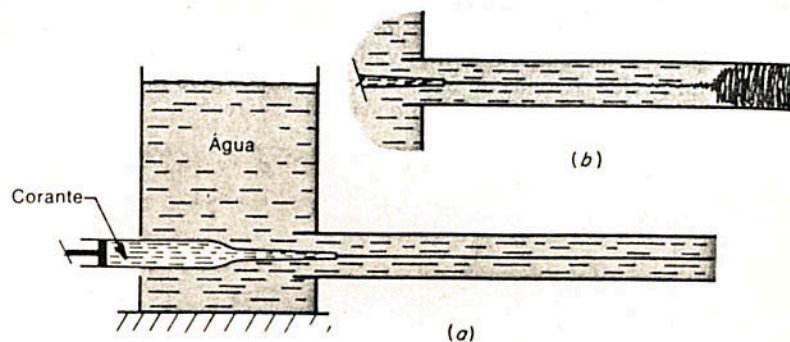


5. TURBULÊNCIA

1. ESCOAMENTOS EM DUTO CIRCULAR

OSBORNE REYNOLDS REALIZOU UMA EXPERIÊNCIA EM 1883 ONDE OBSERVOU QUE QUANDO O NÚMERO DE REYNOLDS ($Re_D = \bar{U}D/\nu$) ERA MENOR QUE APROXIMADAMENTE 2300, O ESCOAMENTO OCORRIA NA FORMA DE LÂMINAS SEM HAVER MISTURA MACROSCÓPICA DAS CAMADAS DE FLUIDO, COMO MOSTRADO NA FIGURA 1a. ESTE TIPO DE ESCOAMENTO PASSOU ENTÃO A SER CHAMADO DE ESCOAMENTO LAMINAR.

JÁ QUANDO O NÚMERO DE REYNOLDS É MAIOR QUE 2300, VERIFICOU-SE QUE O ESCOAMENTO ERA CARACTERIZADO PELO MOVIMENTO TRIDIMENSIONAL ALEATÓRIO DAS PARTÍCULAS DO FLUIDO SENDO DENOMINADO, ASSIM, DE ESCOAMENTO TURBULENTO. ESTE TIPO DE ESCOAMENTO É APRESENTADO NA FIGURA 1b.



Experiência de Reynolds: (a) laminar; (b) turbulento.

FIGURA 1.

FOI VISTO NO CAPÍTULO ANTERIOR QUE O PERFIL DE VELOCIDADES PARA ESCOAMENTO LAMINAR NUM DUTO CIRCULAR É DADO POR (EQS. 4.61 e 4.62):

$$u = U \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (\text{LAMINAR}) \quad (1)$$

ONDE

U É A VELOCIDADE MÁXIMA DO PERFIL, $U = 2\bar{U}$

\bar{U} É A VELOCIDADE MÉDIA DO ESCOAMENTO

ATRAVÉS DE EXPERIMENTOS, NIKURADSE (1932) VERIFICOU QUE O PERFIL DE VELOCIDADES

$$u = U \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{1/n} \right] \quad (\text{TURBULENTO}) \quad (2)$$

SE AJUSTA BEM AOS DADOS EXPERIMENTAIS QUANDO O ESCOAMENTO É TURBULENTO. MAS DEVE-SE NOTAR QUE ESTE PERFIL É FUNÇÃO DO NÚMERO DE REYNOLDS, CONFORME MOSTRADO NA TABELA ABAIXO, O QUE NÃO OCORRE PARA ESCOAMENTO LAMINAR.

A EQUAÇÃO (2) É CONHECIDA COMO LEI DE POTÊNCIA OU LEI EXPONENCIAL.

