CAP. 06: ESCOAMENTO UNIDIMENSIONAL DE FLUIDO INCOMPRESSÍVEL (PROBLEMA DE MOODY)

6.1. MODELO MATEMÁTICO

ADOTANDO-SE AS SEGUINTES CONSIDERAÇÕES:

- ESCOAMENTO QUASE UNIDIMENSIONAL (ÁREA DE SEÇÃO TRANSVERSAL VARIÁVEL)
- FLUIDO INCOMPRESSÍVEL (ρ CONSTANTE)
- ESCOAMENTO LAMINAR OU TURBULENTO, MODELADOS COM O USO DO PARÂMETRO f (FATOR DE ATRITO DE DARCY).
- O CAMPO DE VELOCIDADES É TAL QUE $u > 0$.

PARA ESTE CASO, TEM-SE QUE AS EQUAÇÕES QUE GOVERNAM O ESCOAMENTO SÃO:

- EQUAÇÃO DE CONSERVAÇÃO DA MASSA (MASSA)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho A) + \frac{\partial}{\partial x}\left(\rho u A\right) = 0 \qquad (6.1)$$

- EQUAÇÃO DE CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO LINEAR NA DIREÇÃO x (QML x)

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho u A)}_{\text{TERMO TEMPORAL}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(\rho u A u)}_{\text{FORÇAS DE INÉRCIA}} = \underbrace{-A\frac{\partial p}{\partial x}}_{\text{FORÇA DEVIDO À PRESSÃO}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu A \frac{\partial u}{\partial x}\right)}_{\text{FORÇAS VISCOSAS}} \underbrace{- \frac{\pi}{8} f \rho u^2 D}_{\text{FORÇAS DEVIDO AO ATRITO SUPERFICIAL}} \qquad (6.2)$$

SENDO

$$A = \frac{\pi D^2}{4} \qquad (6.3)$$

A ÁREA DA SEÇÃO TRANSVERSAL DO DUTO $[m^2]$

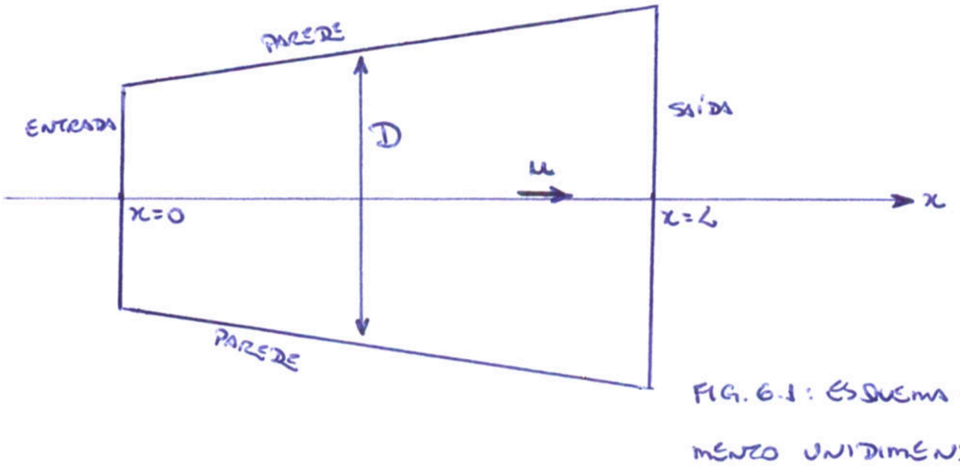

FIG. 6.1: ESQUEMA DO DOMÍNIO PARA O ESCOAMENTO UNIDIMENSIONAL EM UM DUTO DE ÁREA DE SEÇÃO TRANSVERSAL VARIÁVEL.

NOMENCLATURA REFERENTE ÀS EQS. (6.1) E (6.2):

x: COORDENADA ESPACIAL [m]

t: COORDENADA TEMPORAL [s]

ρ: MASSA ESPECÍFICA DO FLUIDO [kg/m³]

u: VELOCIDADE DE ESCOAMENTO DO FLUIDO [m/s].

μ: VISCOSIDADE ABSOLUTA DO FLUIDO [Pa.s]

p: PRESSÃO ESTÁTICA DO FLUIDO [Pa]

A: ÁREA LOCAL DA SEÇÃO TRANSVERSAL DO DUTO [m²]

D: É O DIÂMETRO LOCAL DO DUTO [m]

f: É O FATOR DE ATRITO DE DARCY.

