


Tabela O4 – Dimensões obtidas dos corpos de provas com alívio elíptico.

Dimensões	Corpo de prova			Limite das dimensões		
	10	11	12	Nominal	Superior	Inferior
H	74,909	74,930	75,016	75,000	75,050	74,950
H1	22,473	22,417	22,506	22,470	22,520	22,420
H2	52,546	52,502	52,489	52,530	52,580	52,480
H3	37,479	37,456	37,520	37,500	37,550	37,450
H4	22,439	22,410	22,516	22,470	22,520	22,420
H5	52,526	52,465	52,477	52,530	52,580	52,480
L	399,700	399,690	399,813	400,000	400,050	399,950
L1	99,717	99,687	99,798	99,820	99,870	99,770
L2	179,725	179,684	179,723	179,900	179,950	179,850
L3	199,843	199,783	199,863	200,000	200,050	199,950
L4	219,953	219,940	220,053	220,100	220,150	220,050
L5	300,018	299,937	299,904	300,180	300,230	300,130
D	30,093	30,025	29,934	30,000	30,050	29,950

Obs.: Dimensões em negrito estão fora da tolerância.

5) Corpo de prova com alívio triangular

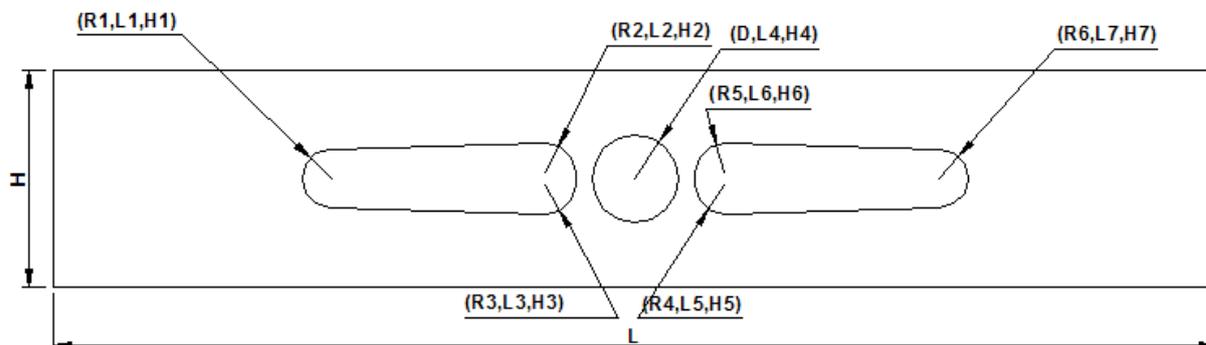


Tabela O5 – Dimensões obtidas dos corpos de provas com alívio triangular.

Dimensões	Corpo de prova			Limite das dimensões		
	13	14	15	Nominal	Superior	Inferior
H	74,959	76,390	74,897	75,000	75,050	74,950
H1	37,471	37,536	37,450	37,500	37,550	37,450
H2	39,713	39,397	39,527	39,600	39,650	39,550
H3	35,506	35,533	35,264	35,400	35,450	35,350
H4	37,483	37,532	37,404	37,500	37,550	37,450
H5	35,429	35,479	35,251	35,400	35,450	35,350
H6	39,524	39,732	39,469	39,600	39,650	39,550
H7	37,480	37,505	37,396	37,500	37,550	37,450
L	399,955	399,855	399,814	400,000	400,050	399,950
L1	95,706	95,799	95,660	95,740	95,790	95,690
L2	169,388	169,065	169,268	169,29	169,340	169,240
L3	169,215	169,176	169,267	169,29	169,340	169,240
L4	199,999	200,026	199,907	200,000	200,050	199,950
L5	230,770	230,862	230,525	230,710	230,760	230,660
L6	230,735	230,654	230,591	230,710	230,760	230,660
D	29,915	29,924	30,03	30,000	30,050	29,950
L7	304,224	304,173	304,129	304,260	304,310	304,210
R1	10,096	10,1535	10,166	10,160	10,210	10,110
R2	9,956	10,386	10,136	10,160	10,210	10,110
R3	10,2395	10,285	10,104	10,160	10,210	10,110
R4	10,216	10,225	10,094	10,160	10,210	10,110
R5	10,189	10,006	10,195	10,160	10,210	10,110
R6	10,133	10,176	10,212	10,160	10,210	10,110

Obs.: Dimensões em negrito estão fora da tolerância.

APÊNDICE P – Resultados experimentais

Neste apêndice estão listados os resultados experimentais. Para cada corpo de prova é apresentado os valores de deformação, em micrometro por metro ($\mu\text{m}/\text{m}$), ao longo do tempo, em segundos (s), para os dois extensômetros instalados na borda interna do furo central.

1) Sem furo de alívio

1.1) Corpo de prova 1

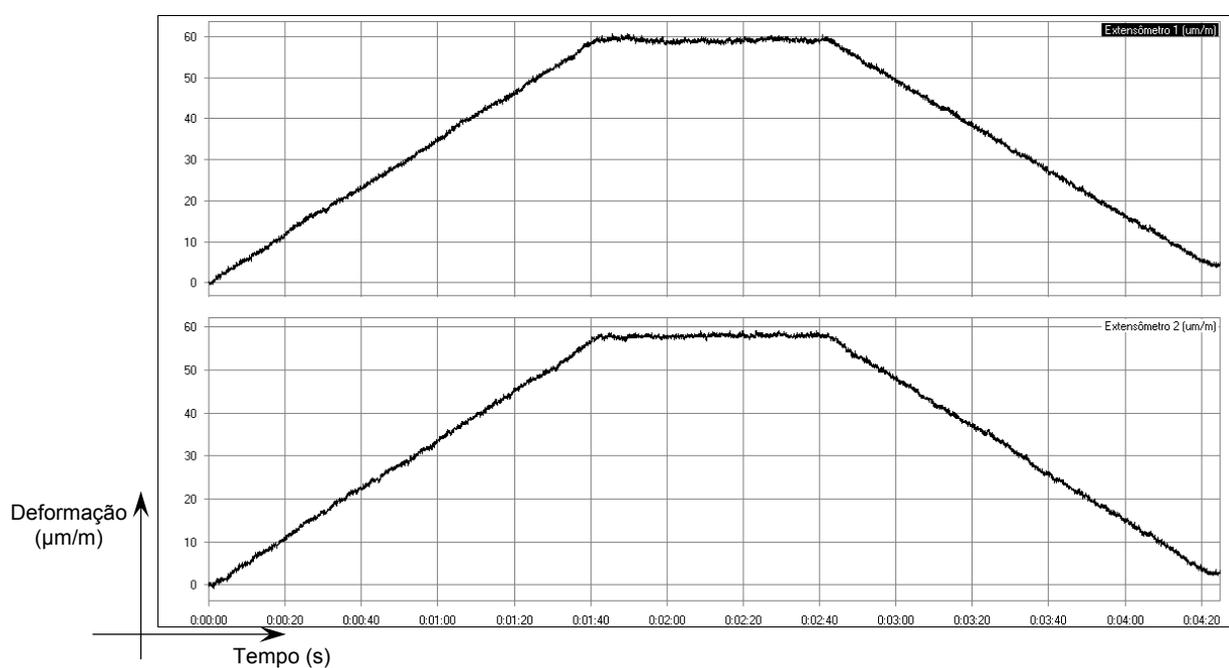


Figura P1 – Comportamento dos extensômetros do corpo de prova 01 (sem alívio).

1.2) Corpo de prova 2

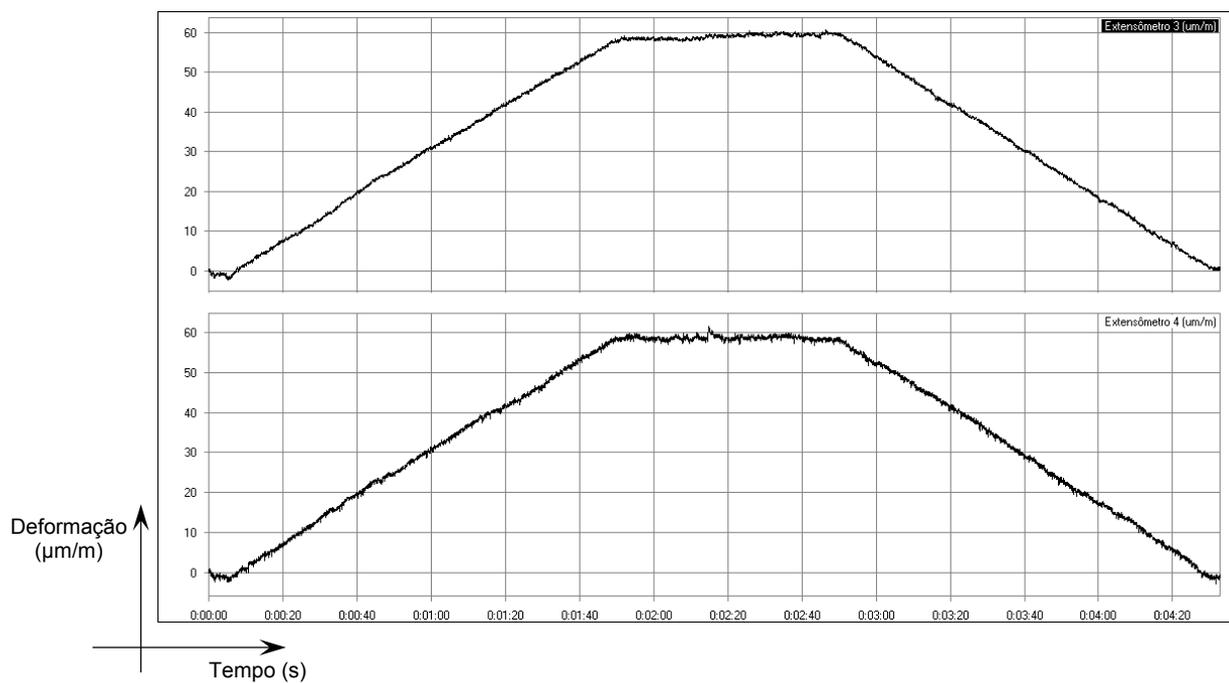


Figura P2 – Comportamento dos extensômetros do corpo de prova 02 (sem alívio).