Re_D	n	U/\bar{U}
$4,0 \times 10^3$	6,0	1,26
$2,3 \times 10^4$	6,6	1,24
$1,1 \times 10^5$	7,0	1,22
$1,1 \times 10^6$	8,8	1,18
$2,0 \times 10^6$	10	1,15
$3,2 \times 10^6$	10	1,15

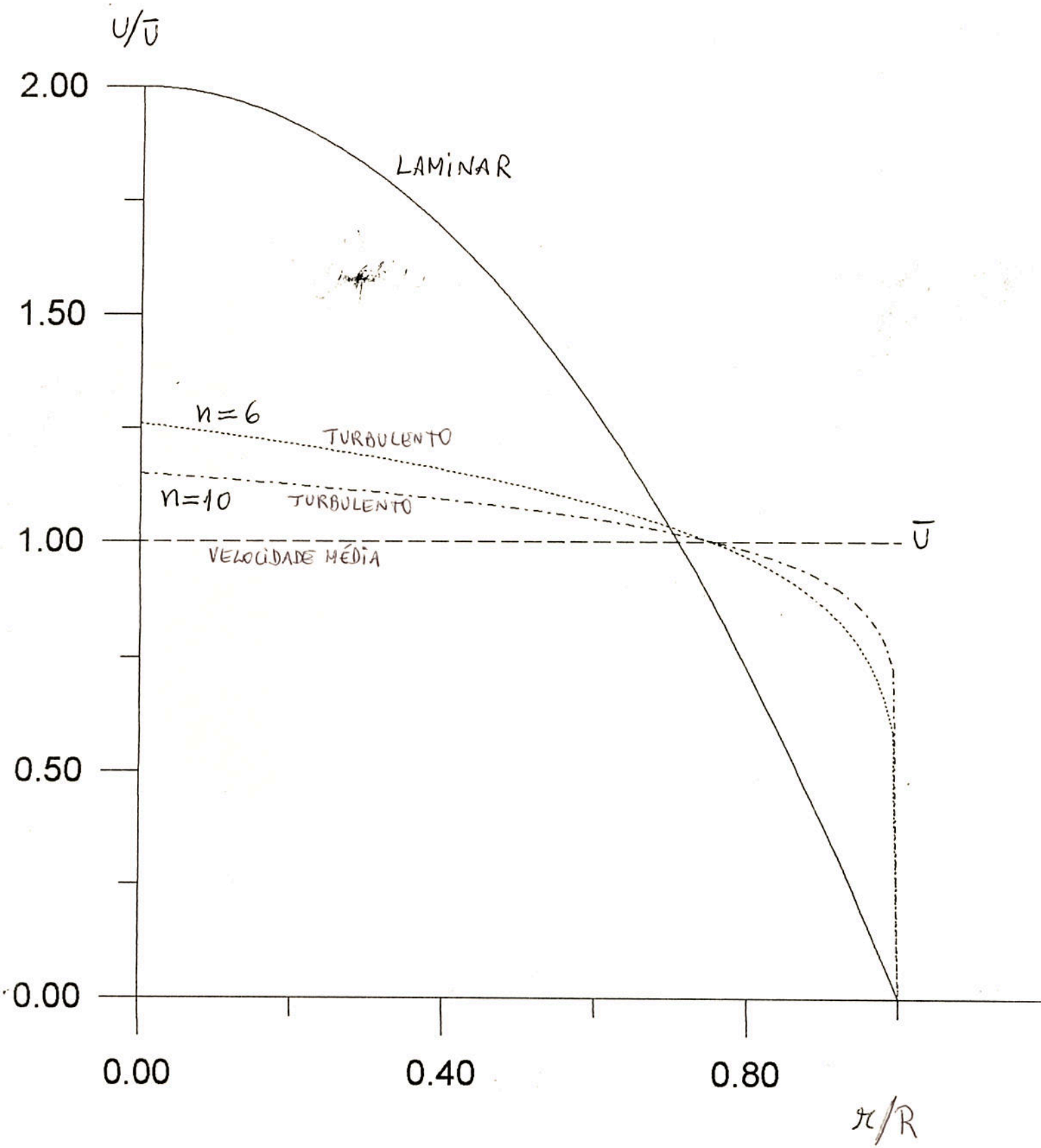
Como pode-se ver na figura 2, os perfis de velocidades do escoamento turbulento apresentam gradientes de velocidade (du/dy), junto à parede do duto, muito maiores que no caso do escoamento laminar. Isso acarreta que a tensão cisalhante e as forças de atrito no escoamento turbulento sejam muito maiores que aquelas existentes no escoamento laminar.