PARA ESTE PROBLEMA, CONSIDERAM-SE CONSTANTES ρ, μ E f.

6.2. MODELO NUMÉRICO PARA A QMLx.

A INTEGRAÇÃO DA EQ. (6.2) SOBRE O VOLUME DE CONTROLE P MOSTRADO NA FIG. 6.2 RESULTA EM:

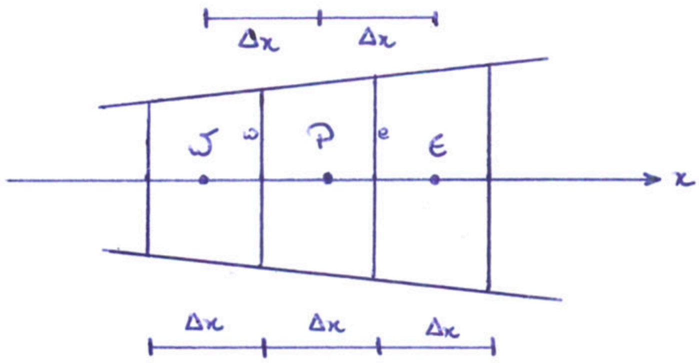

FIG. 6.2: MALHA UNIDIMENSIONAL UNIFORME (Δx = CONST) PARA DUTO COM ÁREA DE SEÇÃO TRANSVERSAL VARIÁVEL

$$\int_{t-\Delta t}^{t}\int_{x_w}^{x_e}\left[\frac{\partial}{\partial t}(\rho u A)+\frac{\partial}{\partial x}(\rho u A u)\right]dx\,dt=\int_{t-\Delta t}^{t}\int_{x_w}^{x_e}\left[-A\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu A\frac{\partial u}{\partial x}\right)-\frac{\pi}{8}f\rho u^2 D\right]dx\,dt \tag{6.4}$$

O QUE FORNECE

$$\rho A_P\left(u_P-u_P^0\right)\Delta x+\left[(\rho u A)_e u_e-(\rho u A)_w u_w\right]\Delta t=-A_P\left(p_e-p_w\right)\Delta t+\mu\left[\left(A\frac{\partial u}{\partial x}\right)_e-\left(A\frac{\partial u}{\partial x}\right)_w\right]\Delta t-\frac{\pi}{8}f\rho u_P^2 D_P\,\Delta x\,\Delta t \tag{6.5}$$

SENDO QUE u_P^0 É A VELOCIDADE AVALIADA NO INSTANTE DE TEMPO ANTERIOR $(t-\Delta t)$, ENQUANTO u E p SÃO AVALIADAS NO INSTANTE DE TEMPO ATUAL (t). O RESULTADO APRESENTADO NA EQ. (6.5) É OBTIDO AO SE EMPREGAR A FORMULAÇÃO TOTALMENTE IMPLÍCITA PARA O TEMPO.

DIVIDINDO-SE A EQ. (6.5) POR Δt, OBTÉM-SE:

$$\frac{M_P}{\Delta t}(u_P - u_P^0) + \dot{m}_e u_e - \dot{m}_w u_w = -A_P(p_e - p_w) + \mu A_e \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_e - \mu A_w \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_w - \frac{\pi}{8} f \rho u_P^2 D_P \Delta x \tag{6.6}$$

SENDO

$$M_P = \rho A_P \Delta x \quad \text{(MASSA DO VOLUME DE CONTROLE P) [kg]} \tag{6.7}$$

$$\dot{m}_e = \rho u_e A_e \quad \text{(FLUXO DE MASSA ATRAVÉS DA FACE LESTE DO VOLUME DE CONTROLE P) [kg/s]} \tag{6.8}$$

$$\dot{m}_w = \rho u_w A_w \quad \text{(FLUXO DE MASSA ATRAVÉS DA FACE OESTE DO VOLUME DE CONTROLE P) [kg/s]} \tag{6.9}$$

AO SE CONSIDERAR OS FLUXOS DE CALOR, TEM-SE UMA LINEARIZAÇÃO DOS TERMOS DE VELOCIDADE POIS UMA PARCELA DO PRODUTO $u.u$ É MANTIDA EXPLÍCITA COMO INCÓGNITA (u_e E u_w), ENQUANTO OUTRA PARCELA FOI INCLUÍDA NOS COEFICIENTES ($\dot{m}_e$ E $\dot{m}_w$).

FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÕES PROPOSTAS (CONSIDERANDO-SE UMA MALHA UNIFORME).