1.3) Corpo de prova 3

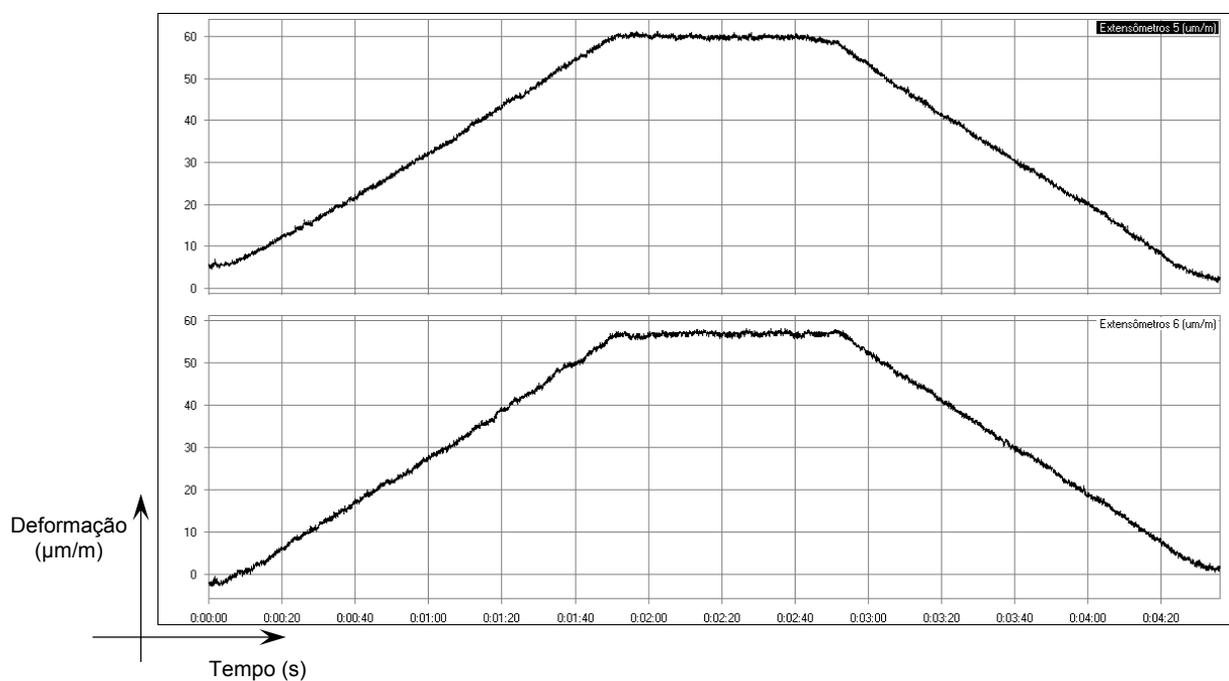


Figura P3 – Comportamento dos extensômetros do corpo de prova 03 (sem alívio).

2) Um furo de alívio

2.1) Corpo de prova 4

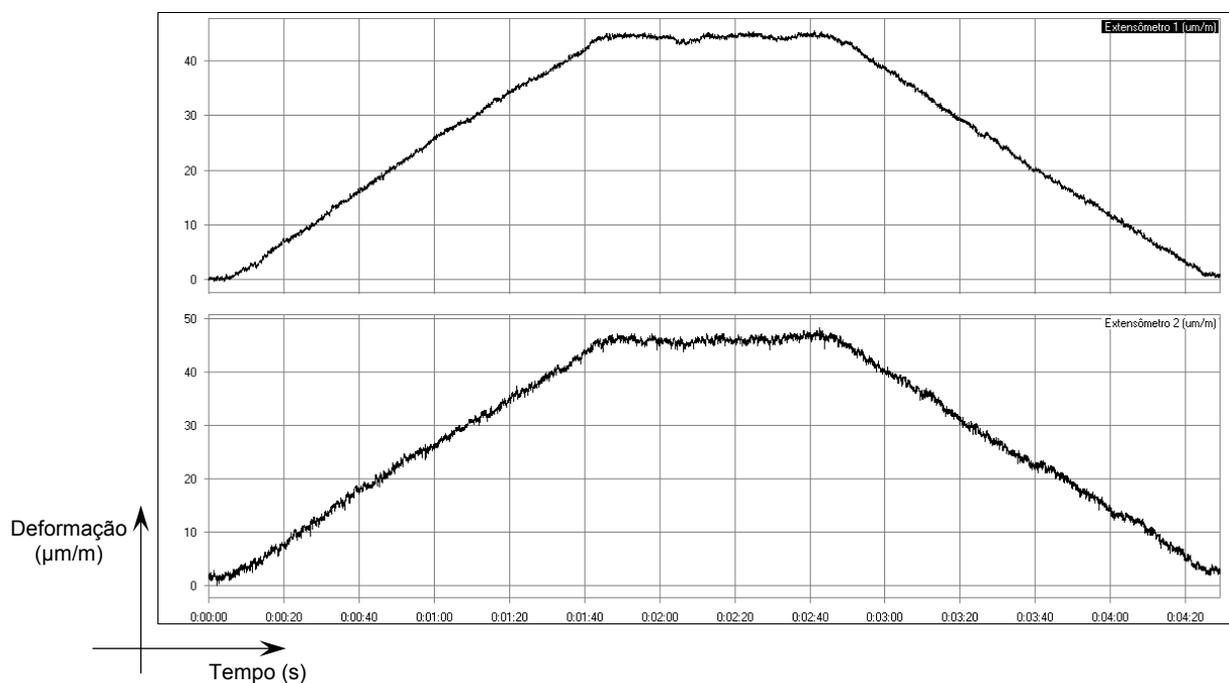


Figura P4 – Comportamento dos extensômetros do corpo de prova 04 (um furo de alívio).

2.2) Corpo de prova 5

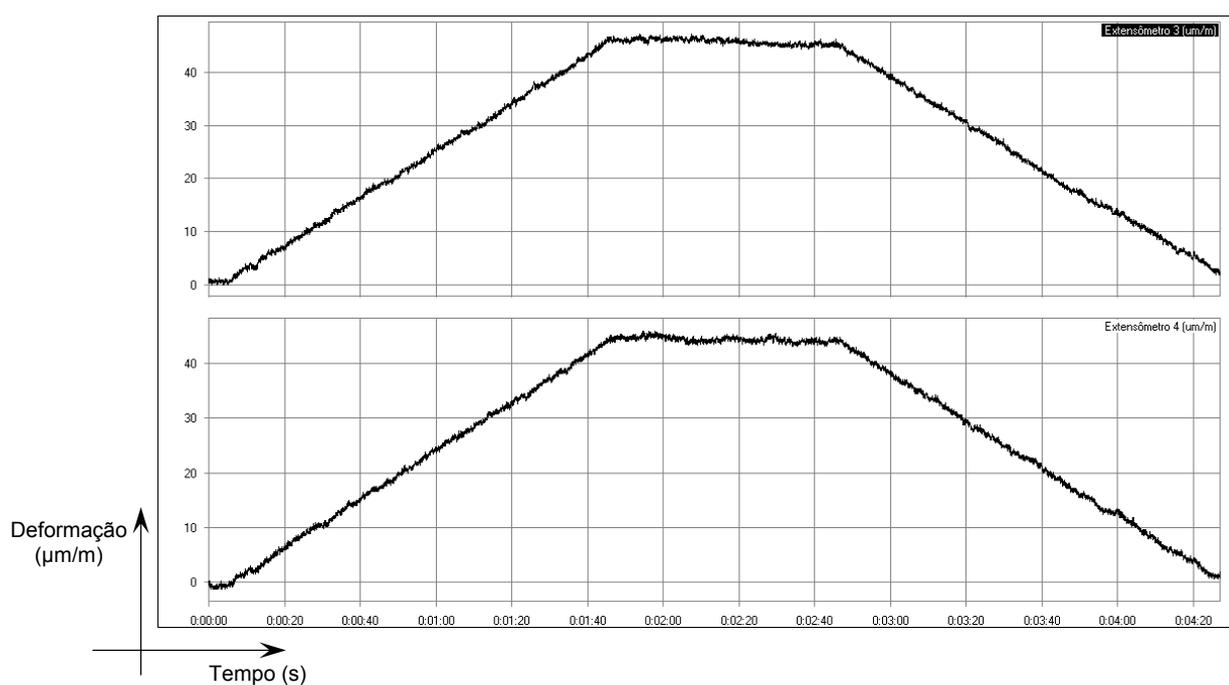


Figura P5 – Comportamento dos extensômetros do corpo de prova 05 (um furo de alívio).

2.3) Corpo de prova 6

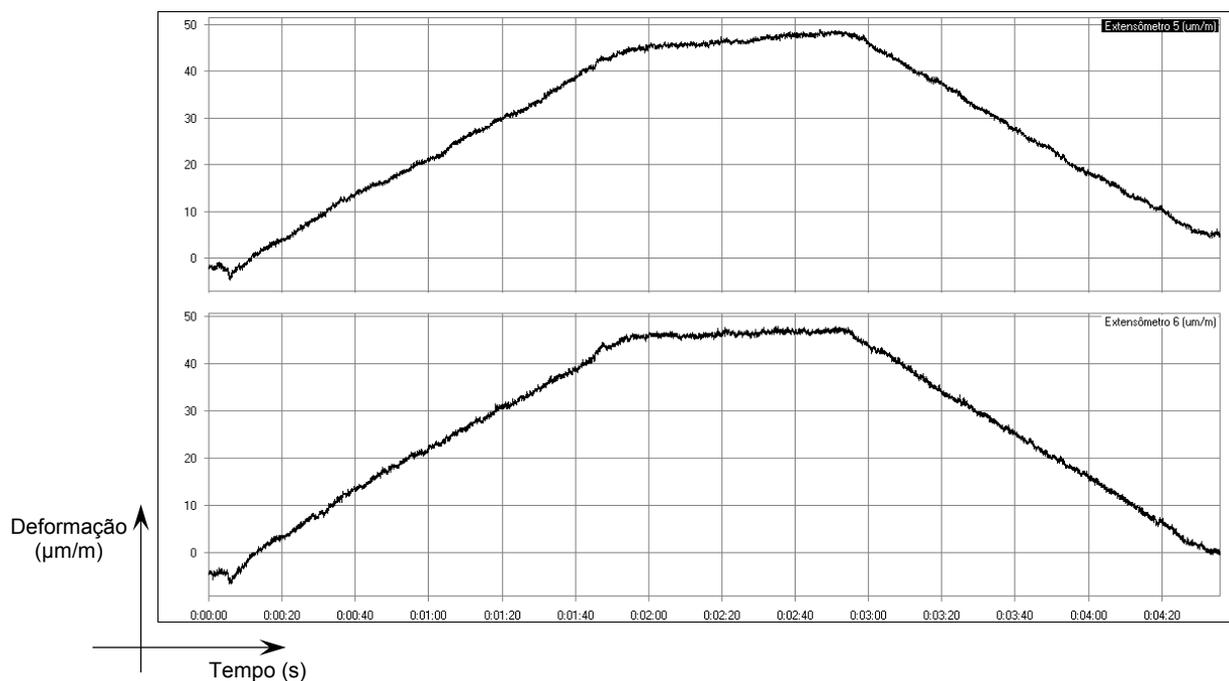


Figura P6 – Comportamento dos extensômetros do corpo de prova 06 (um furo de alívio).

