UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SETOR DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

TM-258 Laboratório de Engenharia Térmica

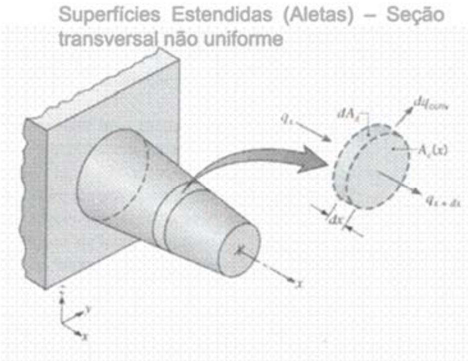
Data: ___/___/_____

Experimento: Análise de condução de calor em superfícies estendidas (aletas) – Modelagem matemática

Definição:
Aletas são superfícies estendidas utilizadas para aumentar a taxa de transferência de calor entre um sólido e um fluido adjacente.

Modelo matemático:
Ao se trabalhar com uma superfície estendida (aleta), o interesse inicial é o de determinar qual deve ser a extensão da mesma para garantir trocas térmicas entre a superfície base e o ambiente do modo mais eficiente possível. Para tanto, torna-se necessário, anteriormente, determinar a distribuição de temperaturas ao longo dessa superfície. Por hipótese, considera-se que a condução de calor ao longo de uma aleta possa ser modelada de modo unidimensional, ao longo da direção longitudinal da mesma.
Partindo-se dessas informações, pede-se o seguinte:

1. Considere um volume de controle geral de uma aleta de seção transversal não-uniforme, conforme apresentado abaixo.



2. Partindo-se da Lei da Conservação da Energia, $q_x = q_{x+dx} + dq_{conv}$, e da Lei de Fourier, $q_x = -kA_{tr}\dfrac{dT}{dx}$, onde k é a condutividade térmica, A_{tr} é a área da seção transversal normal ao fluxo de calor, pede-se para obter a equação geral da energia para uma superfície estendida, dada por:

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \left(\frac{1}{A_{tr}}\frac{dA_{tr}}{dx}\right)\frac{dT}{dx} - \left(\frac{1}{A_{tr}}\frac{h}{k}\frac{dA_s}{dx}\right)(T - T_\infty) = 0 \qquad (1)$$

   onde: T é a temperatura, x é a direção longitudinal, A_{tr} é a área da seção transversal da aleta, h é o coeficiente de transferência de calor por convecção, k é a condutividade térmica do material da aleta, A_s é a área superficial da aleta e T_∞ é a temperatura do fluido. <u>Apresente sua dedução da forma mais detalhada possível</u>.

3. Quando as aletas apresentam seção transversal uniforme, a Eq. (1) pode ser simplificada, obtendo-se:

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{hP}{kA_{tr}}(T - T_\infty) = 0 \qquad (2)$$

   onde P é o perímetro da aleta. Solucione a Eq. (2), apresentada acima, para o caso em que as condições de contorno para a aleta sejam as seguintes:

   - No caso da base ($x = 0$), a temperatura é conhecida, ou seja, $T(0) = T_b$.

- No caso da extremidade ($x = L$), existe troca de calor por convecção, ou seja, $h\left[T(L)-T_{\infty}\right]=-k\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=L}$.

Apresente a obtenção desse caso da forma mais detalhada possível. Dica: para facilitar a obtenção da solução analítica, pode-se realizar as seguintes substituições:

- Fazer $m^2 = \frac{hP}{kA_{tr}}$.
- Fazer $\theta(x) = T(x) - T_{\infty}$. Nesse caso, a primeira condição de contorno passa a ser expressa como $\theta(0) = T(0) - T_{\infty} = T_b - T_{\infty} = \theta_b$ e a segunda condição de contorno pode ser expressa através da seguinte relação $h\theta(L) = -k\left.\frac{d\theta}{dx}\right|_{x=L}$

Informações gerais:

- Relatório a ser realizado em grupos de até 3 integrantes.
- **O relatório deve ser entregue em duas semanas a partir da data do experimento.**

Bibliografia complementar

- Incropera, F. P.; De Witt, D. P.; Bergman,T. Fundamentos de Transferência de Calor e Massa. Editora LTC, 6ª Edição, Rio de Janeiro, 2003.