- TERMOS DIFUSIVOS OU VISCOSOS: USO DE CDS:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_e \approx \frac{u_E - u_P}{\Delta x} \tag{6.10}$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_w \approx \frac{u_P - u_W}{\Delta x} \tag{6.11}$$

- TERMOS DE PRESSÃO: USO DE CDS:

$$p_e \approx \frac{p_P + p_E}{2} \tag{6.12}$$

$$p_w \approx \frac{p_W + p_P}{2} \tag{6.13}$$

- TERMOS ADVECTIVOS OU DE INÉRCIA: USO DE UDS.

ADMITINDO-SE QUE $u > 0$, TEM-SE:

④

$$u_e \approx u_p \tag{6.14}$$

$$u_w \approx u_W \tag{6.15}$$

PODE-SE, ENTÃO, EMPREGAR AS EQS. (6.10) A (6.15) NA EQ. (6.6), OBTENDO-SE

$$\frac{M_P}{\Delta t}(u_P - u_P^0) + \dot{m}_e u_P - \dot{m}_w u_W = -A_P \frac{(p_E - p_W)}{2} + \mu A_e \frac{(u_E - u_P)}{\Delta x} - \mu A_w \frac{(u_P - u_W)}{\Delta x}$$
$$- \frac{\pi}{8} f \rho u_P^2 D_P \Delta x \tag{6.16}$$

NOTA-SE QUE NO TERMO $- \frac{\pi}{8} f \rho u_P^2 D_P \Delta x$ É NECESSÁRIO REALIZAR UMA LINEARIZAÇÃO DE u_P^2. ISTO PODE SER FEITO, POR EXEMPLO, FAZENDO-SE $u_P^2 = u_P^* u_P$, ONDE O ASTERISCO (*) INDICA QUE SE TRATA DE UM VALOR CONHECIDO PREVIAMENTE DE ITERAÇÃO ANTERIOR. A EQ. (6.16) PODE, ENTÃO, SER REESCRITA COMO:

$$a_P^u u_P^{**} = a_w^u u_W^{**} + a_e^u u_E^{**} + b_P^u \tag{6.17}$$

O DUPLO ASTERISCO (**) UTILIZADO NOS TERMOS DE VELOCIDADE DA EQ. (6.17) REFERE-SE AO FATO DE QUE AS VELOCIDADES OBTIDAS CORRESPONDEM A UM CAMPO DE PRESSÃO ESTIMADO (p^*), OBTIDO DA QmLx, E QUE SERÁ ATUALIZADO POSTERIORMENTE ATRAVÉS DA SOLUÇÃO DA EQ. DE CONSERVAÇÃO DA MASSA.

OS COEFICIENTES / TERMOS-FONTES RELACIONADOS À EQ. (6.17) SÃO DADOS POR:

$$a_w^u = \dot{m}_w + \mu \frac{A_w}{\Delta x} \tag{6.18}$$

$$a_e^u = \mu \frac{A_e}{\Delta x} \tag{6.19}$$

$$a_P^u = a_w^u + a_e^u + a_f^u + a_t^u \tag{6.20}$$

$$a_t^u = \frac{M_P}{\Delta t} \tag{6.21}$$

$$a_f^u = \frac{\pi}{8} f \rho u_P D_P \Delta x \tag{6.22}$$

$$b_P^u = b_t^u + b_{PP}^u \tag{6.23}$$

$$b_t^u = \frac{M_P}{\Delta t} u_P^0 \tag{6.24}$$

$$b^u_{P_P} = - A_P \frac{(p_e^* - p_w^*)}{2} \qquad (6.25)$$

AS EQS. (6.18) A (6.25) SÃO VÁLIDAS PARA TODOS OS VOLUMES REAIS, $P = 2, 3, \ldots, N-1$, SENDO N O NÚMERO TOTAL DE VOLUMES DE CONTROLE UTILIZADOS PARA A DISCRETIZAÇÃO DO DOMÍNIO DE CÁLCULO, INCLUINDO FICTÍCIOS.