3) Dois furo de alívio

3.1) Corpo de prova 7

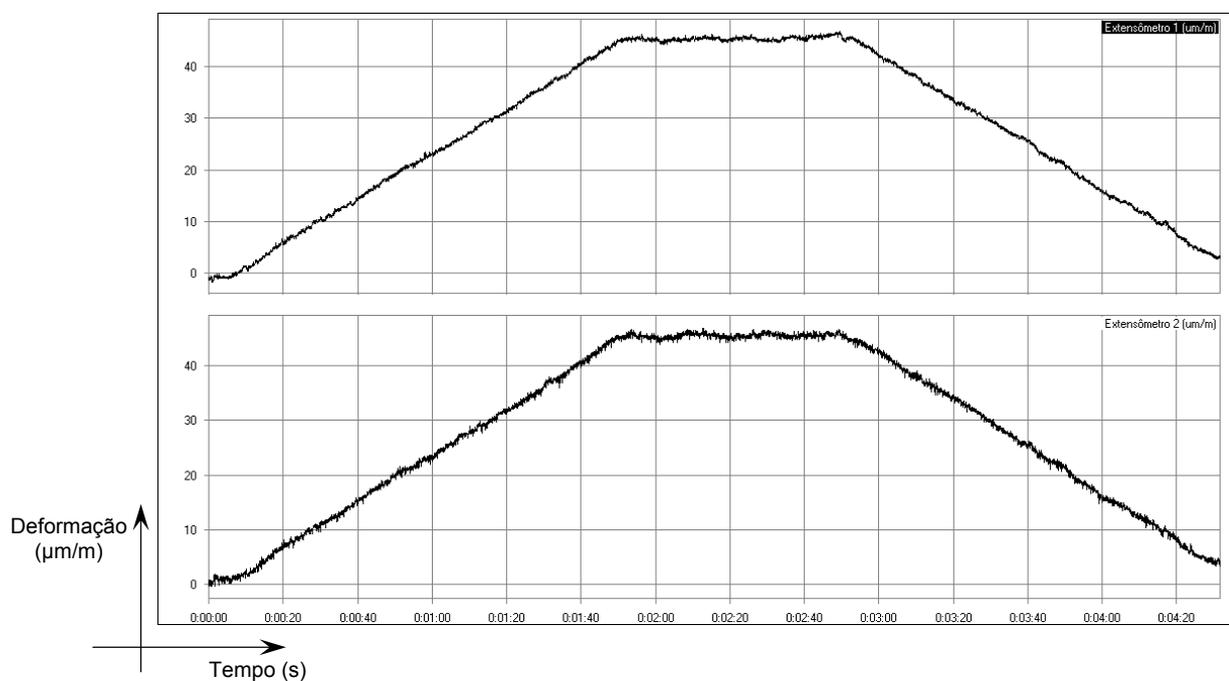


Figura P7 – Comportamento dos extensômetros do corpo de prova 07 (dois furos de alívio).

3.2) Corpo de prova 8

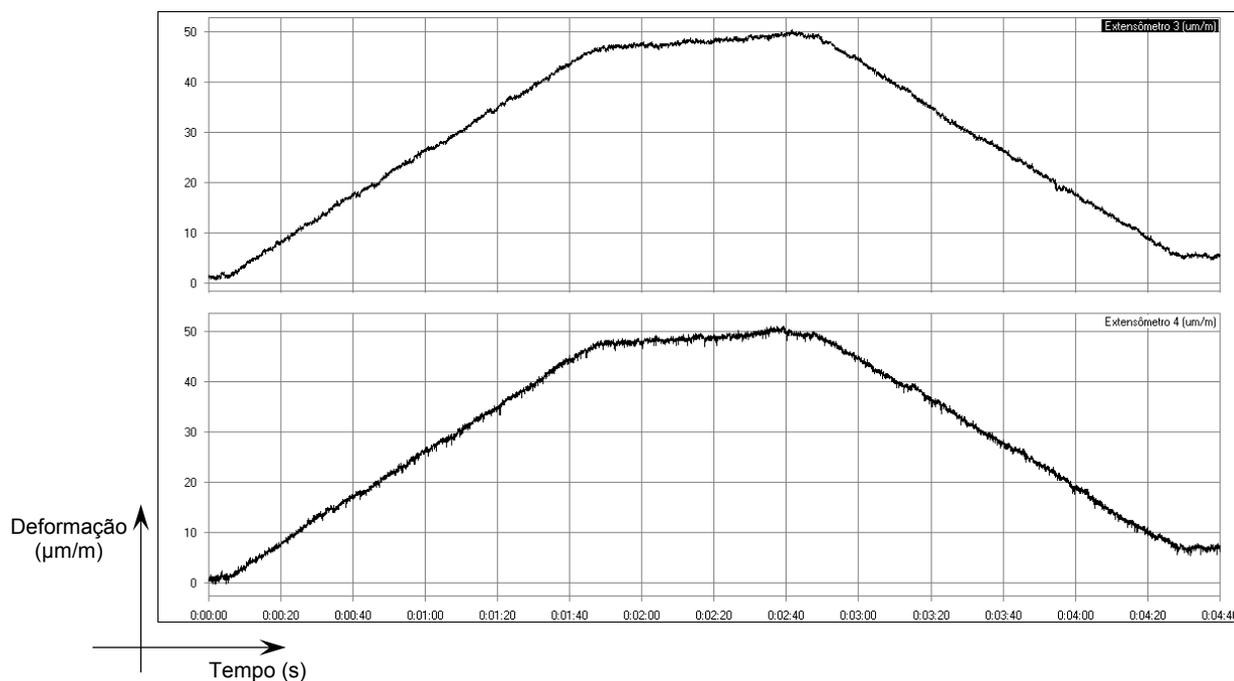


Figura P8 – Comportamento dos extensômetros do corpo de prova 08 (dois furos de alívio).

3.3) Corpo de prova 9

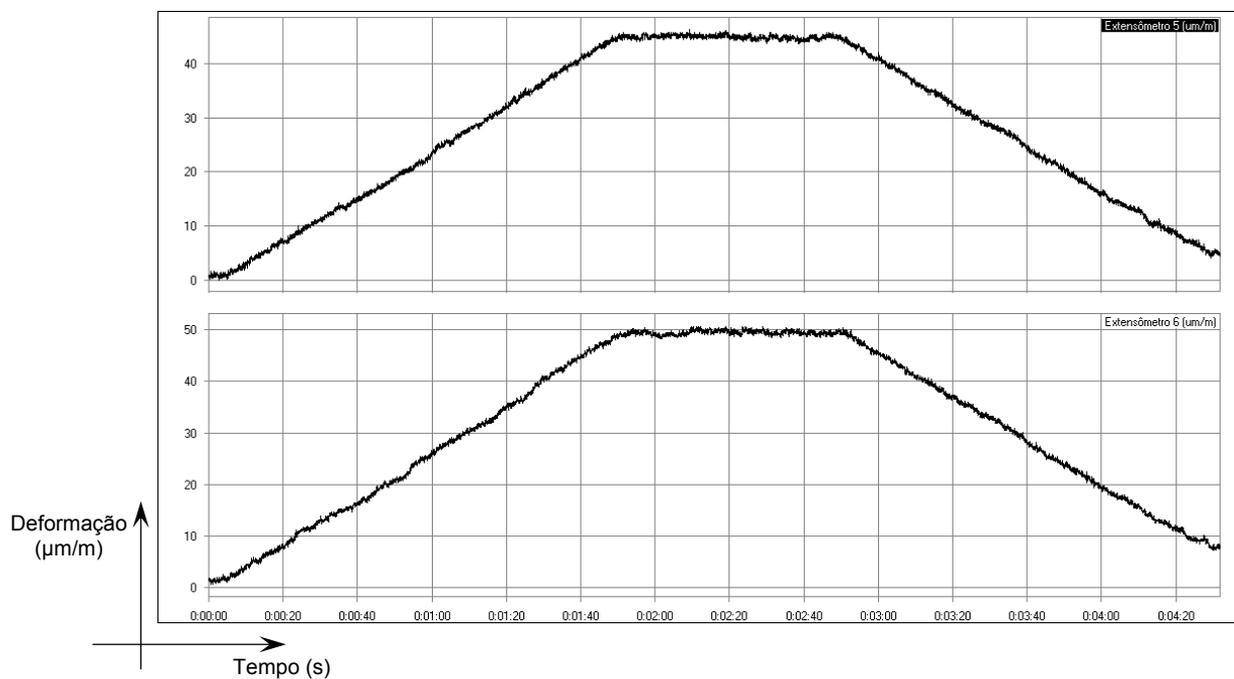


Figura P9 – Comportamento dos extensômetros do corpo de prova 09 (dois furos de alívio).

