UFPR

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
Setor de Tecnologia
Curso de Engenharia Mecânica

TM-257 DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL – 2010/2

2ª Prova (25 Nov 10; sem consulta; 9:30 às 11:10 h; capítulos 1 a 11)

DIRETRIZES OBRIGATÓRIAS:

a) Caso queira, faça rascunho à lápis. Mas a versão final da prova deve ser à caneta (**o que estiver à lápis não será considerado**).
b) Esta prova vale 100 pontos. A pontuação de cada questão está indicada entre colchetes.
c) Não use celular, calculadora ou qualquer outro aparelho eletrônico durante a prova.
d) **A interpretação das questões faz parte da prova**. Portanto, não pergunte nada ao professor durante a prova.

QUESTÕES:

1) [15 pontos] Definir matematicamente e citar o respectivo nome de pelo menos um **tipo de função de interpolação** para termos difusivos, e dois tipos para termos advectivos, de equações diferenciais de CFD. 5 pts p/ cada; só citar nome, 1 pts cada

2) [20 pontos] Considerar a condução de calor bidimensional governada pela equação

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k\frac{\partial T}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k\frac{\partial T}{\partial y}\right) = S(x,y)$$

cada variável esquecida ou errada = −1 pt.
sem ciclo iterativo = pts −10
" " errado = −7 "

onde k é a condutividade térmica (função de T), S é um termo fonte conhecido e o domínio é retangular com dimensões Lx por Ly. **Apresentar um algoritmo (citando explicitamente o cálculo de cada variável envolvida)** para resolver o problema, no estilo daqueles vistos em aula, considerando que a malha é uniforme por direção, o sistema de equações é resolvido pelo método de Gauss-Seidel e as condições de contorno são do tipo Dirichlet.

3) [15 pontos] Para o problema da questão anterior, obter os **coeficientes e termo fonte de um volume de controle fictício** para aplicar a condição de contorno de Dirichlet, dada por $T(x,Ly) = Tb(x)$, onde $Tb(x)$ é um valor conhecido em cada coordenada x. cada coef. ou fonte errado = −3 pts
princípio errado = 0   Tem que fazer esquema; sem = −5

4) [20 pontos] Para o problema da questão 2, propor uma discretização para **calcular numericamente a taxa de transferência de calor no contorno oeste**, através da discretização da equação

$$q_{x=0} = -\int_0^{L_y} k\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0,y} dy$$

sem esquema = −10
e esclarecer nós envolvidos
k errado = −5

5) [30 pontos] Deduzir as expressões dos **coeficientes e termo fonte, para um volume real** da malha, do seguinte modelo matemático:

5 pts p/ cada coef. e fonte
10 pts p/ algoritmo

Com as aproximações feitas = 15
algumas " certas = 5

$$R\frac{du^2}{dx} = C\frac{d^2u}{dx^2} - u^3xD$$

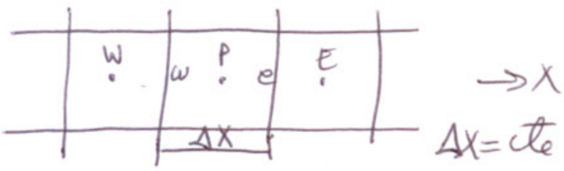
onde R, C e D são constantes e u é a incógnita. Considerar na dedução que a malha é do tipo uniforme, as condições de contorno são do tipo Dirichlet e o domínio tem comprimento L. Propor um **algoritmo** para resolver u.

1) LER OS DADOS: L, N, R, C, D, I, C.C.
2) CALCULAR: ΔX, X_P,
3) ESTIMAR u_P
4) CALCULAR a_e, a_w, a_P E b_P
5) RESOLVER u_P COM TDMA
6) VOLTAR AO ITEM 4 ATÉ I
7) PÓS-PROCESSAMENTO

- cada item errado = −1 pt
- " dado faltante = −1 pt
- sem ciclo iterativo = −6 pt
- " " errado = −4 pt

2ª PROVA TM-257 CFD, 2010/2 (A)

① DIFUSÃO: CDS-2



$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_e \approx \frac{T_E - T_P}{\Delta X}$$