- CONDIÇÃO DE CONTORNO NA ENTRADA (VOLUME FICTÍCIO $P=1$): VELOCIDADE PRESCRITA U_{in}

  CONSIDERANDO-SE $u(0) = U_{in}$, CONFORME A FIG. 6.3:

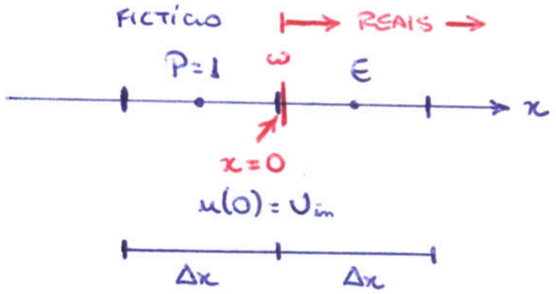

FIG. 6.3: CONDIÇÃO DE CONTORNO ESQUERDA (ENTRADA, $x = 0$).

TEM-SE QUE:

$$\frac{u_P + u_E}{2} = U_{in} \qquad (6.26)$$

OU SEJA,

$$u_P = - u_E + 2 U_{in} \qquad (6.27)$$

QUE EXPRESSA NA FORMA DA EQ. (6.17) FORNECE COMO COEFICIENTES/TERMO-FONTE:

$$a_P^u = 1 \qquad (6.28)$$

$$a_w^u = 0 \qquad (6.29)$$

$$a_e^u = -1 \qquad (6.30)$$

$$b_P^u = 2 U_{in} \qquad (6.31)$$

- CONDIÇÃO DE CONTORNO NA SAÍDA (VOLUME FICTÍCIO $P=N$): EXTRAPOLAÇÃO LINEAR DA VELOCIDADE

PARA O PROBLEMA FÍSICO REAL, AO SE DETERMINAR A VELOCIDADE DE ENTRADA DO FLUIDO NO DUTO, SENDO O FLUIDO INCOMPRESSÍVEL, TEM-SE QUE A VELOCIDADE DE SAÍDA SERÁ DETERMINADA DIRETAMENTE POR CRITÉRIOS PURAMENTE GEOMÉTRICOS. NUMERICAMENTE, PORÉM, É NECESSÁRIO APLICAR UMA CONDIÇÃO DE CONTORNO PARA A ESTABILIDADE DA SOLUÇÃO NUMÉRICA. OPTA-SE, NESSE CASO, PELA EXTRAPOLAÇÃO LINEAR DA VELOCIDADE, OU

SEJA,

$$\left(\frac{d^2u}{dx^2}\right)_{x=L} = 0 \qquad (6.32)$$

O QUE CORRESPONDE À FIG. 6.4, MOSTRADA A SEGUIR.

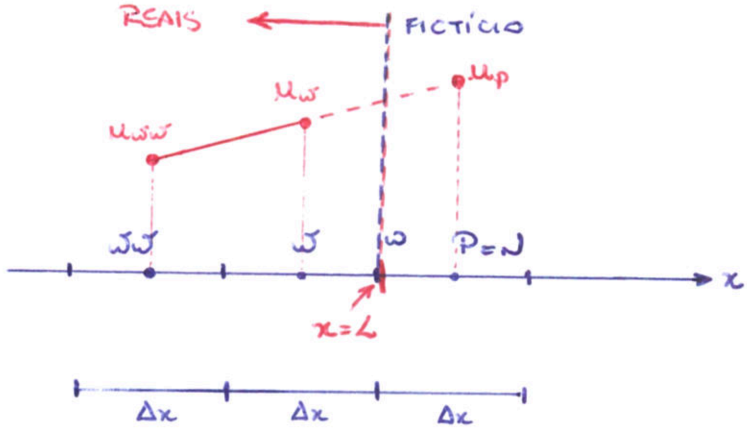

FIG. 6.4: CONDIÇÃO DE CONTORNO DIREITA (SAÍDA, $x = L$).

DESTE MODO, PARA MALHA UNIFORME, TEM-SE

$$u_P = u_W + (u_W - u_{WW}) \qquad (6.33)$$

QUE NA FORMA DA EQ. (6.17) APRESENTA COMO COEFICIENTES / TERMO-FONTE:

$$a_P^u = 1 \qquad (6.34)$$

$$a_W^u = 1 \qquad (6.35)$$

$$a_e^u = 0 \qquad (6.36)$$

$$b_P^u = u_W^* - u_{WW}^* \qquad (6.37)$$

6.3. MODELO NUMÉRICO PARA A MASSA:

A INTEGRAÇÃO DA EQ. (6.1) SOBRE O VOLUME DE CONTROLE P DA FIG. 6.2 RESULTA EM:

$$\int_{t-\Delta t}^{t}\int_{x_w}^{x_e}\left[\frac{\partial}{\partial t}(\rho A) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u A)\right]dx\,dt = 0 \qquad (6.38)$$