4) Alívio elíptico

4.1) Corpo de prova 10

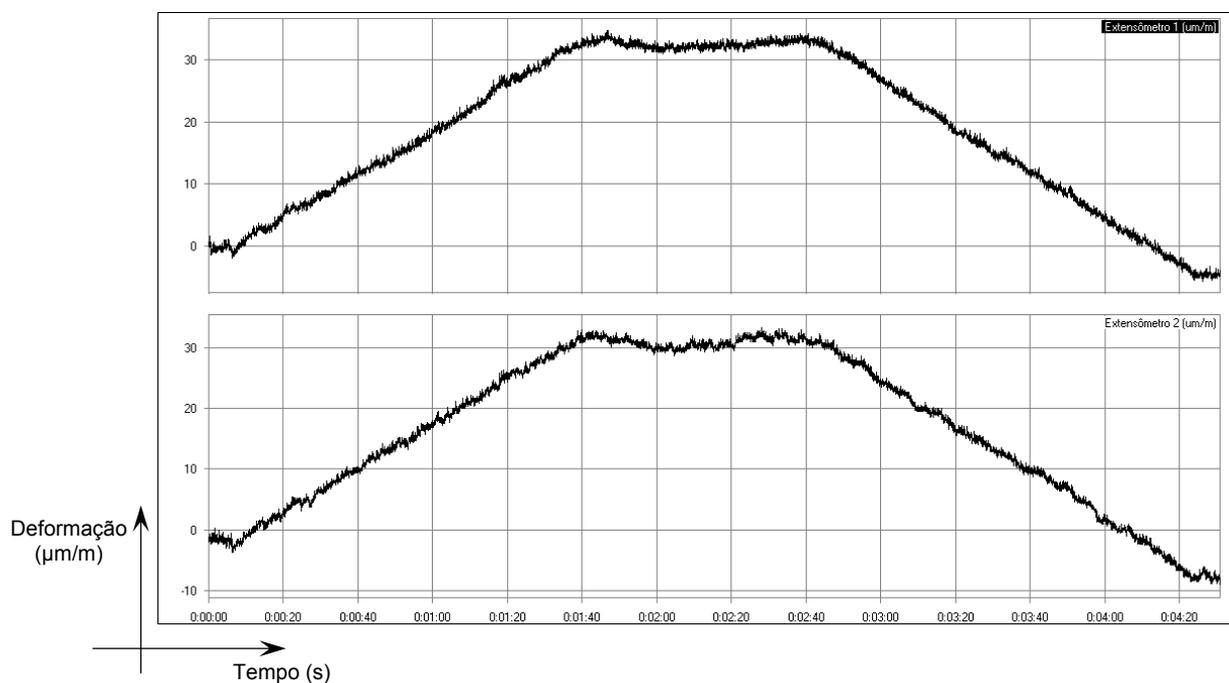


Figura P10 – Comportamento dos extensômetros do corpo de prova 10 (alívio elíptico).

4.2) Corpo de prova 11

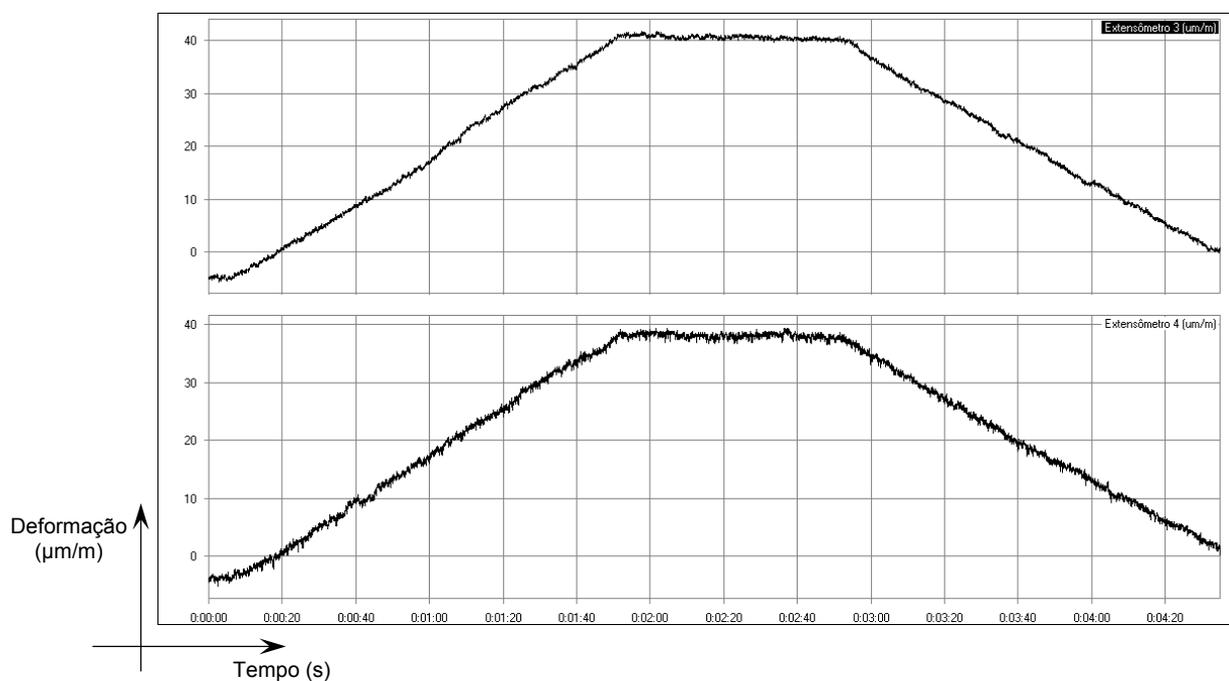


Figura P11 – Comportamento dos extensômetros do corpo de prova 11 (alívio elíptico).

4.3) Corpo de prova 12

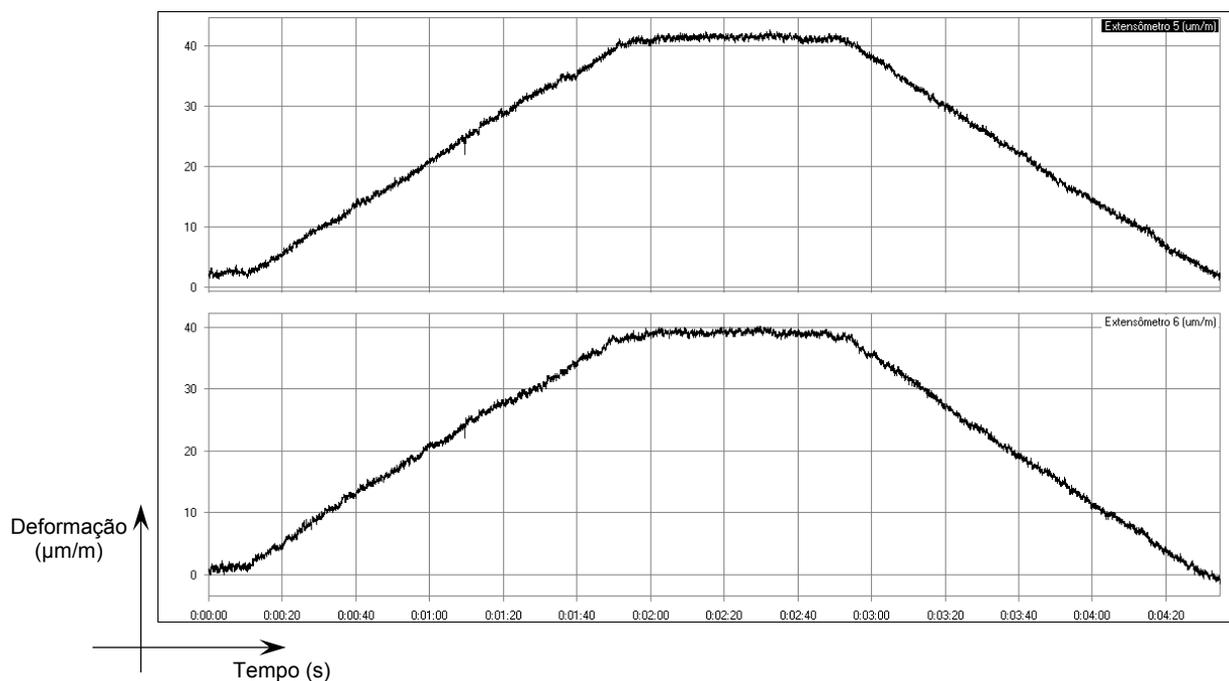


Figura P12 – Comportamento dos extensômetros do corpo de prova 12 (alívio elíptico).

5) Alívio triangular

5.1) Corpo de prova 13

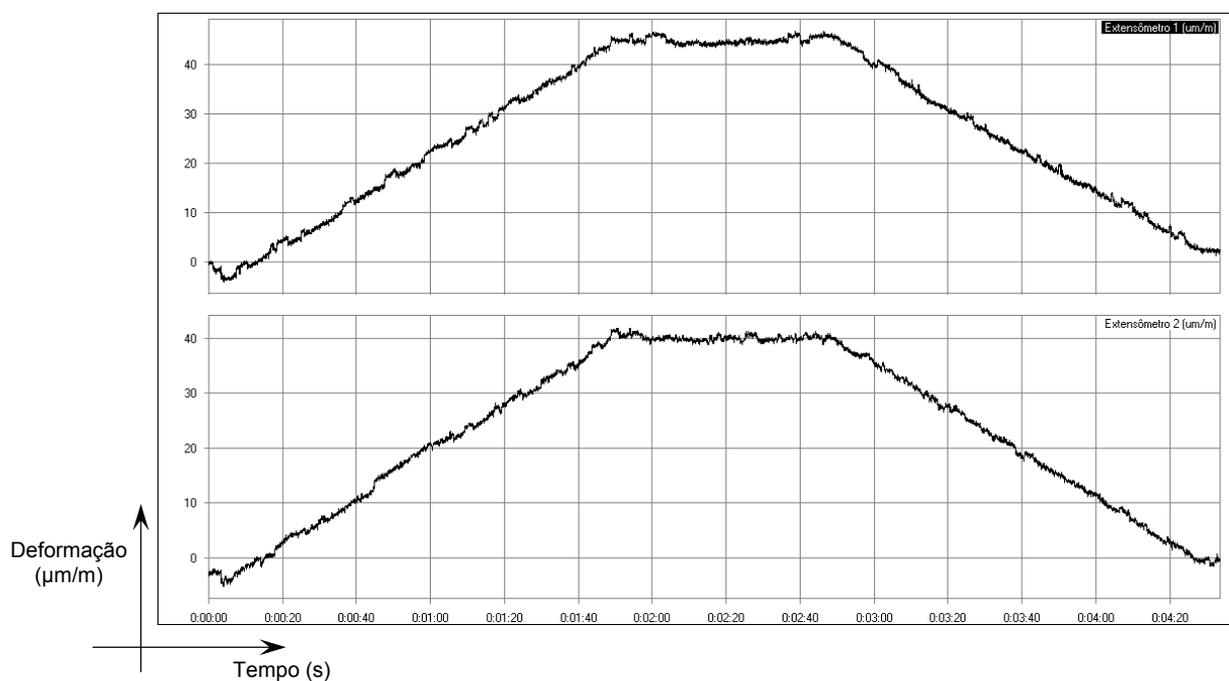


Figura P13 – Comportamento dos extensômetros do corpo de prova 13 (alívio triangular).