ADVECÇÃO: SUPONDO $u>0$, UDS-1:

$$T_e \approx T_P$$

E PARA CDS-2: $T_e \approx \dfrac{T_P + T_E}{2}$

② 1) LER OS DADOS: $L_x, L_y, N_x, N_y, k(T), S(x,y), T_{C.C.}, I$

2) CALCULAR $\Delta X, \Delta Y, X_P, Y_P, S_P$ E b_P

3) ESTIMAR T_P

4) CALCULAR k_P, k_e, k_n

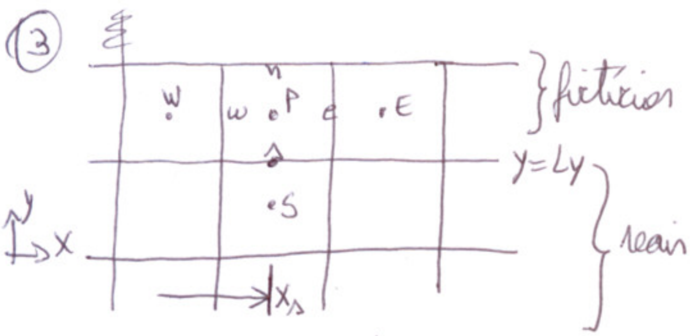
5) CALCULAR a_w, a_e, a_P, a_s, a_n

6) RESOLVER T_P COM GAUSS-SEIDEL

7) VOLTAR AO ITEM 4 ATÉ I

8) PÓS-PROCESSAMENTO

③



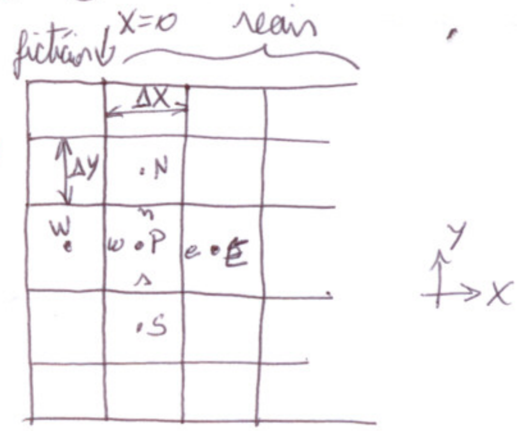
C.C.: $T(x, L_y) = T_b(x)$

$$\frac{T_P + T_S}{2} = T_b(X_s) \quad \text{ou} \quad T_P = + 2T_b(X_s) - T_S$$

ENTÃO, $a_P = 1,\ a_s = -1,\ a_e = a_n = a_w = 0$

$b_P = 2T_b(X_s)$ onde $a_P T_P = a_w T_W + \ldots + b_P$

④



CDS-2:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)_{x=0,y} \approx \frac{T_P - T_W}{\Delta X} \qquad k = k_w = k(T_{C.C.})_w$$

$$q_{x=0} = -\sum_{P=1}^{N_y}\left[\frac{(T_P - T_W)}{\Delta X}\Delta y\, k_w\right]$$

ou

$$q_{x=0} = -\frac{\Delta y}{\Delta X}\sum_{P=1}^{N_y}\left[k_w (T_P - T_W)\right]$$

ONDE P=1 A N_y ENVOLVE SÓ OS VOLUMES REAIS CUJA FACE OESTE COINCIDE COM O CONTORNO X=0; W É UM VOLUME FICTÍCIO.

⑤
$$\int_{x_w}^{x_e} R\frac{du^2}{dx}\,dx = \int\left[C\frac{d^2u}{dx^2} - u^3 x D\right]dx$$

MALHA DA QUESTÃO 1

$$R(u_e^2 - u_w^2) = C\left[\left(\frac{du}{dx}\right)_e - \left(\frac{du}{dx}\right)_w\right] - u_P^3 X_P D \Delta X$$

COM CDS-2,

$$R\left[\frac{(u_P^* + u_E^*)}{2}\frac{(u_P + u_E)}{2} - \frac{(u_W^* + u_P^*)}{2}\frac{(u_W + u_P)}{2}\right] =$$

$$C\frac{(u_E - u_P)}{\Delta X} - C\frac{(u_P - u_W)}{\Delta X} - u_P^3 X_P D \Delta X$$

ou $a_P u_P = a_w u_W + a_e u_E + b_P$

ONDE

$$a_w = \frac{C}{\Delta X} + \frac{(u_P^* + u_W^*)}{4}R$$

$$a_e = \frac{C}{\Delta X} - \frac{(u_P^* + u_E^*)}{4}R$$

$$a_P = \frac{2C}{\Delta X} + \frac{(u_E^* - u_W^*)}{4}R + u_P^{*2} X_P D \Delta X$$

$$b_P = 0$$