O QUE FORNECE

$$\left[(\rho A_P) - (\rho A_P)^0\right]\Delta x + \left[(\rho u A)_e - (\rho u A)_w\right]\Delta t = 0 \qquad (6.39)$$

OBSERVA-SE QUE A DIFERENÇA $(\rho A_P) - (\rho A_P)^0$ É NULA POIS NEM ρ NEM A_P VARIAM COM O TEMPO. NESTE CASO, A EQ. (6.39) PODE SER REESCRITA COMO

$$\dot{m}_e - \dot{m}_w = 0 \qquad (6.40)$$

OU AINDA

$$\rho u_e A_e - \rho u_w A_w = 0 \qquad (6.41)$$

QUE, AO ADMITIR ρ CONSTANTE FORNECE:

$$u_e A_e - u_w A_w = 0 \tag{6.42}$$

A APROXIMAÇÃO DAS VELOCIDADES NAS FACES DO VOLUME DE CONTROLE É FEITA UTILIZANDO-SE O MÉTODO DE ACOPLAMENTO PRESSÃO-VELOCIDADE CHAMADO SIMPLEC. NESSE CASO,

$$u_e = u_e^{**} - d_e\left(p_E' - p_P'\right) \tag{6.43}$$

$$u_w = u_w^{**} - d_w\left(p_P' - p_W'\right) \tag{6.44}$$

SENDO:

$$p_P' = p_P - p_P^{**} \quad \text{(CORREÇÃO DE PRESSÃO)} \tag{6.45}$$

p_P^{**}: A PRESSÃO QUE FOI EMPREGADA PARA A DISCRETIZAÇÃO DA QMLx.

d_e E d_w: OS COEFICIENTES DO MÉTODO SIMPLEC.

u^{**} A VELOCIDADE OBTIDA AO SE RESOLVER A QMLx (PORTANTO, SATISFAZ A QMLx)

u: A VELOCIDADE OBTIDA AO SE RESOLVER A MASSA (PORTANTO, SATISFAZ A MASSA)

p: A PRESSÃO QUE SATISFAZ A MASSA.

EMPREGANDO-SE, ENTÃO, AS EQS. (6.43) E (6.44) NA EQ. (6.42) OBTÉM-SE

$$\left[u_e^{**} - d_e\left(p_E' - p_P'\right)\right] A_e - \left[u_w^{**} - d_w\left(p_P' - p_W'\right)\right] A_w = 0 \tag{6.46}$$

QUE PODE SER ESCRITA NA FORMA

$$a_P^p p_P' = a_w^p p_W' + a_e^p p_E' + b_P^p \tag{6.47}$$

APRESENTANDO COMO COEFICIENTES/TERMO-FONTE:

$$a_w^p = d_w A_w \tag{6.48}$$

$$a_e^p = d_e A_e \tag{6.49}$$

$$a_P^p = a_w^p + a_e^p \tag{6.50}$$

$$b_P^p = u_w^{**} A_w - u_e^{**} A_e \tag{6.51}$$

OBSERVA-SE QUE A EQ. (6.51), NA PRÁTICA, CORRESPONDE À PRÓPRIA EQUAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DA MASSA. NOTA-SE, ASSIM, QUE IDEALMENTE $b_P^p \rightarrow 0$ QUANDO

O NÚMERO DE ITERAÇÕES TENDE AO INFINITO.

AS EQs. (6.48) A (6.51) SÃO VÁLIDAS PARA OS VOLUMES DE CONTROLE REAIS, OU SEJA, $P = 2, 3, \ldots, N-1$. CONTUDO, PARA SE UTILIZAR UM MÉTODO DE RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES, COMO O TDMA, PARA A RESOLUÇÃO DA EQ. (6.47), É NECESSÁRIO APLICAR EXPLICITAMENTE AS CONDIÇÕES DE CONTORNO DE p'. ISTO PODE SER FEITO EM DOIS PASSOS:

- PRIMEIRAMENTE (ANTES DE RESOLVER O SISTEMA DE p'):

  APLICAR AS CONDIÇÕES DE CONTORNO NOS VOLUMES $P=1$ E $P=N$:

$$a_P^p = 1 \tag{6.52}$$

$$a_W^p = a_e^p = b_P^p = 0 \tag{6.53}$$

  A APLICAÇÃO DESTAS CONDIÇÕES DE CONTORNO É FEITA APENAS PARA QUE O PROCESSO ITERATIVO NÃO DIVIRJA UTILIZANDO-SE, POR EXEMPLO, O TDMA.