5.2) Corpo de prova 14

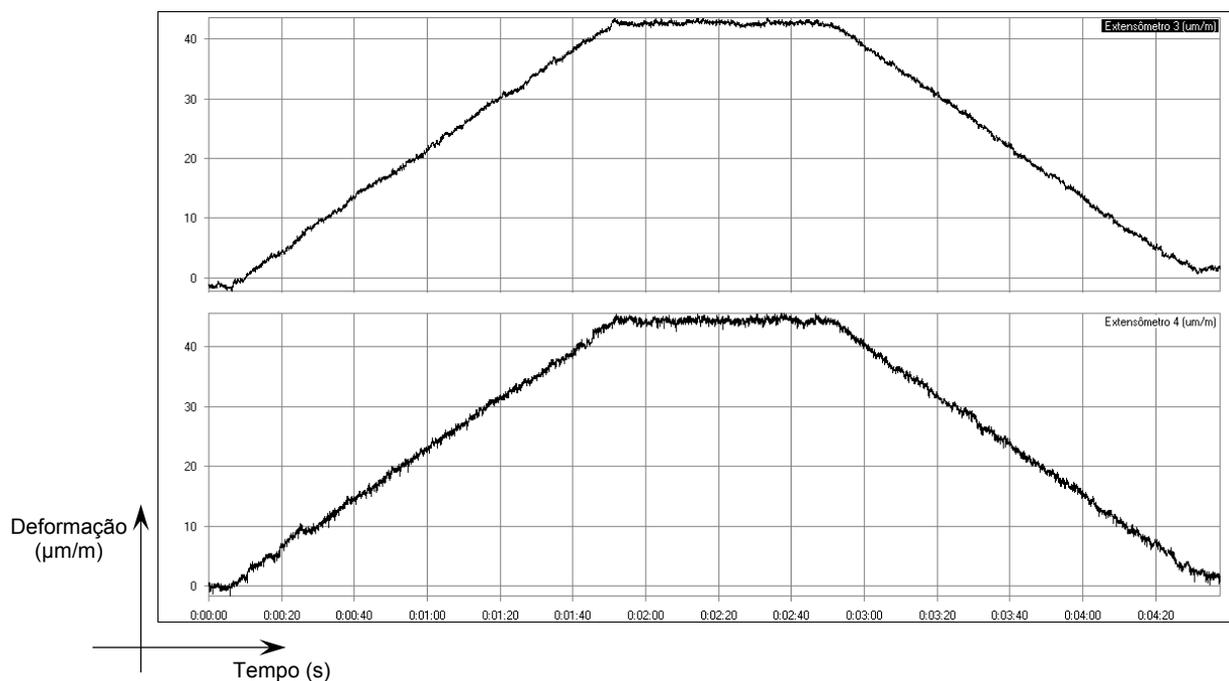


Figura P14 – Comportamento dos extensômetros do corpo de prova 14 (alívio triangular).

5.3) Corpo de prova 15

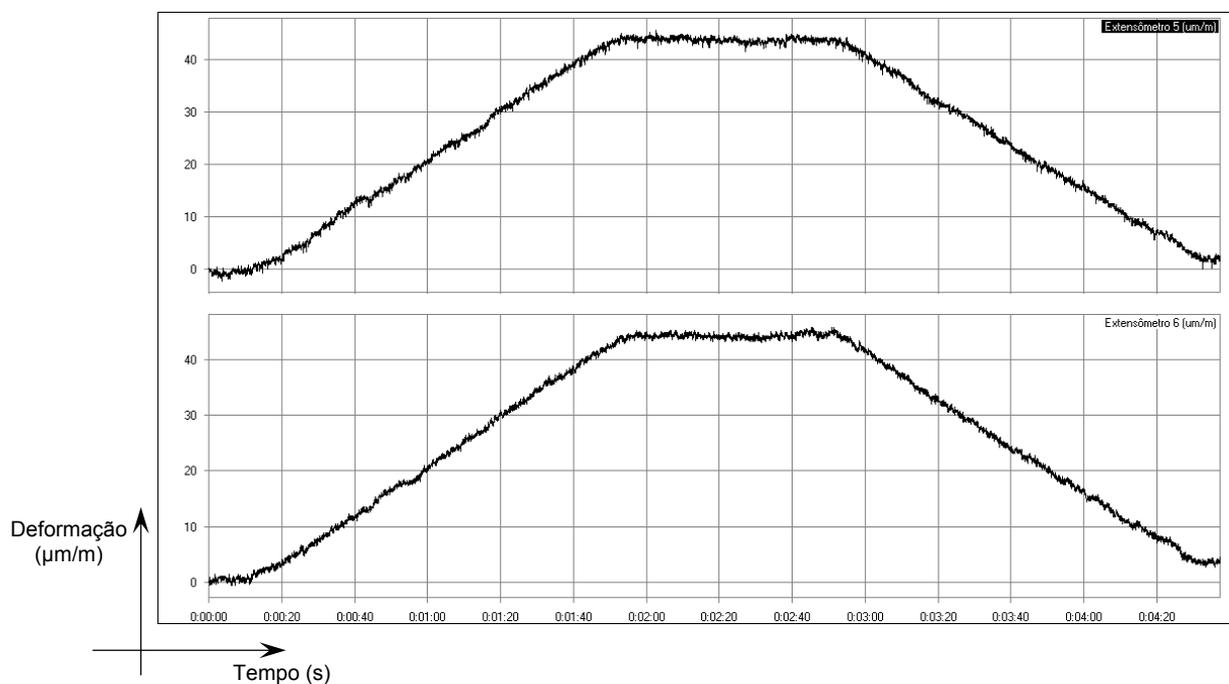


Figura P15 – Comportamento dos extensômetros do corpo de prova 15 (alívio triangular).

APÊNDICE Q – Lista de equipamentos utilizados

1) Máquina de corte a laser

Marca bystronic. modelo 3015. 1800W. mesa 3000 x 1500 mm.

2) Máquina de tração

MTS 880. Célula de carga para 10.000 Kgf.

3) Máquina de medir por coordenada

ZEISS UMM 550. N° 86124.

4) Paquímetro

Paquímetro Universal Starrett

Modelo: 125MB-6/150

5) Sistema de aquisição

Lynx modelo AC2122

Placa de aquisição: AI2161

APÊNDICE R – Artigo

Congresso Nacional de Engenharia Mecânica e Industrial

OTIMIZAÇÃO DE GEOMETRIA NA REDUÇÃO DE CONCENTRAÇÃO DE TENSÃO EM PLACA PLANA E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL VIA EXTENSOMETRIA

Paulo Rogério Franquetto
Jucélio Tomás Pereira, *D.Sc.*
Elisabeth Penner, *D.Sc.*
paulofranquetto@yahoo.com.br
jucelio@utfpr.edu.br
penner@utfpr.edu.br

Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Av. Sete de Setembro, 31650 -
Curitiba/PR, Brasil - CEP 80230-901.

Resumo. *Este trabalho tem como objetivo validar experimentalmente, aplicando a técnica de extensometria, os resultados de otimização obtidos através no software ANSYS para o problema de alívio geométrico de concentração de tensão em placa com furo central, sob tração. Após o processo de otimização e com base nas dimensões ótimas obtidas foram fabricados 15 corpos de provas através do processo de corte a laser em chapas de aço SAE 1020 com 4 mm de espessura. Posteriormente, os corpos de provas tiveram suas dimensões avaliadas em máquina de medir por coordenada onde se verificou que algumas dimensões não se encontravam dentro da tolerância especificada em desenho técnico. Então, foram realizados ensaios em máquina de tração utilizando extensômetros unidirecionais. Após os ensaios verificou-se que os resultados numéricos foram comprovados e que as variações dimensionais encontradas afetaram principalmente os resultados experimentais da placa com alívio triangular.*

Palavras-chave: *Concentração de Tensão, Otimização Paramétrica, Método dos Elementos Finitos, Extensometria.*

1. INTRODUÇÃO

Em engenharia mecânica é comum a presença de elemento que causam descontinuidade no componente mecânico tais como: furos para colocação de parafusos ou pinos, escalonamento de eixos para acomodar rolamento, rasgos para anel elástico, entre outros (Norton, 2004).

Vários autores, Norton (2004), Pilkey (1997) e Timoshenko (1976), apontam as descontinuidades como regiões críticas da peça, em virtude do aparecimento de valores de tensões superiores ao valor nominal calculado através da teoria da elasticidade. Com isso, têm-se pontos de grande possibilidade de nucleação de trincas e, conseqüentemente, de falha, como aponta Zahavi (1996). Dessa maneira, Pilkey (1997) afirma que descontinuidades ou variações na seção transversal ao longo de um componente mecânico apresentam picos de tensões localizados. Esse fenômeno é definido como concentração de tensão que é caracterizado e

quantificado através do fator de concentração de tensão, usualmente indicado por K_t , e avaliado em relação a tensão nominal σ , como

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma}. \quad (75)$$

A presença de concentração de tensão, em geral, é inevitável. Entretanto, existem várias formas de reduzir o valor do K_t , dentre as quais algumas são propostas por Norton (2004). A Fig (1a) ilustra qualitativamente a distribuição de tensão em uma placa com furo central sujeita a um carregamento de tração uniaxial. Próximo a descontinuidade (furo), a tensão apresenta um aumento abrupto caracterizado pelo pico de tensão σ_{\max} , nos pontos A. Pode-se reduzir o valor de σ_{\max} através da adição de elementos geométricos de alívio ao redor do concentrador e a Fig (1b) mostra esquematicamente uma forma de alívio geométrica deste problema. Os furos laterais suavizam as linhas de força no furo central fazendo com que a peça tenha um fator de concentração de tensão menor que a configuração original.