O comprimento de entrada (L) para escoamento turbulento em dutos circulares é dado por

$$\frac{L}{D} \cong 25 \text{ a } 40 \quad (3)$$

E, portanto, diferentemente do escoamento laminar, L independe do número de Reynolds no escoamento turbulento.

FIGURA 2.



2. ESCOAMENTO SOBRE PLACA PLANA

O ESCOAMENTO SOBRE UMA PLACA PLANA TORNA-SE TURBULENTO, EM GERAL, EM TORNO DE $Re_x \cong 5 \times 10^5$. NA FIGURA 3 É MOSTRADO O DESENVOLVIMENTO DA CAMADA LÍMITE SOBRE UMA PLACA PLANA PARA OS ESCOAMENTOS LAMINAR E TURBULENTO.

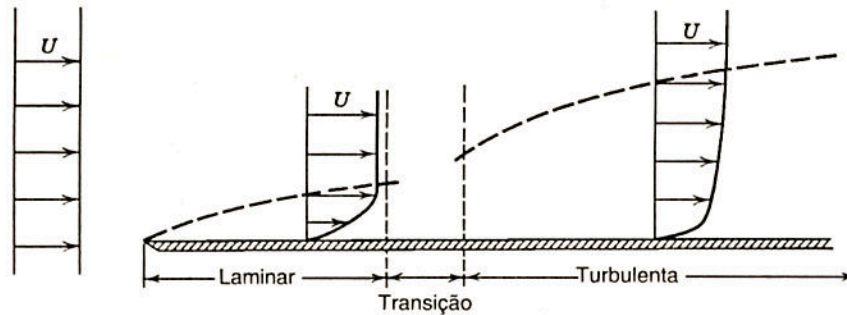


FIGURA 3.

USANDO A LEI DE POTÊNCIA PARA O PERFIL DE VELOCIDADES E O MÉTODO INTEGRAL PARA OBTER A SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DA CAMADA LÍMITE CHEGA-SE A

$$\frac{\delta}{x} = \frac{0,37}{Re_x^{1/5}} \quad (4)$$

ONDE

$$Re_x = \frac{Ux}{\nu} \quad \text{ou} \quad Re_L = \frac{UL}{\nu} \quad (5)$$

O COEFICIENTE DE ATRITO MÉDIO PARA ESCOAMENTO TURBULENTO SOBRE UMA PLACA PLANA DE COMPRIMENTO L É DADO POR

$$\bar{C}_{fL} = \frac{0,0721}{Re_L^{1/5}} \quad (6)$$

A INCERTEZA DA EQUAÇÃO (6) É DE 3% NA FAIXA DE $5 \times 10^5 < Re_L < 10^7$.

EXEMPLO: AR ESCOAMENTO SOBRE UMA PLACA PLANA.

$$\nu = 1,5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \quad U = 10 \text{ m/s} \quad L = 15 \text{ m}$$

$$Re_L = 1 \times 10^7$$

$$\delta_{\text{LAMINAR}} \approx 24 \text{ mm} \quad \delta_{\text{TURBULENTO}} \approx 220 \text{ mm} \quad \delta_t / \delta_l \approx 9,2$$

83

$$\bar{C}_{fL} |_{\text{LAMINAR}} \approx 4,2 \times 10^{-4} \quad \bar{C}_{fL} |_{\text{TURB}} \approx 2,9 \times 10^{-3} \quad \frac{\bar{C}_{fL} |_{\text{TURB}}}{\bar{C}_{fL} |_{\text{LAM}}} \approx 6,9$$

NESTE EXEMPLO, O ESCOAMENTO TORNA-SE TURBULENTO A PARTIR DE $x \approx 0,75 \text{ m}$.

NO CASO DO ESCOAMENTO ENTRE DUAS PLACAS PLANAS E PARALELAS, O ESCOAMENTO TORNA-SE TURBULENTO EM TORNO DE $Re_D \approx 1400$ ONDE D É A DISTÂNCIA ENTRE AS PLACAS. QUANDO UMA DAS PLACAS MOVE-SE EM RELAÇÃO À OUTRA, ESCOAMENTO COUETTE, O ESCOAMENTO TORNA-SE TURBULENTO A PARTIR DE $Re_D \approx 1500$.

