3.6) Considere o problema de radiação térmica difusa em um espaço fechado com superfícies cinzas isotérmicas com radiosidade uniforme mostrado na Fig. Pj3.6a. Um balanço de energia em regime permanente estabelece que a taxa de transferência de calor por radiação (W) para cada superfície i, como mostra a Fig. Pj3.6b, é calculada por:

$$\dot{Q}_i = (H_i - B_i)\ A_i \tag{1}$$

onde H_i é a radiação incidente, i.e., a taxa de transferência de calor total por unidade de área atingindo a superfície e vindo de todas as direções; B_i é a radiosidade, i.e., a taxa de transferência de calor por unidade de área deixando a superfície, e A_i é a área da superfície exposta à radiação.

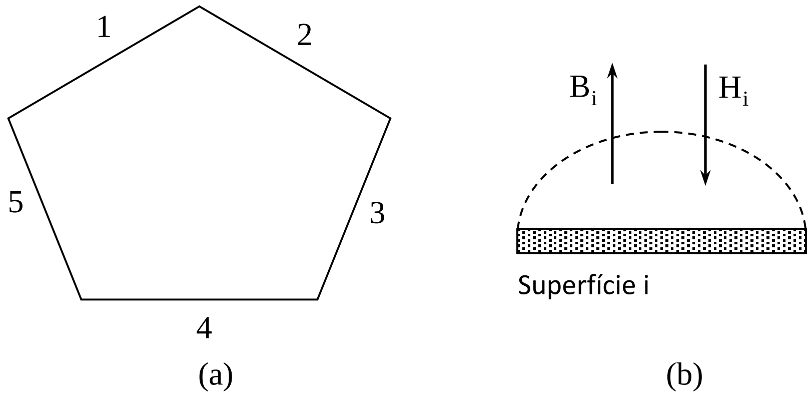

Figura Pj3.6 – a) Espaço fechado com superfícies cinzas isotérmicas; b) Balanço de energia na superfície i $(1 \le i \le n)$.

A conservação do fator de forma (princípio de conservação de energia) em um espaço fechado por n superfícies estabelece para cada superfície i que:

$$\sum_{j=1}^{n} F_{A_i - A_j} = 1 \tag{2}$$

onde o fator de forma é definido como $F_{A_i - A_j} = \dfrac{\text{Radiação que deixa } A_i \text{ e atinge } A_j}{\text{Radiação que deixa } A_i \text{ em todas as direções}}$.

Também se estabelece por conservação de energia, a seguinte relação de reciprocidade:

$$A_i F_{A_i - A_j} = A_j F_{A_j - A_i} \tag{2}$$

A radiação que sai da superfície i é quantificada por:

$$B_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 + \rho_i H_i \tag{3}$$

onde $\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\ \mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$ é a constante de Stefan-Boltzmann. Uma superfície cinza é opaca, portanto, não há transmissividade, i.e., $\tau_i = 0$, resultando que a refletividade é dada por

$\rho_i = 1 - \varepsilon_i$, levando em consideração pela lei de Kirchoff que a absortividade é igual à emissividade para um corpo cinza, i.e., $\alpha_i = \varepsilon_i$.
Após essas considerações, a Eq. (1) pode ser reescrita somente em termos da emissividade, temperatura e radiosidade da superfície como se segue:

$$\frac{\dot{Q}_i}{A_i} = -\frac{\varepsilon_i}{1-\varepsilon_i}\left(\sigma T_i^4 - B_i\right) \tag{4}$$

Assim, para um problema em que todas as temperaturas das superfícies são dadas, obtém-se:

$$B_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 + \left(1-\varepsilon_i\right)\sum_{j=1}^{n} B_j F_{A_i - A_j} \tag{5}$$

que forma um sistema linear de n equações e n incógnitas (radiosidades das superfícies). Uma vez que sejam obtidas as radiosidades, as taxas de transferência de calor através de cada superfície podem ser calculadas através da Eq. (4).
Dados: todas as superfícies são planas, portanto, a radiação que deixa uma superfície i não atinge a si mesma, i.e., $F_{A_i - A_i} = 0$; $\varepsilon_1 = 0{,}4$; $\varepsilon_2 = 0{,}6$; $\varepsilon_3 = 0{,}9$; $\varepsilon_4 = 0{,}7$; $\varepsilon_5 = 0{,}8$; $A_i = 3\,\mathrm{m}^2$ $\left(1 \le i \le 5\right)$; $T_1 = 450\,\mathrm{K}$; $T_2 = 800\,\mathrm{K}$; $T_3 = 650\,\mathrm{K}$; $T_4 = 1000\,\mathrm{K}$, e $T_5 = 550\,\mathrm{K}$.
Assuma que a radiação que deixa uma superfície se distribui igualmente para todas as outras, i.e., $F_{A_i - A_j} \underset{j \ne i}{=} \dfrac{1}{n-1}$ $\left(1 \le j \le 5\right)$ e mostre que essa hipótese é válida somente se todas as áreas das superfícies forem iguais.
No problema em questão, definido pela Fig. Pj3.6, pede-se: i) Monte o sistema de equações lineares para obter as radiosidades de cada superfície conforme a Eq. (5); ii) Resolva o sistema utilizando um dos métodos numéricos apresentados no capítulo 3; iii) Determine as taxas de transferência de calor através de cada superfície i, e iv) Estude o impacto da variação das emissividades nas taxas de transferência de calor obtidas em cada superfície, apresentando os resultados em forma tabular e gráfica lembrando que $0 \le \varepsilon_i \le 1$ $\left(1 \le i \le n\right)$.