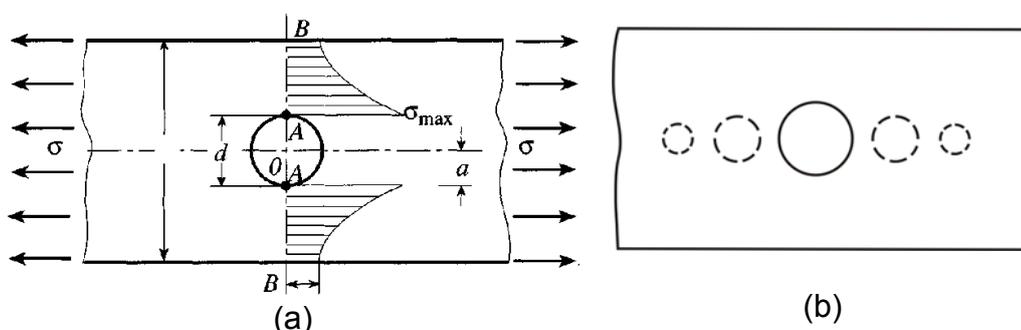


Figura 1. Distribuição de tensão em placa sob tração (a). Exemplo de alívio geométrico (b).

Porém a alocação de elementos geométricos de alívio de forma aleatória não garante a máxima redução do K_t . Assim, será determinada a configuração ótima para quatro tipos de elementos geométricos de alívio aplicados ao problema de placa com furo de dimensões fixas, sob tração pura. Posteriormente, será feita a validação dos resultados numéricos através de análise experimental de tensões com a técnica de extensometria.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1. Mecânica dos sólidos

Um dos conceitos fundamentais no estudo da mecânica dos sólidos é o de tensão. Para um dado elemento sujeito a um carregamento qualquer, pode-se obter a força resultante deste carregamento em uma seção qualquer do sólido, a razão da força resultante pela área desta seção é definida como tensão. Matematicamente, a definição fica (Sadd, 2005),

$$\sigma = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (2)$$

sendo, ΔF o valor da força no elemento de área e ΔA o valor da área.

Ampliando a análise, pode-se adotar um cubo de tamanho infinitesimal dentro do sólido em estudo. O estado de tensões que é obtido neste cubo fornece dois tipos de tensões: normais e cisalhantes, Fig (2). As tensões normais atuam na direção perpendicular a face do cubo e as cisalhantes atuam paralelamente a estas faces tendendo a rasgar (cisalhar) o material.

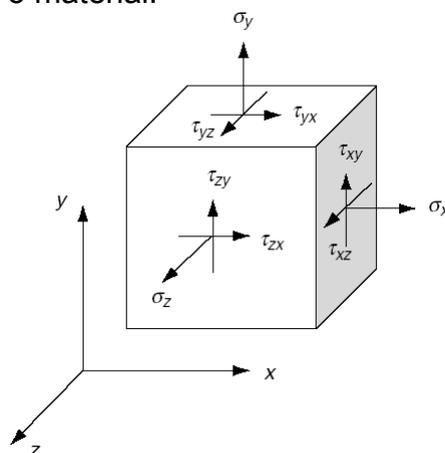


Figura 2. Estado de tensões em cubo de dimensões infinitesimais.

Pode-se relacionar o valor da tensão com a deformação do material através da equação constitutiva, para materiais isotrópicos (Sanchez, 2000),

$$\sigma_{ij} = 2G(\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \varepsilon_{kk}) \quad (3)$$

sendo, ν o coeficiente de Poisson, G o módulo de elasticidade transversal, ε_{ij} o tensor deformações e δ_{ij} é o operador delta de Kronecker.

Calculado o valor das tensões em um componente é possível prever se o material irar falhar ou não, aplicando algum critério de falha. O mais empregado para materiais dúcteis, isotrópicos em carregamento estático é o critério de energia de distorção de von-Mises-Hencky. Nele, o material escoar caso a tensão equivalente de von-Mises

$$\sigma' = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}{2}} \quad (4)$$

seja superior a tensão de escoamento do material. O critério de von Mises foi o adotado para as análises do corrente trabalho.

2.2. Métodos dos Elementos Finitos

A base do Método dos Elementos Finitos (*Finite Element Method*, FEM) consiste em substituir um contínuo com infinitos pontos por um número finito de subdomínios onde a solução é aproximada internamente por funções simples. Estes elementos são conectados uns aos outros pelas suas faces e arestas, as quais são geralmente definidas por funções polinomiais e um número finito de pequeno de pontos conhecidos como nós (Sadd, 2005). Então, a partir da solução de cada elemento é possível determinar a solução geral do problema.

2.3. Problema geral de otimização

O problema de otimização pode ser escrito de forma genérica. Minimizar (ou maximizar) uma dada função (Arora, 2004),

$$f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (5)$$

conhecida como função objetivo, para um dado vetor de variáveis, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, denominado vetor de variáveis de projeto, sujeito a p restrições de igualdade,

$$h_j(\mathbf{x}) = h_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \text{ para } j = 1 \text{ até } p \quad (6)$$

e m restrições de desigualdade,

$$g_i(\mathbf{x}) = g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0 \text{ para } j = 1 \text{ até } m. \quad (7)$$

2.4. Métodos de otimização

Para a determinação da posição ótima do elemento de alívio utilizou-se os métodos de otimização presentes no *software* ANSYS: o subproblema e o método de primeira ordem. O primeiro método consiste em estabelecer uma relação entre a função objetivo e as variáveis de projeto obtendo uma função de aproximação. Posteriormente, utilizando o método dos mínimos quadrados, são determinados os coeficientes da superfície parabólica com o valor da função objetivo nestes pontos. Finalmente, essa função quadrática é minimizada, obtendo-se uma aproximação para o ponto de mínimo do problema. Por sua vez, o método de primeira ordem utiliza a avaliação do gradiente das variáveis de projeto no ponto. Com isso, determina-se uma direção a ser seguida para minimização da função objetivo. Esta direção é conhecida como direção de descida. Maiores detalhes sobre os métodos utilizados podem ser obtidos na documentação eletrônica disponível no aplicativo.

2.5. Extensometria

A extensometria é a ferramenta mais difundida e confiável dentre as técnicas de análise experimental de tensões, possuindo grande aplicabilidade na engenharia. Isso devido a precisão de suas medidas, facilidade de manipulação, capacidade de medição de grandes deformações e monitoração de estruturas durante longos períodos (Dolley, 2004). O princípio básico da técnica baseia-se no fato de que a resistência de um material varia linearmente com uma deformação aplicada ao mesmo, sendo que a deformação pode ser medida através da ponte de Wheatstone. Assim, aplicando uma tensão V_A na ponte é possível medir a tensão V_S de saída e relacionar com a deformação da estrutura da seguinte forma (para o caso de 1/4 ponte):

$$V_S \cong \frac{V_A}{4} K \varepsilon \quad (8)$$

sendo K um parâmetro dependente do tipo de material do extensômetro.

2.6. Materiais e métodos

Existem vários tipos de formas de alívio geométrico que podem ser aplicadas para a redução de concentração de tensão. Todas elas visam suavizar as linhas de força ao longo da peça. Assim, diante da diversidade de formas possíveis foram adotadas as apresentadas na Fig (3) que são: um furo, dois furos, elipse e triangular.

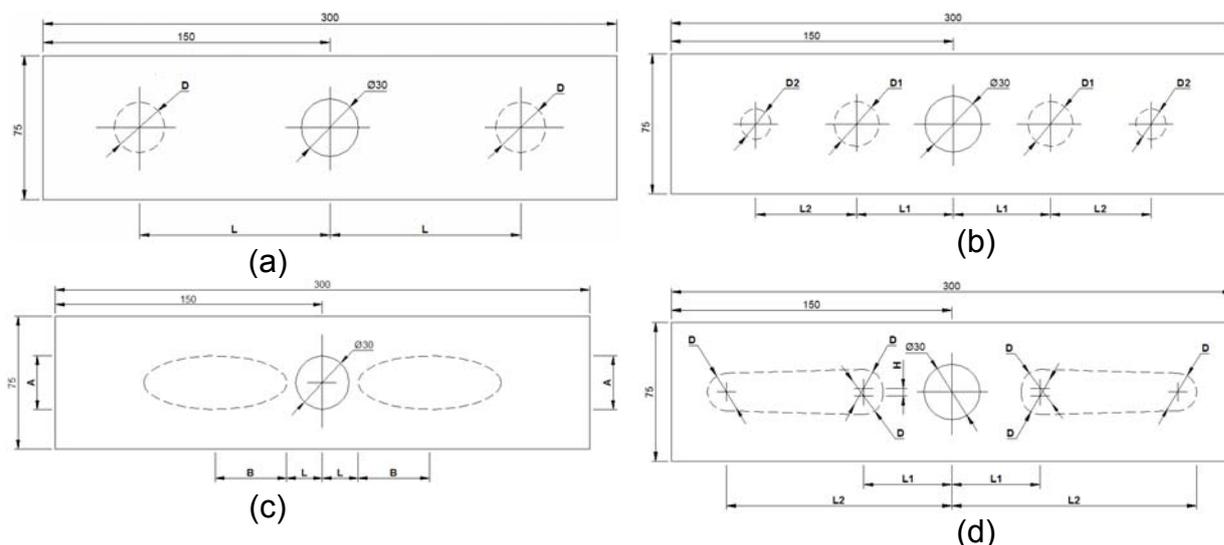


Figura 3. Dimensões fixas da placa e as variáveis de projeto para cada forma de alívio adotada, indicados com linha tracejada: um furo (a), dois furos (b), elipse (c) e triangular (d).

Definidas as formas de alívio passou-se para a etapa de modelamento. Para isto, foi utilizado as ferramentas de modelagem disponíveis no ANSYS. As dimensões da chapa utilizada e as variáveis de projeto empregadas estão apresentadas esquematicamente na Fig (3). Visando um menor esforço computacional e em virtude da simetria geométrica e de carregamentos do problema utilizou-se a estratégia de modelar apenas um quarto da placa, sem prejuízo na qualidade do resultado numérico.