3. MODELAGEM DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS

OS ESCOAMENTOS TURBULENTOS SÃO MUITO MAIS COMUNS QUE OS ESCOAMENTOS LAMINARES! ASSIM, TORNA-SE IMPORTANTE TENTAR MODELÁ-LOS.

MEDINDO-SE A VELOCIDADE NUM PONTO QUALQUER DE UM ESCOAMENTO VERIFICA-SE QUE, NO CASO DE ESCOAMENTO LAMINAR, A VELOCIDADE NÃO VARIA NO TEMPO SE O ESCOAMENTO SE DER EM REGIME PERMANENTE, COMO MOSTRADO NA FIGURA 4a.

JÁ NO CASO DE ESCOAMENTO TURBULENTO VERIFICA-SE QUE EXISTE UMA FLUTUAÇÃO DA VELOCIDADE EM TORNO DE UM VALOR MÉDIO. PORTANTO, OS ESCOAMENTOS TURBULENTOS SÃO TRANSIENTES POR NATUREZA. ISSO PODE SER VISTO NA FIGURA 4b.

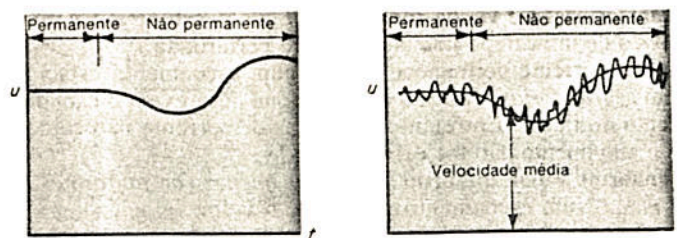


FIGURA 4. (a) LAMINAR (b) TURBULENTO

EM PRINCÍPIO, AS EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES SÃO VÁLIDAS TAMBÉM PARA ESCOAMENTOS TURBULENTOS. O PROBLEMA É QUE NÃO É POSSÍVEL RESOLVER ESTAS EQUAÇÕES ANALITICAMENTE. PORTANTO, O ÚNICO RECURSO QUE RESTA É A SIMULAÇÃO NUMÉRICA.

A DIFICULDADE QUE EXISTE EM SE SIMULAR NUMERICAMENTE ESCOA-

MENTOS TURBULENTOS É QUE AS FLUTUAÇÕES DAS VARIÁVEIS ($u', v', w', p', T', \rho'$) SÃO DE ALTA FREQUÊNCIA (AT HUITO PERÍODOS) E DESDE A ESCALA MICROSCÓPICA ($\Delta x, \Delta y, \Delta z$ HUITO PERÍODOS) ATÉ A ESCALA MICROSCÓPICA, ASSIM, AS DISCRETIZAÇÕES ESPACIAL E TEMPORAL NECESSÁRIAS TORNAM IMPOSSÍVEL A OBTENÇÃO DE SOLUÇÕES NUMÉRICAS PARA PROBLEMAS REAIS COM OS COMPUTADORES ATUAIS.

REYNOLDS EM 1895 SUGERIU SUBSTITUIR A SEGUINTE RELAÇÃO NAS EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES:

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \quad (7)$$

ONDE

$\bar{\phi}$ = VALOR MÉDIO DA VARIÁVEL

ϕ' = FLUTUAÇÃO

ϕ = VALOR INSTANTÂNEO DA VARIÁVEL = u, v, w, p, T, ρ

FEITO ISTO, ELE OBTVE PARA A DIREÇÃO X, CONSIDERANDO AS PROPRIEDADES CONSTANTES (ρ E μ), A SEGUINTE EQUAÇÃO:

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \quad (8)$$

$$+ \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} - \rho \overline{u'u'} \right)}_{\tau_{xx}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho \overline{u'v'} \right)}_{\tau_{yx}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - \rho \overline{u'w'} \right)}_{\tau_{zx}}$$

A EQUAÇÃO (8) E SUAS EQUIVALENTES PARA AS DIREÇÕES Y E Z SÃO CHAMADAS DE EQUAÇÕES DE REYNOLDS.