- APÓS RESOLVER O SISTEMA DE p':

  SÃO REALIZADAS EXTRAPOLAÇÕES LINEARES PARA OS DOIS VOLUMES DE CONTROLE FICTÍCIOS. ESTAS SÃO AS CONDIÇÕES DE CONTORNO REALMENTE DESEJADAS. ASSIM:

  - PARA $P=1$, TEM-SE

$$p'_P = 2p'_E - p'_{EE} \tag{6.54}$$

  - PARA $P=N$, TEM-SE

$$p'_P = 2p'_W - p'_{WW} \tag{6.55}$$

6.4. ACOPLAMENTO PRESSÃO-VELOCIDADE COM O MÉTODO SIMPLEC

O OBJETIVO DE UM MÉTODO DE ACOPLAMENTO PRESSÃO-VELOCIDADE É O DE TRANSFORMAR A EQUAÇÃO DE CONSERVAÇÃO DA MASSA EM UMA EQUAÇÃO PARA AVALIAÇÃO DA PRESSÃO. COM ESSE INTUITO, EXISTEM DIFERENTES FORMAS DE ACOPLAMENTO PROPOSTAS NA LITERATURA: SIMPLE, SIMPLER, SIMPLEC, PRIME ENTRE OUTRAS.

ASSIM, NA SEQUÊNCIA APRESENTA-SE UM PROCEDIMENTO GERAL APLICANDO-SE O MÉTODO SIMPLEC. NESSE CASO, A EQ. (6.17) PODE SER REESCRITA COMO:

$$a_P^u u_P = a_W^u u_W + a_E^u u_E + b_t^u - A_P \frac{(p_E - p_W)}{2} \tag{6.56}$$

TAL EQUAÇÃO RESULTA DA DISCRETIZAÇÃO DA QMLx. AO OBTER SUA SOLUÇÃO, O OBJETIVO É QUE A VARIÁVEL u SATISFAÇA SIMULTANEAMENTE A QMLx E A MASSA. SUPONDO-SE, ENTÃO, QUE ESTE SEJA O CASO DA EQ. (6.56). CONSIDERANDO-SE, ENTÃO, QUE SE TENHA UM CAMPO ESTIMADO DE PRESSÃO (p^*), QUE NÃO SATISFAZ A MASSA, MAS CUJA SOLUÇÃO (u^{**}) SATISFAZ A QMLx:

$$a_P^u u_P^{**} = a_W^u u_W^{**} + a_E^u u_E^{**} + b_t^u - A_P \frac{(p_E^* - p_W^*)}{2} \tag{6.57}$$

SUBTRAINDO-SE A EQ. (6.57) DA EQ. (6.56), OBTÉM-SE

$$a_P^u u_P - a_P^u u_P^{**} = a_W^u u_W - a_W^u u_W^{**} + a_E^u u_E - a_E^u u_E^{**} + b_t^u - b_t^u - A_P \frac{(p_E - p_W)}{2} + A_P \frac{(p_E^* - p_W^*)}{2} \tag{6.58}$$

OU SEJA,

$$a_P^u u_P' = a_W^u u_W' + a_E^u u_E' - A_P \frac{(p_E' - p_W')}{2} \tag{6.59}$$

ONDE

$$u_P' = u_P - u_P^{**} \tag{6.60}$$

$$u_W' = u_W - u_W^{**} \tag{6.61}$$

$$u_E' = u_E - u_E^{**} \tag{6.62}$$

E p_E' E p_W' SEGUEM A EQ. (6.45). O MÉTODO SIMPLEC CONSISTE EM ADMITIR QUE:

$$u_W' = u_E' = u_P' \tag{6.63}$$

DE MODO QUE A EQ. (6.59) PODE SER REESCRITA COMO:

$$a_P^u u_P' = a_W^u u_P' + a_E^u u_P' - A_P \frac{(p_E' - p_W')}{2} \tag{6.64}$$

OU, AGRUPANDO-SE OS TERMOS:

$$(a_P^u - a_W^u - a_E^u)\, u_P' = - A_P \frac{(p_E' - p_W')}{2} \tag{6.65}$$

DE ONDE SE OBTÉM:

$$u_P' = -\frac{A_P}{(a_P^u - a_W^u - a_E^u)} \frac{(p_E' - p_W')}{2} \qquad (6.66)$$

OU AINDA,

$$u_P = u_P^{**} - d_P \frac{(p_E' - p_W')}{2}, \text{ VÁLIDA PARA } P = 2, 3, \dots, N-1 \qquad (6.67)$$

SENDO

$$d_P = \frac{A_P}{(a_P^u - a_W^u - a_E^u)}, \text{ TAMBÉM VÁLIDA PARA } P = 2, 3, \dots, N-1 \qquad (6.68)$$

d_P É O COEFICIENTE DO MÉTODO SIMPLEC PARA O VOLUME DE CONTROLE P.

