11.1 CONVECÇÃO DE CALOR

Considerando:
- escoamento laminar bidimensional
- fluido incompressível
- propriedades variáveis (ρ, μ, c_p, k)
- coordenadas cartesianas

O modelo matemático de problemas de convecção (forçada/natural) é dado por:

Eq. Conservação da <u>massa</u>:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \qquad (11.1)$$

Eq. Conservação da quantidade de movimento linear na direção x (<u>QMLx</u>):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v u) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right) \qquad (11.2)$$

<u>QMLy</u>:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u v) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \underbrace{\rho g \beta (T - T_\infty)}_{\text{força de empuxo}} \qquad (11.3)$$

Eq. Conservação da <u>energia</u> térmica:

$$c_p \frac{\partial}{\partial t}(\rho T) + c_p \frac{\partial}{\partial x}(\rho u T) + c_p \frac{\partial}{\partial y}(\rho v T) = \frac{\partial}{\partial x}\left(k \frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right) + \dot{q} \qquad (11.4)$$

onde

T = temperatura
c_p = calor específico à pressão constante
k = condutividade térmica
$\dot{q}$ = geração de calor por unidade de volume
g = módulo da aceleração gravitacional ~~(na direção y)~~
T_∞ = T de referência
β = coeficiente de expansão térmica $= -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \qquad (11.5)$
(para gases perfeitos, $p = \rho R T \Rightarrow \beta = \frac{1}{T}$)

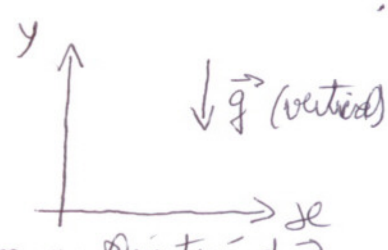

Fig. 11.1 Orientação do $\vec{g}$.

~~As outras variáveis seguem as definições do Cap. 10~~

x, y = coordenadas espaciais
t = " temporal
u, v = componentes do vetor velocidade ($\vec{V}$) nas direções x e y
p = pressão estática
μ = viscosidade absoluta

INCÓGNITAS: u, v, p, T

O termo $\rho g \beta (T-T_\infty)$ da Eq. (11.3) representa a aproximação de Boussinesq para convecção natural. [explicar ≠ entre convecção forçada/natural]. Ela é usada para considerar ρ constante ~~...~~ em problemas de convecção natural cujo movimento do fluido é causado pelas diferenças de ρ devido ~~...~~ às variações de T.

A discretização das Eqs. (11.1) a (11.4) pode ser feita conforme visto no Cap. ~~10~~ 11, observando-se:

$$\int_{\Delta V} \rho g \beta (T-T_\infty)\, dV \approx \rho_P g \beta_P (T_P - T_\infty)\Delta x_P \Delta y_P \Delta z \qquad (11.6)$$

- deve-se usar $(c_p)_P$ na integração da Eq. (11.4)

Algoritmo resumido para solução de regime permanente:

1) ler os dados e fazer inicializações para $t=0$
2) estimar u_P^*, v_P^*, p_P^* e T_P^* em $t+\Delta t$
3) calcular os coeficientes e fontes da QMLx e QMLy
4) resolver a QMLx obtendo u_P^*
5) " " QMLy " v_P^*
6) calcular u_e^* e v_n^*
7) calcular os coeficientes e fontes da MASSA
8) resolver a MASSA obtendo p'_P
9) corrigir u_P^*, v_P^*, u_e^*, v_n^* e p_P^* com p'_P obtendo u_P, v_P, u_e, v_n e p_P
10) calcular os coeficientes e fontes da ENERGIA
11) resolver a ENERGIA obtendo T_P
12) voltar ao item 2 até satisfazer algum critério de convergência
13) pós-processamento

CICLOS:

a) MASSA: itens 7 a 9 (recomenda-se repetir 2 ou 3 vezes, normalmente)
b) TRANSIENTE REAL: itens 2 a 11 devem ser repetidos até satisfazer algum critério

12 SET 06

CFD-I / CAP. 11 (4)

O algoritmo acima é indicado para problemas de convecção natural, convecção ~~forçada~~ mista (forçada e natural) e hidrodinâmicos (MASSA + QML) com $\mu(T)$. No caso particular de problemas de convecção forçada com μ constante, pode-se 1º obter a convergência de u, v e p (ciclos 2 a 9) e depois resolver T (ciclos 10 e 11).

