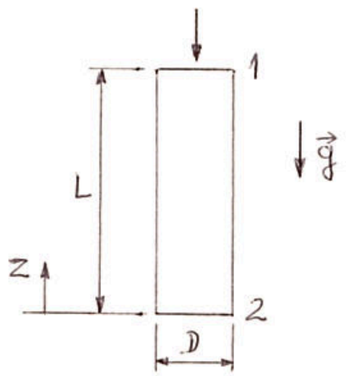
EXEMPLOS

$\boxed{1}$ DETERMINAR A VELOCIDADE DO ESCOAMENTO PLENAMENTE DESENVOLVIDO NUM DUTO DE FERRO FUNDIDO.



DADOS:

$p_1 = p_2$	$L = 20\,m$	FLUIDO = ÁGUA
$\alpha_1 = \alpha_2$	$D = 0{,}01\,m$	$\nu = 10^{-6}\,m^2/s$
$\bar{V}_1 = \bar{V}_2$	$e/D = 0{,}015$	$g = 9{,}8\,m/s^2$

COM AS EQS. (5) E (7) TEM-SE

$$\cancel{\frac{p_1}{\rho}} + \cancel{\alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2}} + g z_1 = \cancel{\frac{p_2}{\rho}} + \cancel{\alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2}} + \cancel{g z_2}^{\,0} + f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2}$$

OU

$$gL = f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2} \implies \bar{V} = \sqrt{\frac{2gD}{f}}$$

DEVE-SE NOTAR QUE $\bar{V}$ INDEPENDE DO COMPRIMENTO DO DUTO (L), E QUE A SOLUÇÃO DESTE PROBLEMA É ITERATIVA. ISSO OCORRE PORQUE f DEPENDE DO Re_D QUE É FUNÇÃO DE $\bar{V}$. ESTE, POR SUA VEZ, É A PRÓPRIA INCÓGNITA DO PROBLEMA.

ITERAÇÃO	1	2	3
$\bar{V}$ (m/s)	1,0	2,0	2,02
Re_D	10^4	2×10^4	
f	0,049	0,048	

SOLUÇÃO:

$\bar{V} \cong 2{,}0\,m/s$

APLICANDO-SE A EQUAÇÃO DE BERNOULLI A ESTE PROBLEMA CHEGAMOS A

$$\frac{\bar{V}_1^2}{2} + gL = \frac{\bar{V}_2^2}{2} \rightarrow \bar{V}_2 = \sqrt{\bar{V}_1^2 + 2gL}$$

PARA $\bar{V}_1 = 2\,m/s \rightarrow \bar{V}_2 \cong 19{,}9\,m/s$ (NÃO CONSERVA A MASSA)

2 CALCULAR A QUEDA DA PRESSÃO DO ESCOAMENTO DE ÁGUA NUM DUTO DE AÇO.

DADOS: $D = 0{,}05\ m$ $\quad e/D = 0{,}001$ $\quad \alpha_1 = 1$

$L = 50\ m$ $\quad \bar{V}_1 = \bar{V} = \bar{V}_2 = 5\ m/s$ $\quad \rho = 10^3\ kg/m^3$

$Z = \text{CONSTANTE}$ $\quad \nu = 10^{-6}\ m^2/s$

98

PARA ESSES DADOS, $Re_D \cong 2{,}5 \times 10^5 \rightarrow n \cong 6{,}3 \rightarrow \alpha_2 \cong 1{,}07$, E $f \cong 0{,}021$.

DAS EQS. (5) E (7) OBTEMOS

$$(p_1 - p_2) = (\alpha_2 - \alpha_1)\rho \frac{\bar{V}^2}{2} + \rho f \frac{L}{D}\frac{\bar{V}^2}{2} = \left(\alpha_2 - \alpha_1 + f\frac{L}{D}\right)\rho\frac{\bar{V}^2}{2}$$

OU

$$(p_1 - p_2) = (1{,}07 - 1{,}0 + 21)\, 10^3 \times \frac{(5)^2}{2} \cong 2{,}63 \times 10^5\ Pa$$

PARA ESTE MESMO PROBLEMA A EQUAÇÃO DE BERNOULLI PREVÊ $p_1 = p_2$!