Como o problema em questão pode ser aproximado para estado plano de tensões, visto que a espessura da chapa é pequena quando comparada com as demais dimensões, escolheu-se elementos do tipo plano. Assim, empregou-se o elemento quadrático quadrangular de oito nós (PLANE82), visualizado na Fig (4a). Para a definição do tamanho do elemento foi realizado um estudo preliminar variando o tamanho global do elemento e nas regiões críticas do modelo sendo então comparado o K_t apresentado na literatura com o K_t numérico fornecido pelo *software*. Feito isso, verificou-se que elementos de tamanho global 2 mm e de tamanho 0,5 mm nas áreas de provável concentração de tensão forneceriam resultados coerentes. A Fig (4b) mostra o aspecto da malha para o caso com dois furos de alívio.

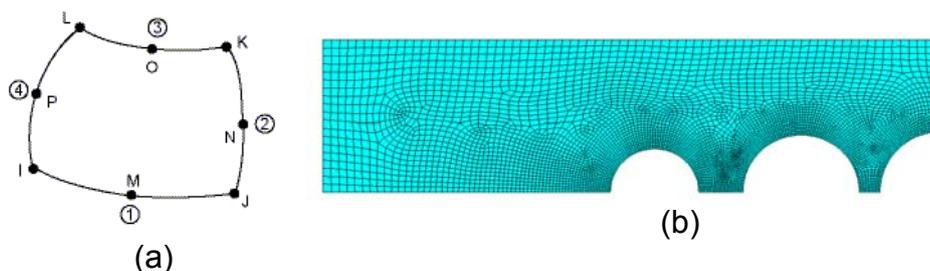


Figura 4. Elemento PLANE82 (a). Em (b) aspecto da malha. Elementos: 4.982; Nós: 15.321.

As condições de contorno aplicadas no modelo numérico foram de simetria nas linhas referentes a redução do problema e aplicou-se pressão na linha oposta ao furo central. O valor da pressão é de 1 MPa, a fim de que, a tensão nominal do modelo seja unitária, fazendo com que a tensão máxima na placa seja igual ao fator de concentração, facilitando assim a visualização gráfica do estado de tensões. Com o modelo numérico pronto iniciou-se o processo de otimização, que consiste nas seguintes etapas:

1º. Definição do vetor de projeto inicial;

Durante um processo de otimização é possível que a solução ótima convirja para um ponto de mínimo local, o que é indesejado, visto que o ponto de mínimo global é o que é procurado. Uma forma de evitar a obtenção de um único mínimo local é variar o vetor de projeto inicial. Dessa forma, variou-se o vetor inicial de projeto com base em um hiper-cubo n-dimensional definido pelos limites simples sobre as variáveis de projeto. Essa região viável é ainda dividida em três partes iguais sendo assim, definido um outro hiper-cubo e o ponto médio da região. Dessa forma, o número total de processos de otimização realizados é dado por $2 \times (2^n) + 1$, para cada forma de alívio.

2º. Definição das restrições e da função objetivo;

Para as variáveis de projeto apresentadas na Fig (3) foram impostas algumas restrições, indicadas na Tab (1). Já para a escolha da função objetivo utilizou-se a definição de fator de concentração de tensão apresentado na Eq (1). Ela mostra que para a redução do K_t é necessário reduzir o valor da tensão máxima, para uma tensão nominal constante. Dessa forma, adotou-se como função objetivo a tensão máxima de von Mises.

3º. Otimização com o método do subproblema;

Cada caso de otimização foi executado inicialmente com o método do subproblema por se tratar de um método rápido, pois avalia somente o valor da função objetivo.

4º. Otimização com o método de primeira ordem;

Posteriormente, visando refinar o resultado apresentado pelo método do subproblema, foi executado o método de primeira ordem. Para isto, foi utilizado como vetor inicial o vetor ótimo encontrado pelo método do subproblema.

5º. Definição do ponto ótimo.

Finalmente, de todos os casos de otimização realizados para cada forma de alívio, tomou-se o melhor resultado como ponto ótimo. Dessa forma, os valores das variáveis de projeto no ponto ótimo foram utilizados na confecção dos desenhos de fabricação dos corpos de provas.

Com o processo de otimização concluído, foram produzidos os desenhos de fabricação para cada forma de alívio adotadas na sua configuração ótima. O material empregado é o aço SAE 1020 em chapa de 4 mm de espessura laminadas a frio. O

processo de fabricação utilizado foi o corte a laser devido a diversidade de forma e diâmetros. Foram produzidos no total 15 corpos de provas, sendo três para cada forma de alívio otimizada e três para a condição original sem alívio. A Fig. (5a) mostra um terço dos corpos de provas.

Tabela 1. Restrições aplicadas as variáveis de projeto.

Forma de alívio	Variável de projeto	Limite inferior (mm)	Limite Superior (mm)
Um furo	D	1	30
	L	31	130
Dois furos	D1	1	30
	D2	1	30
	L1	31	65
Elipse	L	20	40
	A	1	20
	B	1	45
Triângulo	L1	20,5	50
	L2	60	129,5
	D	1	30
	H	1	30

Então, os corpos de provas tiveram suas dimensões avaliadas em máquina de medir por coordenada (ZEISS UMM 550) como mostra a Fig (5b). As peças foram fixadas na mesa da máquina com parafusos e hastes e posteriormente definiu-se um dos cantos da placa como ponto de referência. Com isso, verificou-se que 30% das cotas estavam fora da tolerância de 0,05 mm especificada. Grandes partes das discrepâncias encontradas se concentraram nas cotas de posição dos furos e raios.



(a)



(b)

Figura 5. Um terço dos corpos de prova fabricados (a). Análise dimensional (b).

Iniciando a preparação dos corpos de provas para análise experimental, a norma ASTM E1237, recomenda seguir as orientações dos fabricantes para a instalação

dos transdutores. Dessa forma, adotou-se como metodologia para a preparação dos corpos de provas as orientações apresentadas pela empresa HBM no seu manual “*Practical hints for the application of strain gauges*”, como será descrito a frente:

1º PASSO – Deve-se eliminar da área de colagem óxidos, tintas, rebarbas e regularizar a superfície no caso de materiais porosos. Para isso, a superfície interna do furo central, além das áreas próximas ao mesmo, foram lixadas progressivamente com lixas de granulometria 80, 100 e 150. Feito isto, a área lixada foi limpa com algodão e álcool isopropílico.

2º PASSO – O ponto adotado para a colagem dos extensômetros foi a parte interna do furo central, paralelo ao lado maior da peça. A escolha deste ponto se deve aos resultados obtidos numericamente que indicam que a tensão nas bordas do furo central é a máxima do corpo de prova, mesmo depois da colocação dos elementos de alívio. Além disso, colando o extensômetro dentro do furo o gradiente de deformação medido tende a se aproximar mais do valor numérico quando comparado com o extensômetro colocado na borda externa do furo, onde o gradiente de deformação medido seria menor. Para cada corpo de prova foram colados dois extensômetros no interior do furo central, a fim de se obter um valor médio da deformação. A Figura 69(6b) mostra um dos extensômetros colados e o local de instalação do segundo extensômetro, ambos posicionados em bordas diametralmente opostas. Os extensômetros utilizados são unidirecionais com base em poliamida de dimensões 1,57 x 3,81 mm (PA-062AB-120L-Excel), com K igual a 2,09.

Para a colagem foi utilizado o ester de cianoacrilato sendo aplicado uma pressão entorno de 1 Kgf/cm² para que ocorra o processo de polimerização, que foi aplicada através da pressão realizada pelo polegar de uma pessoa. Para verificar se o processo de colagem foi, em princípio, adequado, avaliou-se a resistência entre a base de poliamida do extensômetro e a peça. Este valor fica em torno de 100 MΩ, quando o sensor apresenta uma boa aderência.

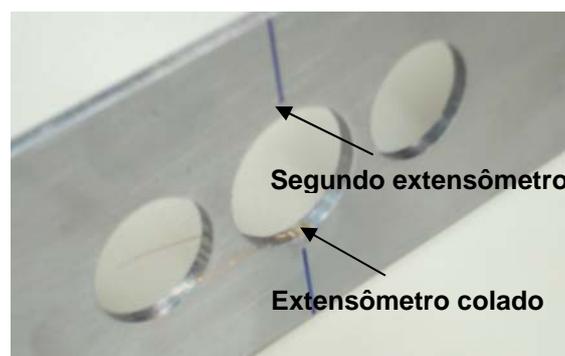


Figura 6. Carregamento em função do tempo (a). Posições de colagem dos extensômetros (b).

3º PASSO – Realizada a colagem iniciou-se o processo de soldagem do cabo de condução do sinal para a placa de aquisição fazendo uma ligação do tipo um quarto de ponte. Para isto, foi colado o terminal de soldagem em posição conveniente a fim de facilitar a soldagem. Posteriormente, soldou-se o terminal utilizando ferro de solda comum e estanho como material de preenchimento. Então, avaliou-se a resistência do extensômetro para verificar se a soldagem não a alteou.

Terminada a soldagem, aguardou-se o tempo de 30 minutos para que a cola dos extensômetros sofresse o processo de cura, que consiste no alívio das tensões

causadas pela pressão aplicada. Assim, os corpos de provas estão prontos para análise experimental.

Para a análise experimental, utilizou-se a máquina de tração MTS 880 juntamente com o sistema de aquisição de sinais Lynx modelo AC2122. O objetivo da análise experimental é confirmar o valor do K_t numérico obtido e otimizado numericamente. Para isto, foi aplicado um carregamento de tração pura no corpo de prova na forma do gráfico indicado na Fig (6a). Com isto, avaliou-se o valor da deformação nas bordas do furo central. Com o valor médio da deformação obtido entre os dois extensômetros, multiplicou-se pelo valor do módulo de elasticidade do aço SAE 1020 (207 GPa), obtendo-se assim a tensão média na borda do furo. Para a determinação do K_t experimental do corpo de prova, deve-se dividir o valor máximo de tensão na peça pela tensão nominal, de acordo com a Eq (1). Assim, calculou-se o valor da tensão nominal do corpo de prova com base na resistência dos materiais e nas dimensões da peça, feito isso, pode-se obter o K_t experimental.

Para verificar a influência dos erros encontrados nas dimensões, realizou-se uma análise numérica em modelos produzidos com base nas dimensões obtidas na máquina de medir por coordenada. Dessa forma pode-se comparar o valor do K_t otimizado, o K_t experimental e o K_t de metrologia.

2.7. Resultados

De todos os casos de otimização realizados, a Fig (7) mostra a melhor configuração obtida para as formas de alívio analisadas juntamente com o problema original sem alívio.

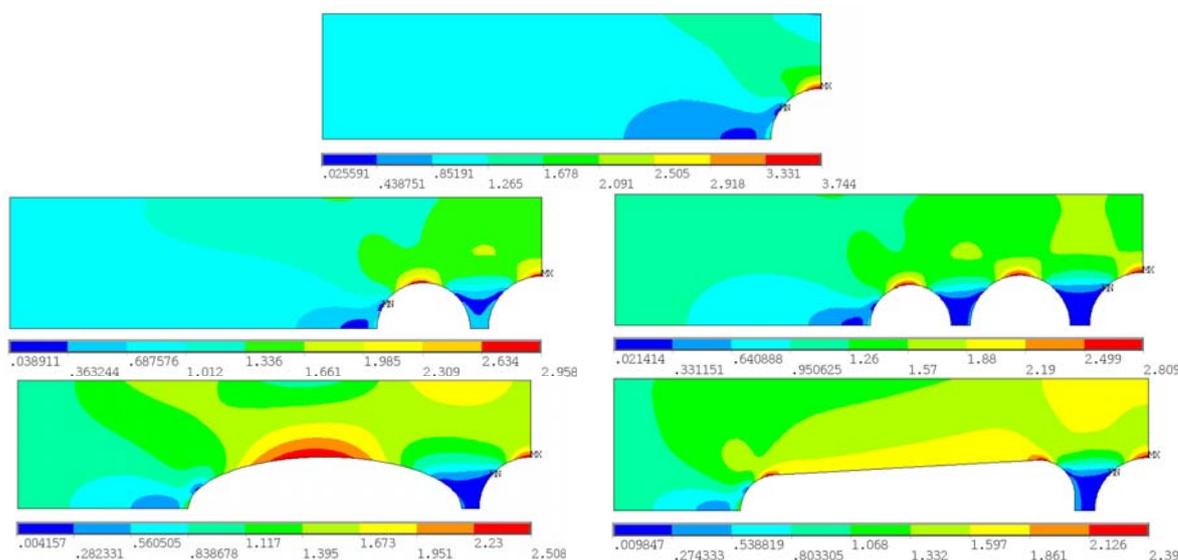


Figura 7. Campo de tensões de von Mises em MPa na geometria sem alívio nas configurações ótimas obtidas após otimização, para cada forma de alívio.

Finalmente, a Fig (8) e Fig (9) resumem os resultados experimentais obtidos para cada corpo de prova, sem alívio e com alívio, respectivamente. É mostrado também o K_t otimizado que foi apresentado na Fig (7) e também o K_t FEM de metrologia, fruto da análise numérica em modelo baseado nas dimensões avaliadas.

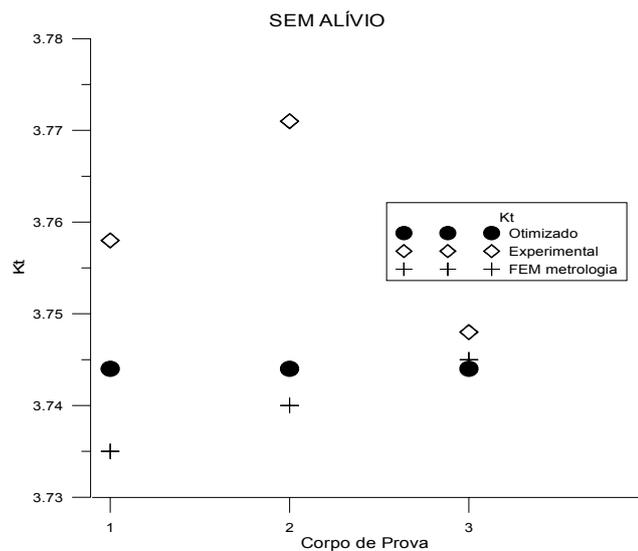


Figura 8. Comparação entre o K_t otimizado, experimental e de metrologia placa sem alívio.

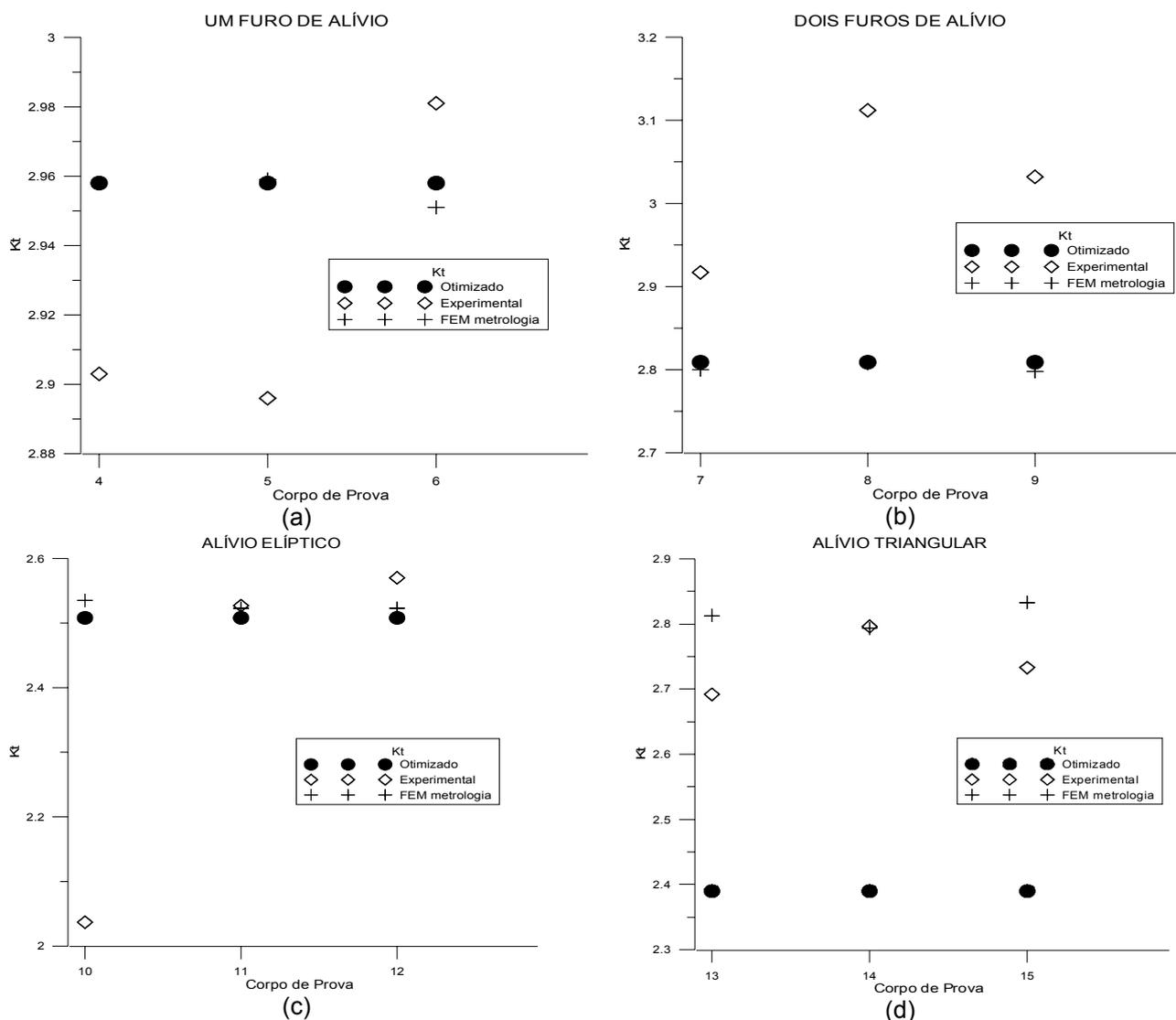


Figura 9. Comparação entre o K_t otimizado, experimental e de metrologia para cada forma de alívio: um furo (a), dois furos (b), elíptico (c) e triangular (d).

2.8. Conclusões

Observa-se que os métodos utilizados possuem dificuldade em convergir para um ponto de mínimo global. Por outro lado, percebe-se a grande aplicabilidade das técnicas de otimização como ferramenta auxiliar no processo de projeto ótimo, reduzindo a dependência da experiência do projetista. Isso pode ser visto pela redução no valor da concentração de tensão de cerca de 36% no caso de alívio triangular.

De forma geral, a análise experimental verificou os resultados ótimos obtidos. Porém, alguns corpos de provas, especialmente o nº 10 apresentaram resultados distantes do esperado, provavelmente, fruto de uma instalação inadequada. Já no problema de alívio triangular ficou evidente a influência das dimensões reais da placa no K_t experimental. Para os demais casos o K_t de metrologia e o ótimo ficam próximos.

3. AGRADECIMENTOS

Aos seguintes laboratórios da Universidade Tecnológica Federal do Paraná: Laboratório de Mecânica Estrutural, Laboratório de Estruturas, Laboratório de Metrologia e Qualidade e Laboratório Integrado de Materiais.

4. REFERÊNCIAS

- Ansys Inc. ANSYS Documentation, Release 7.0. Documentação eletrônica disponível no aplicativo ANSYS.
- Arora, J. S., 2004, "Introduction to Optimum Design". 2ª ed. New York: Elsevier Academic Press.
- Dally, J.; Rilely, W.. "Experimental Stress Analysis". 3ª ed. Singapore: McGraw-Hill Book Co, 1991.
- Doyle, J. F., 2004, "Modern Experimental Stress Analysis". 1ª ed. New York: John Wiley & Sons, Inc.,.
- Norton, R. L., 2004, "Projeto de Máquinas: Uma Abordagem Integrada". 2ª ed. Porto Alegre: Bookman,.
- Pilkey, W. D., 1997, "Peterson's Stress Concentration Factors". 2ª ed. New York: John Wiley & Sons, Inc.,.
- Sadd, M. H., 2005, "Elasticity - Theory, Applications, and Numerics". 1ª ed. New York: Elsevier Academic Press.
- Timoshenko, S., 1976, "Resistência dos Materiais". 3ª ed. Rio de Janeiro: LTC, Volume II.
- Zahavi, E., 1996, "Fatigue Design: Life Expectancy of Machine Parts". 1ª ed. Boca Raton: CRC,.

APÊNDICE S – Desenho técnico dos corpos de prova

Intencionalmente em branco