11.3 MODELO k-ε PARA ESCOAMENTOS TURBULENTOS

- FLUIDO INCOMPRESSÍVEL
- ESCOAMENTO TURBULENTO
- ESTADO PERMANENTE
- ESCOAMENTO BIDIMENSIONAL
- escoamento isotérmico

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho U \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho V \phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma^{\phi}\frac{\partial \phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma^{\phi}\frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + S^{\phi} \qquad (11.27)$$

ONDE

EQUAÇÃO	ϕ	Γ^{ϕ}	S^{ϕ}	
MASSA	1	0	0	(11.28)
QMLx	U	μ_{ef}	$-\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{ef}\frac{\partial U}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{ef}\frac{\partial V}{\partial x}\right)$	(11.29)
QMLy	V	μ_{ef}	$-\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{ef}\frac{\partial U}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{ef}\frac{\partial V}{\partial y}\right)$	(11.30)
ENERGIA CINÉTICA TURBULENTA	k	$\frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu$	$\rho\left(P^k - \varepsilon\right)$	(11.31)
dissipação de k	ε	$\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} + \mu$	$\rho\frac{\varepsilon}{k}\left(C_1 P^k - C_2 \varepsilon\right)$	(11.32)

ONDE

$$\mu_{ef} = \mu_t + \mu \qquad (11.33)$$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \qquad (11.34)$$

$$P^k = \mu_t\left[2\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + 2\left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}\right)^2\right] \qquad (11.35)$$

CONSTANTES:

$$\left.\begin{array}{lll} C_\mu = 0.09 & \sigma_k = 1.0 & \sigma_\varepsilon = 1.3 \\ C_1 = 1.44 & C_2 = 1.92 & \end{array}\right\} \qquad (11.36)$$

x, y = direções coordenadas

U, V = componentes médias do vetor velocidade em x e y

P = pressão estática média

ρ = massa específica

k = energia cinética turbulenta $\left(= \frac{\overline{uu} + \overline{vv}}{2}\right.$

ε = dissipação de k

μ = viscosidade laminar

μ_t = " turbulenta

μ_{ef} = " efetiva [até centenas ou milhares de vezes μ]

Aproximações de alguns termos:

$$\text{QMLx: } \int_{Vol} \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{ef}\frac{\partial V}{\partial x}\right) dx\,dy\,dz \simeq \left[\left(\mu_{ef}\frac{\partial V}{\partial x}\right)_n - \left(\mu_{ef}\frac{\partial V}{\partial x}\right)_s\right]\Delta x \Delta z \quad (11.37)$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial x}\right)_n \simeq \frac{\left(V_E + V_{NE} - V_W - V_{NW}\right)}{4\Delta x} \quad (11.38)$$

$$\text{QMLy: } \int_{Vol} \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{ef}\frac{\partial U}{\partial y}\right) dx\,dy\,dz = \left[\left(\mu_{ef}\frac{\partial U}{\partial y}\right)_e - \left(\mu_{ef}\frac{\partial U}{\partial y}\right)_w\right]\Delta y \Delta z \quad (11.39)$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)_e \simeq \frac{\left(U_N + U_{NE} - U_S - U_{SE}\right)}{4\Delta y} \quad (11.40)$$

$$\int_{Vol} P^k\,dx\,dy\,dz \simeq (\mu_t)_P \left\{ 2\left(\frac{U_E - U_W}{2\Delta x}\right)^2 + 2\left(\frac{V_N - V_S}{2\Delta y}\right)^2 + \left[\frac{(U_N - U_S)}{2\Delta y} + \frac{(V_E - V_W)}{2\Delta x}\right]^2 \right\} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (11.41)$$

Algoritmo:

1) Ler dados

2) inicializações

3) calcular propriedades (μ, c_p, k, β, μ_t, μ_{ef})

4) resolver u^*

5) " v^*

6) " p'

7) correções com p'

8) resolver k

9) " ε

10) voltar ao item 3 até convergir

11) pós-processamento