$\boxed{3}$ DETERMINAR O NÍVEL DE ÁGUA NECESSÁRIO NO RESERVATÓRIO DA FIGURA 9 PARA MANTER $\bar{V}_2 = 5\ m/s$. USAR OS DADOS DO EXEMPLO 2 EXCETO AQUELES MENCIONADOS NA FIGURA OU ABAIXO.

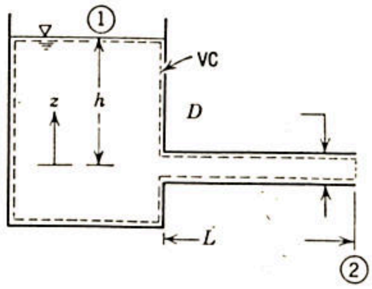


FIGURA 9.

DADOS:

$p_1 = p_2 = p_{ATM}$

$K = 0{,}5$

$g = 9{,}8\ m/s^2$

APLICANDO-SE AS EQS. (5), (7) E (18) A ESTE PROBLEMA TEM-SE

$$\cancel{\frac{p_1}{\rho}} + \alpha_1 \cancel{\frac{\bar{V}_1^2}{2}}^{\simeq 0} + g z_1 = \cancel{\frac{p_2}{\rho}} + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2} + g \cancel{z_2}^{0} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{PERDA NA} \\ \text{ENTRADA DO DUTO}}}{K \frac{\bar{V}_2^2}{2}} + \underbrace{f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}_2^2}{2}}_{\text{PERDA NO DUTO}}$$

OU

$$H = \left(\alpha_2 + K + f \frac{L}{D}\right) \frac{\bar{V}_2^2}{2g} = (1{,}07 + 0{,}5 + 21) \frac{5^2}{2 \times 9{,}8} \cong 28{,}8\ m$$

SEGUNDO A EQUAÇÃO DE BERNOULLI ESTA ALTURA SERIA

$$H_B = \frac{\bar{V}_2^2}{2g} = \frac{5^2}{2 \times 9{,}8} \cong 1{,}3\ m\ !$$

O QUE RESULTA NUM ERRO DE APROXIMADAMENTE 95%!

4 VERIFICAR QUAL A NOVA ALTURA (H) DO NÍVEL DE ÁGUA NO RESERVATÓRIO DO EXEMPLO 3 SE AO FINAL DO DUTO ACRESCENTARMOS A EXPANSÃO GRADUAL DE SEÇÃO MOSTRADA NA FIGURA 10.

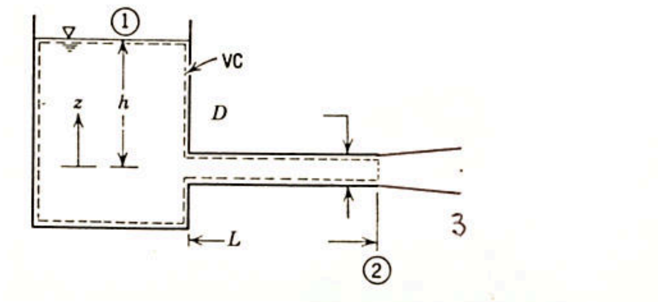


FIGURA 10.

DADOS:

EXPANSÃO: $A_3/A_2 = 2$, $\theta = 10^\circ$

$K = 0{,}21$

$\alpha_3 = \alpha_2$

DA EQ. MASSA:

$\bar{V}_2 A_2 = A_3 \bar{V}_3 \rightarrow \bar{V}_3 = 2{,}5\ m/s$

COM AS EQS. (5), (7) E (18) OBTÉM-SE

$$\frac{p_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2} + g z_1 = \frac{p_3}{\rho} + \alpha_3 \frac{\bar{V}_3^2}{2} + g z_3 + \underbrace{K_{en} \frac{\bar{V}_2^2}{2}}_{\text{ENTRADA}} + \underbrace{f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}_2^2}{2}}_{\text{DUTO}} + \underbrace{K_{ex} \frac{\bar{V}_2^2}{2}}_{\text{EXPANSÃO}}$$

($\bar{V}_1^2 \simeq 0$, $z_3 = 0$)

OU

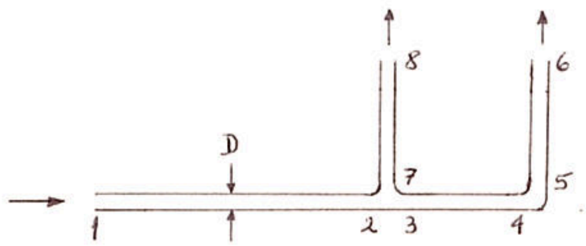
$$H = \alpha_3 \frac{\bar{V}_3^2}{2g} + \left(K_{en} + f\frac{L}{D} + K_{ex}\right)\frac{\bar{V}_2^2}{2g} = 1{,}07 \times \frac{(2{,}5)^2}{2 \times 9{,}8} + (0{,}5 + 21 + 0{,}21)\frac{5^2}{2 \times 9{,}8}$$

$$H = 0{,}34 + 27{,}7 \cong 28{,}0\ m$$

DEVE-SE NOTAR QUE DIMINUI EM CERCA DE 3% A ALTURA DO NÍVEL DE ÁGUA NECESSÁRIO NO RESERVATÓRIO APESAR DO AUMENTO DAS PERDAS DE CARGA. ESTA DIMINUIÇÃO EM H É CONSEQÜÊNCIA DA MENOR ENERGIA CINÉTICA NA SAÍDA DO SISTEMA ($\bar{V}_3^2/2$) EM RELAÇÃO AO EXEMPLO 3.

PORTANTO, SE MANTIVERMOS $H = 28{,}8\ m$, MAS USANDO A EXPANSÃO GRADUAL DE SEÇÃO NA SAÍDA DO DUTO, A VAZÃO SERÁ AUMENTADA!

5 DETERMINAR A VAZÃO DE ÁGUA EM CADA LINHA DO SISTEMA ABAIXO.



DADOS:

$Z =$ CONSTANTE $\qquad D = 0{,}02\,m$

$p_1 = 105\,kPa \qquad \nu = 10^{-6}\,m^2/s$

$p_6 = p_8 = 100\,kPa \qquad \rho = 10^3\,kg/m^3$

$\alpha =$ CONSTANTE

$\left.\frac{Le}{D}\right|_{27} = 60 \qquad \left.\frac{Le}{D}\right|_{23} = 20 \qquad \left.\frac{Le}{D}\right|_{45} = 30 \qquad \frac{e}{D} = 0{,}015$ (FERRO FUNDIDO)

$L_{12} = 10\,m \qquad L_{34} = 5\,m \qquad L_{56} = L_{78} = 1\,m$

APLICANDO AS EQS. (5) E (7) TEM-SE

• ENTRE 1 E 8:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{\overline{V}_1^2}{2} = \frac{p_8}{\rho} + \frac{\overline{V}_8^2}{2} + \underbrace{f_1 \frac{L_{12}}{D}\frac{\overline{V}_1^2}{2}}_{\text{DUTO RETO 1-2}} + \underbrace{f_8 \left.\frac{Le}{D}\right|_{27}\frac{\overline{V}_8^2}{2}}_{\text{T-RAMAL}} + \underbrace{f_8 \frac{L_{78}}{D}\frac{\overline{V}_8^2}{2}}_{\text{DUTO RETO 7-8}}$$

OU

$$\frac{\overline{V}_1^2}{2}\left(1 - f_1\frac{L_{12}}{D}\right) = \frac{(p_8 - p_1)}{\rho} + \frac{\overline{V}_8^2}{2}\left(1 + f_8\left.\frac{Le}{D}\right|_{27} + f_8\frac{L_{78}}{D}\right) \qquad (A)$$

• ENTRE 1 E 6:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{\overline{V}_1^2}{2} = \frac{p_6}{\rho} + \frac{\overline{V}_6^2}{2} + \underbrace{f_1\frac{L_{12}}{D}\frac{\overline{V}_1^2}{2}}_{\text{DUTO RETO 1-2}} + \underbrace{f_6\left.\frac{Le}{D}\right|_{23}\frac{\overline{V}_6^2}{2}}_{\text{T-DIRETO}} + \underbrace{f_6\frac{(L_{34}+L_{56})}{D}\frac{\overline{V}_6^2}{2}}_{\text{DUTO RETO 3-4 E 5-6}} + \underbrace{f_6\left.\frac{Le}{D}\right|_{45}\frac{\overline{V}_6^2}{2}}_{\text{COTOVELO}}$$

OU

$$\frac{\overline{V}_1^2}{2}\left(1 - f_1\frac{L_{12}}{D}\right) = \frac{(p_6 - p_1)}{\rho} + \frac{\overline{V}_6^2}{2}\left[1 + f_6\left(\left.\frac{Le}{D}\right|_{23} + \left.\frac{Le}{D}\right|_{45}\right) + f_6\frac{(L_{34}+L_{56})}{D}\right] \qquad (B)$$

DA EQUAÇÃO DE CONSERVAÇÃO DA MASSA:

$Q_1 = Q_6 + Q_8$ OU $\overline{V}_1 A_1 = \overline{V}_6 A_6 + \overline{V}_8 A_8$ MAS COMO $A_1 = A_6 = A_8$

TEM-SE

$$\overline{V}_1 = \overline{V}_6 + \overline{V}_8 \qquad (C)$$

ARBITRANDO $\overline{V}_6 = \overline{V}_8 = 1\ m/s$, DA EQ. (C) $\rightarrow \overline{V}_1 = 2\,m/s$

E

$$Re_6 = Re_8 = \frac{\overline{V}_6 D}{\nu} = 2\times10^4 \rightarrow f_6 = f_8 = 0{,}046 \therefore Re_1 = \frac{\overline{V}_1 D}{\nu} = 4\times10^4 \rightarrow f_1 = 0{,}045$$

SUBSTITUINDO TODOS OS DADOS NAS EQUAÇÕES (A) E (B) CHEGA-SE A

- DE (A): $-10{,}75\overline{V}_1^2 = -5 + 3{,}03\,\overline{V}_8^2 \longrightarrow \overline{V}_8 = \sqrt{\dfrac{5 - 10{,}75\overline{V}_1^2}{3{,}03}} \qquad (D)$

- DE (B): $-10{,}75\overline{V}_1^2 = -5 + 8{,}55\,\overline{V}_6^2 \longrightarrow \overline{V}_6 = \sqrt{\dfrac{5 - 10{,}75\overline{V}_1^2}{8{,}55}} \qquad (E)$

A SOLUÇÃO ITERATIVA DAS EQS. (C), (D) E (E) FORNECE:

$\overline{V}_6 \cong 0{,}24\ m/s \qquad \overline{V}_8 \cong 0{,}40\ m/s \qquad \overline{V}_1 \cong 0{,}64\ m/s$

COM ESTAS NOVAS VELOCIDADES OBTEMOS:

$Re_6 = 4800 \rightarrow f_6 = 0{,}052 \qquad Re_8 = 8000 \rightarrow f_8 = 0{,}049 \qquad Re_1 = 1{,}28\times10^4 \rightarrow f_1 = 0{,}047$

PARA ESTES NOVOS FATORES DE ATRITO, AS EQS. (A) E (B) RESULTAM EM

- (A): $-11{,}25\overline{V}_1^2 = -5 + 3{,}195\,\overline{V}_8^2 \longrightarrow \overline{V}_8 = \sqrt{\dfrac{5 - 11{,}25\overline{V}_1^2}{3{,}195}} \qquad (F)$

- (B): $-11{,}25\,\overline{V}_1^2 = -5 + 9{,}6\,\overline{V}_6^2 \longrightarrow \overline{V}_6 = \sqrt{\dfrac{5 - 11{,}25\overline{V}_1^2}{9{,}6}} \qquad (G)$

RESOLVENDO AS EQS. (C), (F) E (G) TEM-SE:

$\overline{V}_6 \cong 0{,}23\ m/s \qquad \overline{V}_8 \cong 0{,}40\ m/s \qquad \overline{V}_1 \cong 0{,}63\ m/s$

PORTANTO, PODE-SE CONSIDERAR CONVERGIDA A SOLUÇÃO.

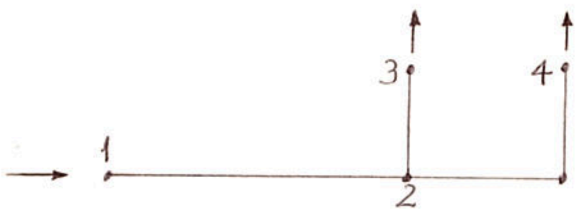
SABENDO-SE QUE $Q = \overline{V}A$ E $A = \pi D^2/4$ PODEMOS CALCULAR AS VAZÕES:

$Q_6 \cong 7{,}2 \times 10^{-5}\ m^3/s \qquad Q_8 \cong 1{,}3 \times 10^{-4}\ m^3/s \qquad Q_1 \cong 2{,}0 \times 10^{-4}\ m^3/s$

E

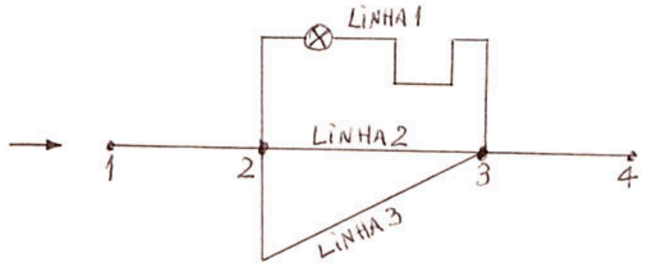
$\dfrac{Q_6}{Q_1} \cong 36\% \qquad \dfrac{Q_8}{Q_1} \cong 64\%$

VAMOS CONSIDERAR O SISTEMA DO EXEMPLO 5:



DEVE-SE PERCEBER QUE A PRESSÃO NO PONTO 2 É A MESMA PARA AMBAS AS LINHAS (3 E 4). COMO AS PRESSÕES EM 3 E 4 SÃO IGUAIS À PRESSÃO ATMOSFÉRICA, $\Delta p_{2-3} = \Delta p_{2-4}$. PORTANTO, JÁ QUE OS GRADIENTES DE PRESSÃO SÃO IGUAIS, AS VAZÕES TÊM QUE SER DIFERENTES.

UM SISTEMA MAIS COMPLEXO É MOSTRADO ABAIXO:



A QUEDA DE PRESSÃO ENTRE OS PONTOS 2 E 3 É A MESMA PARA QUALQUER LINHA DAS 3 EXISTENTES NO CIRCUITO. AS VAZÕES SERÃO DIFERENTES MAS

$$Q_1 = Q_{l1} + Q_{l2} + Q_{l3}$$

A DETERMINAÇÃO ANALÍTICA DOS PARÂMETROS (Δp, Q, $\bar{V}$) DE SISTEMAS PRÁTICOS DE DISTRIBUIÇÃO DE FLUIDOS (RESIDÊNCIAS, EDIFÍCIOS, INDÚSTRIAS E CIDADES) É MUITO TRABALHOSA. NORMALMENTE EMPREGAM-SE COMPUTADORES NO PROJETO DESTES SISTEMAS.