DEVE-SE NOTAR QUE AGORA AS FORÇAS VISCOVAS DEVEM-SE À VISCOSIDADE DO FLUIDO (μ) E ÀS FLUTUAÇÕES DE VELOCIDADE (u', v', w').

OS TERMOS $\rho \overline{u'u'}$, $\rho \overline{u'v'}$ E $\rho \overline{u'w'}$ DA EQ. (8), MAIS SEUS TERMOS SEMELHANTES QUE APARECEM NAS EQUAÇÕES DE REYNOLDS PARA AS DIREÇÕES Y E Z, CONSTITUEM O TENSOR TENSÃO DE REYNOLDS.

DEVE-SE NOTAR QUE AS EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES SÃO USADAS PARA SE OBTER u, v E w OU \bar{u}, \bar{v} E \bar{w} COM AS EQUAÇÕES DE REYNOLDS. MAS NESTAS EQUAÇÕES, TEM-SE AGORA NOVE NOVAS INCÓGNITAS E QUE SÃO AS COMPONENTES DO TENSOR TENSÃO DE REYNOLDS TAMBÉM CHAMADAS DE TENSÕES DE REYNOLDS.

85

HÁ DUAS FORMAS DISTINTAS DE SE AVALIAR AS TENSÕES DE REYNOLDS. UMA DELAS CONSISTE EM USAR A HIPÓTESE DE BOUSSINESQ (1877) QUE EMPREGA O CONCEITO DE VISCOZIDADE TURBULENDA (μ_t). DA EQ.(9) TEM-SE:

$$\tau_{yx} = \underbrace{\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}}_{\text{LAMINAR}} - \underbrace{\rho \overline{u'v'}}_{\text{TURBULENTO}} \quad (9)$$

BOUSSINESQ ADMITIU QUE

$$\tau_{yx} = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \mu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \mu_{ef} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (10)$$

OU SEJA

$$-\rho \overline{u'v'} = \mu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (11)$$

ONDE

$$\mu_{ef} = \mu + \mu_t = \text{VISCOZIDADE EFETIVA} \quad (12)$$

\uparrow \uparrow
 LAMINAR TURBULENTO

DEVE-SE PERCEBER QUE A VISCOSIDADE LAMINAR (μ) É UMA PROPRIEDADE DO FLUIDO E QUE A VISCOSIDADE TURBULENTE (μ_t) É UMA PROPRIEDADE DO ESCOAMENTO.

O VALOR DE μ_t É MUITAS VEZES OBTIDO ATRAVÉS DE EQUAÇÕES ALGÉBRICAS COM VÁRIOS COEFICIENTES EMPÍRICOS. EM GERAL, ESTAS EQUAÇÕES FUNCIONAM BEM PARA CLASSES DE PROBLEMAS, COMO ESCOAMENTOS EM DUTOS CIRCULARES.

UM MODELO BASTANTE GERAL E QUE VEM SENDO MUITO EMPREGADO POR ENGENHEIROS É O MODELO k - ϵ (JONES E LAUNDER, 1972). NESTE MODELO,

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (13)$$

ONDE

C_μ = CONSTANTE EMPÍRICA = 0,09

k = ENERGIA CINÉTICA TURBULENTE

NO MODELO k - ϵ CRIAM-SE DUAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ADICIONAIS ÀS EQUAÇÕES DE REYNOLDS. UMA PARA k E OUTRA PARA ϵ .

O VALOR DA VISCOSIDADE TURBULENTE PODE VARIAR DE FRAÇÕES DA VISCOSIDADE LAMINAR A MILHARES DE VEZES MAIOR.

A SEGUNDA FORMA DE SE MODELAR AS TENSÕES DE REYNOLDS É CRIANDO-SE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARA CADA COMPONENTE DO TENSOR TENSÃO DE REYNOLDS. ESTE PROCEDIMENTO É MAIS GERAL QUE O MODELO k - ϵ SÓ QUE É MUITO MAIS CUSTOSO COMPUTACIONALMENTE E MENOS EMPREGADO.