6.5. CÁLCULO DAS VELOCIDADES NAS FACES DO VOLUME DE CONTROLE

AS VELOCIDADES u_e E u_w QUE APARECEM NOS COEFICIENTES E TERMOS-FONTES DA QMLx E DA MASSA, RELACIONADAS ÀS VAZÕES MÁSSICAS, SÃO OBTIDAS ATRAVÉS DE UM CÁLCULO DIRETO. PARA TANTO, REESCREVE-SE A EQ. (6.17) PARA UM VOLUME DE CONTROLE P, OBTENDO-SE

$$(a_P^u)_P u_P^{**} = (a_W^u)_P u_W^{**} + (a_E^u)_P u_E^{**} + \frac{m_P}{\Delta t} u_P^o - A_P \frac{(p_E^* - p_W^*)}{2} \qquad (6.69)$$

CONSIDERANDO-SE, ENTÃO, A MESMA EQUAÇÃO - EQ. (6.17), MAS ESCRITA PARA UM VOLUME DE CONTROLE E, TEM-SE

$$(a_P^u)_E u_E^{**} = (a_W^u)_E u_P^{**} + (a_E^u)_E u_{EE}^{**} + \frac{m_E}{\Delta t} u_E^o - A_E \frac{(p_{EE}^* - p_P^*)}{2} \qquad (6.70)$$

A VELOCIDADE NA FACE LESTE (e) DO VOLUME DE CONTROLE P, u_e, SERÁ ENTÃO OBTIDA ATRAVÉS DE UMA ESPÉCIE DE MÉDIA ENTRE AS EQS. (6.69) E (6.70), OU SEJA,

$$\frac{[(a_P^u)_P + (a_P^u)_E]}{2} u_e^{**} = \frac{(\sum_P^u + \sum_E^u)}{2} + \frac{(m_P + m_E)}{2\Delta t} u_e^o - A_e (p_E^* - p_P^*) \qquad (6.71)$$

ONDE

$$\sum_P^u = (a_W^u)_P u_W^{**} + (a_E^u)_P u_E^{**} \qquad (6.72)$$

E

$$\sum_E^u = (a_W^u)_E u_P^{**} + (a_E^u)_E u_{EE}^{**} \qquad (6.73)$$

ISOLANDO-SE u_e^{**} DA EQ. (6.71) OBTÉM-SE:

$$u_e^{**} = \frac{\left[\sum_P^u + \sum_E^u + \frac{(m_P + m_E)}{\Delta t} u_e^{o} - 2A_e\left(p_E^* - p_P^*\right)\right]}{\left[(a_P^u)_P + (a_P^u)_E\right]} \tag{6.74}$$

QUE É VÁLIDA PARA $P = 2, 3, \dots, N-2$.

A EQ. (6.43), EMPREGADA PARA AVALIAR u_e, PODE SER DEDUZIDA DE MODO SEMELHANTE AO PROCEDIMENTO ADOTADO PARA SE OBTER A EQ. (6.67). JÁ O CÁLCULO DE d_e (COEFICIENTE DO MÉTODO SIMPLEC PARA A VELOCIDADE DA FACE LESTE, u_e) PODE SER FEITO DE MODO SIMPLES E EFETIVO ATRAVÉS DA RELAÇÃO:

$$d_e = \frac{d_P + d_E}{2} \tag{6.75}$$

VÁLIDA PARA $P = 2, 3, \dots, N-2$. OBSERVA-SE, TAMBÉM, QUE

$$(d_w)_P = (d_e)_W \tag{6.76}$$

PARA OS CONTORNOS, d_e PODE SER OBTIDA ATRAVÉS DAS SEGUINTES EXPRESSÕES:

$$(d_e)_{P=1} = d_E \tag{6.77}$$

$$(d_e)_{P=N-1} = d_P \tag{6.78}$$

PARA O PROBLEMA EM CONSIDERAÇÃO, TEM-SE QUE u_e^{**} NOS CONTORNOS PODE SER ESTIMADO ATRAVÉS DAS SEGUINTES RELAÇÕES:

- PARA $P = 1$: $\quad u_e^{**} = U_{in}$ (CONDIÇÃO DE CONTORNO) $\quad$ (6.79)
- PARA $P = N-1$: $\quad u_e^{**} = \dfrac{(u_P^{**} + u_E^{**})}{2}$ $\quad$ (6.80)

6.6. ALGORITMO:

1) LER OS DADOS: N, Δt, I (NÚMERO DE ITERAÇÕES), L, μ, ρ, f, U_{in}, D_0 E c_D (PARA CÁLCULO DO DIÂMETRO LOCAL DO DUTO).

2) INICIALIZAÇÕES:

$$\Delta x = \frac{L}{N-2} \tag{6.81}$$

$$x_P = (P - 3/2)\,\Delta x, \quad \text{PARA } P = 2, 3, \dots, N-1 \tag{6.82}$$

$$x_1 = 0 \tag{6.83}$$

$$x_N = L \tag{6.84}$$

$$D_P = D_0 + C_D x_P \quad , \quad \text{PARA } P = 1, 2, \ldots, N \tag{6.85}$$

$$p_P = p'_P = u_P = u^0_P = u_e = u^0_e = 0 \tag{6.86}$$

3) CALCULAR OS COEFICIENTES E TERMOS-FONTES DE u^{**}_P (QMLx) COM AS EQS. (6.18) A (6.25), (6.28) A (6.31) E (6.34) A (6.37).

4) RESOLVER O SISTEMA DA EQ. (6.17) PARA u^{**}_P (QMLx) COM O TDMA.

5) CALCULAR AS VELOCIDADES NAS FACES (u^{**}_e) COM AS EQS. (6.74), (6.79) E (6.80).

6) CALCULAR OS COEFICIENTES DO SIMPLEC (d_P E d_e) COM AS EQS. (6.68) E (6.75) A (6.78).

7) CALCULAR OS COEFICIENTES E TERMOS-FONTES DE p'_P (MASSA) COM AS EQS. (6.48) A (6.53).

8) RESOLVER O SISTEMA DA EQ. (6.47) PARA p'_P (MASSA) COM O TDMA.

9) ATUALIZAR OS VOLUMES FICTÍCIOS DE p'_P COM AS EQS. (6.54) E (6.55).

10) OBTER p_P AO CORRIGIR A PRESSÃO p^*_P COM p'_P ATRAVÉS DA SEGUINTE RELAÇÃO:

$$p_P = p^*_P + p'_P \tag{6.87}$$

VÁLIDA PARA $P = 1, 2, \ldots, N$.

11) OBTER u_P AO CORRIGIR AS VELOCIDADES NODAIS u^{**}_P COM p'_P ATRAVÉS DAS EQS. (6.67), (6.27) E (6.33).

12) OBTER u_e AO CORRIGIR AS VELOCIDADES NAS FACES u^{**}_e COM p'_P ATRAVÉS DA EQ. (6.43) SOMENTE PARA $P = 2, 3, \ldots, N-2$. PARA $u_e(1)$ E $u_e(N-1)$ NÃO É NECESSÁRIA CORREÇÃO.

13) ATUALIZAR OS CAMPOS PARA NOVO AVANÇO NO TEMPO:

$$u^0_P = u_P \tag{6.88}$$

$$u^0_e = u_e \tag{6.89}$$

14) RETORNAR AO PASSO 3 ATÉ ATINGIR I ITERAÇÕES OU SATISFAZER A ALGUM CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA.

15) ESCREVER OS CAMPOS DE u_P, u_e, p_P, $\dot{m}_e$, p'_P, b^p_P.

16) VISUALIZAR OS CAMPOS DE u_P, p_P E $\dot{m}_e$.

OBSERVAÇÕES:

1) É COMUM FAZER 2 OU 3 ITERAÇÕES NO CICLO COMPREENDIDO ENTRE OS PASSOS 7 E 12 PARA ACELERAR OU GARANTIR A CONVERGÊNCIA DO PROCESSO ITERATIVO.

2) SE O FOCO DA SOLUÇÃO NUMÉRICA FOR O REGIME TRANSIENTE, DEVE-SE GARANTIR QUE O CICLO COMPREENDIDO ENTRE OS PASSOS 3 E 12 SATISFAÇA A ALGUM CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA.